



UNIVERSITE DE GAROUA
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE CHIMIE



Travaux dirigés d'Atomistique et liaisons chimiques

Niveau : Licence 1 Energie Renouvelables

Code : ER131

Année Scolaire 2024 - 2025

Fiche N° 1 : Partie atomistique

Série 1 : QCM - Tester votre compréhension

1. La dimension d'un atome est donnée en Angströms (Å)

A- $1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m} = 10^{-8} \text{ cm}$, **B-** $1 \text{ Å} = 10^{-20} \text{ m} = 10^{-16} \text{ cm}$ **C-** $1 \text{ Å} = 10^{-8} \text{ m} = 10^{-10} \text{ cm}$ **D-** $1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m} = 8^{-10} \text{ cm}$

2. Combien d'atomes ou éléments ont été découverts ?

A- 211 ; **B-** 212 ; **C-** 112 ; **D-** 222.

3. Un mélange est dit Homogène lorsque :

A- il est constitué des phases multiples ; **B-** il est constitué d'une seule phase

4. Qu'appelle-t-on corps pur ?

A- Corps formé de molécule identiques ; **B-** Corps formé des molécules purs ;

C- Corps formé des molécules simples ; **D-** Corps formé des molécules composées.

5. Combien y a-t-il de protons dans un atome de $^{17}_{36}\text{Cl}$

A- 36 protons, **B-** 17 protons, **C-** 19 protons, **D-** 53 protons.

6. Dans un atome de $^{12}_6\text{C}$, il y a

A- 6 protons, 6 neutrons, 6 électrons ; **B-** 6 électrons, 12 protons ; **C-** 12 neutrons, 6 protons ; **D-** 12 nucléons

7. La composition de l'ion de $^{56}_{26}\text{Fe}^{3+}$ est

A- 26 protons, 30 neutrons, 26 électrons ; **B-** 26 protons, 82 neutrons, 26 électrons ;

C- 26 protons, 30 neutrons, 23 électrons ; **D-** 26 protons, 26 neutrons, 82 électrons

8. La composition de l'ion de $^{32}_{16}\text{Si}^{2-}$ est :

A- 16 protons, 16 neutrons, 14 électrons ; **B-** 16 protons, 16 neutrons, 16 électrons ;

C- 16 protons, 14 neutrons, 16 électrons ; **D-** 16 protons, 16 neutrons, 18 électrons.

9. Quelle est la charge d'un ion comportant 13 protons, 111 électrons et 15 neutrons :

A- la charge de cet ion est de +3 ; **B-** la charge de cet ion est de -3 ;

C- la charge de cet ion est de +2 ; **D-** la charge de cet ion est de -2

10. Dans un morceau d'aluminium (masse molaire de $\text{Al} = 26,89 \text{ g.mol}^{-1}$) qui pèse 1 g, il y a :

A- 10^{22} atomes ; **B-** $0,5023 \cdot 10^{22}$ atomes ;

C- $0,8301 \cdot 10^{22}$ atomes ; **D-** $2,23 \cdot 10^{22}$ atomes.

11. Quelle est la masse, en u.m.a. d'un noyau de Phosphore de $^{31}_{15}\text{P}$:

A- 10,344 u.m.a ; **B-** 31,247 u.m.a ; **C-** 61,001 u.m.a ; **D-** 81,411 u.m.a.

12. Sachant que la masse atomique moyenne du Chlore est de $35,453 \text{ g.mol}^{-1}$. Les abondances relatives moyennes de ses deux isotopes ^{35}Cl et ^{37}Cl , de masses molaires respectives $34,9689 \text{ g.mol}^{-1}$ et $36,9659 \text{ g.mol}^{-1}$ est de :

A- ^{35}Cl (24,24 %) et ^{37}Cl (75,76 %) ; **B-** ^{35}Cl (19,24%) et ^{37}Cl (80,76%) ;

C- ^{35}Cl (29,24 %) et ^{37}Cl (70,76 %) ; **D-** ^{35}Cl (39,24 %) et ^{37}Cl (60,76 %).



UNIVERSITE DE GAROUA
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE CHIMIE



13. Le défaut de masse de l'atome ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ est de:

(Donnée : la masse du noyau de Fer vaut 55,934 u.m.a.)

A- 0,51538 u.m.a. **B-** 0,03050 u.m.a., **C-** 1,660. 10^{-27}kg , **D-** 8,5568 10^{-28}kg

14. Etant donné que la masse du noyau ${}^4_2\text{He}$ est de 4,0024 u.m.a, l'énergie de cohésion de ce noyau est de l'ordre de

A- 7,51 MeV ; **B-** 17,51 MeV ; **C-** 27,51 MeV ; **D-** 37,51 MeV.

15. Le magnésium à l'état naturel contient trois isotopes : ${}^{24}\text{Mg}$, ${}^{25}\text{Mg}$ et ${}^{26}\text{Mg}$ dont les masses molaires (g.mol^{-1}) sont respectivement 23,985 ; 24,986 ; 25,982 et les pourcentages 78,99 ; 10,00 et 11,01. La masse molaire moyenne du magnésium naturel est de :

A- 20,304 g.mol^{-1} ; **B-** 21,304 g.mol^{-1} ; **C-** 23,304 g.mol^{-1} ; **D-** 24,304 g.mol^{-1} .

Série II :

1. Donner les mélanges et les corps purs des éléments suivants : Fe, CO_2 , H_2O , C, Sable, Huile de palme, jus de citron
2. Qu'entendez-vous par le nombre d'Avogadro N, qu'elle est sa valeur ?
3. Quelle différence faite vous entre la masse moléculaire et la masse atomique ?
4. Qu'est-ce qu'un isotope ? donner des exemples.
5. Que signifie isobare ? Donner des exemples
6. L'Oxygène O se présente comme un mélange de trois isotopes ${}^{15}\text{O}$, ${}^{16}\text{O}$ et ${}^{17}\text{O}$ dans les pourcentages respectifs : 75,10%, 10,18% et 14,72%. Trouver les masse moyenne de O.
7. Calculer le rayon du noyau d'Hélium ${}^2\text{He}$.
8. Calculer pour le noyau de ${}^{35,5}\text{Cl}$: sa masse en Kg, son volume en m^3 , et sa masse volumique.
9. Soit le noyau de carbone ${}^{12}\text{C}$, calculer :
 - Son défaut de masse en u.m.a.
 - Son énergie de liaison (de cohésion) en joules et en meV,
 - Son énergie de liaison par nucléons,
 - Si l'énergie de liaison par nucléons du Lithium est 6,74 meV/nucléons, quel sera le noyau le

plus stable ? **Données** : $m_p = 1,007278\text{ uma}$, $m_n = 1,008665\text{ uma}$ $m_{\text{exp}} = 7,001503\text{ uma}$



REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix-Travail-Patrie

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT
SUPERIEUR

UNIVERSITE DE GAROUA

FACULTE DES SCIENCES

DEPARTEMENT DES ENERGIES
RENOUVELABLES

REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix-Travail-Patrie

MINISTRY OF HIGHER
EDUCATION

UNIVERSITY OF GAROUA

FACULTY OF SCIENCE



EXERCICE DES TPE EN LOGIQUE COMBINATOIRE SEMESTRE II 2024

Licence 1 : Energies Renouvelables

Exercice : Groupe 1

En binaire, un chiffre décimal (compris entre 0 et 9) est codé sur 4 bits $a b c d$ dans l'ordre des poids décroissants. Ce chiffre est visualisé sur un afficheur 7 segments représenté sur la Figure ci-dessous. Chaque segment est représenté par une lettre allant de A à G. Lors de l'affichage du chiffre 6 (respectivement 9) le segment A (respectivement D) est allumé.

1. Donner les expressions logiques, en fonction de $a b c d$, des fonctions logiques f_A et f_D valant 1 lorsque les segments A et D de l'afficheur sont allumés.
2. Simplifier les fonctions précédentes en utilisant des tables de Karnaugh.
3. Donner le schéma de la fonction f_A avec un minimum de portes **NOR** et **NAND**.
4. Câbler le circuit dans Proteus.

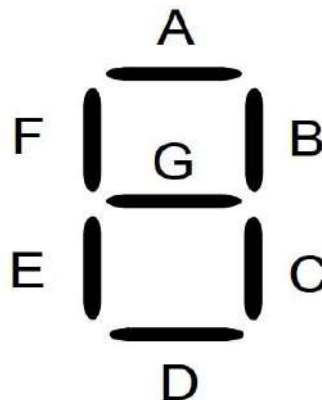


Figure 2 : Afficheur 7 segments

Exercice : (Additionneur/soustracteur) Groupe 2

On construit un circuit qui a deux entrées (a et b) et deux sorties (s et r) et une ligne de commande F tel que :

- Si $F = 0$, le circuit effectue une addition ($a + b$ avec une sortie s et une retenue r).
- Si $F = 1$, le circuit effectue une soustraction ($a - b$ avec une sortie s et une retenue r).

1) Donnez la table de vérité de ce circuit demi-additionneur/soustracteur. Montrez que s se calcule facilement avec une porte et r avec deux.

2) On construit maintenant un additionneur/soustracteur complet, c'est-à-dire un circuit à trois entrées (a , b et r), deux sorties (s et r') et une ligne de commande F tel que :

- Si $F = 0$, le circuit effectue une addition ($a + b + r$ avec une sortie s et une retenue r').
- Si $F = 1$, le circuit effectue une soustraction ($a - (b + r)$ avec une sortie s et une retenue r').

Écrivez la table de vérité de s pour la soustraction et comparez-la à celle de l'additionneur complet.

Donnez l'expression logique de s . Écrivez la table de Karnaugh ainsi qu'une expression logique de r'

3) Câbler le circuit de s , r et r' dans Proteus.

Exercice : Groupe 3

On désire réaliser un multiplieur de deux mots binaires de deux bits selon les spécifications suivantes :

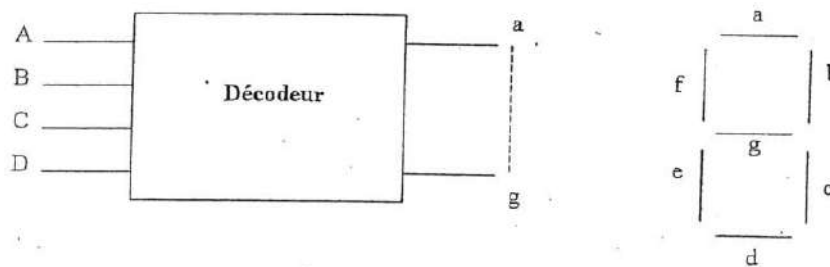
- Entrées : $X = X_1X_0$ et $Y = Y_1Y_0$

- Sortie Z : $Z = X.Y$ où $Z = Z_3Z_2Z_1Z_0$,

1. Etablir la table de vérité de ce multiplieur.
2. Simplifier les expressions booléennes de chacune des sorties Z_0 , Z_1 , Z_2 et Z_3
3. Réaliser le logigramme du circuit complet.
4. Calculer le coût de la forme disjonctive optimale de la fonction logique Z_3 .
5. Câbler le circuit complet dans Proteus.

Exercice : (Décodeur) Groupe 4

On cherche à réaliser un décodeur Binaire-afficheur 7 segments. Les nombres 0 à 15 sont codés sur 4 bits $(ABCD)_2$. Les sorties commandent l'allumage des différents segments (a,b,c,d,e,f,g,h), comme montré dans la figure.



1. écrire la table de vérité des différentes fonctions a,b,c,d,e,f,g,h
2. écrire les tables de karnaugh correspondantes.
3. déterminer les fonctions simplifiées.
4. Donnez le schéma logique permettant de réaliser la fonction e avec le moins de portes NAND possible.
5. Câbler le circuit dans Proteus.

Exercice : (Comparateur) Groupe 5

On souhaite réaliser un comparateur complet de deux mots de quatre bits.

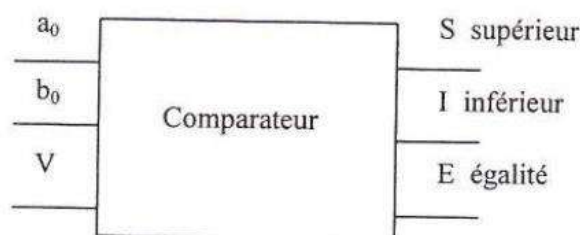
1) Donner la table de vérité d'un comparateur de deux éléments binaires qui fonctionne de la façon suivante :

S supérieur est égal 1 si $a_0 > b_0$

I inférieur est égal à 1 si $a_0 < b_0$

E=1 si les deux éléments binaires sont égaux.

L'entrée V est une entrée de validation, le comparateur fonctionne si V est égal à 1 sinon toutes les sorties sont égales à zéro.



- 2) Réaliser ce comparateur de 1 élément binaire avec les portes de votre choix.
- 3) Réaliser le schéma d'un comparateur en cascade de deux mots de quatre bits $A(a_0, a_1, a_2, a_3)$ et $B(b_0, b_1, b_2, b_3)$ à l'aide de comparateurs de 1 bit et de quelques portes logiques.
- 4) On souhaite maintenant réaliser un comparateur complet avec une structure en parallèle. Tous les éléments binaires de même poids sont donc systématiquement et simultanément comparés. Donner les équations de S, I et E en fonction des deux mots d'entrées A et B.

5) Câbler le circuit dans Proteus.

Exercice : Groupe 6

Une fonction $f(a,b,c,d)$ est incomplètement définie. On code ses états sur le mot binaire $abcd$, a représentant le poids fort. La fonction est vraie pour les états 0, 1, 3, 4, 6, A, B ; elle est fausse pour les états 7, 8, D, E.

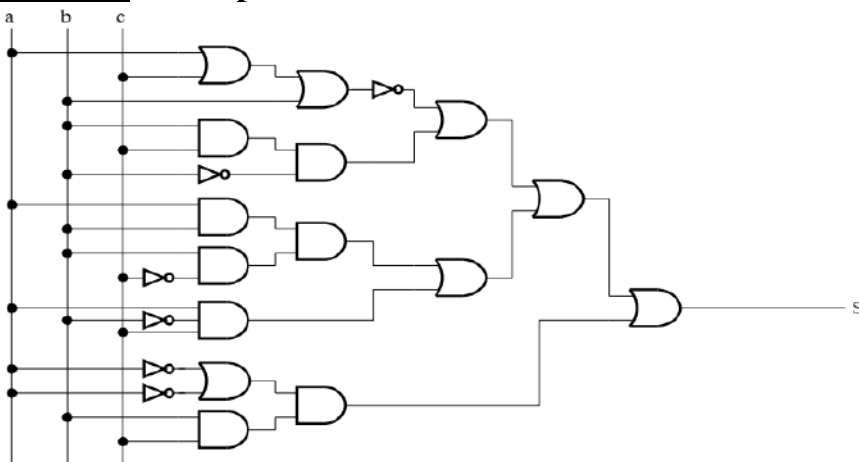
- 1) Faire la table de vérité de cette fonction.
- 2) Tracer le diagramme de Karnaugh et simplifier la fonction
- 3) Réaliser le logigramme avec les portes NAND.
- 4) Réaliser le logigramme avec les portes NOR.
- 5) Quelle est la meilleure solution ?
- 6) Câbler les deux circuits sur Proteus.

Exercice : Groupe 7

Considérons la fonction booléenne : $Y = \overline{(a + b)} \cdot \overline{(a \cdot b)} c$

- 1) Représenter y par un tableau de Karnaugh.
- 2) Simplifier l'expression par la méthode de Karnaugh.
- 3) Donner l'équation de y en prenant le regroupement des cases à 0 dans le tableau.
- 4) Complémenter (pour retrouver Y) en appliquant les théorèmes de De Morgan (on obtient une forme normale en Π).
- 5) À partir des formes canoniques en Σ et Π , et en utilisant les propriétés de transformation, donner les logigrammes en utilisant exclusivement des opérateurs NAND pour l'un et NOR pour l'autre

Exercice : Groupe 8



1. Donner l'expression booléenne de S en n'utilisant que les opérateurs NON, ET et OU.
2. Calculer la table de vérité de ce circuit.
3. Proposer une version simplifiée du circuit avec des portes NON, ET et OU.
4. On autorise maintenant les portes XOR, NON-ET et NON-OU. Réaliser un circuit équivalent avec au maximum 6 portes.
5. Est-ce le minimum de portes nécessaire pour réaliser cette fonction ?
6. Que fait ce circuit ?

7. Utiliser le logiciel Proteus pour schématiser ces circuits.

Exercice : (Analyseur de code) Groupe 9

On cherche à analyser des codes binaires sur 4 bits. Un code correct est un code qui contient au plus deux 1 consécutifs. Le but de l'exercice est de concevoir un circuit qui détecte tous les codes corrects (ex : 0100).

1. Ecrire la table de vérité de cet analyseur. ✓
2. En déduire le circuit correspondant.
3. Simplifier le circuit (par calcul et par méthode de Karnaugh)
4. On ajoute comme contrainte que le code ne doit pas contenir de 0 consécutifs (ex : 1011).

Reprendre les 3 questions précédentes

5. Donner le logigramme de ces deux fonctions.
6. Utiliser le logiciel Proteus pour schématiser ces circuits.

Exercice : Groupe 10

A partir des tables de vérité

a	b	c	S_1
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

a	b	c	S_2
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

a	b	c	d	S_3
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

a	b	c	d	S_4
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

1. Donner l'expression de la fonction S_1 et S_2
2. Réaliser les circuits correspondants aux fonctions S_1 et S_2 .
3. Donner l'expression de la fonction S_3 et S_4
4. Utiliser la méthode de Karnaugh pour concevoir les circuits réalisant les fonctions S_3 et S_4 .
5. Schématiser le circuit de S_1 et S_2 , et le circuit de S_3 et S_4 en utilisant le logiciel Proteus.

TABLE DE TRANSFORMEES DE LAPLACE

F(p)	f(t) t > 0
1	Impulsion unitaire $\delta(t)$ de durée t_0 et d'amplitude $1/t_0$
I	Impulsion $\delta(t)$ de durée $t_0 \rightarrow 0$, d'amplitude A et d'intensité $I = A.t_0$
$e^{-\tau p}$	Impulsion unitaire retardée $\delta(t-\tau)$
$\frac{1}{p}$	Echelon unitaire $u(t)$
$\frac{E}{p}$	Echelon d'amplitude E. $u(t)$
$\frac{1}{p} e^{-\tau.p}$	Echelon unitaire retardé $u(t-\tau)$
$\frac{1}{p}(1 - e^{-\tau.p})$	Impulsion rectangulaire $u(t) - u(t-\tau)$
$\frac{1}{p+a}$	$e^{-at}.u(t)$
$\frac{1}{1+\tau p}$	$\frac{e^{-t/\tau}}{\tau} u(t)$
$\frac{1}{p^2}$	Rampe unité : $t.u(t)$
$\frac{1}{p^n}$ n entier positif	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} u(t)$
$\frac{1}{p.(p+a)}$	$\frac{1-e^{-at}}{a} u(t)$
$\frac{1}{p.(1+\tau p)}$	$(1 - e^{-t/\tau}).u(t)$
$\frac{1}{(p+a)^2}$	$t.e^{-at}.u(t)$
$\frac{1}{(1+\tau p)^2}$	$\frac{t}{\tau^2} e^{-t/\tau}.u(t)$
$\frac{1}{(p+a)^n}$	$\frac{1}{(n-1)!} t^{n-1}.e^{-at}.u(t) \quad n \in \mathbb{N}^*$
$\frac{1}{(1+\tau p)^n}$	$\frac{1}{\tau^n (n-1)!} t^{n-1}.e^{-t/\tau}.u(t) \quad n \in \mathbb{N}^*$

F(p)	f(t) t > 0
$\frac{1}{p^2 \cdot (1 + \tau p)}$	$(t - \tau + \tau \cdot e^{-t/\tau}) \cdot u(t)$
$\frac{1}{p \cdot (1 + \tau p)^2}$	$\left(1 - \left(1 + \frac{t}{\tau}\right) e^{-t/\tau}\right) \cdot u(t)$
$\frac{1}{p^2 \cdot (1 + \tau p)^2}$	$(t - 2\tau + (t + 2\tau) e^{-t/\tau}) \cdot u(t)$
$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$	$\sin(\omega t) \cdot u(t)$
$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$	$\cos(\omega t) \cdot u(t)$
$\frac{\omega}{(p + a)^2 + \omega^2}$	$e^{-at} \cdot \sin(\omega t) \cdot u(t)$
$\frac{p + a}{(p + a)^2 + \omega^2}$	$e^{-at} \cdot \cos(\omega t) \cdot u(t)$
$\frac{p + a}{p^2 + \omega^2}$	$\sqrt{\frac{a^2 + \omega^2}{\omega^2}} \sin(\omega t + \varphi) \cdot u(t) \quad \varphi = \arctan \frac{\omega}{a}$
$\frac{1}{p \cdot (p^2 + \omega^2)}$	$\frac{1 - \cos \omega t}{\omega^2} u(t)$
$\frac{1}{(p + a) \cdot (p + b)}$	$\frac{1}{b - a} (e^{-at} - e^{-bt}) \cdot u(t)$
$\frac{1}{(1 + \tau_1 p) \cdot (1 + \tau_2 p)}$	$\frac{1}{\tau_1 - \tau_2} (e^{-t/\tau_1} - e^{-t/\tau_2}) \cdot u(t)$
$\frac{1}{p \cdot (1 + \tau_1 p) \cdot (1 + \tau_2 p)}$	$1 - \frac{1}{\tau_1 - \tau_2} (\tau_1 \cdot e^{-t/\tau_1} - \tau_2 \cdot e^{-t/\tau_2}) \cdot u(t)$
$\frac{1}{p^2 (1 + \tau_1 p) \cdot (1 + \tau_2 p)}$	$t - (\tau_1 + \tau_2) + \frac{1}{\tau_1 - \tau_2} (\tau_1^2 \cdot e^{-t/\tau_1} - \tau_2^2 \cdot e^{-t/\tau_2}) \cdot u(t)$
$\frac{1}{p^2 + 2m\omega_0 p + \omega_0^2} \quad m < 1$	$\frac{1}{\omega} e^{-m\omega_0 t} \sin(\omega t) \cdot u(t) \quad \omega = \omega_0 \sqrt{1 - m^2}$
$\frac{1}{p^2 + 2m\omega_0 p + \omega_0^2} \quad m > 1$	$\frac{e^{r_2 \cdot t} - e^{r_1 \cdot t}}{r_2 - r_1} u(t) \quad r_{1,2} : \text{racines de l'équation caractéristique}$
$\frac{1}{p \cdot (p^2 + 2m\omega_0 p + \omega_0^2)} \quad m < 1$	$\frac{1}{\omega_0^2} \left(1 - \frac{\omega_0}{\omega} e^{-m\omega_0 t} \sin(\omega t + \varphi)\right) u(t) \quad \varphi = \arccos(m)$
$\frac{1}{p \cdot (p^2 + 2m\omega_0 p + \omega_0^2)} \quad m > 1$	$\frac{1}{\omega_0^2} \left(1 - \frac{\omega_0^2}{r_2 - r_1} \left(\frac{e^{r_2 t}}{r_2} - \frac{e^{r_1 t}}{r_1}\right)\right) u(t)$
$\frac{1}{p^2 (p^2 + 2m\omega_0 p + \omega_0^2)} \quad m < 1$	$\frac{1}{\omega_0^2} \left(1 - \frac{2m}{\omega_0} + \frac{1}{\omega} e^{-m\omega_0 t} \sin(\omega t + \varphi)\right) u(t)$

F(p)	f(t) t > 0
$\frac{p}{(p+a).(p+b)}$	$\frac{1}{a-b}(a.e^{-at} - b.e^{-bt}).u(t)$
$\frac{p+c}{(p+a).(p+b)}$	$\frac{1}{b-a}((c-a).e^{-at} - (c-b).e^{-bt}).u(t)$

TPE Base de la Thermodynamique_2024-2025_UGa_CH-ER

Exercice 1

Pour distinguer les variables intensives des variables extensives, deux étudiants réalisent l'expérience suivante : ils préparent chacun une solution d'acide ascorbique (vitamine C) de formule brute $C_6H_8O_6$ par dissolution d'un comprimé de vitamine C1000 dans un litre d'eau, à la température ambiante et à la pression atmosphérique. Par la suite, ils transvasent les deux solutions dans un même récipient. De l'ensemble des variables d'état suivantes : Température, Pression, nombre de moles, volume, concentration molaire et concentration massique, identifier les variables intensives et les variables extensives.

Exercice 2

- 1- Calculer la quantité de chaleur nécessaire pour augmenter la température de 20°C à 60°C d'un bloc en acier de masse $0,5\text{ Kg}$ et de chaleur massique égale à 475 J/Kg.K
- 2- Calculer la température d'équilibre obtenue lorsque le bloc précédent chauffé à 60°C est introduit dans 1 litre d'eau de température initiale 20°C et de chaleur massique $C_{\text{eau}} \approx 4,1855\text{ KJ/Kg.K}$. On admet que le bloc et l'eau constituent un système isolé. Dans l'intervalle de température considéré la masse volumique de l'eau est supposée être égale à 1 Kg/litre .

Exercice 3

Un ménage dispose de $6,1\text{ Kg}$ de bois qu'il réserve pour chauffer 30 kg d'eau glace se trouvant initialement à la température de 5°C au-dessous de zéro.

- 1- Quelle température finale pourrait être obtenue après la combustion complète de la masse de bois en négligeant les pertes de chaleur ?
- 2- Quelle la quantité de butane devrait-on utiliser pour atteindre la même température ?

On donne : la chaleur latente de fusion de la glace : $L_f \approx 333\text{ kJ/kg}$, le pouvoir calorifique du bois : $L_c(\text{bois}) \approx 15 \cdot 10^3\text{ KJ/Kg}$ et celui du butane $L_c(\text{butane}) \approx 49,5 \cdot 10^3\text{ KJ/Kg}$, la chaleur latente de vaporisation de l'eau : $L_v \approx 2257\text{ KJ/Kg}$, la chaleur massique de glace : $C_{\text{glace}} \approx 2\text{ KJ/Kg.K}$, la chaleur massique de l'eau liquide $C_{\text{eau}} \approx 4,1855\text{ KJ/Kg.K}$ et la chaleur massique de la vapeur d'eau $C_{\text{vap}} \approx 2,020\text{ KJ/Kg.K}$

Exercice 4

Un gaz parfait occupant initialement un volume de 2 litres sous une pression de 5 atmosphères à la température de $298,15\text{ K}$ subit une détente isotherme qui amène son volume à 10 litres :

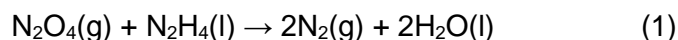
- 1- Calculer la quantité de chaleur échangée en considérant la détente réversible.
- 2- Calculer la quantité de chaleur échangée en considérant la détente irréversible.
- 3- Calculer la valeur de l'entropie ΔS_{gaz} lorsque la détente est réalisée de façon réversible.
- 4- Déduire la quantité d'entropie créée lorsque la détente est produite de façon irréversible.

Exercice 5

1- Ecrire la réaction de formation de $\text{N}_2\text{O}_4(\text{g})$ à partir de ses éléments simples pris à l'état standard et à $T=298,15 \text{ K}$

2- Déduire la valeur de l'enthalpie standard de cette réaction, $\Delta_r H^\circ(298,15\text{K})$

3- En appliquant la loi de Hess, calculer l'enthalpie standard $\Delta_r H_1^\circ(298,15\text{K})$ de la réaction (1) réalisée à $T=298,15 \text{ K}$



4- Retrouver la valeur de $\Delta_r H_1^\circ(298,15\text{K})$ à partir du cycle de Hess construit en considérant les données des réactions suivantes réalisées à $T=298,15\text{K}$



On donne:

Composés	$\text{N}_2\text{O}_4(\text{g})$	$\text{H}_2\text{O}(\text{l})$	$\text{N}_2\text{H}_4(\text{l})$
$\Delta H^\circ_{\text{formation}}(298,15\text{K})$ en KJ / mol	9,16	-285,5	50,6

Exercice 6

Sachant que la combustion de l'urée $\text{CO}(\text{NH}_2)_2$ dans les conditions standards libère $637.87 \text{ kJ.mol}^{-1}$, calculer l'enthalpie libre standard de cette combustion. Conclure.

Données :

$$\Delta H^\circ_{f,298}(\text{H}_2\text{O})_{\text{l}} = -285.83 \text{ kJ. mol}^{-1}; \quad \Delta H^\circ_{f,298}(\text{CO}_2)_{\text{g}} = -393.51 \text{ kJ. mol}^{-1}$$

$$S^\circ_{298}(\text{urée})_{\text{s}} = 104.5 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}; \quad S^\circ_{298}(\text{O}_2)_{\text{g}} = 204.8 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1};$$

$$S^\circ_{298}(\text{CO}_2)_{\text{g}} = 213.6 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}; \quad S^\circ_{298}(\text{H}_2\text{O})_{\text{l}} = 69.8 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1};$$

$$S^\circ_{298}(\text{N}_2)_{\text{g}} = 91.4 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$$

Exercice 7

Dans un four préalablement chauffé à 900°C , on introduit une mole d'une substance solide prise à 25°C . Sachant qu'entre 25°C et 900°C , cette substance reste solide et que sa chaleur molaire à pression constante est égale à $30 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$

1) Calculer la variation d'entropie du solide.

2) Calculer la variation d'entropie échangée entre le four et le solide.

3) En déduire la variation d'entropie créée au cours du chauffage.

Introduction to Thermodynamics

Table of Contents

1	Introduction	3
2	Basic Concepts and Definitions	4
2.1	Thermodynamic system.....	5
2.2	Control volume	5
2.3	Properties and state of a substance	5
2.4	Process and cycles	6
2.5	Energy	6
2.6	Specific volume	

2.7	Pressure	7
2.8	Temperature	7
2.9	The zeroth law of thermodynamics	7
3	The Properties of a Pure Substance	8
3.1	The pure substance	8
3.2	Vapour-liquid-solid-phase equilibrium	8
3.3	Independent properties of a pure substance	10
3.4	Equation of state for the vapour phase of a simple compressible substance	11
3.5	Numerical example	11
4	Work and Heat	11
4.1	Definition of work	11
4.2	Units for work	12
4.3	Numerical example	12
4.4	Definition of heat	13
4.5	Units of heat	14
5	The First Law of Thermodynamics	14
5.1	The first law of thermodynamics for a system undergoing a cycle	14
5.2	The first law of thermodynamics for a change in state of a system	15
5.3	The thermodynamic property enthalpy	16
5.4	The constant-volume and constant-pressure specific heats	16
5.5	First-law analysis for a control volume	16
5.5.1	Conservation of mass	16
5.5.2	The first law of thermodynamics	18

1.0 Introduction

Thermodynamics is the science that deals with heat and work and these properties of substances that bear a relation to heat and work. Like all sciences, the basis of thermodynamics is experimental observation. In thermodynamics these findings have been formalized into certain basic laws, which are known as the first, second, and third law of thermodynamics. In addition to these laws, the zeroth law of thermodynamics, which in the logical development of thermodynamics precedes the first law, has been set forth.

In what follows, we will present the basic thermodynamics laws, and apply them to a number of representative examples.

2.0 Basic Concepts and Definitions

2.1 Thermodynamic system

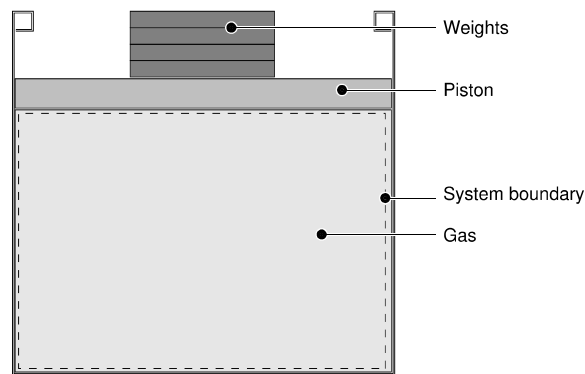
A thermodynamic system is defined as a quantity of matter of fixed mass and identity on which attention is focused for study. Everything external to the system is the surroundings, and the system is separated from the surroundings by the system boundaries. These boundaries may be either movable or fixed.

Example:

In Fig. 2.1 the gas in the cylinder is considered to be the system. When the cylinder is heated from below, the temperature of the gas will increase and the piston will rise. As the piston rises, the boundary of the system moves. Heat and work cross the boundary of the system during this thermodynamic process, but the matter that comprises the system can always be identified.

Fig. 2.1:

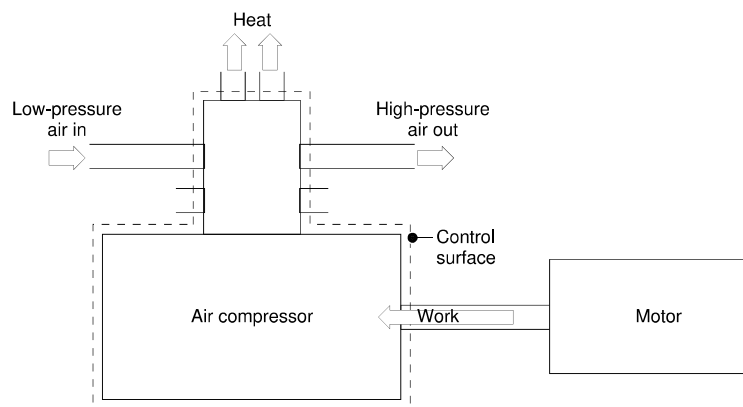
Example of a thermodynamic system.

**2.2 Control volume**

Mass, as well as heat and work (and momentum), can flow across the control surface. Example: air compressor (see Fig. 2.2).

Fig. 2.2:

Example of a control volume.

**2.3 Properties and state of a substance**

A given mass of water can exist in various forms. If it is liquid, it may become vapour when heated or solid when cooled. Thus, we talk about the different Phases of a substance. A phase is defined as a quantity of matter that is homogeneous throughout. When more than one phase is present, the phases are separated from each other by the phases boundaries. In each phase the substance may exist at various pressures and temperatures or, to use the thermodynamic term, in various states. The State may be identified or described

by certain observable, macroscopic properties; some familiar ones are temperature, pressure, and density.

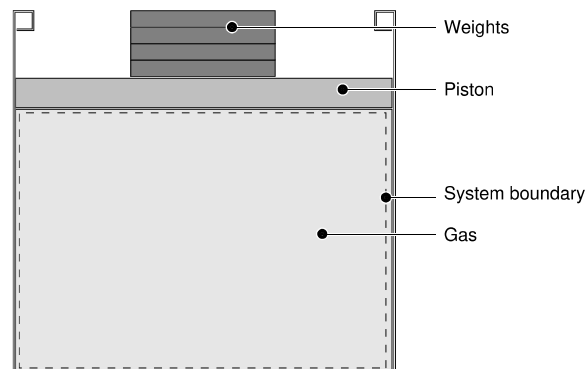
2.4 Process and cycles

Whenever one or more of the properties of a system change, a Change in State has occurred. For example, when one of the weights on the piston in Fig. 2.3 is removed, the piston rises and a change in state occurs, for the pressure decreases and the specific volume increases. The path of the succession of states through which the system passes is called the process.

When a system in a given initial state goes through a number of different changes of state or processes and finally returns to its initial state, the system has undergone a Cycle. Therefore, at the conclusion of a cycle, all the properties have the same value they had at the beginning. Steam (water) that circulates through a steam power plant (like the conventional side of a nuclear reactor) undergoes a cycle.

Fig. 2.3:

Example of a thermodynamic system that may undergo a process



2.5 Energy

One of the very important concepts in a study of thermodynamics is the concept of energy. Energy is a fundamental concept, such as mass or force and, as is often the case with such concepts, is very difficult to define. Energy is defined as the capability to produce an effect. It is important to note that energy can be stored within a system and can be transferred (as heat, for example) from one system to another.

2.6 Specific volume

The specific volume of a substance is defined as the volume per unit mass, and is given the symbol v .

$$v = \frac{\delta V}{\delta m} \left[\frac{m^3}{kg} \right]$$

The density of a substance (ρ) is defined as the mass per unit volume, and is therefore the reciprocal of the specific volume.

$$\rho = \frac{1}{v} \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$$

2.7 Pressure

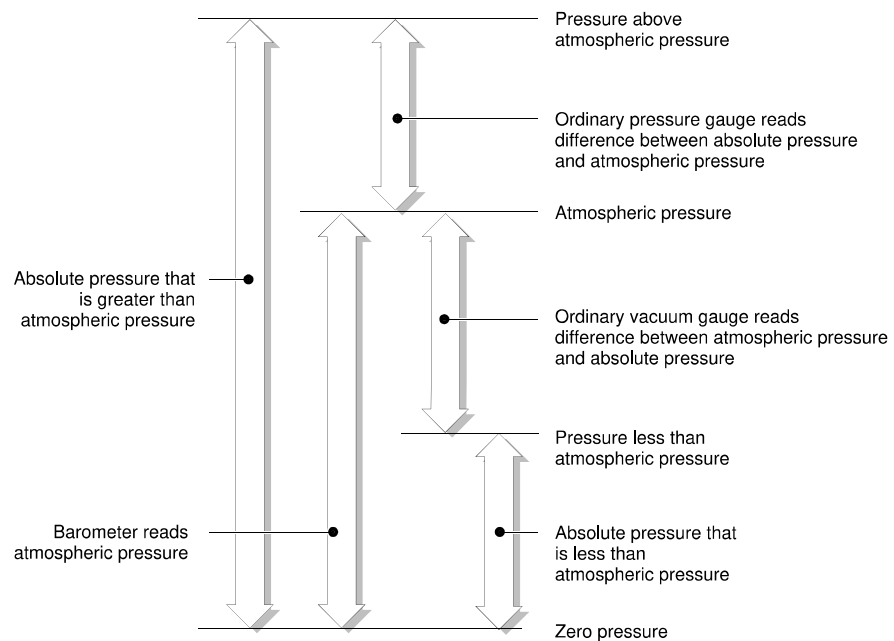
Pressure is defined as the normal component of force per unit area.

$$p = \frac{\delta F_n}{\delta A} \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \text{ or } \text{Pa} \right]$$

Most thermodynamics investigations are concerned with absolute pressure. Most pressure and vacuum gauges, however, read the difference between the absolute pressure and the atmospheric pressure existing at the gauge. This is referred to as gauge pressure (see Fig. 2.4).

Fig. 2.4:

Illustration of terms used in pressure measurement, and examples in a nuclear reactor.



2.8 Temperature

Although temperature is a familiar property, an exact definition of it is difficult. Thus, we define equality of temperatures. Two bodies have equality of temperatures if, when they are in thermal communication, no change in observable property occurs.

2.9 The zeroth law of thermodynamics

The zeroth law of thermodynamics states that when two bodies have equality of temperatures with a third body, they in turn have equality of temperatures with each other.

3.0 The Properties of a Pure Substance

3.1 The pure substance

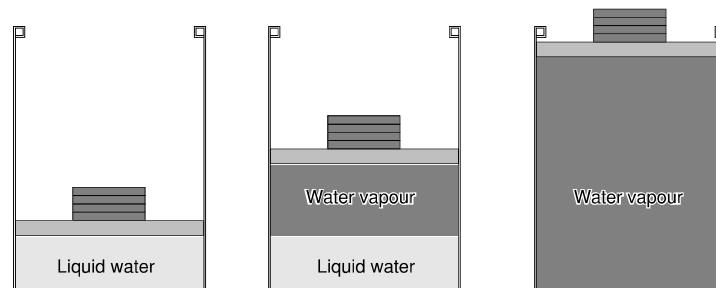
A pure substance is one that has a homogeneous and invariable chemical composition. It may exist in more than one phase, but the chemical composition is the same in all phases. Thus, liquid water, a mixture of liquid water and water vapour (steam), and a mixture of ice and liquid water are all pure substances; every phase has the same chemical composition.

3.2 Vapour-liquid-solid-phase equilibrium

As an example consider a system of 1 kg of water contained in the piston-cylinder arrangement shown in Fig. 3.1. Suppose that the piston and weight maintain a pressure of 0.1 MPa in the cylinder, and that the initial temperature is 20 °C. As heat is transferred to the water, the temperature increases appreciably, the specific volume increases slightly, and the pressure remains constant. When the temperature reaches 99.6 °C, additional heat transfer results in change of phase, as indicated in Fig. 3.1. That is, some of the liquid becomes vapour, and during this process both the temperature and pressure remain constant, but the specific volume increases considerably. When the last drop of liquid has vaporized, further transfer of heat results in an increase in both temperature and specific volume of vapour, as shown in Fig. 3.1.

Fig. 3.1:

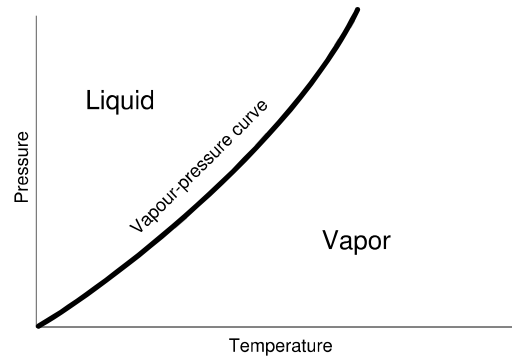
Constant-pressure change from liquid to vapour phase for a pure substance.



The term **Saturation Temperature** designates the temperature at which vaporization takes place at a given pressure. This pressure is called the **Saturation Pressure** for the given temperature. Thus, for water at 99.6 °C the saturation pressure is 0.1 MPa, and for water at 0.1 MPa the saturation temperature is 99.6 °C. For a pure substance there is a definite relation between saturation pressure and saturation temperature. A typical curve, called Vapour-Pressure curve, is shown in Figure 3.2.

Fig. 3.2:

Vapour-pressure curve of a pure substance.

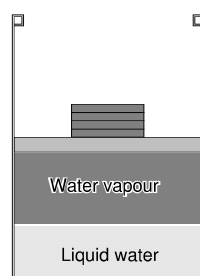


If a substance exists as liquid at the saturation temperature and pressure, it is called saturated liquid. If the temperature of the liquid is lower than the saturation temperature for the existing pressure, it is called either a **Subcooled Liquid** (implying that the temperature is lower than the saturation temperature for the given pressure) or a **Compressed Liquid** (implying that the pressure is greater than the saturation pressure for the given temperature).

When a substance exists as part liquid and part vapour at the saturation temperature, its **QUALITY** is defined as the ratio of the mass of vapour to the total mass. Thus, in Fig. 3.3, if the mass of the vapour is 0.2 kg and the mass of the liquid is 0.8 kg, the quality x is 0.2 or 20 %. Quality has meaning only when the substance is in a saturated state, that is, at saturation pressure and temperature.

Fig. 3.3:

Constant-pressure change from liquid to vapour change.



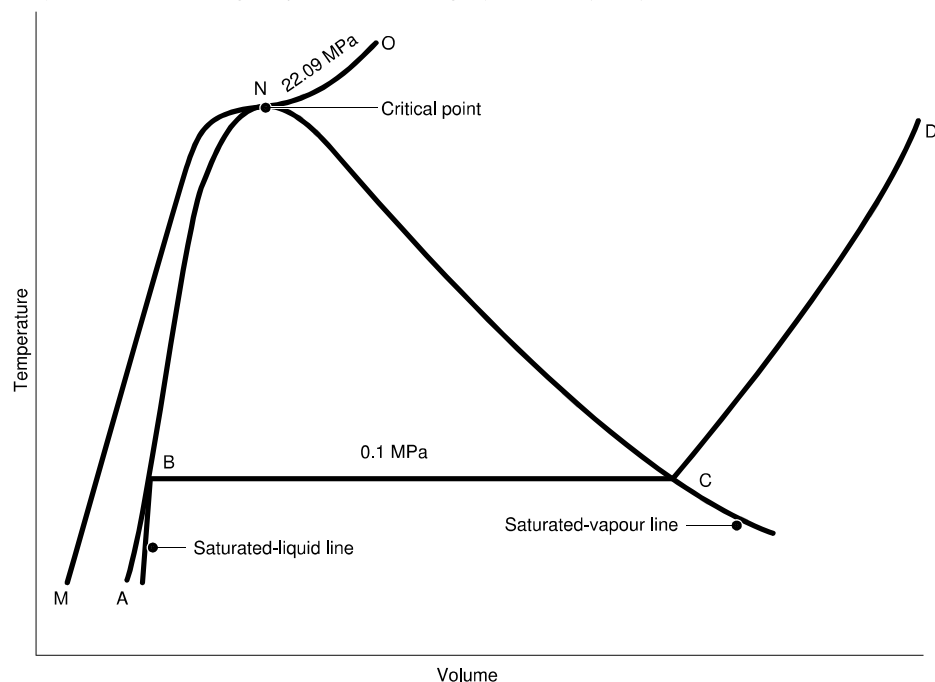
If a substance exists as vapour at the saturation temperature it is called **Saturated Vapour**. When the vapour is at a temperature greater than the saturation temperature, it is said to exist as superheated vapour. The pressure and temperature of **Superheated Vapour** are independent properties, since the temperature may increase while the pressure remains constant. Let us plot on the **Temperature-Volume Diagram** in Fig. 3.4 the constant-pressure line that represents the states through which the water passes as it is

heated from the initial state of 0.1 MPa and 20 °C. Let state A represent the initial state, B the saturated-liquid state of 0.1 MPa and 20 °C. Let state A represent the initial state, B the saturated-liquid state (100 °C), and line AB the process in which the liquid is heated from the initial temperature to the saturation temperature. Point C is the saturated-vapour state, and line BC is the constant-temperature process in which the change of phase from liquid to vapour occurs. Line CD represents the process in which the steam is superheated at constant pressure.

At a pressure of 22.09 MPa, represented by line MNO, we find, however, that there is no constant-temperature vaporization process. Instead, point N is a point of inflection with a zero slope. This point is called the **Critical Point**. At the critical point the saturated-liquid and saturated-vapour states are identical. The temperature, pressure, and specific volume at the critical point are called the critical temperature, critical pressure, and critical volume.

Fig. 3.4:

Temperature-volume diagram for water showing liquid and vapour phases.



3.3 Independent properties of a pure substance

The state of a simple compressible pure substance is defined by two independent properties. For example, if the specific volume and temperature of superheated steam are specified, the state of the steam is determined.

3.4 Equation of state for the vapour phase of a simple compressible substance

From experimental observations it has been established that the P-v-T behaviour of gases at low density is closely given by the following equation of state:

$$P \bar{v} = \bar{R}T$$

where

$$\bar{R} = 8.3144 \frac{\text{kJ m}}{\text{kmol K}}$$

is the universal gas constant.

Dividing by M, the molecular weight, we have the equation of state on a unit mass basis,

$$Pv = RT$$

This equation of state can be written in terms of the total volume:

$$PV = n\bar{R}T$$

$$PV = mRT$$

for mass m occupying volume V

The equation of state given above is referred to as the ideal-gas equation of state. At very low density all gases and vapours approach ideal-gas behaviour, with the P-v-T relationship being given by the ideal-gas equation of state.

3.5 Numerical example

A tank has a volume of 0.5 m^3 and contains 10 kg of an ideal gas having a molecular weight of 24. The temperature is 25°C . What is the pressure?

The gas constant is determined first:

$$R = \frac{\bar{R}}{M} = \frac{8.3144 \text{ kJ m} / \text{kmol K}}{24 \text{ kg} / \text{kmol}}$$

We now solve for P:

$$P = \frac{mRT}{V} = \frac{10 \text{ kg} \times 0.34643 \text{ kJ m} / \text{kgK} \times 298.2 \text{ K}}{0.5 \text{ m}^3} = 2066 \text{ kPa}$$

4.0 Work and Heat

It is essential to understand clearly the definitions of both work and heat, because the correct analysis of many thermodynamic problems depends on distinguishing between them.

4.1 Definition of work

Work is defined as a force F acting through a displacement x , the displacement being in the direction of the force.

$$W = \int_1^2 F dx$$

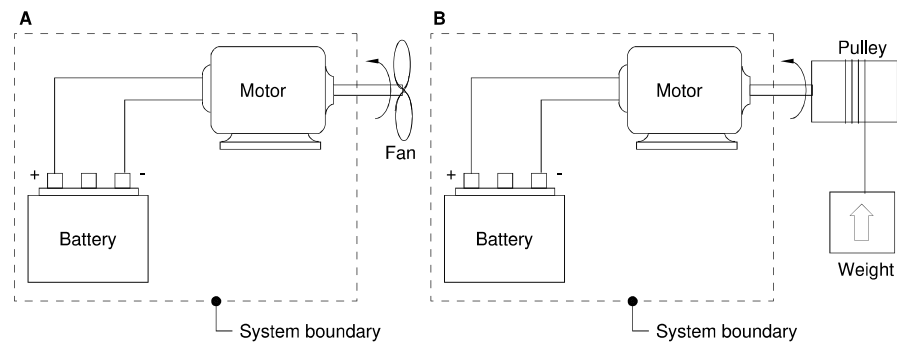
Thermodynamics defines work as follows: work is done by a system if the sole effect on the surroundings (everything external to the system) could be the raising of a weight. Work done by a system is considered positive and work done to a system is considered negative.

Example:

Consider as a system the battery and motor of Fig. 4.1 and let the motor drive a fan. Does work cross the boundary of the system? If the fan is replaced with the pulley and weight arrangement shown in Fig. 4.1, as the motor turns, the weight is raised, and the sole effect external to the system is the raising of a weight.

Fig. 4.1:

Example of work crossing the boundary of a system.



4.2 Units for work

The unit for work in SI units is called the joule (J).

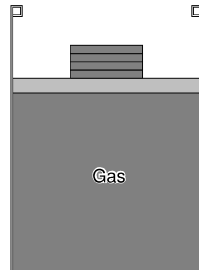
$$1\text{J} = 1\text{ N}\cdot\text{m}$$

4.3 Numerical example

Consider as a system the gas in the cylinder in Fig. 4.2; the cylinder is fitted with a piston on which a number of small weights are placed. The initial pressure is 200 kPa and the initial volume of the gas is 0.04 m³.

Fig. 4.2:

Example of work done by a thermodynamic process.



1. Let a Bunsen burner be placed under the cylinder, and let the volume of the gas increase to 0.1 m^3 while the pressure remains constant. Calculate the work done by the system during the process.

$$W = \int_1^2 P dV$$

Since the pressure is constant,

$$W = P \int_1^2 dV = P(V_2 - V_1)$$

$$W = 200 \text{ kPa} \times (0.1 - 0.04) \text{ m}^3 = 12 \text{ kJ}$$

2. Consider the same system and initial conditions, but at the same time the Bunsen burner is under the cylinder and the piston is rising, let weights be removed from the piston at such a rate that, during the process, the temperature of the gas remains constant. If we assume that the ideal-gas model is valid, and that is a polytropic process with exponent $n = 1$. Therefore,

$$W = \int_1^2 P dV = P_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$W = 200 \text{ kPa} \times 0.04 \text{ m}^3 \times \ln \frac{0.10}{0.04} = 7.33 \text{ kJ}$$

4.4 Definition of heat

Heat is defined as the form of energy that is transferred across the boundary of a system at a given temperature to another system (or the surroundings) at a lower temperature by virtue of the temperature difference between the two systems. Another aspect of this definition of heat is that a body never contains heat. Rather, heat can be identified only as it crosses the boundary. Thus, heat is a transient phenomenon.

Example:

If we consider a hot block of copper as one system and cold water in a beaker as another system, we recognize that originally neither system contains any heat (they do contain energy, of course). When the copper block is placed in the

water and the two are in thermal communication, heat is transferred from the copper to the water until equilibrium of temperature is established. At this point we no longer have heat transfer, because there is no temperature difference. Heat is identified at the boundary of the system.

Heat transferred to a system is considered positive, and heat transferred from a system is negative. The symbol Q represents heat.

4.5 Units of heat

Heat, like work, is a form of energy transfer to or from a system. Therefore, the units for heat are the same as the units for work. In the International System the unit for heat (energy) is the joule.

5.0 The First Law of Thermodynamics

This law is also called the law of conservation of energy.

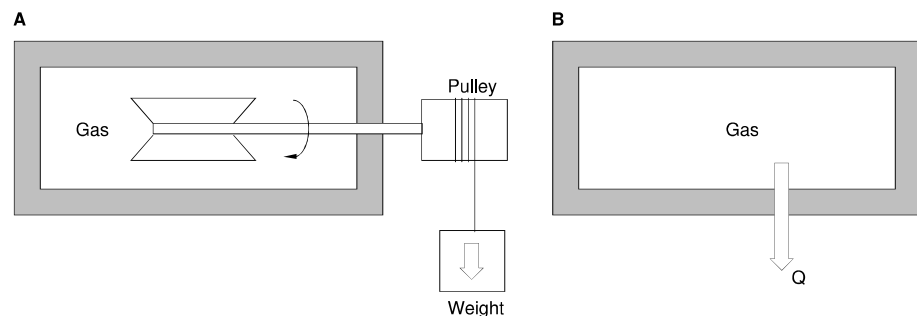
5.1 The first law of thermodynamics for a system undergoing a cycle

The first law of thermodynamics states that during any cycle a system undergoes, the cyclic integral of the heat is equal to the cyclic integral of the work. To illustrate this law, consider as a system the gas in the container shown in Fig. 5.1. Let this system go through a cycle that is made up of two processes. In the first process work is done on the system by the paddle that turns as the weight is lowered. Let this system return to its initial state by transferring heat from the system until the cycle has been completed. When the amounts of work and heat are compared it is found that they are equal.

$$\oint \delta Q = \oint \delta W$$

Fig. 5.1:

Example of a system undergoing a cycle.

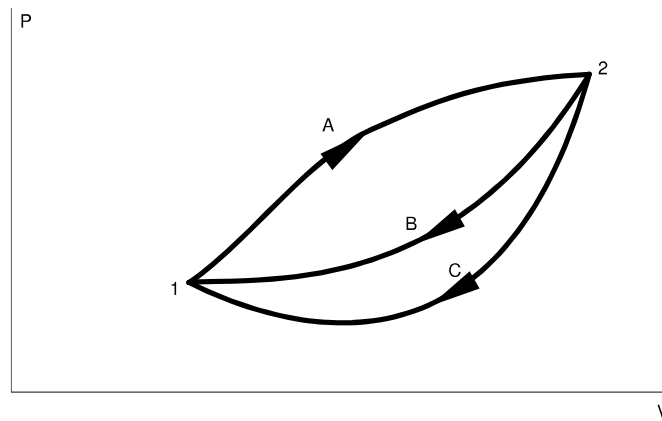


5.2 The first law of thermodynamics for a change in state of a system

We now consider the first law of thermodynamics for a system that undergoes a change of state. We begin by introducing a new property, the energy, which is given the symbol E . Consider a system that undergoes a cycle, in which it changes from state 1 to state 2 by process A, and returns from state 2 to state 1 by process B. This cycle is shown in Fig. 5.2 on a pressure-volume diagram.

Fig. 5.2:

Demonstration of the existence of thermodynamic property E .



From the first law of thermodynamics,

$$\oint \delta Q = \oint \delta W$$

Considering the two separate processes, we have

$$\int_1^2 \delta Q_A + \int_2^1 \delta Q_B = \int_1^2 \delta W_A + \int_2^1 \delta W_B$$

Now consider another cycle in which the system changes from state 1 to state 2 by process A, as before, and returns to state 1 by process C. For this cycle we can write.

$$\int_1^2 \delta Q_A + \int_2^1 \delta Q_C = \int_1^2 \delta W_A + \int_2^1 \delta W_C$$

Subtracting the second of these equations from the first, we have

$$\int_2^1 \delta Q_B + \int_2^1 \delta Q_C = \int_2^1 \delta W_B - \int_2^1 \delta W_C$$

or, by rearranging

$$\int_2^1 (\delta Q - \delta W)_B = \int_2^1 (\delta Q - \delta W)_C$$

Since B and C represent arbitrary processes between states 1 and 2, the quantity $\delta Q - \delta W$ is the same for all processes between state 1 and state 2. This property is the energy of the system and is given the symbol E .

$$\delta Q = dE + \delta W$$

The physical significance of the property E is that it represents all the energy of the system in the given state. Usually we consider the bulk kinetic and potential energy separately and then consider all the other energy of the system in a single property that we call the internal energy, U.

$$E = \text{Internal Energy} + \text{Kinetic Energy} + \text{Potential Energy}$$

5.3 The thermodynamic property enthalpy

The enthalpy is defined as follow:

$$H = U + pV \quad [\text{kJ}]$$

or, per unit mass,

$$h = u + pv \quad [\text{kJ/kg}]$$

5.4 The constant-volume and constant-pressure specific heats

The constant-volume specific heat is

$$C_v = \frac{1}{m} \left(\frac{\delta Q}{\delta T} \right)_v = \frac{1}{m} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}^\circ\text{C}} \right]$$

The constant-pressure specific heat is

$$C_p = \frac{1}{m} \left(\frac{\delta Q}{\delta T} \right)_p = \frac{1}{m} \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}^\circ\text{C}} \right]$$

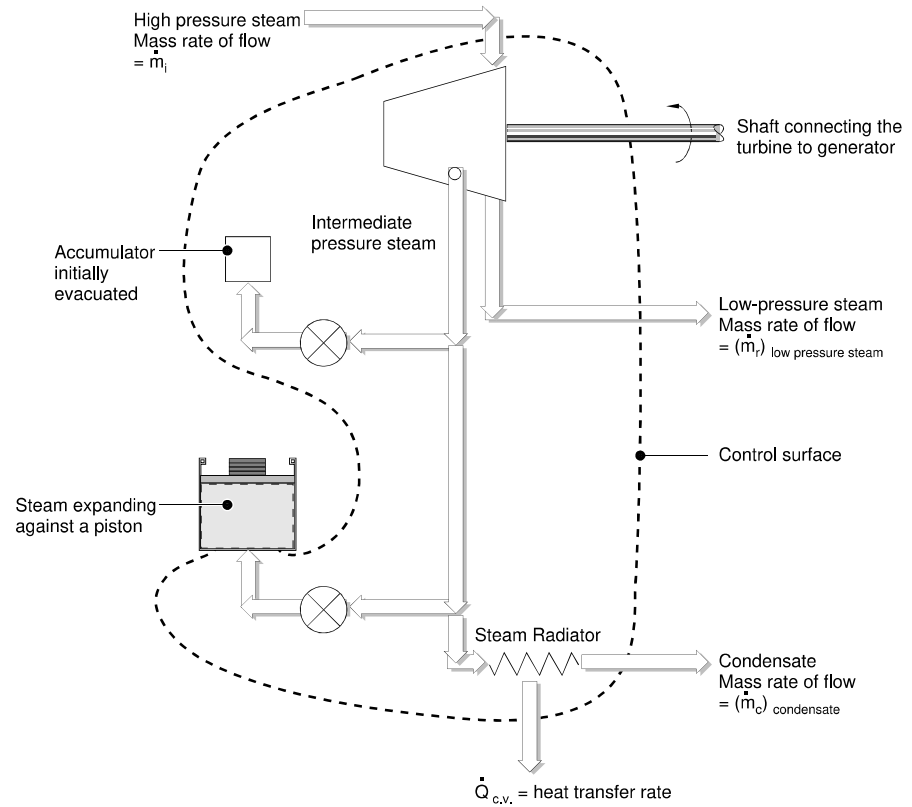
5.5 First-law analysis for a control volume

5.5.1 Conservation of mass

A control volume is a volume in space that has interest for a particular study or analysis. The surface of this control volume is referred to as a control surface and is always a closed surface. Mass, heat, and work can cross the control surface. The mass in the control volume, as well as the properties of this mass can change with time (Fig. 5.3).

Fig. 5.3:

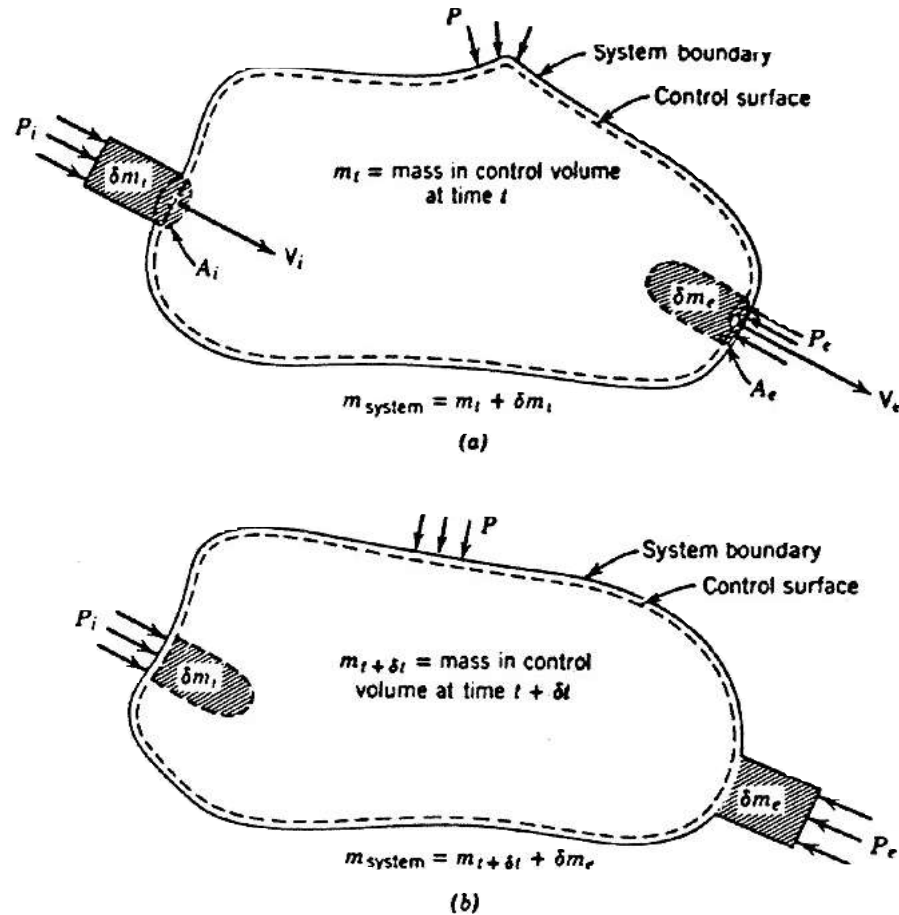
Schematic diagram of a control volume showing mass and energy transfers and accumulation.



Let us consider the law of the conservation of mass as it relates to the control volume (Fig. 5.4).

Fig. 5.4:

Schematic diagram of a control volume for analysis of the continuity equation as applied to a control volume.
 (a) System and control volume at time t . (b) System and control volume at time $t + \delta t$.



During a time interval δt , let the mass δm_i enter the control volume, and the mass δm_e leave the control volume. From the law of the conservation of mass,

$$m_t + \delta m_i = m_{t+\delta t} + \delta m_e$$

and the rate equation for the control volume is:

$$\frac{dm_{c.v.}}{dt} + \dot{m}_e - \dot{m}_i = 0$$

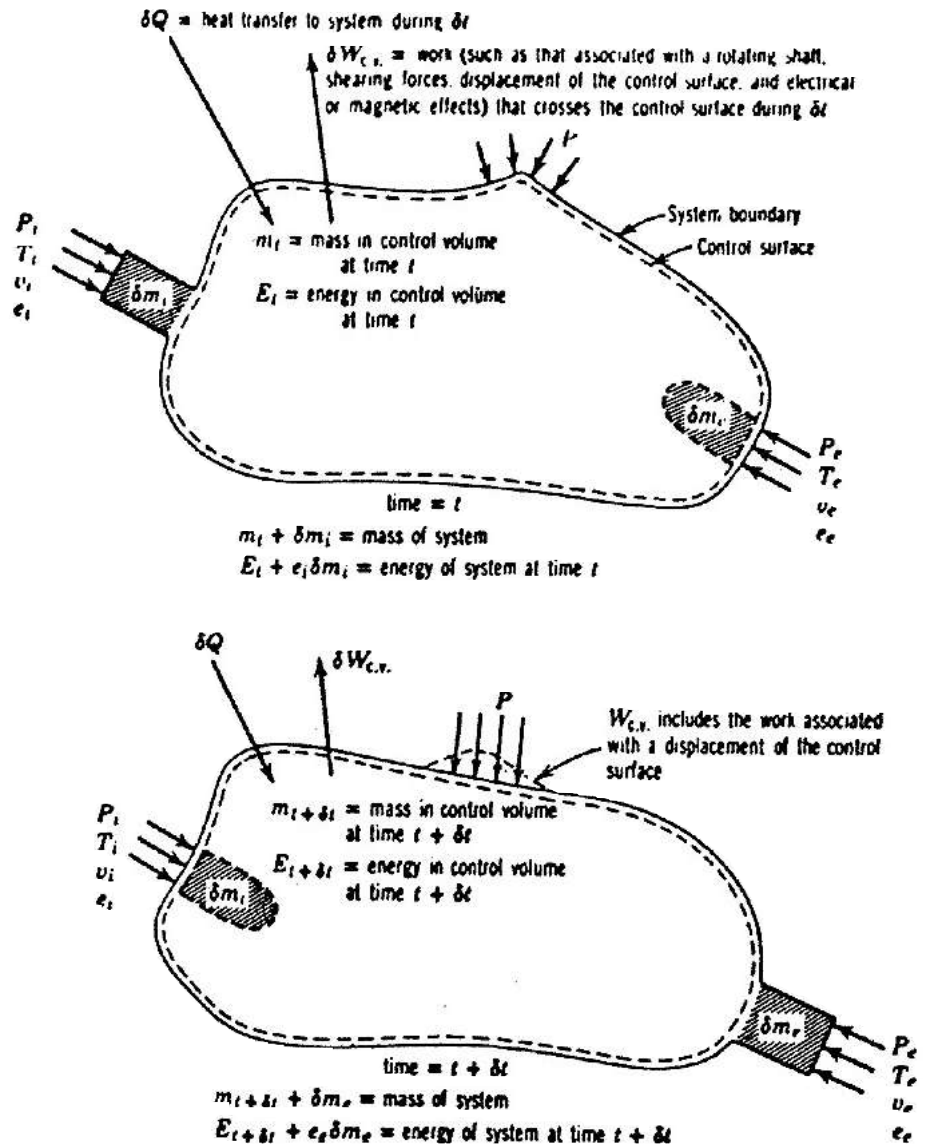
The conservation of mass is commonly termed the continuity equation.

5.5.2 The first law of thermodynamics

Let consider each of the terms of the first law as it is written for the system and transform each term into an equivalent form that applies to the control volume (Fig. 5.5).

Fig. 5.5:

Schematic for a first law analysis of a control volume, showing heat and work as well as mass crossing the control surface



$$Q_1 = E_2 - E_1 + w_1$$

Consider first the term $E_2 - E_1$. Let

E_t = the energy in the control volume at t

$E_{t+\delta t}$ = the energy in the control volume at $t+\delta t$.

Then

$E_1 = E_t + e_i \delta m_i$ = energy of the system at t

$E_2 = E_{t+\delta t} + e_e \delta m_e$ = energy of the system at $t+\delta t$

Therefore,

$$E_2 - E_1 = (E_{t+\delta t} - E_t) + (e_e \delta m_e - e_i \delta m_i)$$

The total work associated with the masses δm_i and δm_e during δt is

$$\delta W = \delta W_{c.v.} + (P_e v_e \delta m_e - P_i v_i \delta m_i)$$

After dividing by δt , substituting into the first law, combining and rearranging, we have

$$\dot{Q}_{c.v.} + \Sigma \dot{m}_i \left(h_i + \frac{V_i^2}{2} + gZ_i \right) = \frac{dE_{c.v.}}{dt} + \Sigma \dot{m}_e \left(h_e + \frac{V_e^2}{2} + gZ_e \right) + \dot{W}_{c.v.}$$

6.0 The Second and Third Laws of Thermodynamics

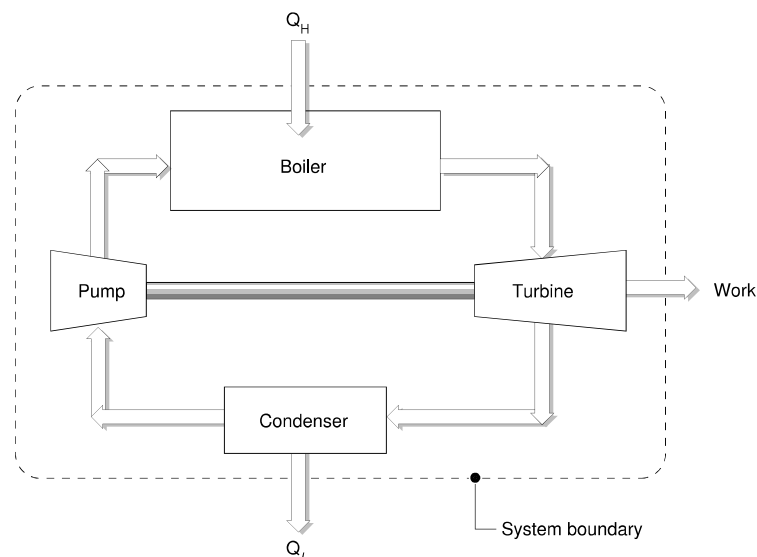
The Second Law acknowledges that processes proceed in a certain direction but not in the opposite direction. A hot cup of coffee cools by virtue of heat transfer to the surroundings, but heat will not flow from the cooler surroundings to the hotter cup of coffee.

6.1 Heat engines and thermal efficiencies

A **Heat Engine** may be defined as a device that operates in a thermodynamics cycle and does a certain amount of net positive work through the transfer of heat from a high-temperature and to a low-temperature body. A simple steam power plant is an example of a heat engine (Fig. 6.1).

Fig. 6.1:

A heat engine involving steady-state, steady-flow processes.



An amount of heat, Q_H , is transferred from a high-temperature body. In Fig. 6.1 the turbine is shown as driving the pump. What is significant, however, is the net work that is delivered during the cycle. The quantity of heat Q_L is rejected to a low-temperature body. Thus, the simple steam power plant is a heat engine, for it has a working fluid, to which and from which heat is transferred, and which does a certain amount of work as it undergoes a cycle.

At this point it is appropriate to introduce the concept of Thermal Efficiency of a heat engine. Thermal efficiency is the ratio of output, the energy sought, to input, the energy that costs. **Thermal efficiency** is defined as

$$\eta_{thermal} = \frac{W(\text{energy sought})}{Q_H(\text{energy that costs})} = \frac{Q_H - Q_L}{Q_H} = 1 - \frac{Q_L}{Q_H}$$

6.2 Introduction of entropy

In our consideration of the first law, we initially stated the law in terms of a cycle, but then defined a property, the internal energy, which enabled us to use the first law quantitatively for processes. Similarly, we have stated the second law for a cycle, and we now find that the second law leads to a property, entropy, which enables us to treat the second law quantitatively for processes.

6.3 Inequality of Clausius

For all reversible cycle we can write,

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0$$

Where T is absolute temperature (°K)

For all irreversible cycles

$$\oint \frac{\delta Q}{T} < 0$$

Thus, for all cycles we can write

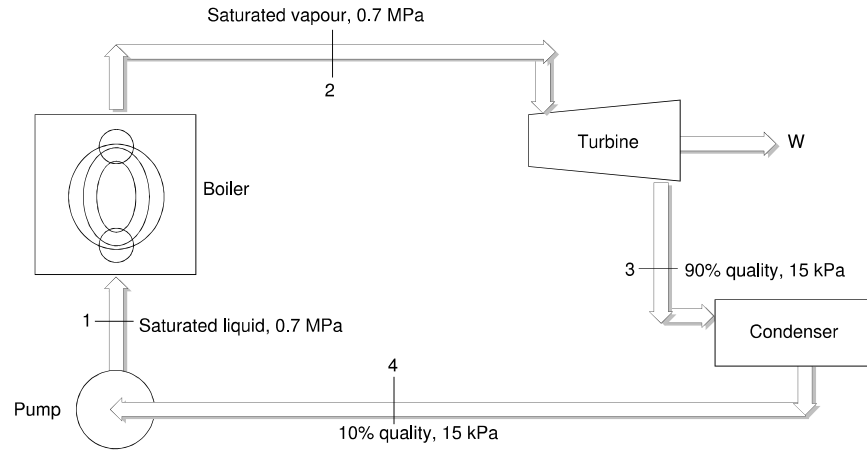
$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

Example

The significance of the Inequality Of Clausius may be illustrated by considering the simple steam power plant cycle shown in Fig. 6.2.

Fig 6.2:

A simple steam power plant that demonstrates the inequality of Clausius.



This cycle is slightly different from the usual cycle from steam power plants in that the pump handles a mixture of liquid and vapour in such proportions that saturated liquid leaves the pump and enters the boiler. Does this cycle satisfy the inequality of Clausius?

Heat is transferred in two places, the boiler and the condenser. Therefore,

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \oint \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{boiler}} + \oint \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{condenser}}$$

Since the temperature remains constant in both the boiler and condenser, this may be integrated as follows:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T_1} \int_1^2 \delta Q + \frac{1}{T_3} \int_3^4 \delta Q = \frac{Q}{T_1} \Big|_1^2 + \frac{Q}{T_3} \Big|_3^4$$

Let

us consider a 1-kg mass as the working fluid.

$$q_1^2 = h_2 - h_1 = 2066.3 \text{ kJ/kg}, T_1 = 164.97^\circ \text{C}$$

$$q_3^4 = h_4 - h_3 = 463.4 - 2361.8 = -1898.4 \text{ kJ/kg}, T_3 = 53.97^\circ \text{C}, \text{ Therefore,}$$

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{2066.3}{164.97 + 273.15} - \frac{1898.4}{53.97 + 273.15} = -1.087 \text{ kJ / kg K}$$

The cycle satisfies the inequality of Clausius.

6.4 Entropy

For a system which undergoes a reversible process, the second law of thermodynamics leads to a property of a system that we call **Entropy**.

$$dS \equiv \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{rev}}$$

The change in entropy of a system as it undergoes a change of state may be

found by integrating the previous equation. Thus,

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{rev}}$$

The important point is that since entropy is a property, the change in the entropy of a substance in going from one state to another is the same for all processes, both reversible and irreversible, between these two states. The previous equation enables us to find the change in entropy only along a reversible path. However, once the change has been evaluated, this value is the magnitude of the entropy change for all processes between these two states.

6.5 The third law of thermodynamics

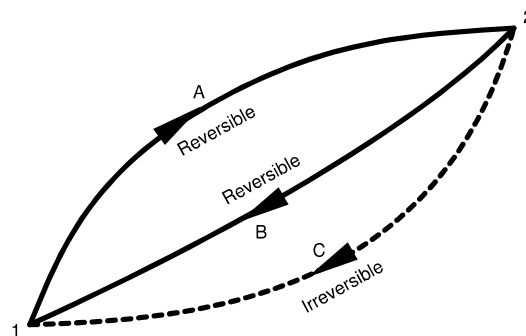
The entropy of all pure substances can be assigned the value of zero at the absolute zero of temperature.

6.6 Entropy change of a system during an irreversible process

Consider a system that undergoes the cycles shown in Fig. 6.3. The cycle made up of the reversible processes A and B is a reversible cycle.

Fig. 6.3

Entropy change of a system during an irreversible process.



Therefore, we can write

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \oint_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_A + \oint_2^1 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_B = 0$$

The cycle made up of the reversible process A and the irreversible process C is an irreversible cycle. Therefore, for this cycle the inequality of Clausius may be applied, giving the result

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \oint_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_A + \oint_2^1 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_C < 0$$

Subtracting the second equation from the first and rearranging, we have

$$\oint_2^1 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_B > \oint_2^1 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_C$$

Since path B is reversible, and since entropy is a property,

$$\oint_2^1 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_B = \oint_2^1 dS_B = \oint_2^1 dS_C$$

Therefore,

$$\oint_2^1 dS_C > \oint_2^1 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_C$$

For the general case we can write

$$dS \geq \frac{\delta Q}{T}$$

$$S_2 - S_1 \geq \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$$

In these equation the equality holds for a reversible process and the inequality for an irreversible process.

6.7 Principle of the increase of entropy

In an isolated system, the only processes that can occur are those that have an associated increase in entropy.

6.8 Second-law analysis for a control volume

The second law of thermodynamics can be applied to a control volume by a procedure similar to that used for writing the first law for a control volume. The second law can be written

$$dS \geq \frac{\delta Q}{T}$$

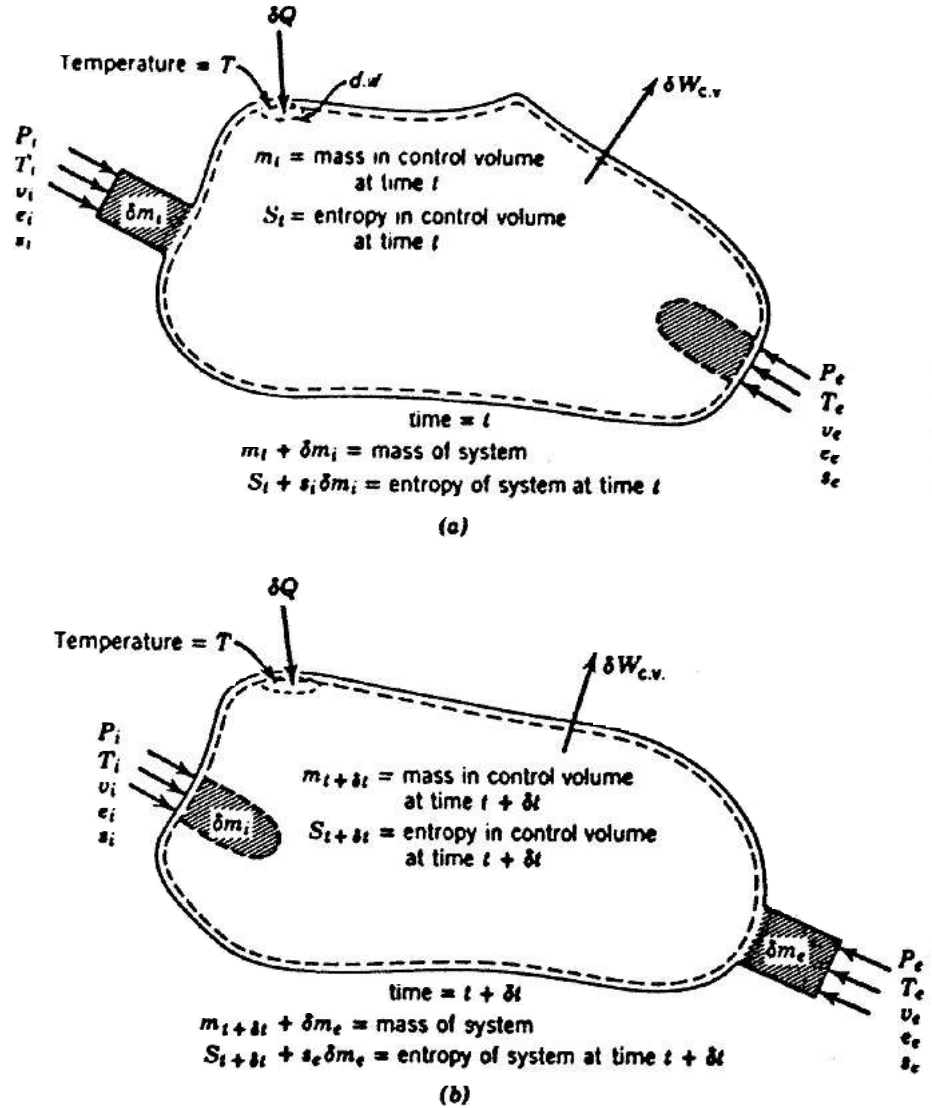
For a change in entropy, $S_2 - S_1$, that occurs during a time interval δt , we can write

$$\frac{S_2 - S_1}{\delta t} \geq \frac{1}{\delta t} \frac{\delta Q}{T}$$

Consider the system and control volume shown in Fig. 6.4. During time δt let the mass δm_i enter the control volume, and the mass δm_e leave the control volume. An amount of heat δQ is transferred to the system across an element of area where the surface temperature is T , and work δW is done by the system.

Fig 6.4:

Schematic diagram for a second law analysis of a control volume.



Let

 S_t = the entropy in the control volume at t $S_{t+\delta t}$ = the entropy in the control volume at $t+\delta t$.

Then

 $S_1 = S_t + s_i \delta m_i$ = entropy of the system at t $S_2 = S_{t+\delta t} + s_e \delta m_e$ = entropy of the system at $t + \delta t$

Therefore,

$$S_2 - S_1 = (S_{t+\delta t} - S_t) + (s_e \delta m_e - s_i \delta m_i)$$

After writing the heat transfer term as the summation of all local $\delta Q/T$ terms throughout the interior of the control volume, and after reducing this equation to a rate equation the resulting expression is

$$\frac{dS_{c.v.}}{dt} + \Sigma \dot{m}_e s_e - \Sigma \dot{m}_i s_i \geq \Sigma_{c.v.} \frac{Q_{c.v.}}{T}$$

where the equality applies to internally reversible processes and the inequality to internally irreversible processes.



REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix-Travail-Patrie

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT
SUPERIEUR

UNIVERSITE DE GAROUA

FACULTE DES SCIENCES

DEPARTEMENT DES ENERGIES
RENOUVELABLES

REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix-Travail-Patrie

MINISTRY OF HIGHER
EDUCATION

UNIVERSITY OF GAROUA

FACULTY OF SCIENCE



FICHE DE TD DE LOGIQUE COMBINATOIRE SEMESTRE II 2024

Licence 1 : Energies Renouvelables

Exercice 1 :

- 1) **Définir :** Une variable discrète ; Une variable binaire, Mot binaire.
- 2) Quel est le nombre de combinaison possible qu'on puisse réaliser à partir de n variable binaire ? Pour $n = 4$ donnez les différentes combinaisons.
- 3) Soit B une base, quel est la plus grande valeur que l'on puisse coder avec n symbole dans la base B ?

Exercice 2 :

- 1) **Effectuer les conversions suivantes :**
 - a. $(7852)_{10}$ en base hexadécimal, octal puis en binaire.
 - b. $(1101001011)_2$ en hexadécimal, octal puis en décimal
 - c. $(2EA)_{16}$ en binaire, octal puis en décimal.
- 2) **Arithmétique binaire**
 - a. Effectuer en binaire la soustraction $122-43$
 - b. Multiplier les nombres binaires 10111 et 1011
 - c. Diviser le nombre binaire 1110 par 0011
- 3) **Trouver l'équivalent décimal des nombres suivant :**
 44_8 ; 567_8 ; 100_3 ; 1000_3 ; 754_8 ; $A9F_{16}$.
- 4) **Calculer l'équivalent octal des nombres décimaux suivants :**
 29 ; 1971 ; 899 ; 2115

Exercice 3 :

- 1) Donner sur 8 bits les représentations « signe et valeur absolue » et complément à 2 des nombres décimaux suivants : 45 , 73 , 84 , -99 , -102 , et -118
- 2) Effectuer la soustraction $122-43$ dans la représentation en complément à 2 en n'utilisant que l'addition.
- 3) Traduire les nombres binaires 00000011 , 10000001 et 11111111 dans la forme décimale selon que la représentation utilisée est :
 - a) Représentation binaire classique.
 - b) Le complément à 2.

Exercice 4 :

On cherche à déterminer les cas de débordement lors d'une addition signée. On dit qu'il y a débordement lorsque le résultat obtenu (limité à la taille autorisée) n'est pas correct.

- 1) Effectuer en binaire sur 8 bits, en représentation en complément à 2, les opérations suivantes : $100 + 100$, $(-1)+(-2)$, $(-1)+16$, $(-100)+(-100)$. Dans quel(s) cas y a-t-il débordement ?
- 2) On additionne 8 bits $A = a_7 \dots a_0$ avec 8 bits $B = b_7 \dots b_0$ en obtenant un résultat $S = s_7 \dots s_0$ et une retenue r . si A et B sont de signe contraire, peut-il avoir débordement ? si A et B sont de même signe (distinguez), quelles valeurs peuvent prendre s_7 et r ? dans quel(s) cas il y a-t-il débordement ? On s'intéresse maintenant aux deux retenues de poids fort r et r_6 (qui provient de l'addition de a_6 , b_6 et r_5 , et s'ajoute à a_7 et b_7 pour donner s_7 et r). En reprenant la question précédente, donnez l'expression du débordement en fonction de r_6 et r .

Exercice 5 :

Utiliser l'algèbre de Boole pour simplifier les fonctions suivantes :

$$F_1 = a(a + b); \quad F_2 = (a + b)(\bar{a} + b); \quad F_3 = ab + \bar{c} + c((\bar{a} + \bar{b})); \quad F_4 = (x\bar{y} + z)(x + \bar{y})z;$$

$$F_5 = (x + y)z + \bar{y}(\bar{y} + z) + \bar{y}; \quad F_2 = (a + b + c)(\bar{a} + b + c) + ab + bc;$$

Exercice 6 :

Complémenter, puis simplifier les fonctions suivantes :

$$T = ab + bc + ac; \quad F = \bar{c}\bar{d} + \bar{a}\bar{b} + c\bar{d} + a\bar{b}; \quad G = \bar{a}\bar{b} + ab + a\bar{b};$$

Exercice 7 :

- Utiliser la table de vérité pour démontrer :
 - $A + B.C = (A + B).(A + C)$
 - $\bar{A}.C + \bar{A}\bar{B}\bar{C} = \bar{A}.\bar{B} + \bar{A}\bar{B} + \bar{A}.C$
- Ecrire sous la première forme canonique la fonction définie par la proposition suivante :
 - $F(A, B, C) = 1$ si et seulement si exactement deux des variables A, B, et C prennent la valeur 1
 - $F(A, B, C) = 1$ si et seulement si au moins deux des variables A, B, et C prennent la valeur 1
- Schématiser le logigramme de ces deux fonctions précédentes

Exercice 8 :

- Ecrire les TV des fonctions $\bar{a}b$, ab , $a\bar{b}$ et montrer qu'elles permettent de comparer les variables a et b .
- Réaliser les logigrammes des fonctions suivantes :
 - $F = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{c}d$ avec 3 portes NOR à 2 entrées
 - $G = a(b + c)$
 - $H = ab + bc + ac$
- Simplifier la fonction suivante et dessiner son logigramme à l'aide des portes NOR à 2 entrées, puis à l'aide des portes NAND à deux entrées : $F = b\bar{c}\bar{d} + ab\bar{d} + \bar{a}bcd$

Exercice 9 :

En utilisant le diagramme de Karnaugh, simplifier les fonctions complètement définies :

$$F_1 = ab\bar{c} + \bar{a}\bar{b}c + a\bar{b}\bar{c}; \quad F_2 = abc + \bar{a}bc + \bar{a}\bar{b}c + ab\bar{c}$$

$$F_3 = \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d} + \bar{a}\bar{b}c\bar{d} + ab\bar{c}\bar{d} + abc\bar{d} + \bar{a}\bar{b}c\bar{d} + \bar{a}\bar{b}c\bar{d}$$

Exercice 10 :

Soit un entier de 0 à 7 représenté par 3 bits, soit F la fonction logique dont les entrées sont ces 3 bits et qui prend la valeur 1 si la valeur de l'entrée vaut 0, 3, 4, 7 (codée en binaire naturel), et 0 sinon.

- Donner la TV de F et l'écrire sous sa forme canonique, puis simplifier l'expression obtenue.
- Retrouver le résultat précédent en écrivant la table de Karnaugh de F.
- Dessiner le logigramme de F

Exercice 11 :

Trois interrupteur I_1 , I_2 et I_3 commandent le démarrage de deux moteurs M_1 et M_2 selon les conditions suivantes :

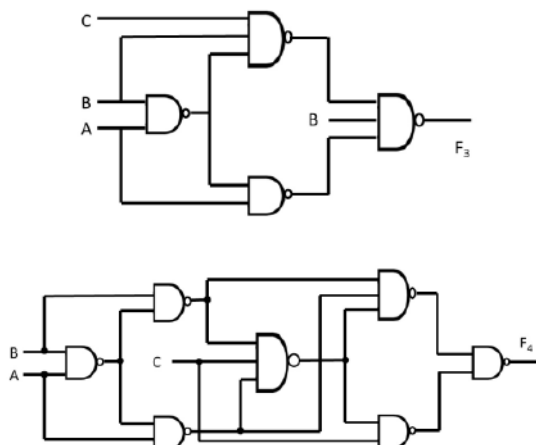
Le moteur M_1 ne doit démarrer que si au moins deux interrupteurs sont activés (=1),

Dès qu'un ou plusieurs interrupteurs sont activés, le moteur M_2 doit démarrer.

- Donner la table de vérité correspondante,
- Déterminer les équations simplifiées des sorties M_1 et M_2 par la méthode de karnaugh.
- Faire le logigramme des sorties M_1 et M_1 simplifiées.

Exercice 12 :

Déterminer les fonctions F_3 et F_4 en appliquant le théorème de Morgan.



Exercice 13 :

On considère le montage de la Figure ci-dessous.

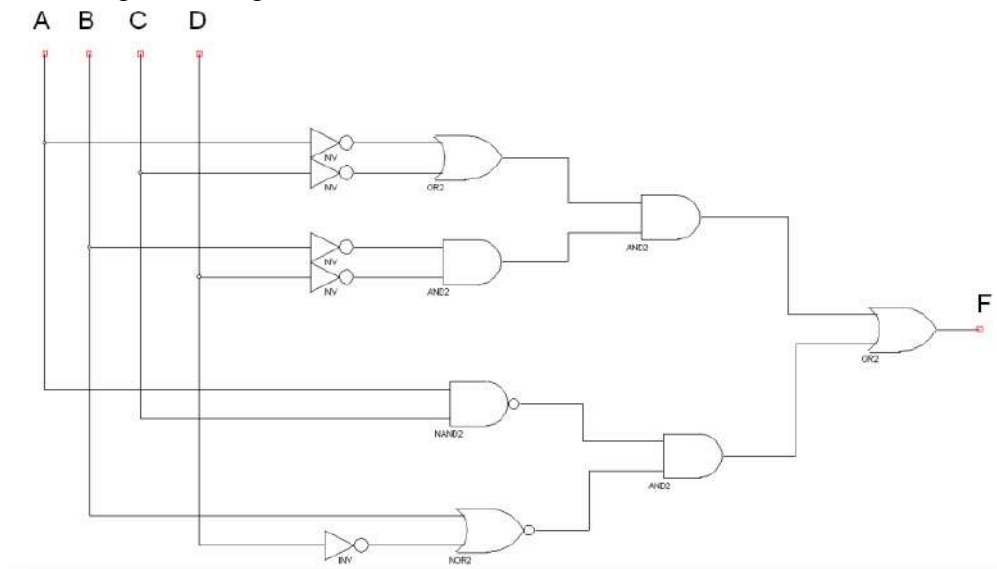


Figure 1

1. Quelle est la fonction logique F réalisée par ce montage ?
2. Simplifier la fonction F (on peut utiliser indifféremment des tables de Karnaugh ou le théorème de De Morgan).
3. Proposer un montage plus simple permettant de réaliser la fonction F.

Exercice 14 :

En binaire, un chiffre décimal (compris entre 0 et 9) est codé sur 4 bits $a b c d$ dans l'ordre des poids décroissants. Ce chiffre est visualisé sur un afficheur 7 segments représenté sur la Figure ci-dessous. Chaque segment est représenté par une lettre allant de A à G. Lors de l'affichage du chiffre 6 (respectivement 9) le segment A (respectivement D) est allumé.

1. Donner les expressions logiques, en fonction de $a b c d$, des fonctions logiques f_A et f_D valant 1 lorsque les segments A et D de l'afficheur sont allumés.
2. Simplifier les fonctions précédentes en utilisant des tables de Karnaugh.
3. Donner le schéma de la fonction f_A avec un minimum de portes NOR et NAND.

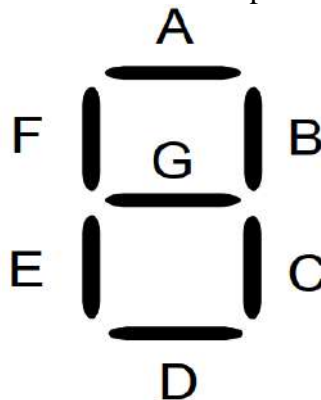


Figure 2 : Afficheur 7 segments

Exercice 15 : Additionneur/soustracteur

On construit un circuit qui a deux entrées (a et b) et deux sorties (s et r) et une ligne de commande F tel que :

- Si $F = 0$, le circuit effectue une addition ($a + b$ avec une sortie s et une retenue r).
- Si $F = 1$, le circuit effectue une soustraction ($a - b$ avec une sortie s et une retenue r).

1) Donnez la table de vérité de ce circuit demi-additionneur/soustracteur. Montrez que s se calcule facilement avec une porte et r avec deux.

2) On construit maintenant un additionneur/soustracteur complet, c'est-à-dire un circuit à trois entrées (a , b et r), deux sorties (s et r') et une ligne de commande F tel que :

- Si $F = 0$, le circuit effectue une addition ($a + b + r$ avec une sortie s et une retenue r').
- Si $F = 1$, le circuit effectue une soustraction ($a - (b + r)$ avec une sortie s et une retenue r').

Écrivez la table de vérité de s pour la soustraction et comparez-la à celle de l'additionneur complet. Donnez l'expression logique de s . Écrivez la table de Karnaugh ainsi qu'une expression logique de r'

Exercice 16 : Comparateur

On souhaite réaliser un comparateur complet de deux mots de quatre bits.

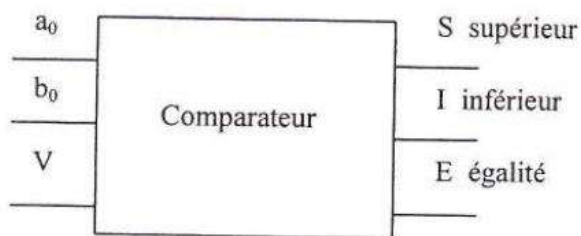
1) Donner la table de vérité d'un comparateur de deux éléments binaires qui fonctionne de la façon suivante :

S supérieur est égal 1 si $a_0 > b_0$

I inférieur est égal à 1 si $a_0 < b_0$

E=1 si les deux éléments binaires sont égaux.

L'entrée V est une entrée de validation, le comparateur fonctionne si V est égal à 1 sinon toutes les sorties sont égales à zéro.



2) Réaliser ce comparateur de 1 élément binaire avec les portes de votre choix.

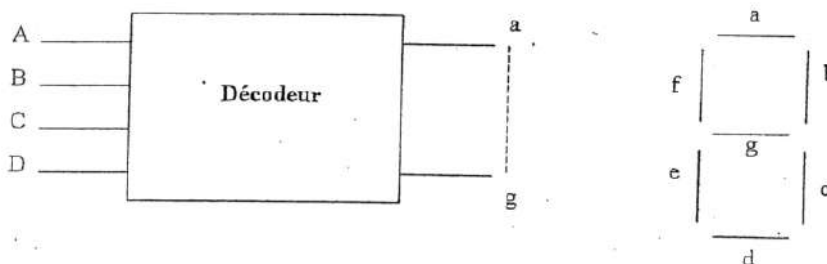
3) Réaliser le schéma d'un comparateur en cascade de deux mots de quatre bits $A(a_0, a_1, a_2, a_3)$ et $B(b_0, b_1, b_2, b_3)$ à l'aide de comparateurs de 1 bit et de quelques portes logiques.

4) On souhaite maintenant réaliser un comparateur complet avec une structure en parallèle.

Tous les éléments binaires de même poids sont donc systématiquement et simultanément comparés. Donner les équations de S, I et E en fonction des deux mots d'entrées A et B.

Exercice 17 : Décodeur

On cherche à réaliser un décodeur Binaire-afficheur 7 segments. Les nombres 0 à 15 sont codés sur 4 bits $(ABCD)_2$. Les sorties commandent l'allumage des différents segments (a,b,c,d,e,f,g,h), comme montré dans la figure.



1. écrire la table de vérité des différentes fonctions a,b,c,d,e,f,g,h

2. écrire les tables de karnaugh correspondantes.

3. déterminer les fonctions simplifiées.

4. Donnez le schéma logique permettant de réaliser la fonction e avec le moins de portes NAND possible.

Exercice 18 :

On désire réaliser un multiplieur de deux mots binaires de deux bits selon les spécifications suivantes :

- Entrées : $X = X_1X_0$ et $Y = Y_1Y_0$

- Sortie Z : $Z = X.Y$ où $Z = Z_3Z_2Z_1Z_0$,

1. Etablir la table de vérité de ce multiplieur.

2. Simplifier les expressions booléennes de chacune des sorties Z_0 , Z_1 , Z_2 et Z_3

3. Réaliser le logigramme du circuit complet.

4. Calculer le coût de la forme disjonctive optimale de la fonction logique Z_3 .

Rayons de convergence

Étudier la convergence des séries entières dont le terme général est défini par :

1 $\left(\frac{x}{n}\right)^n$

2 $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n x^n$

3 $n(n+1) x^n$

4 $n^2 x^n$

5 $\frac{x^n}{n^n + 1}$

6 $\frac{x^{n-1}}{2^n}$

7 $\frac{x^n}{(2n)^2}$

8 $\frac{x^n}{n 3^n}$

9 $\frac{(n+1) x^n}{4^n}$

10 $\frac{x^n}{2^n n^2}$

11 $\frac{(n^2 - 1) x^n}{n^3 + 2}$

12 $\frac{x^n}{(2n-1) 2^n}$

13 $\frac{(n+1) x^n}{n!}$

14 $\frac{\ln n}{n} x^n$

15 $\frac{(2n+1) x^{n-1}}{2n-1}$

16 $\frac{(2n)!}{(n!)^2} x^n$

Sommes de séries entières

Déterminer le rayon de convergence et calculer la somme des séries entières suivantes :

17 $\frac{x^n}{(n-1) n}$

18 $\frac{x^n}{(n-2) (n-1) n}$

19 $\frac{x^{4n-1}}{4n-1}$

20 $\frac{x^{4n+3}}{(4n+1) (4n+2) (4n+3)}$

21 $(-1)^{n-1} \frac{n}{(n+1) (n+2)} x^n$

22 $\frac{x^{3n}}{(3n)!}$

Développements en série entière

Développer en série entière les fonctions suivantes, en indiquant le rayon de convergence :

1. $\frac{1}{3+x}$

2. $\cos^3 x$

3. $\ln(4+x)$

4. $\frac{1+3x^2}{(1-x)^3}$

5. $\frac{1+2x}{1+x+x^2}$

6. $\exp(x \cos \alpha) \cos(x \sin \alpha)$

7. $\operatorname{ch} x \cos x$

8. $\ln(1+x+x^2)$

9. $(1+x) \ln(1+x)$

10. $\operatorname{Arc} \operatorname{tg} \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$

Travaux dirigés n°1

Suites numériques

Exercice 1

En utilisant la définition de la convergence, montrer dans chacun des cas, que la suite $(u_n)_n$ converge vers $l \in \mathbb{R}$.

1. $u_n = \frac{n+1}{2n+3}$; $l = \frac{1}{2}$.
2. $u_n = \sqrt{n^2 + n} - n$; $l = \frac{1}{2}$.

Exercice 2

1. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ la suite de nombres réels définie par $u_n = n \left(\sqrt{1 + \frac{1}{n}} - 1 \right)$.

Montrer que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est convergente et sa limite est $\frac{1}{2}$.

2. Soit $n \in \mathbb{N}^*$, on définit u_n par : $u_n = \frac{1}{n + \ln 1} + \frac{1}{n + \ln 2} + \dots + \frac{1}{n + \ln n}$. Etudier la convergence de (u_n) .

3. (a) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^*$ et $\forall x \in [n; n+1]$, on a : $\frac{1}{n+1} \leq \frac{1}{x} \leq \frac{1}{n}$.

(b) En déduire que : $\forall n \in \mathbb{N}^*$, on a $\frac{1}{n+1} \leq \ln(n+1) - \ln n \leq \frac{1}{n}$.

(c) On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par $u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} - \ln n$.

Montrer que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est décroissante et convergente.

4. On considère $(u_n)_{n \geq 1}$ définie par $u_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2}$.

(a) Soit $k \geq 2$ un entier. Montrer que : $\frac{1}{k^2} \leq \frac{1}{k-1} - \frac{1}{k}$.

(b) Montrer que $(u_n)_{n \geq 1}$ est strictement croissante et majorée.

Exercice 3

1. Soit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n - 3 + e^{u_n}$.

(a) Montrer que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est strictement décroissante.

(b) Montrer que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est divergente.

(c) Montrer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$.

2. On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ de nombres réels définie par $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \frac{1}{16} + 4u_n^2$

Montrer qu'elle est croissante, convergente et déterminer sa limite.

3. Montrer que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 \in \mathbb{R}$ et $u_{n+1} = \frac{n}{n^2+2} e^{-u_n}$ est convergente et calculer sa limite.

Exercice 4

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ la suite définie par $u_n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{n!}$.

1. Montrer que $\forall k \in \mathbb{N}^*$, on a : $\frac{1}{k!} \leq \frac{1}{k(k-1)} = \frac{1}{k-1} - \frac{1}{k}$.

2. (a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $|u_{n+1} - u_n| \leq \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$.
 (b) Dédire que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est une suite de Cauchy et conclure.
3. Soit $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par $v_n = u_n + \frac{1}{n!}$.
 Montrer que les suites $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ et $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ sont adjacentes.
4. On note a la limite commune des suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$.
 Justifier que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n < a < v_n$.
5. Dédire que a n'est pas rationnel.

Exercice 5

Soit (u_n) la suite définie par $u_1 = 1$ et $u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + \frac{1}{2^n}}$.

1. Montrer que (u_n) est croissante.
2. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $u_{n+1} \leq u_n + \frac{1}{2^n}$. En déduire un majorant de (u_n) .
3. Montrer que la suite (u_n) converge et calculer sa limite.

Exercice 6

1. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ la suite définie par : $u_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$.
 (a) Montrer que la suite $(u_n)_n$ est strictement croissante.
 (b) Montrer par récurrence sur l'entier k l'inégalité suivante : $u_{2^k} \geq \frac{k}{2}$.
 (c) En déduire que la suite (u_n) tend vers $+\infty$.
2. Soient u_0 et v_0 deux réels avec $v_0 > u_0 > 0$. On définit les deux suites (u_n) et (v_n) par les formules :

$$u_{n+1} = \sqrt{u_n v_n} \text{ et } v_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2}.$$

Montrer que $(u_n)_n$ et $(v_n)_n$ sont des suites adjacentes.

3. (a) Montrer que : pour tout réel $x \geq 0$, $x - \frac{x^2}{2} \leq \ln(x+1) \leq x$.
 (b) En déduire la limite de la suite dont le terme général est $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.

Exercice 7

On considère les suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définies par $u_0 = 2$ et $v_0 = 1$ et

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2} \text{ et } v_{n+1} = \frac{2u_n v_n}{u_n + v_n}.$$

1. Montrer que pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $u_n > 0$ et $v_n > 0$.
2. Vérifier que pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq u_{n+1} - v_{n+1} \leq \frac{1}{2}(u_n - v_n) \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$.
3. Dédire des questions précédentes que les suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sont adjacentes.
4. Montrer que la suite $(u_n v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est constante et donner sa valeur.
5. Dédire des questions précédentes que les suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ convergent et calculer leur limite.
6. **Application** : donner une approximation rationnelle de $\sqrt{2}$.



Correction de l'UE Chimie pour Energies Renouvelables (ER131)

PARTIE II : ATOMISTIQUE/

10 Points

- 1- Déterminer le nombre d'atome dans un morceau de fer (masse molaire de Fe = 55,845 g.mol⁻¹) qui pèse 22 g.

Réponses :

Données : $M_{Fe} = 55,845 \text{ g.mol}^{-1}$; $m_{Fe} = 22\text{g}$

Déterminons le nombre d'atome :

$$n = \frac{m}{M} \text{ AN: } n = \frac{22}{55,845} = 0,3939 \text{ mol or } N = 6,023 \cdot 10^{23}$$

$$\Rightarrow \text{Nombres d'atomes} = 0,3939 \times 6,023 \cdot 10^{23} = 2,3727 \cdot 10^{23} \text{ atomes}$$

1Pt

- 2- Quelle est la masse, en u.m.a. d'un noyau de Chlore $^{35}_{17}\text{Cl}$?

Réponses :

Déterminons la masse en u.m.a. du noyau de Cl

Données : $m_p = 1,007278 \text{ u.m.a}$; $m_n = 1,008665 \text{ u.m.a.}$

$N = A - Z = 35 - 17 = 18 \text{ Neutrons.}$

$$m_{Cl} = (17 \times 1,007278) + (18 \times 1,008665) = 35,279696$$

$$m_{Cl} = 35,279696 \text{ u. m. a.}$$

1Pt

- 3- Sachant que la masse atomique moyenne du Carbone vaut 12,011 g.mol⁻¹. Déterminer les abondances relatives moyennes de ses deux isotopes ^{13}C et ^{14}C , de masses molaires respectives 12,230 g.mol⁻¹ et 11,965 g.mol⁻¹.

Réponses :

Données : $M_C = 12,011 \text{ g.mol}^{-1}$; $M_{^{14}\text{C}} = 11,965 \text{ g.mol}^{-1}$; $M_{^{13}\text{C}} = 12,230 \text{ g.mol}^{-1}$

Déterminons les abondances du ^{13}C et ^{14}C

Soit a : abondance du ^{13}C et b : abondance du ^{14}C

$$\begin{cases} a + b = 100 & (1) \\ \frac{12,230a + 11,965b}{100} = 12,011 & (2) \end{cases} \quad (1) \Rightarrow a = 100 - b \quad (3)$$

$$(3) \text{ dans } (2) \Rightarrow \frac{12,230(100 - b) + 11,965b}{100} = 12,011$$

$$\Rightarrow 1223 - 12,230b + 11,965b = 1201,1$$

$$b = 82,64 ; \quad a = 17,36$$

L'abondance en ^{13}C = 17,36% et celle du ^{14}C = 82,64%.

(2x1Pt=2Pts)

- 4- La masse du noyau $^{16}_8\text{O}$ est de 9,0024 u.m.a. Qu'elle sera l'ordre de l'énergie de cohésion ?

Réponse :

Données : $m_{exp} = 9,0024 \text{ u.m.a.}$; $m_p = 1,007278 \text{ u.m.a.}$; $m_n = 1,008685 \text{ u.m.a.}$

$$\Delta m = (zm_p + Nm_n) - m_{exp}$$

$$\text{AN } \Delta m = (8 \times 1,007278 + 8 \times 1,008685) - 9,0024 = 7,1252$$

$$\Delta m = 7,1252 \text{ u. m. a.}$$

$$\text{Or } 1 \text{ u. m. a.} = \frac{1}{6,023 \cdot 10^{23}} \text{ g} ; \Rightarrow \Delta m = 1,1830 \cdot 10^{-23} \text{ g} ; \Delta m = 1,1830 \cdot 10^{-26} \text{ Kg}$$

$$\Delta E = \Delta m C^2$$

$$\text{AN : } \Delta E = 1,1830 \cdot 10^{-26} \times (3 \cdot 10^8)^2 = 10,65 \cdot 10^{-10}$$

$$\Delta E = 10,65 \cdot 10^{-10} \text{ Joules}$$

1Pt

$$\text{Or } 1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Joules} \quad \Rightarrow \Delta E = \frac{10,65 \cdot 10^{-10}}{1,602 \cdot 10^{-19}} = 6,648 \cdot 10^9 \text{ eV}$$

$$\Delta E = 6,648 \cdot 10^3 \text{ MeV}$$

1Pt

5- Soit le noyau de carbone ^{12}C , calculer :

- Son défaut de masse en u.m.a.
- Son énergie de liaison (de cohésion) en joules et en MeV,
- Son énergie de liaison par nucléons,
- Si l'énergie de liaison par nucléons de l'Oxygène est 3,24 MeV/nucléons, quel sera le noyau le plus stable ?

Données : $m_p = 1,007278 \text{ u.m.a.}$, $m_n = 1,008665 \text{ u.m.a.}$, $m_{\text{exp}} = 4,001503 \text{ u.m.a.}$

Réponses :

Données : $m_p = 1,007278 \text{ u.m.a.}$; $m_n = 1,008665 \text{ u.m.a.}$; $m_{\text{exp}} = 4,001503 \text{ u.m.a.}$; atome de ^{12}C ; $a_{\text{Oxygène}} = 3,24 \text{ MeV} \cdot \text{Nucléons}^{-1}$

- Déterminons son défaut de masse en u.m.a.

$$\Delta m = (Zm_p + Nm_n) - m_{\text{exp}}$$

$$\text{AN : } \Delta m = (6 \times 1,007278 + 6 \times 1,008665) - 4,001503 = 8,094197$$

$$\Delta m = 8,094197 \text{ u.m.a.}$$

1Pt

- Déterminons son énergie de liaison (de cohésion) en joules et en MeV :

$$\Delta E = \Delta m c^2$$

$$\text{AN : } \Delta E = \frac{8,094197}{6,023 \cdot 10^{23}} \cdot 10^{-3} \times (3 \cdot 10^8)^2 = 12,09 \cdot 10^{-10}$$

$$\Delta E = 12,09 \cdot 10^{-10} \text{ Joules } \textbf{1Pt} \quad \text{et} \quad \Delta E = 7,55 \cdot 10^3 \text{ MeV } \textbf{1Pt}$$

- Déterminons son énergie de liaison par nucléons :

$$a = \frac{\Delta E}{N} \quad \text{Avec } N = 12 \text{ Nucléons}$$

$$\text{AN : } a = \frac{7,55 \cdot 10^3}{12} = 629,17$$

$$a = 629,17 \text{ MeV} \cdot \text{Nucléons}^{-1}$$

0,5Pt

- Si l'énergie de liaison par nucléons de l'Oxygène est 3,24 MeV/nucléons, quel sera le noyau le plus stable ?

$$a_{\text{Carbone}} = 629,17 \text{ MeV} \cdot \text{Nucléons}^{-1} ; a_{\text{Oxygène}} = 3,24 \text{ MeV} \cdot \text{Nucléons}^{-1}$$

$$a_{\text{Carbone}} \gg a_{\text{Oxygène}}$$

Le noyau de Carbone sera plus stable que celui de l'Oxygène.

0,5Pt