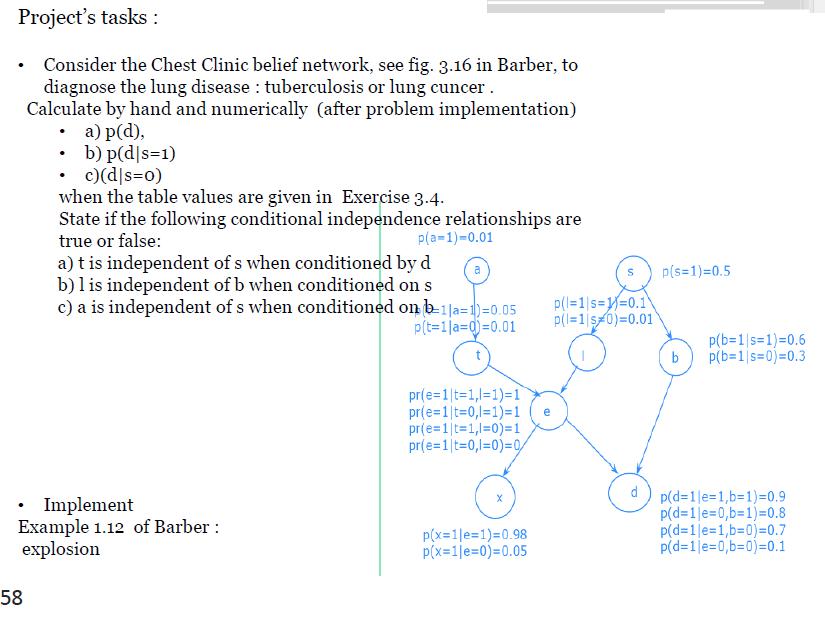
Gabriela Zdrojewska – Projekt 1 – poprawa

Obliczenia



Uczyłam się i korzystałam z:

<https://rpubs.com/tomasu/math8670_hw3>

[https://www.ii.pwr.edu.pl/~zieba/[W2\_MIW].pdf](https://www.ii.pwr.edu.pl/~zieba/%5bW2_MIW%5d.pdf)

Zadanie 1.

a)

Prawdopodobieństwo p(d) można zapisać jako sumę:

Korzystając z reguły łańcuchowej można to wyrażenie zapisać jako:

W tym momencie można wyciągnąć sumę dla p(x|e):

Jako że suma p(x|e) = 1 wyrażenie można uprościć o tę sumę:

Następnie wyciągamy sumę dla p(t|a)\*p(a):

Korzystając z prawdopodobieństwa warunkowego, można przekształcić p(t|a) na p(t,a)/p(a) i wstawić do równania:

Wyliczam p(t = 1):

p(t = 1) = 0.05 \* 0.1 + 0.01 \* 0.99 = 0.0104

Przy wykorzystaniu reguły brzegowej (ang. sum rule) sumę dla p(t,a) można przekształcić w p(t) i wstawić do równania:

Następnie w podobny sposób wyciągam sumę dla p(e|t,l) i p(t), i wykonuję kroki jak wyżej:

Teraz można policzyć prawdopodobieństwo dla p(e|l):

P(e = 1| l = 1) = 1 \* 0.0104 + 1 \* 0.9896 = 1

p(e = 1| l = 0) = 1 \* 0.0104 + 0 \* 0.09896 = 0.0104

Kolejnym krokiem jest wyciągnięcie sumy dla p(e|l)\*p(l|s), co można zredukować następnie do p(e|s):

Teraz można wyciągnąć sumę dla i :

Liczę prawdopodobieństwa dla :

p(d = 1| b = 1, s = 1) = 0.9 \* 0.10936 + 0.8 \* 0.89064 = 0.8109360

p(d = 1| b = 1, s = 0) = 0.9 \* 0.020296 + 0.8 \* 0.979704 = 0.8020296

p(d = 1| b = 0, s = 1) = 0.7 \* 0.10936 + 0.1 \* 0.89064 = 0.1656160

p(d = 1| b = 0, s = 0) = 0.7 \* 0.020296 + 0.1 \* 0.979704 = 0.1121776

I ,,skracam” równanie o zmienną e:

Wyciągam kolejną sumę:

Liczę prawdopodobieństwa dla p(d|s):

p(d = 1| s = 1) = 0.8109360 \* 0.6 + 0.1656160 \* 0.4 = **0.5528080**

p(d = 1| s = 0) = 0.8020296 \* 0.3 + 0.1121776 \* 0.7 = **0.3191332**

I znowu upraszczam sumę:

Mogę więc w końcu policzyć p(d=1):

p(d = 1) = 0.5528080 \* 0.5 + 0.3191332 \* 0.5 = **0.4359706**

Korzystając z uzyskanych wyników, mogę policzyć zadane prawdopodobieństwa:

1. p(d = 1) = p(d = 1| s = 1) \* p(s = 1) + p(d = 1| s = 0) \* p(s = 0) = 0.5528080 \* 0.5 + 0.3191332 \* 0.5 = 0.4359706
2. p(d = 1|s = 1) = p(d = 1| b = 1, s = 1) \* p(b = 1| s = 1) + p(d = 1| b = 0, s = 1) \* p(b = 0| s = 1) = 0.8109360 \* 0.6 + 0.1656160 \* 0.4 = 0.5528080
3. p(d = 1|s = 0) = p(d = 1| b = 1, s = 0) \* p(b = 1| s = 0) + p(d = 1| b = 0, s = 0) \* p(b = 0| s = 0) = 0.8020296 \* 0.3 + 0.1121776 \* 0.7 = 0.3191332

Zadanie 2.

a. Czy t jest niezależne od s przy zadanym d?

p(t,s|d) = p(t|d)\*p(s|d) – to należy udowodnić

Korzystając z prawdopodobieństwa warunkowego, p(t,s|d) można zapisać jako:

Rozszerzam wyrażenie o pozostałe zmienne:

Korzystając z reguły łańcuchowej przekształcam na:

Dla p(t|d) wykonuję te same kroki:

Tak samo dla p(s|d):

Z tego można wywnioskować, że p(t,s|d) nie jest równe p(t|d)\*p(s|d). Zmienna t nie jest niezależna od zmiennej s przy zadanym d.

Test numeryczny (przeprowadzony także w Pythonie):

p(t,s|d) = 0.00499

p(t|d) = 0.00749

p(s|d) = 0.21281

p(t|d)\*p(s|d) = 0.00159

p(t,s|d) != p(t|d)\*p(s|d)

0.00499 != 0.00159

b. Czy l jest niezależne od b przy zadanym s?

p(l,b|s) = p(l|s)\*p(b|s) – to należy udowodnić

Korzystając z prawdopodobieństwa warunkowego można zapisać p(l,b|s) jako:

Rozszerzam wyrażenie o pozostałe zmienne:

Przy użyciu reguły łańcuchowej rozpisuję :

Następnie upraszczam równanie kolejno o sumy x, d, e, t, a i otrzymuję:

Skracam ze sobą p(s), otrzymując:

Co należało udowodnić. Zmienne l i b są niezależne przy zadanym s.

c. Czy a jest niezależne od s przy zadanym b?

p(a,s|b) = p(a|b)\*p(s|b) – to należy udowodnić

Najpierw, korzystając ze wzoru na prawdopodobieństwo warunkowe, przekształcam p(a,s|b) na , czyli:

Dodaję zmienne:

Korzystając z reguły łańcuchowej rozpisuję p, otrzymując:

Upraszczam wyrażenie kolejno o sumy x, d, e, t, l i otrzymuję:

Korzystając z reguły Bayesa przekształcam p(b|s), by otrzymać p(s|b)/p(s). Po wstawieniu do równania otrzymuję:

Skracam p(s) i p(b). Otrzymuję:

Teraz muszę sprawdzić, czy p(a) jest równe p(a|b). Korzystając z prawdopodobieństwa warunkowego, otrzymuję:

Dodaję zmienne:

Przy użyciu reguły łańcuchowej rozpisuję na:

Upraszczam kolejno o sumy x, d, e, t, l:

Teraz korzystam z reguły Bayesa dla p(b|s), by otrzymać p(s|b)/p(s). Po wstawieniu do równania otrzymuję:

Skracam p(b) i p(s) oraz upraszczam sumę s, otrzymując p(a).

Więc p(a,s|b) = p(a|b)\*p(s|b), co należało udowodnić. Więc a i s są niezależne przy zadanym b.