

1. ALGORITMO

En un principio el algoritmo considerado para realizar las simulaciones, necesarias para este trabajo, era el mismo planteado por Egas M. [14]. Sin embargo, aunque se mantienen los mismos métodos, se han introducido algunos cambios relacionados con el cálculo del tiempo de vuelo y la sección eficaz al momento del impacto.

1.1. MÉTODO

En un medio como el que se plantea simular, el número de partículas a considerar es inmenso. Sin embargo, para efectos prácticos podemos clasificar las partículas en dos tipos. El primer tipo lo constituyen las millones de moléculas que componen la mezcla de gases; en nuestro caso la mezcla se compone de 79% de moléculas de nitrógeno, y 21% de moléculas de oxígeno. Ambos tipos de moléculas son eléctricamente neutrales y además son no-polares. Es decir, que la presencia del campo eléctrico no tiene un efecto dominante sobre el movimiento de las mismas. Y las restricciones en este tipo de fluido se limitan solo a la conservación del equilibrio térmico y la imposibilidad de que una molécula ocupe el mismo espacio que otra. De esta última limitación se extiende que ante una aproximación entre dos moléculas estas colisiones repeliéndose entre sí; a una determinada distancia que aproximaremos como un radio molecular. Como resultado de la gran cantidad de colisiones entre las moléculas y su neutralidad eléctrica; el comportamiento de cada molécula en el gas es completamente aleatorio.

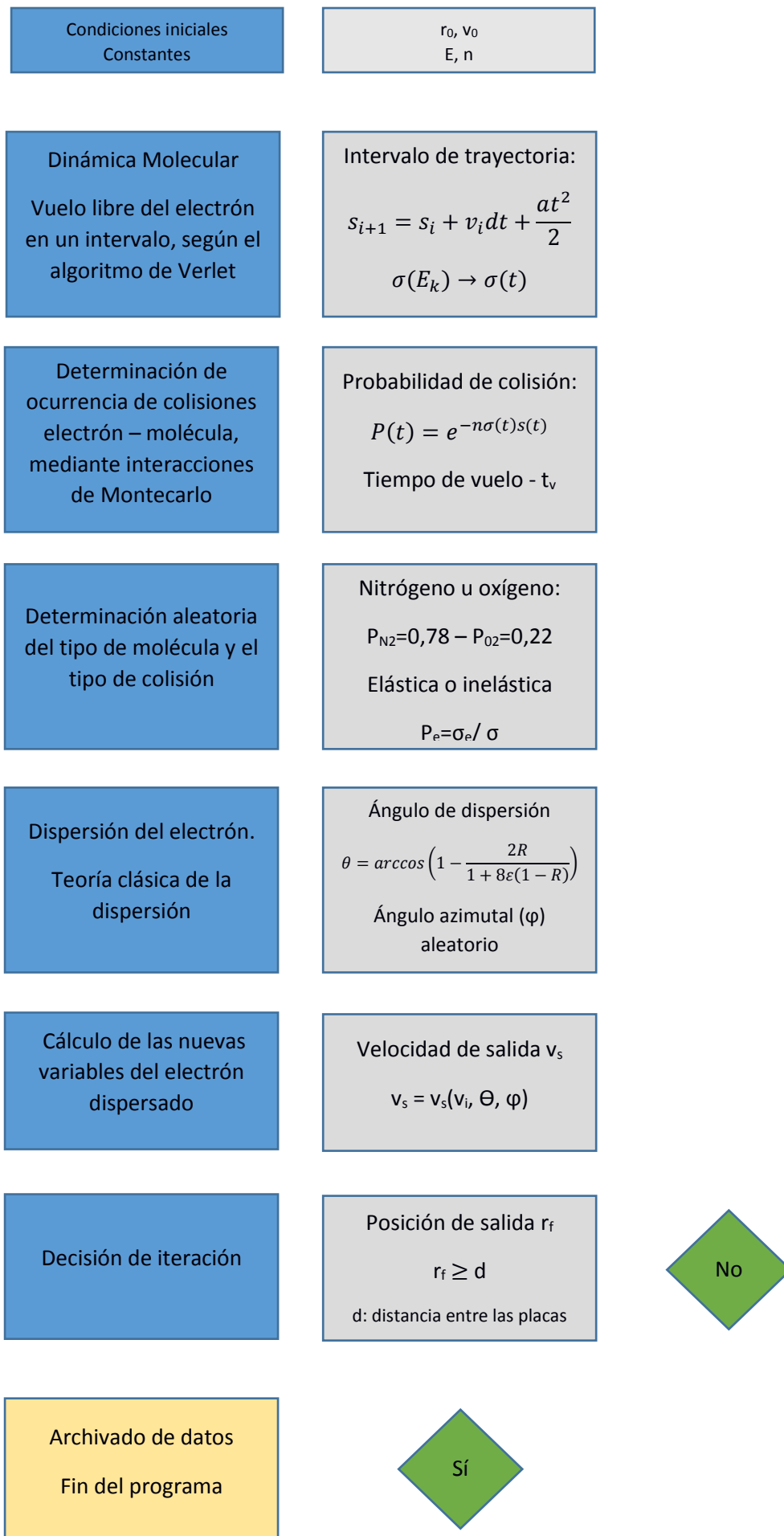
El segundo tipo de partículas lo constituyen los electrones de inyección. A diferencia del caso anterior, solo se considerará una partícula a la vez. Por su carga negativa el movimiento de los electrones se encuentran sujetos al campo eléctrico. Pero además el electrón interactúa con las moléculas del medio, colisionando con las mismas.

Durante la simulación el movimiento del electrón debe considerar dos tipos de procesos: su interacción con el campo eléctrico y las colisiones con las moléculas del aire. Para representar estos dos procesos es necesario utilizar una perspectiva combinada, que permita hacer un seguimiento de las colisiones aleatorias entre el electrón y el aire, y la trayectoria entre cada colisión. Los procesos aleatorios pueden ser representados usando el método conocido como Monte-Carlo, mientras que la trayectoria entre colisiones puede describirse con el método de dinámica molecular. Si bien existen varias maneras de combinar ambos procesos en un algoritmo de simulación, utilizaremos un método de Dinámica Molecular con Interacciones de Montecarlo (Dynamic Simulation Monte-Carlo, DSMC) [15]

1.2. CÓDIGO

Se usa el mismo algoritmo presentado por Egas M. [14] pero se introducen cambios en cómo se selecciona la sección eficaz y como se calcula el tiempo aleatorio de colisión.

Para la elaboración de un algoritmo más adaptable éste se ha dividido en tareas. Las partes principales del algoritmo son: el cálculo de la dinámica molecular y los cálculos aleatorios de las colisiones. Estos dos bloques principales se suceden uno al otro desde la posición inicial hasta la posición final. Además de estos es necesario fijar ciertas variables globales para todo el proceso, lo cual debe realizarse al principio.



Este bloque también se aprovecha para inicializar los archivos de salida para posición, energía cinética y tiempo correspondientes a cada una de las colisiones. Así como los valores experimentales de las secciones eficaces [12][13]. Los

archivos de salida extraen datos necesarios para el posterior estudio estadístico del proceso y la presentación de resultados.

1.2.2. VUELO LIBRE DEL ELECTRÓN

El proceso de la dinámica molecular es bastante estándar; el electrón parte de una posición inicial y es acelerado por acción del campo eléctrico. El cálculo de la posición del electrón se realiza con el método de Verlet para las velocidades entre una colisión y la siguiente. Considerando como las condiciones iniciales para esta etapa las magnitudes que posee el electrón luego de una colisión anterior.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{r_{n+1}} &= \overrightarrow{r_n} + \overrightarrow{v_n}\Delta t + \frac{1}{4}(\overrightarrow{a_{n+1}} + \overrightarrow{a_n})(\Delta t)^2 \\ \overrightarrow{v_{n+1}} &= \overrightarrow{v_n} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{a_{n+1}} + \overrightarrow{a_n})\Delta t\end{aligned}$$

Ec. 2.1

Sin embargo, al analizar el caso del campo eléctrico entre dos placas es importante notar que éste es homogéneo en el volumen entre las placas. Por lo tanto, la aceleración que éste genera es constante sobre todo el volumen. De manera que las ecuaciones anteriores, aplicadas a éste caso específico serían:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{r_{n+1}} &= \overrightarrow{r_n} + \overrightarrow{v_n}\Delta t + \frac{1}{2}\vec{a}(\Delta t)^2 \\ \overrightarrow{v_{n+1}} &= \overrightarrow{v_n} + \vec{a}\Delta t\end{aligned}$$

Ec 2.2

Considerando la aceleración que se calcula a partir del campo eléctrico, la masa del electrón y descartando la acción colectiva del medio. Pues no se considera, como se mencionó en la sección teórica, la polarización del medio o se considera que su efecto despreciable.

$$\begin{aligned}\vec{F}_e &= e\vec{E} \\ \vec{a} &= \frac{e\vec{E}}{m_e}\end{aligned}$$

Ec. 2.3

1.2.3. PROBABILIDAD DE COLISIÓN

Un aspecto vital para este proceso para estimar el tiempo de vuelo entre colisiones es conocer la probabilidad con que las colisiones ocurren. Para determinar la ocurrencia de estos eventos se utiliza el modelo de penetración de una partícula en un medio basado en la intensidad de un haz de partículas []. Como puede observarse en la ecuación 2.4 la intensidad de un haz de partículas al ingresar en un volumen ocupado, y presenta una dependencia con la densidad de moléculas del medio, la sección eficaz propia al tipo de colisión y la longitud de penetración.

$$I = I_0 e^{-n\sigma l}$$

Ec. 2.4

El modelo tal cual, comúnmente, hace uso de la distancia como una magnitud lineal pues generalmente se aplica a casos en los cuales no existe ninguna fuerza actuando sobre el sistema. Esta aproximación se ha utilizado en otros estudios en nuestra área de interés [14 Egas], sin embargo en este caso se ha considerado incluir el efecto de la fuerza del campo eléctrico sobre la trayectoria. El motivo de esta consideración radica en la relación entre la sección eficaz y la velocidad de las partículas, es decir su dependencia respecto a la energía cinética [12][13].

De la ecuación 2.4 se tiene que la probabilidad de que una partícula no haya colisionado al haber recorrido una distancia s sobre la trayectoria sería:

$$P = e^{-n\sigma s}$$

Ec. 2.5

Donde s representa la distancia lineal recorrida por la partícula en el medio sobre una trayectoria curva. Ya que lo que se busca es el tiempo de vuelo, se debe partir de la probabilidad de colisión en un tiempo determinado. Para esto, se ha introducido la dependencia de la probabilidad respecto al tiempo a través de la dependencia de la longitud recorrida en función del tiempo. Al considerar el efecto de la aceleración sobre la posición tenemos:

$$P(t) = 1 - e^{-n\sigma(v_0 t + 0,5at^2)}$$

Ec. 2.6

Cabe mencionar que en la expresión anterior, las magnitudes presentadas corresponden a los valores tangenciales a la trayectoria. Y, además, debe notarse que la sección eficaz (σ) utilizada en esta última expresión no se mantiene constante sobre la trayectoria¹. Su valor está vinculado a la energía con la que se produce la colisión, dependiente a la vez de la velocidad [16]. Y, en consecuencia la sección eficaz depende del tiempo, [17].

1.2.4. INTERVALO DE VUELO DEL ELECTRÓN

Antes de determinar el tiempo de vuelo, como se ha visto es necesario calcular la trayectoria recorrida y la sección eficaz en cada punto. Por este motivo es importante determinar un intervalo dentro del cual se analizará la sección eficaz y se calculará el tiempo entre colisiones. Dos criterios son importantes para plantear este intervalo: se desea mantener el estudio en el **área no-relativista** [referencia necesaria Egas][reif 248], y los datos de los que disponemos para las secciones eficaces del nitrógeno y el oxígeno [referencia][tablas de secciones eficaces][68 Itikawa][67 Yukikasu] . Estas condiciones se comprobarán con el máximo valor del campo eléctrico comprendido en este estudio, 1×10^6 V/m [Egas.M, “El inicio de la DEAT negativa se debe a la formación de flámulas dentro de la nube, en la región inferior de carga negativa de acuerdo al modelo tripolar de Wilson Simpson[9], a causa de los campos eléctricos allí presentes (de 0,1 a 1 MV/m.). La propagación de las flámulas se debe a la recombinación de cargas en la base de la nube y a la formación de un canal eléctrico del cual comienza a formarse el líder del rayo”]. Dicho valor del campo eléctrico

¹ SKULLERUD, H. R. The stochastic computer simulation of ion motion in a gas subjected to a constant electric field. BRIT. J. APPL. PHYS. (J. PHYS. D), 1968, SER. 2, VOL. 1. PRINTED IN GREAT BRITAIN

representa una aceleración de aproximadamente $1.758 \times 10^{17} \text{ m/s}^2$, usando la ec. 1.2:

$$a = \frac{e\vec{E}}{m_e} = \frac{1,602 \times 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \times 10^6 \text{ N/C}}{9,1 \times 10^{-31} \text{ Kg}} = 1.7588 \times 10^{17} \text{ m/s}^2$$

Ec. 2.7

Se puede observar que si se considerara la distancia entre las placas se obtendría una velocidad relativista (Ec. 2.8). Motivo por el cual se descarta esta alternativa, pues en este trabajo se adoptará como velocidades no relativistas aquellas menores al diez por ciento de la velocidad de la luz ($3 \times 10^7 \text{ m/s}$) [].

$$v_f = \sqrt{v_0^2 + 2a\Delta z} = \sqrt{2 \cdot 1,7588 \times 10^{17} \text{ m/s}^2 \cdot 0,1 \text{ m}} \\ \Rightarrow v_f = 1,87 \times 10^8 \text{ m/s} = 0,62 c$$

Ec. 2.8

Incluso aplicando la corrección relativista para un sistema acelerado se tiene una velocidad por encima del rango deseado ($v_f = 1,2148 \times 10^8 \text{ m/s} = 0,4049c$); lo que corresponde a un tiempo de vuelo total de $1,86546 \times 10^{-9} \text{ s}$. [El método para este cálculo se basa en Lagoute C. Davoust E. [the interstellar traveler]]. En estas condiciones la energía cinética alcanzaría un valor máximo de $1 \times 10^5 \text{ eV}$; superior a los valores de sección eficaz en función energía cinética disponibles en la

bibliografía [68] Yukikasu Itikawa. Cross sections for electron collisions with Nitrogen molecules. Journal Physical Chemistry, Ref Data, 35(1):31–53, Dec 2006.][[67] Itikawa; Ichimura; Sakimoto; Takayanagi. Secciones eficaces de colisión electrones y fotones-Oxígeno electrones- Nitrógeno. Journal of Physical Chemistry, 18(1):1–2, 1989].

$$E_k = \frac{1}{2} m_e v_f^2 = \frac{1}{2} 9.10939 \times 10^{-31} \text{ Kg} \cdot (1,87 \times 10^8 \text{ m/s})^2 \frac{1 \text{ eV}}{1,608 \times 10^{-19} \text{ J}} \\ \Rightarrow E_k = 1 \times 10^5 \text{ eV}$$

Ec. 2.9

De manera que se descarta tomar como intervalo de prueba el tiempo que tardaría en llegar a la segunda placa.

Continuando con la idea de un proceso no relativista, si tomamos como velocidad final el límite clásico ($3 \times 10^7 \text{ m/s}$) es decir el diez por ciento de la velocidad de la luz, tendríamos una energía cinética para el electrón superior a los valores tabulados disponibles (Ec. 2.10):

$$E_k = \frac{1}{2} 9.10939 \times 10^{-31} \text{ Kg} \cdot (3 \times 10^7 \text{ m/s})^2 \frac{1 \text{ eV}}{1,608 \times 10^{-19} \text{ J}} = 2.5585 \times 10^3 \text{ J}$$

Ec. 2.10

Por lo que también se presenta la misma dificultad que en la propuesta anterior. Con **un intervalo temporal de $1,714 \times 10^{-9} \text{ s}$.**)

Desde la otra perspectiva, considerando los valores tabulados disponibles por Itakawa [12][13] de las secciones eficaces corresponden a energía de hasta 100eV y 1000eV, para el oxígeno y nitrógeno respectivamente. Tomando el menor de

éstos valores se obtiene una velocidad de $5.931 \times 10^6 \text{ m/s}$ ($0.0198c$). Este valor cumple con la condición impuesta de mantener el proceso en la región no relativista (Ec. 2.10).

$$v_f = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \text{ eV}}{9.10939 \times 10^{-31} \text{ Kg}} \frac{1.60218 \times 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}}} = 5.931 \times 10^6 \text{ m/s} \equiv 0.0198c$$

Ec. 2.11

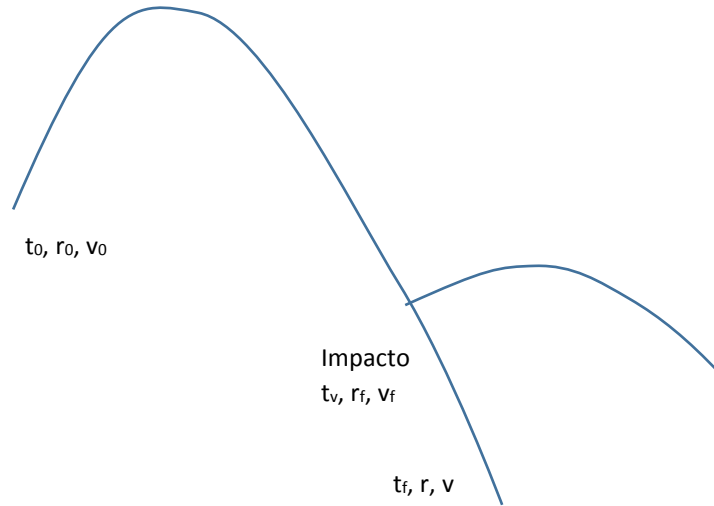
En estos términos el rango temporal para las colisiones puede calcularse de manera clásica. La velocidad límite, paralela a la aceleración, considerando una velocidad inicial cero sería:

$$t = \frac{v_f - v_0}{a} = \frac{5.931 \times 10^6 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{1.7588 \times 10^{17} \text{ m/s}^2} \\ \Rightarrow t = 3.3721 \times 10^{-11} \text{ s}$$

Ec. 2.12

Para velocidades mayores a cero, en el sentido de la dirección de la aceleración, el intervalo sería menor. Si por el contrario la velocidad fuese opuesta a la aceleración, y partiese con un módulo correspondiente a la energía límite, el periodo de tiempo sería el doble ($6,7442 \times 10^{-11} \text{ s}$).

Fig. 2.1



Si dejáramos que un electrón se moviese paralelo al campo eléctrico sin colisiones, en ese intervalo recorrería $1 \times 10^{-4} \text{ m}$; lo cual es el máximo recorrido posible con velocidad inicial cero desde un punto. El intervalo máximo de vuelo libre no-relativista con éstas condiciones sería $3,37 \times 10^{-11} \text{ s}$, en el sentido de la aceleración, o $6,44 \times 10^{-11} \text{ s}$. Pero como el electrón se mueve a través del gas se esperan colisiones que acorten esos intervalos (Fig. 2.1).

De éste análisis se desprende que existiría la certeza de un error en el código si al plantear el límite de energía de 100 eV se obtuviesen tiempos entre colisiones mayores a $6,44 \times 10^{-11} \text{ s}$. Asimismo, dado que las dispersiones en general no tienen

una dirección exclusiva el número de choques necesarios para recorrer diez centímetros debe ser necesariamente superior a mil.

Una vez que se ha establecido éste como un intervalo entre colisiones, es conveniente pensar que el tamaño del paso en la simulación, dt , debería ser un submúltiplo de éste valor. Entonces dt toma un valor de $3,37 \times 10^{-14} \text{s}$, en el algoritmo de Verlet (Ec. 2.2).

1.2.5. SECCIÓN EFICAZ EN FUNCIÓN DEL TIEMPO

Conocidos ya la trayectoria y el intervalo de vuelo del electrón, queda por determinar la sección eficaz de colisión del electrón con las moléculas del gas. Esta idea se basa en la dependencia de la sección eficaz con respecto a la velocidad, o energía cinética, con la que colisionan las partículas. Si tratáramos con un sistema inercial, la velocidad sería constante y por tanto para un valor dado de energía cinética tendríamos una sección eficaz determinada. Sin embargo, en nuestro caso no tratamos con un sistema inercial; la velocidad cambia en función de la intensidad del campo. Por lo tanto, el valor de la sección eficaz variará con el tiempo.

Para introducir esta idea en el algoritmo, se vincula un valor de energía cinética a los puntos de la trayectoria que se construyó sobre el intervalo de tiempo en los apartados anteriores. Esta lista de energías cinéticas será comparada con los valores experimentales presentados por Itikawa [67][68] y se realiza una interpolación lineal para buscar una sección eficaz correspondiente a cada energía cinética en nuestro intervalo de interés.

$$\sigma_k = \frac{(\sigma_{i+1} - \sigma_i)}{(E_{i+1} - E_i)} (E_k - E_i) + \sigma_i$$

Ec. 2.13

En esta expresión los elementos con subíndice k son los valores calculados en el intervalo de interés; y aquellos de subíndice i son los datos tabulados desde las publicaciones ya mencionadas.

1.2.6. TIEMPO DE COLISIÓN

Al llegar a este punto contamos ya con todos los elementos para resolver la ecuación 2.6. Para un intervalo determinado de tiempo se ha calculado una distancia temporal entre los puntos de la trayectoria, y sobre cada uno de estos puntos se han determinado la velocidad, recorrido y sección eficaz como magnitudes dependientes del tiempo. Sería posible por lo tanto conocer la probabilidad de colisión en función del tiempo. Sin embargo, lo que se busca es conocer el tiempo de colisión. Debido a los movimientos completamente aleatorios de las moléculas, las colisiones pueden ocurrir en un periodo corto o largo de tiempo. Simular esta condición requiere emplear el método de Monte-Carlo. En este caso, consistirá en generar números aleatorios y aplicarlos al modelo planteado en la ecuación 2.6; incluyendo las restricciones que se plantearon en los numerales anteriores. Para ello la probabilidad, en la ecuación 2.6, se reemplaza con un número aleatorio y se despeja la expresión para el tiempo.

$$1 - \hat{\tau} = e^{-n\sigma(t)(v_0t+0,5at^2)}$$

$$\ln(\tau) = -n\sigma(t)s(t)$$

Ec. 2.14

En la expresión anterior se debe recordar que $s(t)$ es el recorrido sobre la trayectoria, calculado con anterioridad usando el algoritmo de Verlet. Y además que generar un número aleatorio τ entre cero y uno, es equivalente a generar un número $(1-\hat{\tau})$ con $\hat{\tau}$ entre cero y uno.

Entonces el método consiste en generar un número aleatorio $\hat{\tau}$ y evaluar la expresión 2.14, de manera que ambos lados de la ecuación sean iguales. Como esta expresión se evalúa sobre un intervalo determinado de tiempo, se selecciona el tiempo que satisface la igualdad como el tiempo de vuelo del electrón.

1.2.7. ALEATORIEDAD DE LAS COLISIONES

Una vez que se ha determinado el momento en el cual ocurre la colisión queda, también, determinadas las magnitudes con las que el electrón comienza el proceso de colisión. Queda todavía pendiente determinar el tipo de molécula que choca con el electrón y el tipo de colisión.

En lo referente a la identidad de la molécula con la cual choca el electrón, ésta se determina a través de la generación de un número aleatorio. Como la distribución de las moléculas en el volumen es totalmente aleatoria, se utiliza la composición molar del gas para determinar si la colisión fue con Nitrógeno, u Oxígeno. Dado que se ha considerado una composición molar de 79-21, N_2-O_2 respectivamente, es suficiente generar un número aleatorio (ident) entre 0 y 1 para determinar la probabilidad de ambos eventos. Si, en ese caso, el número de identidad es inferior a 0,79 la colisión sería con nitrógeno y si es mayor con oxígeno.

El segundo aspecto a determinarse aleatoriamente es el tipo de colisión: elástica o inelástica. La sección eficaz total es considerada, en este trabajo, como la suma de la sección eficaz elástica y la sección eficaz inelástica []. Dada esta situación, cada tipo de sección eficaz contribuye a la sección eficaz total, se emplea un número aleatorio proporcional a la sección eficaz total (en función de la energía) para determinar si el evento fue elástico o inelástico.

$$\sigma_t(K) = \sigma_e(K) + \sigma_i(K)$$

Ec. 2.15

La conclusión sobre el tipo de colisión se empleará más adelante para determinar si la energía cinética se transmite íntegra luego de la colisión o si ésta se atenúa durante el choque.

Sección Eficaz línea 188

1.2.8. DISPERSIÓN DEL ELECTRÓN

Habiéndose determinado todas las condiciones con las que el electrón llega al encuentro de la molécula y el tipo de colisión, debe simularse la colisión en sí.

Para ello se aplica la teoría de la dispersión general según del modelo de Thomas Fermi desde una perspectiva de baja energía; es decir bajo el marco de la aproximación de Bohr. Partiendo del potencial de Coulomb, considerando el efecto del apantallamiento y un radio molecular.

$$f(\varepsilon, \theta) = \frac{-2m}{\hbar^2} \int_0^\infty U(r) \frac{\text{Sen}(qr)}{q} r dr$$

Ec. 2.16

$$U(r) = zE_0 \frac{r_0}{r} e^{\frac{-r}{r_0}}$$

Ec. 2.17

El desarrollo de esta expresión brinda el modelo teórico para la sección eficaz (parcial y total) así como la probabilidad de dispersión. Por otra parte, la probabilidad de dispersión es una función dependiente de la energía y el ángulo de dispersión. Por este motivo, es posible llegar a una expresión para determinar un ángulo de dispersión en función de una probabilidad aleatoria, implementable en nuestro algoritmo.

$$\theta = \arccos\left(1 - \frac{2R}{1 + 8\varepsilon(1 - R)}\right)$$

Ec. 2.18

Donde R representa una probabilidad de dispersión de un electrón en una dirección θ , determinada aleatoriamente entre cero y uno. El ángulo determinado de esta manera se mide respecto a la dirección de entrada del electrón a la colisión. Por otro lado la determinación del ángulo azimutal resulta mucho más sencilla, pues no depende ni de la energía de impacto ni del tipo de partícula. De manera que para el ángulo azimutal basta con asignar un valor aleatorio \check{R} entre cero y trescientos sesenta grados.

$$\phi = \check{R}$$

1.2.9. VELOCIDAD DE SALIDA

Durante el proceso de colisión-dispersión existen múltiples variables cinéticas que describen el estado del electrón antes de la colisión. Luego que el electrón interactúa con la molécula, el cambio en las magnitudes de éste está determinado por: el ángulo de dispersión y la elasticidad del impacto.

La elasticidad del impacto indica que proporción de la energía cinética conserva el electrón luego de su interacción con la molécula del gas. Si la colisión es elástica, el módulo de la velocidad es el mismo antes y después de la colisión. Pero si es una colisión in-elástica, la elasticidad significará una disminución del módulo de la velocidad. Dicha disminución guarda relación con la energía cinética de la colisión y la probabilidad de los distintos tipos de evento no elásticos para ese valor de energía.

Por otro lado, el ángulo de dispersión mide el cambio en la dirección del electrón con respecto a la dirección antes de la colisión. El resultado se traduce

matemáticamente como una transformación de coordenadas, usando la dirección de dispersión, desde las coordenadas cilíndricas en el sistema centro de masa al sistema cartesiano (de laboratorio).[Birdsall 1991]

$$\begin{aligned}v_o(1,1) &= (V_r \cos(\phi) \cos_{psi} + V_z \sin_{psi}) \cos_{alf} - V_r \sin(\phi) \sin_{alf} \\v_o(2,1) &= (V_r \cos(\phi) \cos_{psi} + V_z \sin_{psi}) \sin_{alf} + V_r \sin(\phi) \cos_{alf} \\v_o(3,1) &= V_z \cos_{psi} - V_r \cos(\phi) \sin_{psi}\end{aligned}$$

Ec. 2.19

Considerando los términos derivados como:

$$\begin{aligned}\cos_{psi} &= \cos(\psi) = v_f(3,1) / \sqrt{(v_f' * v_f)} \\ \sin_{psi} &= \sin(\psi) = \sqrt{(v_f(1,1)^2 + v_f(2,1)^2)} / \sqrt{(v_f' * v_f)} \\ \cos_{alf} &= \cos(\alpha) = v_f(1,1) / \sqrt{(v_f(1,1)^2 + v_f(2,1)^2)} \\ \sin_{alf} &= \sin(\alpha) = v_f(2,1) / \sqrt{(v_f(1,1)^2 + v_f(2,1)^2)} \\ V_z &= v_f \cos(\theta) \\ V_r &= v_f \sin(\theta)\end{aligned}$$

Observando que el valor V_f , utilizado aquí, contempla ya el efecto provocado por un choque no-elástico.

BIBLIOGRAFÍA

- [1]. micah Fink how lightning forms
- [2]. 5 Biagi High speed video observations of rocket and wire
- [3]. *Introducción Segundo párrafo.*
- [4]. clouds physics and chemics
- [5]. Physics and Chemistry of Clouds Lamb
- [6]. *Modelo convectivo*
- [7]. *Modelo convectivo por colisiones. 7. Revisar referencias 14, 15, 16 del artículo portugués.*
- [8]. reglamento argentino de acción del viento sobre las construcciones Tabla 43
- [9] *Rigidez dieléctrica*
- [10]. *Descarga en un dieléctrico.*
- [11]. *Electrones en equilibrio térmico, segundo párrafo.*
- [12]. Itakawa, 2005
- [13]. Itakawa, 1988
- Algoritmo
- [14]. Egas Mario. tesis de maestria
- [15]. *DSMC [2] en [14]* Y. Tsuji; T. Tanaka; S. Yonemura Y. Tsuji; T. Tanaka; S. Yonemura. Cluster patterns in circulating Fluidized beds predicted by numerical simulation (discrete particle model versus two Fluid model). Powder Technology, 95(1):254 264, 1998.
- [16]. Charion, 2016

$$P_k = 1 - \exp(-n_n \sigma_k(v_p) v_p \Delta t) \simeq n_n \sigma_k(v_p) v_p \Delta t \quad (6)$$

The total probability to collide is then:

$$P = n_n \sigma_{\text{tot}}(v_p) v_p \Delta t \quad (7)$$

where $\sigma_{\text{tot}}(v_p)$ is the sum of all integrated cross sections $\sigma_k(v_p)$.

- [17] Reif, fundamentals of statistical and thermal physics 1965, p463]

to describe the collisions, let

$$w dt = \left. \begin{array}{l} \text{the probability that a molecule suffers a collision} \\ \text{between time } t \text{ and } t + dt. \end{array} \right\} \quad (12-1-2)$$

The quantity w is thus the probability per unit time that a molecule suffers a collision, or the "collision rate." We shall assume that the probability w is independent of the past history of the molecule; i.e., it does not matter when the molecule suffered its last collision. In general w may, however, depend on the speed v of the particular molecule under consideration, so that $w = w(v)$.