1 Лекция 1

1.1 Введение

Определение 1 (Динамическая система)**.** Система у которой

- Определено состояние как совокупность велечин или функция в данный момент времени
- Задан закон эволюции системы

Изучаем вектор состояния $\vec{x} = \{x_1, \dots, x_n\}$, $\vec{x} \in X \in \mathbb{R}^n$

Определение 2 (Типы законов эволюции)**.** /

- Системы с непрерывным временем (потоки) $\dot{\vec{x}} = \vec{f}(\vec{x})$, $\vec{x}$ - автономная
- Системы с дискретным временем (каскады) $\vec{x}_{k+1} = T_k \vec{x}_k$, здесь T_k - оператор, в большинстве случаев - функция

Пример. Для описание системы движущегося колеса используем два параметра: скорость и угол. Вектор состояния $\vec{x} = \{x_0 \; x_1\}$.

$$\frac{d\vec{x}}{t} = f(\vec{x}, t)$$

$$\begin{cases} x_1 = f_1(\vec{x}, t) \\ \dots \\ x_n = f_n(\vec{x}, t) \end{cases}$$

Определение 3 (Автономная система)**.** Если правая часть системы дифф. уравнений не зависит от времени система называется автономной. Когда система не автономная над ней находится сверхсистема, изменение которой нужно изучить и определить её воздействие на нашу систему в зависимости от времени.

Пример. Спутник на орбите - автономная система, сила воздействующая на него зависит только от координат. А если Земля не округлая и вращается нужно вводить начальное положение и изменение от времени, система уже не автономная.

Пример. Если мы смотрим на популяцию кроликов раз в пол года имеем следующий закон изменения.

$$x_{k+1} = f_1(x_k)$$

1.2 Описание системы

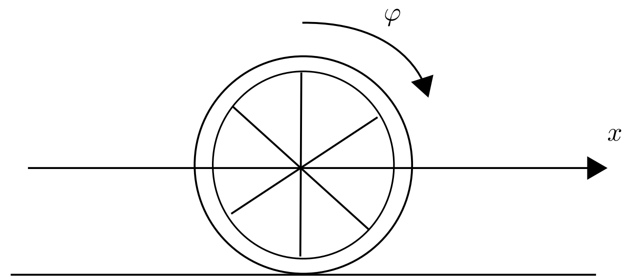
Определение 4 (Твёрдое тело)**.** Система мат точек, у которых не изменяется расстояние между любыми 2мя точками.

Имеем систему N материальных точек, где ν - номер точки. Движение описывается в виде

$$\vec{r}_\nu(t),\ \nu = 1, \dots, N$$

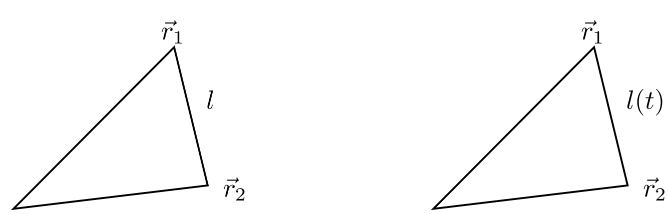
$$\vec{v}_\nu(t) = \dot{\vec{r}}_\nu(t) \qquad \vec{w}_\nu(t) = \dot{\vec{v}}_\nu(t)$$

Связи $f(t, \vec{r}_1, \dots, \vec{r}_\nu, \dots, \vec{r}_N, \dot{\vec{r}}_1, \dots, \dot{\vec{r}}_\nu, \dots, \dot{\vec{r}}_N) = 0$, кратко $f(t, \vec{r}_\nu, \dot{\vec{r}}_N) = 0$.
Конечные связи - не зависят от скорости $f(t, \vec{r}_\nu) = 0$, стационарные - не зависят от времени $f(\vec{r}_\nu) = 0$, интегрируемые $f(t, \vec{r}_\nu) = G$



Пример.
В колесе без проскальзывания

$$\dot{x_1} = R\dot{\varphi}_1$$



Пример.

Стационарная и нестационарная связи:

$$(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)^2 = l^2 \qquad\qquad (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)^2 = l^2(t)$$

Определение 5 (Голономные системы)**.** Системы мат точек, в которых нет дифференицальных неинтегрирумеых связей.

Замечание. Если наложено d связей (голономных) для описание положения нужно $3N - d$ переменных.

Определение 6 (Кол-во степеней свободы)**.** Минимальное количество независимых переменных которые однозначно определяют **положение** системы называется количеством степеней свободы.

Замечание. Состояние отличается от положения тем, что в неё входят скорости и зная сотояние, мы может предсказать как система будет развиваться.

Определение 7 (Параметризация системы)**.** Введение параметров $q_1, \ldots, q_n$ ($q = \{q_1, \ldots, q_n\}$-обобщённые координаты) таких, что однозначнозначно описывают положение:

$$\vec{r}_\nu = \vec{r}_\nu(t, q_1, \ldots, q_n) \qquad \nu = 1, \ldots, N$$