

Curs 2: Lucrul cu colectii, functii, module si pachete Python, pachetul NumPy

Collection comprehension

Pornind de la o colectie (cel mai frecvent caz: de la o lista) se poate crea o alta lista, folosind *list comprehension* - in esenta o ciclare:

```
In [1]: lista_numere = [1, 3, 6, 21, 22, 32, 33]
        lista_patrate = [i*i for i in lista_numere]
        print(lista_patrate)
```

```
[1, 9, 36, 441, 484, 1024, 1089]
```

Optional, la fiecare pas al iterarii se poate lua in considerare o conditie if inline:

```
In [2]: lista_patrate_doar_numere_pare = [i*i for i in lista_numere if i % 2 == 0]
        print(lista_patrate_doar_numere_pare)
```

```
[36, 484, 1024]
```

... sau se foloseste si else pe langa if:

```
In [3]: lista_patrate_sau_cuburi = [i**2 if i % 2 == 0 else i ** 3 for i in lista_numere]
        print(lista_patrate_sau_cuburi)
```

```
[1, 27, 36, 9261, 484, 1024, 35937]
```

Exercitiu: daca o lista are ca elemente alte liste, cum se poate determina lista 'flattened'? De exemplu, pentru lista l = [[1, 2], [3, 4, 5], [10]] se doreste rezultatul l2 = [1, 2, 3, 4, 5, 10]

```
In [4]: l = [[1, 2], [3, 4, 5], [10]]
        l2 = [item for sublist in l for item in sublist]
        print(l2)
```

```
[1, 2, 3, 4, 5, 10]
```

Comprehension se poate folosi si peste alte tipuri de colectii: de exemplu, putem pleca de la o lista si producem dictionar:

```
In [5]: lista_numere = [1, 3, 6, 21, 22, 32, 33]
        dictionar_numere_si_patrate = {i:i**2 for i in lista_numere}
        print(dictionar_numere_si_patrate)
```

```
{1: 1, 3: 9, 6: 36, 21: 441, 22: 484, 32: 1024, 33: 1089}
```

...sau liste de tuple:

```
In [6]: #produs cartezian
        colours = [ "red", "green", "yellow", "blue" ]
        things = [ "house", "car", "tree" ]
        produs_cartezian = [(colour, thing) for colour in colours for thing in things]
        print(produs_cartezian)
        assert len(produs_cartezian) == len(colours) * len(things)
```

```
[('red', 'house'), ('red', 'car'), ('red', 'tree'), ('green', 'house'), ('green', 'car'), ('green', 'tree'), ('yellow', 'house'), ('yellow', 'car'), ('yellow', 'tree'), ('blue', 'house'), ('blue', 'car'), ('blue', 'tree')]
```

Mai jos sunt cateva exemple de utilizare de comprehension peste colectii.

```
In [7]: #Conversie de temperaturi din Celsius in Fahrenheit: valoarea in Fahrenheit se
        obtine cu formula: 1.8 * gradeCelsius + 32
        gradeCelsius = [-20, -10, 0, 5, 23, 35]
        gradeFahrenheit = [1.8*gc + 32 for gc in gradeCelsius]
        print(gradeFahrenheit)
```

```
[-4.0, 14.0, 32.0, 41.0, 73.4, 95.0]
```

```
In [8]: #Suma patratelor numerelor de la 1 la 20
        print(sum([x**2 for x in range(1, 21)]))
```

```
2870
```

```

In [9]: #Dintr-o lista de cuvinte se mentin doar cele care nu fac parte dintr-o alta l
ista specificata (stop words)
stop_words = ["a", "about", "above", "above", "across", "after", "afterwards",
"again", "against", "all", "almost", "alone", "along", "already", "also", "alt
hough", "always", "am", "among", "amongst", "amoungst", "amount", "an", "and",
"another", "any", "anyhow", "anyone", "anything", "anyway", "anywhere", "are", "ar
ound", "as", "at", "back", "be", "became", "because", "become", "becomes", "becom
ing", "been", "before", "beforehand", "behind", "being", "below", "beside", "b
esides", "between", "beyond", "bill", "both", "bottom", "but", "by", "call", "c
an", "cannot", "cant", "co", "con", "could", "couldnt", "cry", "de", "describ
e", "detail", "do", "done", "down", "due", "during", "each", "eg", "eight", "e
ither", "eleven", "else", "elsewhere", "empty", "enough", "etc", "even", "ever",
"every", "everyone", "everything", "everywhere", "except", "few", "fifteen",
"fifty", "fill", "find", "fire", "first", "five", "for", "former", "formerly",
"forty", "found", "four", "from", "front", "full", "further", "get", "give",
"go", "had", "has", "hasnt", "have", "he", "hence", "her", "here", "hereafter",
"hereby", "herein", "hereupon", "hers", "herself", "him", "himself", "his",
"how", "however", "hundred", "ie", "if", "in", "inc", "indeed", "interest", "i
nto", "is", "it", "its", "itself", "keep", "last", "latter", "latterly", "leas
t", "less", "ltd", "made", "many", "may", "me", "meanwhile", "might", "mill",
"mine", "more", "moreover", "most", "mostly", "move", "much", "must", "my", "m
yself", "name", "namely", "neither", "never", "nevertheless", "next", "nine",
"no", "nobody", "none", "noone", "nor", "not", "nothing", "now", "nowhere", "o
f", "off", "often", "on", "once", "one", "only", "onto", "or", "other", "other
s", "otherwise", "our", "ours", "ourselves", "out", "over", "own", "part", "pe
r", "perhaps", "please", "put", "rather", "re", "same", "see", "seem", "seeme
d", "seeming", "seems", "serious", "several", "she", "should", "show", "side",
"since", "sincere", "six", "sixty", "so", "some", "somehow", "someone", "some
thing", "sometime", "sometimes", "somewhere", "still", "such", "system", "tak
e", "ten", "than", "that", "the", "their", "them", "themselves", "then", "then
ce", "there", "thereafter", "thereby", "therefore", "therein", "thereupon", "t
hese", "they", "thickv", "thin", "third", "this", "those", "though", "three",
"through", "throughout", "thru", "thus", "to", "together", "too", "top", "towa
rd", "towards", "twelve", "twenty", "two", "un", "under", "until", "up", "upo
n", "us", "very", "via", "was", "we", "well", "were", "what", "whatever", "whe
n", "whence", "whenever", "where", "whereafter", "whereas", "whereby", "wherei
n", "whereupon", "wherever", "whether", "which", "while", "whither", "who", "w
hoever", "whole", "whom", "whose", "why", "will", "with", "within", "without",
"would", "yet", "you", "your", "yours", "yourself", "yourselves", "the"]
paragraph_list = ['Stopword', 'filtering', 'is', 'a', 'common', 'step', 'in', 'prepro
cessing', 'text', 'for', 'various', 'purposes', 'This', 'is', 'a', 'list', 'of', 'severa
l', 'different', 'stopword', 'lists', 'extracted', 'from', 'various', 'search', 'engin
es', 'libraries', 'and', 'articles', 'There', 'is', 'a', 'surprising', 'number', 'of',
'different', 'lists']
print('Initial:', paragraph_list)
filtrat = [cuvant for cuvant in paragraph_list if cuvant not in stop_words]
print('\nDupa filtrare:', filtrat)

```

```
Initial: ['Stopword', 'filtering', 'is', 'a', 'common', 'step', 'in', 'prepro  
cessing', 'text', 'for', 'various', 'purposes', 'This', 'is', 'a', 'list', 'o  
f', 'several', 'different', 'stopword', 'lists', 'extracted', 'from', 'variou  
s', 'search', 'engines', 'libraries', 'and', 'articles', 'There', 'is', 'a',  
'surprising', 'number', 'of', 'different', 'lists']
```

```
Dupa filtrare: ['Stopword', 'filtering', 'common', 'step', 'preprocessing',  
'text', 'various', 'purposes', 'This', 'list', 'different', 'stopword', 'list  
s', 'extracted', 'various', 'search', 'engines', 'libraries', 'articles', 'Th  
ere', 'surprising', 'number', 'different', 'lists']
```

Funcții

Funcțiile sunt de trei feluri:

- Funcții deja definite în limbajul Python, cum ar fi `len()`, `print()`
- Funcții definite de utilizator
- Lambda funcții

O funcție se definește folosind cuvântul cheie `def`. Blocul de instrucțiuni ce definește corpul funcției este indentat. O funcție poate să nu returneze nimic în mod explicit (și în acest caz rezultatul returnat este considerat `None`), sau orice număr de parametri.

Funcții definite de utilizator

Urmează câteva exemple de funcții definite de utilizator cu comentarii:

```
In [10]: def hello():  
         print('Salutare')
```

```
hello()
```

```
Salutare
```

```
In [11]: def hello_with_name(num):
        """
        Functia preia un argument si afiseaza mesajul: Salutare urmat de valoare
        a argumentului.
        Functia returneaza argumentul cu litere mari.
        :param num: numele care se cere afisat
        """
        print('Salutare ' + num)
        return num.upper()

num = 'Natalia'
num_litere_mari = hello_with_name(num)
print(num_litere_mari)
help(hello_with_name)
print(hello_with_name.__doc__)
```

Salutare Natalia

NATALIA

Help on function hello_with_name in module __main__:

```
hello_with_name(num)
    Functia preia un argument si afiseaza mesajul: Salutare urmat de valoarea
    argumentului.
    Functia returneaza argumentul cu litere mari.
    :param num: numele care se cere afisat

    Functia preia un argument si afiseaza mesajul: Salutare urmat de valoarea
    argumentului.
    Functia returneaza argumentul cu litere mari.
    :param num: numele care se cere afisat
```

```
In [12]: #exemplu de functie care returneaza mai multe valori simultan
        #rezultatul este un tuplu cu doua valori
        def min_max(a, b):
            if a<b:
                return a, b
            else:
                return b, a

x, y = 20, 10
min_2, max_2 = min_max(x, y)
print('Minimul este:', min_2, '; maximul este:', max_2)
```

Minimul este: 10 ; maximul este: 20

```
In [13]: #parametrii se pot da prin numele lor urmat de egal si valoarea efectiva
        min_max(a=5, b=14)
```

Out[13]: (5, 14)

```
In [14]: min_max(b=3, a=20)
```

```
Out[14]: (3, 20)
```

Pot exista parametri cu valori implicite, precizati la finalul listei de parametri formali:

```
In [15]: def greet(name, msg = "Good morning!"):
    """
    This function greets to the person with the provided message.

    If message is not provided, it defaults to "Good morning!"
    :param name: Name of the guy to be greeted
    :param msg: a message shown as greeting. It defaults to "Good morning"
    """

    print("Hello",name + ', ' + msg)

greet("Kate")
greet("Bruce","How do you do?")
# echivalent: greet(name="Bruce",msg="How do you do?")

Hello Kate, Good morning!
Hello Bruce, How do you do?
```

Putem avea n parametru care sa permita numar variabil de valori trimise la apel; acest tip de parametru se scrie cu * urmata de numele parametrului formal (de exemplu: *args)

```
In [16]: #Functie cu numar arbitrar de argumente
def greet(*names, msg = "Good morning!"):
    for name in names:
        print('Hello', name + ', ' + msg)
greet('Dan', 'John', 'Mary')
greet('Dan', 'John', 'Mary', msg='How do you do?')

Hello Dan, Good morning!
Hello John, Good morning!
Hello Mary, Good morning!
Hello Dan, How do you do?
Hello John, How do you do?
Hello Mary, How do you do?
```

Se pot defini functii care sa manipuleze un numar variabil de parametri dati la apel sub forma de nume_parametru=valoare_parametru; denumirea traditionala este kwargs (key-value arguments), numele parametrului se prefixaza cu **:

```
In [17]: def demo_kwargs(**kwargs):
    print(kwargs)

demo_kwargs(fruits='apples', quantity='3', measurement_unit='kg')

{'fruits': 'apples', 'quantity': '3', 'measurement_unit': 'kg'}
```

Iterarea peste perechile din kwargs se face tinant cont ca acesta este un dictionar:

```
In [18]: def demo_kwargs_iter(**kwargs):
          for key, value in kwargs.items():
              print(key, value)

          demo_kwargs_iter(fruits='apples', quantity='3', measurement_unit='kg')

          fruits apples
          quantity 3
          measurement_unit kg
```

Acelasi efect se obtine prin despachetarea de dictionare, folosind **:

```
In [19]: dictionar_argumente = {'fruits':'apples', 'quantity':'3', 'measurement_unit':
          'kg'}
          demo_kwargs(**dictionar_argumente)

          {'fruits': 'apples', 'quantity': '3', 'measurement_unit': 'kg'}
```

Ordonarea parametrilor declarati intr-o functie este:

1. parametri formali preluati prin pozitie
2. *args
3. parametri cu valori asociate
4. **kwargs

```
def example2(arg_1, arg_2, *args, kw_1="shark", kw_2="blobfish", **kwargs):
```

Lambda functii

Se pot defini functii anonime (sau: lambda functii), continand o expresie, pentru care nu se considera necesara definirea unor functii separate. O lambda functie poate sa preia oricate argumente si calculeaza o expresie pe baza lor. Lambda functiile pot accesa doar parametrii trimisi (nu si pe cei globali). Se va omite cuvantul return, expresia calculata este cea care se returneaza automat.

```
In [20]: suma = lambda x, y: x+y
          print(suma(3, 4))
```

7

```
In [21]: #Lambda functie pentru filtrare via functia filter
lista_30 = list(range(30))
lista_filtrata = list(filter(lambda x: x%3==0, lista_30))
print(lista_filtrata)

[0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27]
```

```
In [22]: #Lambda functie pentru sortare:
sorted([-1, -2, -3, 2, 3, 4, -5, 6, 7, 8, 9], key=lambda x: x**2)

Out[22]: [-1, -2, 2, -3, 3, 4, -5, 6, 7, 8, 9]
```

Funcții callback

Numele unei funcții reprezintă adresa de memorie a acelei funcții:

```
In [23]: def sum_2(x, y):
          return x+y

          def dif_2(x, y):
              return x - y

          print(sum_2)
          print(dif_2)

<function sum_2 at 0x0000020C3B3092F0>
<function dif_2 at 0x0000020C3B309378>
```

Putem folosi acest mecanism pentru a trimite funcții ca parametri într-o altă funcție:

```
In [24]: def complex_operation(x, y, to_be_called):
          return to_be_called(x, y)

          print(complex_operation(2, 3, sum_2))
          print(complex_operation(2, 3, dif_2))

5
-1
```

Module

Modulele sunt fisiere Python cu extensia .py, in care se gasesc implementari de functii, clase, declaratii de variabile. Importarea unui modul se face cu instructiunea `import`.

Exemplu: cream un modul - fisierul Python `mySmartModule.py` - care contine o functie ce calculeaza suma elementelor dintr-o lista:

```
#fisierul mySmartModule.py  
def my_sum(lista):  
    sum = 0  
    for item in lista:  
        sum += item  
    return sum
```

Utilizarea se face cu:

```
import mySmartModule  
  
lista = [1, 2, 3]  
  
suma = mySmartModule.my_sum(lista)  
print(suma)
```

Se poate ca modulul sa fie importat cu un nume mai scurt, sub forma:

```
import mySmartModule as msm
```

si in acest caz apelul se face cu:

```
suma = msm.my_sum(lista)
```

Putem afla ce pune la dispozitie un modul:

```
>>> dir(msm)  
['__builtins__', '__cached__', '__doc__', '__file__', '__loader__', '__name__', '__  
package__', '__spec__', 'my_sum']
```

elementele aflate intre dublu underscore ('dunders') sunt adaugate automat de Python.

Daca se doreste ca tot ceea ce e definit intr-un modul sa fie disponibil fara a mai face prefixare cu `nume_modul.nume_entitate`, atunci se poate proceda astfel:

```
from mySmartModule import *

print(my_sum([1, 2, 3]))
```

Se recomanda insa sa se importe strict acele entitati (functii, tipuri) din modul care sunt utilizate; in felul acesta se evita suprascrierea prin import al altor entitati deja importate:

```
from mySmartModule import my_sum

print(my_sum([1, 2, 3]))
```

Ordinea de cautare a modulelor este:

1. directorul curent
2. daca nu se gaseste modulul cerut, se cauta in variabila de mediu `PYTHONPATH`, daca e definita
3. daca nu se gaseste modulul cerut, se cauta in calea implicita.

Calea de cautare implicita se gaseste in variabila `path` din modulul sistem `sys`:

```
In [25]: import sys
print(sys.path)

['', 'C:\\Anaconda3\\envs\\data-science\\python36.zip', 'C:\\Anaconda3\\envs\\data-science\\DLLs', 'C:\\Anaconda3\\envs\\data-science\\lib', 'C:\\Anaconda3\\envs\\data-science', 'C:\\Anaconda3\\envs\\data-science\\lib\\site-packages', 'C:\\Anaconda3\\envs\\data-science\\lib\\site-packages\\win32', 'C:\\Anaconda3\\envs\\data-science\\lib\\site-packages\\win32\\lib', 'C:\\Anaconda3\\envs\\data-science\\lib\\site-packages\\Pythonwin', 'C:\\Anaconda3\\envs\\data-science\\lib\\site-packages\\IPython\\extensions', 'C:\\Users\\Lucian\\.ipython']
```

Daca se doreste ca un modul scris de utilizator intr-un director ce nu se gaseste in lista de mai sus sa fie accesibil pentru import, atunci calea catre director trebuie adaugata la colectia `sys.path`:

```
In [26]: sys.path.append('./my_modules/')
from mySmartModule import my_sum
print(my_sum([1, 2, 3]))
```

Un modul se poate folosi in doua feluri:

1. pentru a pune la dispozitie diferite implementari de functii sau de clase, sau variabile setate la anumite valori (de exemplu `math.pi`):

```
import math
print(math.pi)
```

2. se poate lansa de sine statator, scriind in lina de comanda: `python mySmartModule.py`. Pentru acest caz, daca se vrea ca sa se execute o anumita secventa de cod, atunci se va scrie in modulul Python `mySmartModule.py`:

```
if __name__ == '__main__':
    #cod care se executa la lansarea directa a script-ului
```

Codul din sectiunea `if` scrisa ca mai sus nu se va executa cand modulul este importat.

Exemplu:

```
def my_sum(lista):
    sum = 0
    for item in lista:
        sum += item
    return sum

if __name__ == '__main__':
    print('Exemplu de utilizare')
    lista = list(range(100))
    print(my_sum(lista))
```

Alte exemple de utilizare de pachete sunt:

```
In [27]: import re #pachet pentru expresii regulate
my_string = 'Am cumparat: mere, pere, prune... si caise'
tokens = re.split(r'\W+', my_string)
print(tokens)

['Am', 'cumparat', 'mere', 'pere', 'prune', 'si', 'caise']
```

```
In [28]: # Serializare cu pickle
import pickle

favorite_color = { "lion": "yellow", "kitty": "red" }

pickle.dump( favorite_color, open( "save.pkl", "wb" ) )
del favorite_color #nu mai e necesar

#restaurare
favorite_color_restored = pickle.load( open( "save.pkl", "rb" ) )
print('dupa deserializare:', favorite_color_restored)

!del save.pkl #sterge fisierul pickle de pe disk

dupa deserializare: {'lion': 'yellow', 'kitty': 'red'}
```

Pachete Python

Un pachet este o colectie de module. Fizic, un modul este o structura ierarhica de directoare in care se gasesc module si alte pachete. Este obligatoriu ca in orice director care se doreste a fi vazut ca un pachet sa existe un fisier numit `__init__.py`. In prima faza, `__init__.py` poate fi gol. Plecam de la structura de directoare si fisiere:

```
---myUtils\
|----- mySmartModule.py
|----- __init__.py
```

Pentru importul functiei `my_sum` din fisierul `mySmartModule.py` aflat in directorul `myUtils` - care se doreste a fi pachet - s-ar scrie astfel:

```
from myUtils.mySmartModule import my_sum
print(my_sum([1, 2, 3]))
```

dar am prefera sa putem scrie:

```
from myUtils import my_sum
print(my_sum([1, 2, 30]))
```

adica sa nu mai referim modulul (fisierul) `mySmartModule` din cadrul pachetului `myUtils`. Pentru asta vom adauga in fisierul `__init__.py` din directorul `myUtils` linia:

```
from .mySmartModule import my_sum
```

unde caracterul `.` de dinaintea numelui de modul `mySmartModule` se refera la calea relativa.

```
In [29]: from myUtils.mySmartModule import my_sum  
print(my_sum([1, 2, 10, 300]))
```

313

```
In [30]: from myUtils import my_sum  
print(my_sum([1, 2, 10, 300]))
```

313

În fișierul `__init__.py` se obișnuiește să se pună orice are legătură cu inițializarea pachetului, cum ar fi încărcarea de date de pe disc în memorie sau setarea unor variabile la valori anume.

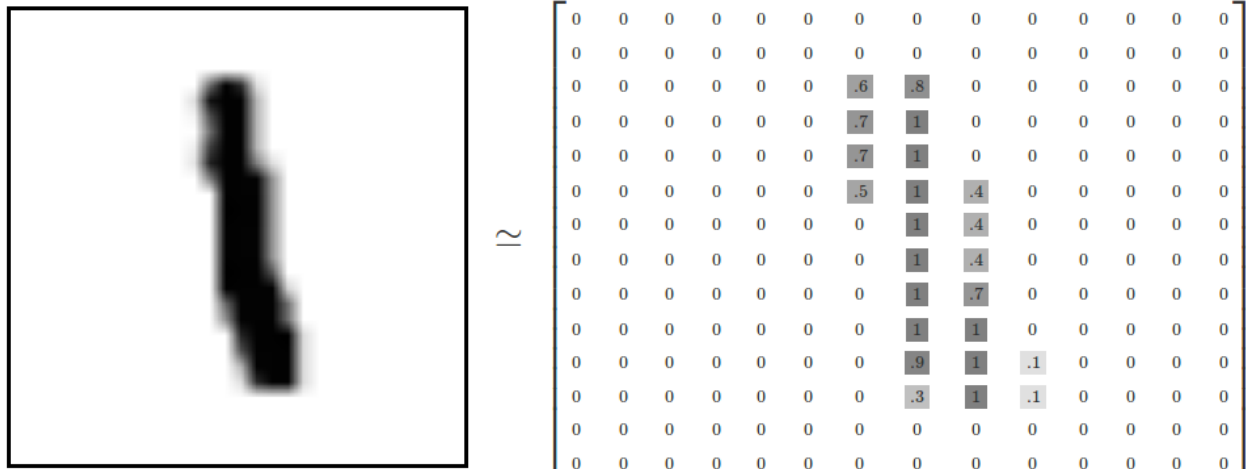
Pentru cazul în care se dorește crearea de pachete destinate comunității și publicarea pe PyPI, se va urma [acest tutorial](https://python-packaging.readthedocs.io/en/latest/) (<https://python-packaging.readthedocs.io/en/latest/>).

Pachetul NumPy

NumPy (Numerical Python) este pachetul de baza pentru calcule stiintifice in Python. Asigura suport pentru lucrul cu vectori si matrice multidimensionale, functii dedicate precum sortare, operatii din algebra liniara, procesare de semnal, calcule statistice de baza, generare de numere aleatoare etc. NumPy sta la baza multor altor pachete. Datele pe care le proceseaza trebuie sa incapa in memoria RAM. NumPy are la baza cod C compilat si optimizat.

In destul de multe situatii, datele sunt sau pot fi transformate in numere:

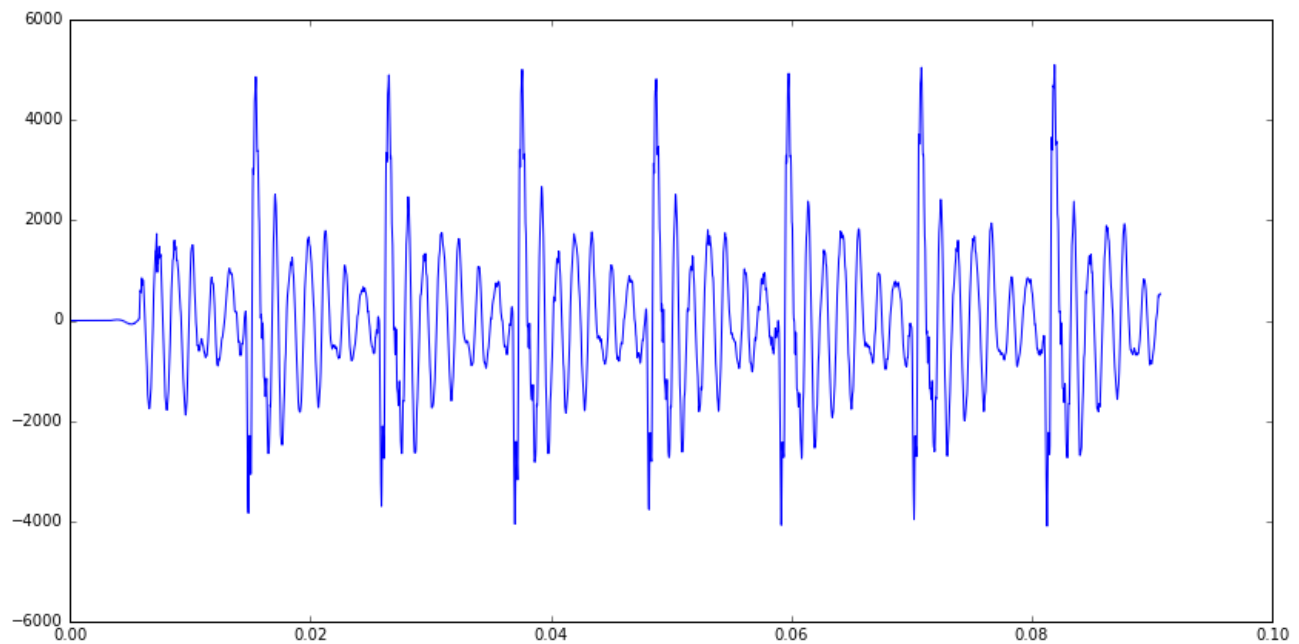
- o imagine in tonuri de gri poate fi vazuta ca o matrice bidimensionala de numere; fiecare numar reprezinta intensitatea pixelului (0 - negru, 255 - alb; frecvent se folosesc valorile scalate in intervalul [0, 1])



- o imagine color poate fi vazuta ca o matrice cu trei dimensiuni: 3 matrice bidimensionale "paralele", corespunzatoare canalelor red, green, blue; pentru fiecare canal de culoare valorile pot fi intre 0 si 255:



- un fisier audio este vazut ca unul/doi/ k vectori dimensionali, corespunzatoare cazurilor: mono, stereo, k canale. Valorile numerice in cazul unui fisier wav reprezinta amplitudinea sunetului;



- un text poate fi tradus in vectori numerici prin tehnici precum Bag of words (https://en.wikipedia.org/wiki/Bag-of-words_model) sau Word2vec

In [31]: *#import de pachet; traditional se foloseste abrevierea np pentru numpy*
import numpy as np

#crearea unui vector pornind de la o lista Python
x = np.array([1, 4, 2, 5, 3])

#tipul variabilei x; se observa ca e tip numpy
print(type(x))
#toate elementele din array sunt de acelasi tip
print(x.dtype)

#specificarea explicita a tipului de reprezentare a datelor in array
y = np.array([1, 2, 3], dtype=np.float16)
print(y.dtype)

```
<class 'numpy.ndarray'>
int32
float16
```

In [32]: *#cazuri frecvent folosite*
all_zeros = np.zeros(10, dtype=int)
print(all_zeros)
#tiparire nr de elemente pe fiecare dimensiune
print(all_zeros.shape)

```
[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
(10,)
```

```
In [33]: #matrice 2d
mat = np.array([[1, 2, 3], [4, 5, 6]])
print(mat)
print(mat.shape)
print(mat[0, 1])
```

```
[[1 2 3]
 [4 5 6]]
(2, 3)
2
```

Numarul de dimensiuni se determina cu:

```
In [34]: print('Numarul de dimensiuni pentru vectorul all_zero:', all_zeros.ndim)
print('Numarul de dimensiuni pentru matricea mat:', mat.ndim)
```

```
Numarul de dimensiuni pentru vectorul all_zero: 1
Numarul de dimensiuni pentru matricea mat: 2
```

iar numarul total de elemente, respectiv dimensiunea in octeti a unui element oarecare (un ndarray are elemente de acelasi tip, intotdeauna):

```
In [35]: print('mat size: {0}\nmat element size: {1} bytes\nmat.dtype:{2}'.format(mat.size,
mat.itemsize, mat.dtype))
```

```
mat size: 6
mat element size: 4 bytes
mat.dtype:int32
```

```
In [36]: #cazuri comune
all_ones = np.ones((3, 5))
print(all_ones)
all_pi = np.full((3, 2), np.pi)
print(all_pi)
print(np.eye(3))
```

```
[[ 1.  1.  1.  1.  1.]
 [ 1.  1.  1.  1.  1.]
 [ 1.  1.  1.  1.  1.]]
[[ 3.14159265  3.14159265]
 [ 3.14159265  3.14159265]
 [ 3.14159265  3.14159265]]
[[ 1.  0.  0.]
 [ 0.  1.  0.]
 [ 0.  0.  1.]]
```

```
In [37]: #valori echidistante intr-un interval; capetele intervalului fac parte din val
orile generate
print(np.linspace(0, 10, 5))
```

```
[ 0.   2.5   5.   7.5  10. ]
```



```
In [38]: #similar cu functia range din Python: se genereaza de la primul parametru, c
u pasul dat de al doilea parametru,
#ultima valoare generata fiind strict mai mica decat al doilea parametru
vector_de_valori = np.arange(0, 10, 3)
print(vector_de_valori)
print(type(vector_de_valori))
```

```
[0 3 6 9]
<class 'numpy.ndarray'>
```

```
In [39]: #numere aleatoare
x = np.random.random((2, 3))
print(x)
```

```
[[ 0.48355638  0.92679242  0.68123303]
 [ 0.07669193  0.93102161  0.88190173]]
```

Tipurile de date folosibile pentru ndarrays sunt:

Tip	Explicatie
bool_	Boolean (True or False) stored as a byte
int_	Default integer type (same as C long; normally either int64 or int32)
intc	Identical to C int (normally int32 or int64)
intp	Integer used for indexing (same as C ssize_t; normally either int32 or int64)
int8	Byte (-128 to 127)
int16	Integer (-32768 to 32767)
int32	Integer (-2147483648 to 2147483647)
int64	Integer (-9223372036854775808 to 9223372036854775807)
uint8	Unsigned integer (0 to 255)
uint16	Unsigned integer (0 to 65535)
uint32	Unsigned integer (0 to 4294967295)
uint64	Unsigned integer (0 to 18446744073709551615)
float_	Shorthand for float64.
float16	Half precision float: sign bit, 5 bits exponent, 10 bits mantissa
float32	Single precision float: sign bit, 8 bits exponent, 23 bits mantissa
float64	Double precision float: sign bit, 11 bits exponent, 52 bits mantissa
complex_	Shorthand for complex128.
complex64	Complex number, represented by two 32-bit floats (real and imaginary components)
complex128	Complex number, represented by two 64-bit floats (real and imaginary components)

O operatie utila este schimbarea formei unui array:

```
In [40]: #dintr-un vector intr-o matrice
vec = np.arange(10)
mat = vec.reshape(2, 5)
print(vec)
print(mat)
```

```
[0 1 2 3 4 5 6 7 8 9]
[[0 1 2 3 4]
 [5 6 7 8 9]]
```

```
In [41]: #...si invers:
vec2 = mat.flatten()
print(vec2)
```

```
[0 1 2 3 4 5 6 7 8 9]
```

Tablourile pot fi concatenate, specificandu-se axa

```
In [42]: a = np.array([[1, 2], [3, 4]], float)
b = np.array([[5, 6], [7, 8]], float)
```

```
In [43]: #concatenare pe verticala
stiva_verticla = np.concatenate((a, b), axis=0)
print(stiva_verticla)
```

```
[[ 1.  2.]
 [ 3.  4.]
 [ 5.  6.]
 [ 7.  8.]]
```

Conceptul de axa se defineste pentru tablourile cu mai mult de o dimensiune. Pentru un tablou cu doua dimensiuni, axa 0 parcurge pe verticala tabloul, axa 1 parcurge pe orizontala. Unele functii iau in considerare axa de lucru:

```
In [44]: #concatenare pe orizontala
stiva_orizontala = np.concatenate((a, b), axis=1)
print(stiva_orizontala)
```

```
[[ 1.  2.  5.  6.]
 [ 3.  4.  7.  8.]]
```

```
In [45]: #echivalent cu:
stiva_verticala = np.vstack((a, b))
stiva_orizontala = np.hstack((a, b))
print(stiva_verticala)
print(stiva_orizontala)
```

```
[[ 1.  2.]
 [ 3.  4.]
 [ 5.  6.]
 [ 7.  8.]]
[[ 1.  2.  5.  6.]
 [ 3.  4.  7.  8.]]
```

```
In [46]: matrice = np.arange(15).reshape(3, 5)
print(matrice)
```

```
[[ 0  1  2  3  4]
 [ 5  6  7  8  9]
 [10 11 12 13 14]]
```

```
In [47]: suma_pe_coloane= np.sum(matrice, axis=0)
print(suma_pe_coloane)
```

```
[15 18 21 24 27]
```

```
In [48]: suma_pe_linii= np.sum(matrice, axis=1)
print(suma_pe_linii)
```

```
[10 35 60]
```

Operatii cu ndarrays

Sunt implementate operatiile matematice uzuale din algebra liniara: inmultire cu scalar, adunare, scadere, inmultire de matrice.

Exemple:

- adunare
- produs Hadamard, produs matricial, produs scalar:

```
In [49]: #inmultire cu scalar
a = np.array([[1, 2, 3], [4, 5, 6]])
print('a=\n', a)
b = a * 10
print('b=\n', b)
```

```
a=
[[1 2 3]
 [4 5 6]]
b=
[[10 20 30]
 [40 50 60]]
```

```
In [50]: #adunare, scadere: +, -
suma = a + b
print(suma)
diferenta = a - b
print(diferenta)
```

```
[[11 22 33]
 [44 55 66]]
[[-9 -18 -27]
 [-36 -45 -54]]
```

Operatorul de inmultire `*` este implementat altfel decat in algebra liniara: pentru doua matrice cu aceleasi dimensiuni se face inmultirea elementelor aflate pe pozitii identice, adica: $c[i, j] = a[i, j] * b[i, j]$. Este asa numitul produs Hadamard, frecvent intalnit in machine learning.

```
In [51]: #inmultirea folosind * duce la inmultire element cu element (produs Hadamard):
c[i, j] = a[i, j] * b[i, j]
c = a*b
print(c)
for i in range(c.shape[0]): #c.shape[0] = numarul de linii ale matricei c
    for j in range(c.shape[1]): #c.shape[1] = numarul de coloane ale matricei c
        print(c[i, j] == a[i, j] * b[i, j])
```

```
[[ 10  40  90]
 [160 250 360]]
True
True
True
True
True
True
```

Operatiile folosesc biblioteci de algebra liniara, optimizate pentru microprocesoarele actuale. Se recomanda folosirea acestor implementari in loc de a face operatiile manual cu ciclari for:

```
In [52]: #create de matrice
matrix_shape = (100, 100)
a_big = np.random.random(matrix_shape)
b_big = np.random.random(matrix_shape)
```

```
In [53]: %%timeit
c_big = np.empty_like(a_big)
for i in range(c_big.shape[0]):
    for j in range(c_big.shape[1]):
        c_big[i, j] = a_big[i, j] * b_big[i, j]
```

17.6 ms ± 7.02 ms per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 100 loops each)

```
In [54]: %%timeit
c_big = a_big * b_big
```

23.9 μ s \pm 3.04 μ s per loop (mean \pm std. dev. of 7 runs, 10000 loops each)

```
In [55]: #ridicarea la putere' folosind ** : fiecare element al matricei este ridicat la putere
print('matricea initiala:\n', a)
putere = a ** 2
print('dupa ridicarea la puterea 2:\n', putere)
putere_3 = np.power(a, 3)
print('dupa ridicarea la puterea 3:\n', putere_3)
```

```
matricea initiala:
[[1 2 3]
 [4 5 6]]
dupa ridicarea la puterea 2:
[[ 1  4  9]
 [16 25 36]]
dupa ridicarea la puterea 3:
[[ 1  8 27]
 [ 64 125 216]]
```

Se poate folosi operatorul / pentru a face impartirea punctuala (element cu element) a valorilor din doua matrice:

```
In [56]: print('a=', a)
print('b=', b)
print('a/b=', a/b)
```

```
a= [[1 2 3]
 [4 5 6]]
b= [[10 20 30]
 [40 50 60]]
a/b= [[ 0.1  0.1  0.1]
 [ 0.1  0.1  0.1]]
```

```
In [57]: #ridicarea la putere a unei matrice patratice, asa cum e definita in algebra liniara:
patratice = np.array([[1, 2, 3], [4, 5, 6], [7, 8, 9]])
ridicare_la_putere = np.linalg.matrix_power(patratice, 3)
print(ridicare_la_putere)
```

```
[[ 468  576  684]
 [1062 1305 1548]
 [1656 2034 2412]]
```

Daca se apeleaza o functie matematica definita in NumPy pe un ndarray, rezultatul va fi tot un ndarray de aceeasi forma ca si intrarea, dar cu elementele calculate prin aplicarea functiei respective:

```
In [58]: x = np.arange(6).reshape(2, 3)
print(x)
y = np.exp(x)
assert x.shape == y.shape
for i in range(0, x.shape[0]):
    for j in range(0, x.shape[1]):
        assert y[i, j] == np.exp(x[i, j])
```

```
[[0 1 2]
 [3 4 5]]
```

```
In [59]: #produs algebric de matrice:
a = np.random.rand(3, 5)
b = np.random.rand(5, 10)
assert a.shape[1] == b.shape[0]
c = np.dot(a, b)
# se poate scrie echivalent
c = a.dot(b)
assert a.shape[0] == c.shape[0] and b.shape[1] == c.shape[1]
```

NumPy definește o serie de funcții ce pot fi utilizate: `all`, `any`, `apply_along_axis`, `argmax`, `argmin`, `argsort`, `average`, `bincount`, `ceil`, `clip`, `conj`, `corrcoef`, `cov`, `cross`, `cumprod`, `cumsum`, `diff`, `dot`, `floor`, `inner`, `inv`, `lexsort`, `max`, `maximum`, `mean`, `median`, `min`, `minimum`, `nonzero`, `outer`, `prod`, `re`, `round`, `sort`, `std`, `sum`, `trace`, `transpose`, `var`, `vdot`, `vectorize`, `where` - [documentate aici](https://docs.scipy.org/doc/numpy-dev/reference/generated/) (<https://docs.scipy.org/doc/numpy-dev/reference/generated/>).

Indexare

Pana acum, pentru referirea elementelor de la anumite pozitii s-au folosit indici simpli de forma:

```
vector[indice]
# sau
matrice[i, j]
```

```
In [60]: vector = np.arange(10)
print(vector)
print('vector[4]={0}'.format(vector[4]))
```

```
[0 1 2 3 4 5 6 7 8 9]
vector[4]=4
```

```
In [61]: matrice = np.arange(12).reshape(3, 4)
print(matrice)
print(matrice[2, 1])
```

```
[[ 0  1  2  3]
 [ 4  5  6  7]
 [ 8  9 10 11]]
```

9

Pentru matrice se poate folosi o indicie de forma:

```
matrice[i][j]
```

dar e o varianta ineficienta fata de `matrice[i,j]` deoarece in prima varianta se face o copie temporara a linii de indice `i` a matricei si din acest obiect auxiliar se selecteaza elementul de indice `j`.

Prin slicing exista posibilitatea de a face referire la un intreg subset de elemente, de exemplu peentru vectori:

```
In [62]: vector = 10 * np.arange(10)
print(vector)
print(vector[2:6]) #remarcam ca indicele din dreapta este cu rol de "exlcusi
v", nu contribuie la rezultat

[ 0 10 20 30 40 50 60 70 80 90]
[20 30 40 50]
```

```
In [63]: indici = [1, 3, 2, 7]
print(vector)
print(vector[indici])

[ 0 10 20 30 40 50 60 70 80 90]
[10 30 20 70]
```

```
In [64]: # sau cu indici dati in progresie aritmetica
vector[2:8:2]
```

```
Out[64]: array([20, 40, 60])
```

Pentru matrice putem folosi:

```
In [65]: matrice = 10 * np.arange(20).reshape(4, 5)
print(matrice)

[[ 0 10 20 30 40]
 [ 50 60 70 80 90]
 [100 110 120 130 140]
 [150 160 170 180 190]]
```

```
In [66]: print(matrice[1,])
#care e tot una cu forma mai explicita:
print(matrice[1, :])

[50 60 70 80 90]
[50 60 70 80 90]
```

```
In [67]: #putem selecta domenii de indici, pe fiecare axa
matrice[1:3, :]
```

```
Out[67]: array([[ 50,  60,  70,  80,  90],
                [100, 110, 120, 130, 140]])
```

```
In [68]: #indexare pe fiecare dimensiune
         matrice[1:3, 2:4]
```

```
Out[68]: array([[ 70,  80],
               [120, 130]])
```

Indexarea logica

Asupra elementelor unui tablou se pot aplica operatii logice; obtinem un tablou de aceeaasi forma ca si tabloul initial, dar plin cu valori True si False in functie de rezultatul aplicarii operatiei logice:

```
In [69]: a = np.array([[1,2], [3, 4], [5, 6]])
         print(a)
         print(a > 2)

[[1 2]
 [3 4]
 [5 6]]
[[False False]
 [ True  True]
 [ True  True]]
```

Tabloul rezultat in urma aplicarii operatiei logice poate fi folosit pentru indexare. Se vor returna doar acele elemente care satisfac conditia logica ceruta:

```
In [70]: mai_mare_ca_2 = a > 2
         print(a[mai_mare_ca_2])
         #direct
         print(a[a>2])

[3 4 5 6]
[3 4 5 6]
```

Daca se doresc expresii mai complicate: elemente care sunt mai mari ca 2 si mai mici ca 6, atunci:

```
In [71]: a[np.logical_and(a > 2, a < 6)]

Out[71]: array([3, 4, 5])
```

Mai exista: `np.logical_or`, `np.logical_not`, `np.logical_xor`.

O expresie logica utila este urmatoarea: se cere obtinerea doar a acelor elemente care sunt definite - adica nu sunt NaN:


```
In [72]: tab = np.array([[1.0, 2.3, np.nan, 4], [10, np.nan, np.nan, 0]])
print(tab[~np.isnan(tab)])

[ 1.    2.3    4.    10.    0. ]
```

Indicierea returneaza un 'view' al tabloului, peste care se pot aplica modificari ale continutului original:

```
In [73]: print('Inainte:\n', tab)
tab[np.isnan(tab)] = 0.0
print('Dupa:\n', tab)

Inainte:
[[ 1.    2.3   nan    4. ]
 [10.    nan   nan    0. ]]
Dupa:
[[ 1.    2.3    0.    4. ]
 [10.    0.    0.    0. ]]
```

Bibliografie recomandata

1. <https://docs.scipy.org/doc/numpy-1.13.0/glossary.html> (<https://docs.scipy.org/doc/numpy-1.13.0/glossary.html>)
2. <https://engineering.ucsb.edu/~shell/che210d/numpy.pdf> (<https://engineering.ucsb.edu/~shell/che210d/numpy.pdf>)
3. <http://www.scipy-lectures.org/intro/numpy/numpy.html#indexing-and-slicing> (<http://www.scipy-lectures.org/intro/numpy/numpy.html#indexing-and-slicing>)

Broadcasting

Broadcasting este un mecanism prin care se permite - in anumite circumstante - operarea cu matrice de dimensiuni ce nu sunt compatibile din punct de vedere al dimensiunii. De exemplu, urmand strict definitia matematica a adunarii, matricele a si b de mai jos nu se pot aduna:

```
matrice_din_vector = vector_de_valori.reshape((2, 2)) print(matrice_din_vector.shape) print(vector_de_valori.shape)
```

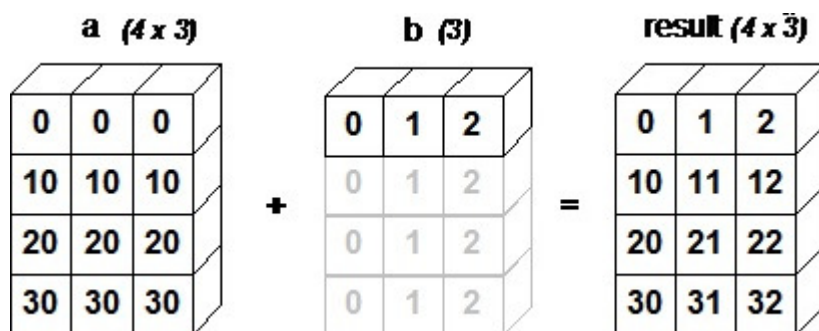
```
In [74]: a = np.array([[0.0,0.0,0.0],[10.0,10.0,10.0],[20.0,20.0,20.0],[30.0,30.0,30.0]])
b = np.array([0.0,1.0,2.0])

print('a=\n{0}\n'.format(a))
print('b=\n{0}\n'.format(b))
```

```
a=
[[ 0.  0.  0.]
 [10. 10. 10.]
 [20. 20. 20.]
 [30. 30. 30.]]
```

```
b=
[ 0.  1.  2.]
```

Prin broadcasting se extinde automat matrice b prin duplicarea (copierea) liniei:



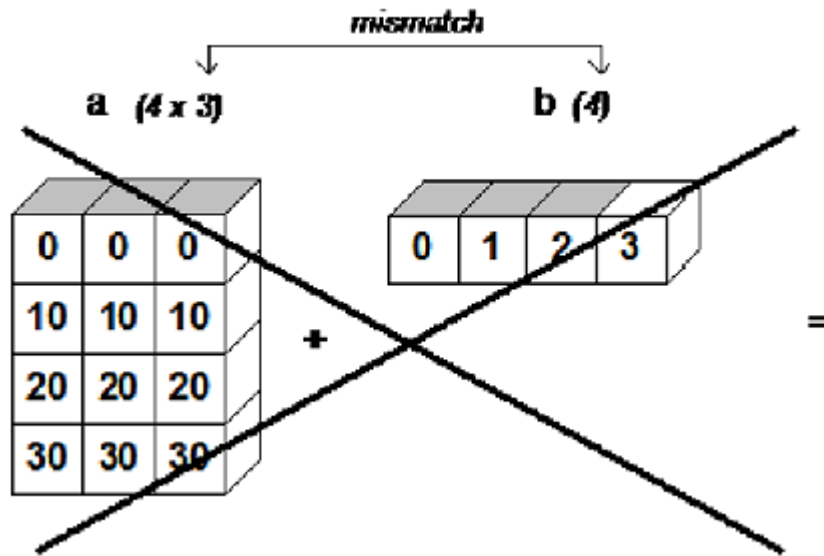
```
In [75]: #broadcasting
result = a + b
print('result=\n{0}\n'.format(result))
```

```
result=
[[ 0.  1.  2.]
 [10. 11. 12.]
 [20. 21. 22.]
 [30. 31. 32.]]
```

Cand se opereaza cu doua tablouri, NumPy compara dimensiunile - atributul shape - element cu element, incepand cu ultima dimensiune. Doua dimensiuni sunt compatibile cand:

1. sunt egale, sau
2. una din ele este 1

Regulile de mai sus nu sunt indeplinite, de exemplu, pentru:



sau pentru cazul simplu de mai jos:

```
In [76]: x = np.arange(4)
y = np.ones(5)
print(x.shape, y.shape)
#print(x+y) #ValueError: operands could not be broadcast together with shapes
(4,) (5,)

(4,) (5,)
```

Daca NumPy poate rezolva diferenta de dimensiune prin replicarea continutului (copiere), atunci va face acest lucru:

```
In [77]: x = np.arange(4).reshape(4, 1)
print('x shape: ', x.shape)
print('x:\n', x)
```

```
x shape: (4, 1)
x:
[[0]
 [1]
 [2]
 [3]]
```

```
In [78]: y = np.arange(5).reshape(1, 5)
print('y shape: ', y.shape)
print('y:\n', y)
```

```
y shape: (1, 5)
y:
[[0 1 2 3 4]]
```

```
In [79]: z = x + y
print('z shape:', z.shape)
print('z\n', z)
```

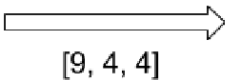
```
z shape: (4, 5)
z
[[0 1 2 3 4]
 [1 2 3 4 5]
 [2 3 4 5 6]
 [3 4 5 6 7]]
```

Exemplu concret

(Sursa (<https://eli.thegreenplace.net/2015/broadcasting-arrays-in-numpy/>)) Se dau portiile de grasimi, proteine si carbohidrati dintr-un meniu. Sa se calculeze cate calorii reprezinta. Numarul de calorii se determina astfel:

1. nr de calorii pentru grasimi = $9 \times \text{grame grasimi}$
2. nr de calorii pentru proteine = $4 \times \text{grame proteine}$
3. nr de calorii pentru carbohidrati = $4 \times \text{numar grame carbohidrati}$

Food (1 serving)	Fats (g)	Protein (g)	Carbs (g)
Broccoli	0.3	2.5	3.5
Chicken breast	2.9	27.5	0
Banana	0.4	1.3	23.9
Raw almonds	14.4	6	2.3
...			



Food (1 serving)	Fats (cal)	Protein (cal)	Carbs (cal)
Broccoli	2.7	10	14
Chicken breast	26.1	110	0
Banana	3.6	5.2	95.6
Raw almonds	129.6	24	9.2
...			

Rezolvarea se face prin aplicarea de broadcasting:

```
In [80]: weights = np.array([
        [0.3, 2.5, 3.5],
        [2.9, 27.5, 0],
        [0.4, 1.3, 23.9],
        [14.4, 6, 2.3]])

cal_per_g = np.array([9, 4, 4])

#broadcasting
calories = weights * cal_per_g

print('Calorii:\n', calories)
```

```
Calorii:
[[ 2.7  10.  14. ]
 [26.1 110.   0. ]
 [ 3.6   5.2 95.6]
 [129.6 24.   9.2]]
```

Bibliografie

Basic broadcasting: <https://docs.scipy.org/doc/numpy/user/basics.broadcasting.html>
(<https://docs.scipy.org/doc/numpy/user/basics.broadcasting.html>)

<http://scipy.github.io/old-wiki/pages/EricksBroadcastingDoc> (<http://scipy.github.io/old-wiki/pages/EricksBroadcastingDoc>)

<http://cs231n.github.io/python-numpy-tutorial/#numpy-broadcasting> (<http://cs231n.github.io/python-numpy-tutorial/#numpy-broadcasting>)

Vectorizare

Exemple: <https://www.kdnuggets.com/2017/11/forget-for-loop-data-science-code-vectorization.html>
(<https://www.kdnuggets.com/2017/11/forget-for-loop-data-science-code-vectorization.html>)

Exemplu

Se dau doua colectii de numere: prima contine distante parcurse, a doua timpul necesar pentru parcurgere. Se cere determinarea vitezelor corespunzatoare. Se va face implementare folosind ciclare (clasic) si vectorizare.

```
In [81]: distante = [10, 20, 23, 14, 33, 45]
        tempi = [0.3, 0.44, 0.9, 1.2, 0.7, 1.1]
```

```
In [82]: #var 1: folosind ciclare
viteze = []
for i in range(len(distante)):
    viteze.append(distante[i] / timpi[i])

print('Viteze: ', viteze)
```

```
Viteze: [33.333333333333336, 45.45454545454545, 25.555555555555554, 11.666666666666668, 47.142857142857146, 40.90909090909091]
```

```
In [83]: # var 2: vectorizare
#vectorizarea numpy lucreaza peste tablouri, primul pas este obtinerea de tablouri din cele doua liste

distante_array = np.array(viteze)
timpi_array = np.array(timpi)

#se folosec operatii NumPy care trateaza tablourile in intregime. Codul C folosit pentru implementarea operatiilor NumPy
#foloseste facilitatile de executie Single Instruction Multiple Data (SIMD) din microprocesor.
#intregul array contine doar elemente de acelasi tip (floating point value, in acest caz), deci se evita verificarile tipurilor de date

viteze_array = distante/timpi_array

print(viteze_array)

# Pe langa asta, se stie deja ca intregul array contine doar elemente de acelaasi tip (floating point value, in acest caz),
# deci se evita verificarile tipurilor de date
```

```
[ 33.33333333  45.45454545  25.55555556  11.66666667  47.14285714  40.90909091]
```

Beneficii

1. Executie rapida
2. Cod mai scurt si deseori mai clar

Exemplu: sa se calculeze:

$$\sum_{i=0}^{N-1} (i \% 3 - 1) \cdot i$$

In [84]: *#functie Python implementata naiv*

```
N = 100000

def func_python(N):
    d = 0.0
    for i in range(N):
        d += (i%3-1) * i
    return d

print(func_python(N))
```

-33333.0

In [85]: **%timeit** func_python(N)

31.8 ms ± 5.63 ms per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 10 loops each)

In [86]: *#functie rescrisa folosind facilitatile NumPy si vectorizare*

```
def func_numpy(N):
    i_array = np.arange(N)
    return ((i_array % 3 - 1) * i_array).sum()

print(func_numpy(N))
```

-33333

In [87]: **%timeit** func_numpy(N)

2.38 ms ± 778 µs per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 1000 loops each)

Majoritatea operatorilor si a functiilor NumPy lucreaza element cu element (sunt numite si universal functions, sau ufuncs) si intr-un mod optimizat (SIMD). Urmatoarele sunt ufuncs:

- operatori aritmetici: + - * // % **
- operatii pe biti: & | ~ ^ >> <<
- comparatii: < <= > >= == !=
- functii matematice: np.sin, np.log, np.exp, ...
- functii speciale: scipy.special.*

Desi unele functii din NumPy se regasesc si in Python (ex: sum, min, mean), folosirea de ufunc duce la executie mai rapida:

In [88]: **from random import random**
c = [random() for i in range(N)]

In [89]: **%timeit** sum(c)

2.96 ms ± 891 µs per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 100 loops each)


```
In [90]: #vectorizare
c_array = np.array(c)
```

```
In [91]: %timeit c_array.sum()

172 µs ± 31.5 µs per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 1000 loops each)
```

Exercitiu

Se dau n puncte in spatiul bidimensional, prin coordonatele lor memorate in 2 vectori \mathbf{x} si \mathbf{y} . Sa se determine care este cea mai apropiata pereche de puncte, considerand distanta Euclidiană:

$$d^2((x_i, y_i), (x_j, y_j)) = (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2$$

```
In [92]: n = 1000
x = np.random.random(size = n)
y = np.random.random(size = n)
```

```
In [93]: # Varianta 1: se calculeaza matricea patratelor distantelor de dimensiune n*n.
d[i, j] va reprezenta patratul distantei intre
# punctul de coordonate (xi, yi) si cel de coordonate (xj, yj).
```

```
In [94]: %%timeit

d = np.empty((n, n))
for i in range(n):
    for j in range(n):
        d[i, j] = (x[i] - x[j])**2 + (y[i]-y[j])**2

6.79 s ± 988 ms per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 1 loop each)
```

```
In [95]: #calculul perechii de puncte i, j cu i!= j pentru care distanta e minima
def pereche_apropiata(mat):
    n = mat.shape[0]
    #distanța dintre un punct și el însuși este întotdeauna 0; se vor exclude ac
    #este cazuri, setand infinit pentru diagonala principala
    i = np.arange(n)
    mat[i, i] = np.inf
    pos_flatten = np.argmin(mat)
    return pos_flatten // n, pos_flatten % n

# print(pereche_apropiata(d))
```

```
In [96]: # Varianta 2: broadcasting, vectorizare
```

In [97]: `%%timeit`

```
dx = (x[:, np.newaxis] - x[np.newaxis, :]) ** 2
dy = (y[:, np.newaxis] - y[np.newaxis, :]) ** 2

d = dx + dy
```

59.6 ms \pm 22.8 ms per loop (mean \pm std. dev. of 7 runs, 10 loops each)

In [98]: `# print(pereche_apropiata(d))`

Bibliografie

<https://speakerdeck.com/jakevdp/losing-your-loops-fast-numerical-computing-with-numpy-pycon-2015>
(<https://speakerdeck.com/jakevdp/losing-your-loops-fast-numerical-computing-with-numpy-pycon-2015>)

[Losing your Loops Fast Numerical Computing with NumPy](https://www.youtube.com/watch?v=EEUXKG97YRw) (<https://www.youtube.com/watch?v=EEUXKG97YRw>)