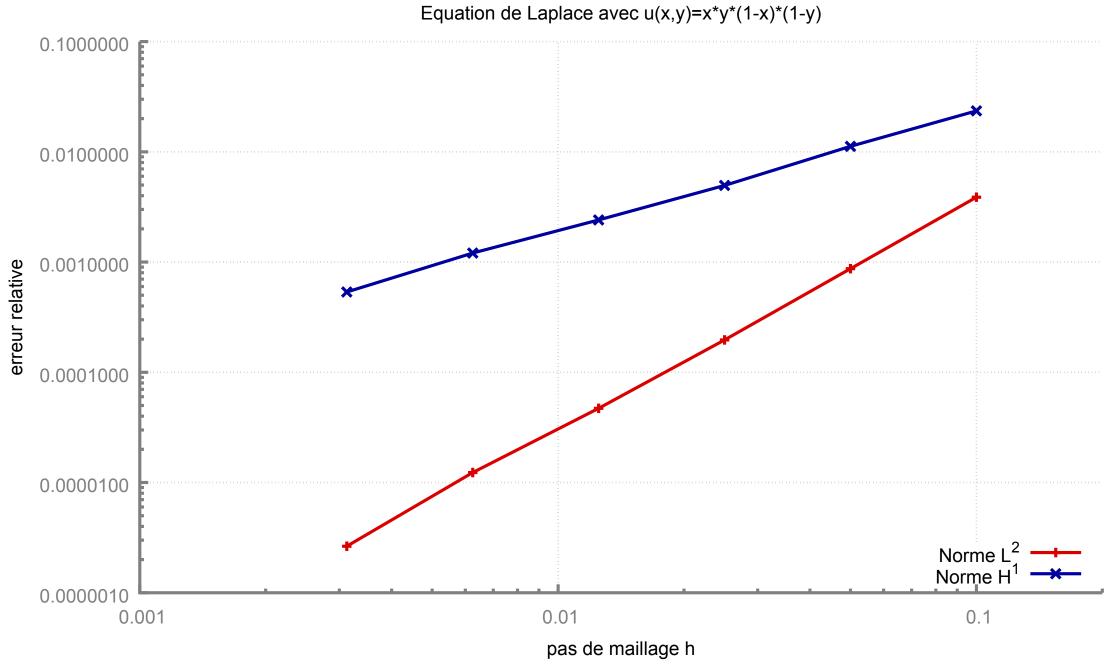
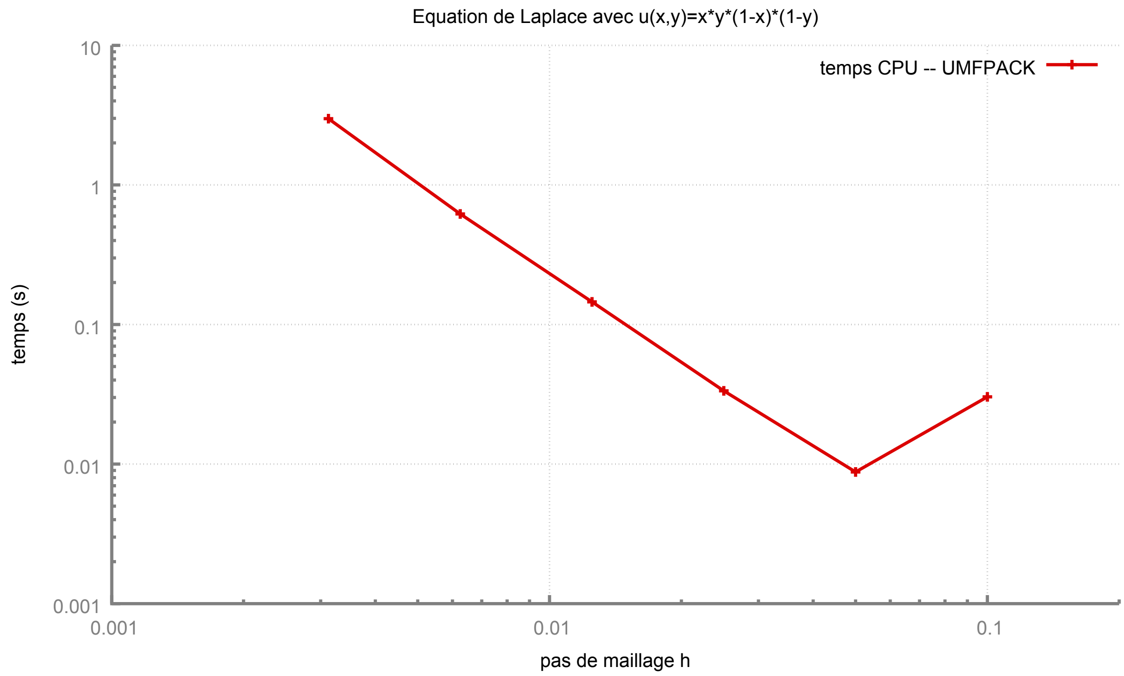
On reprend les fichiers sources disponibles à l'adresse :
https://gitlab.inria.fr/coudiere/AN312/tree/master/freefem

1) Comme attendu, l'erreur diminue lorsque le maillage diminue et l'erreur H1 est supérieure à l'erreur L2.

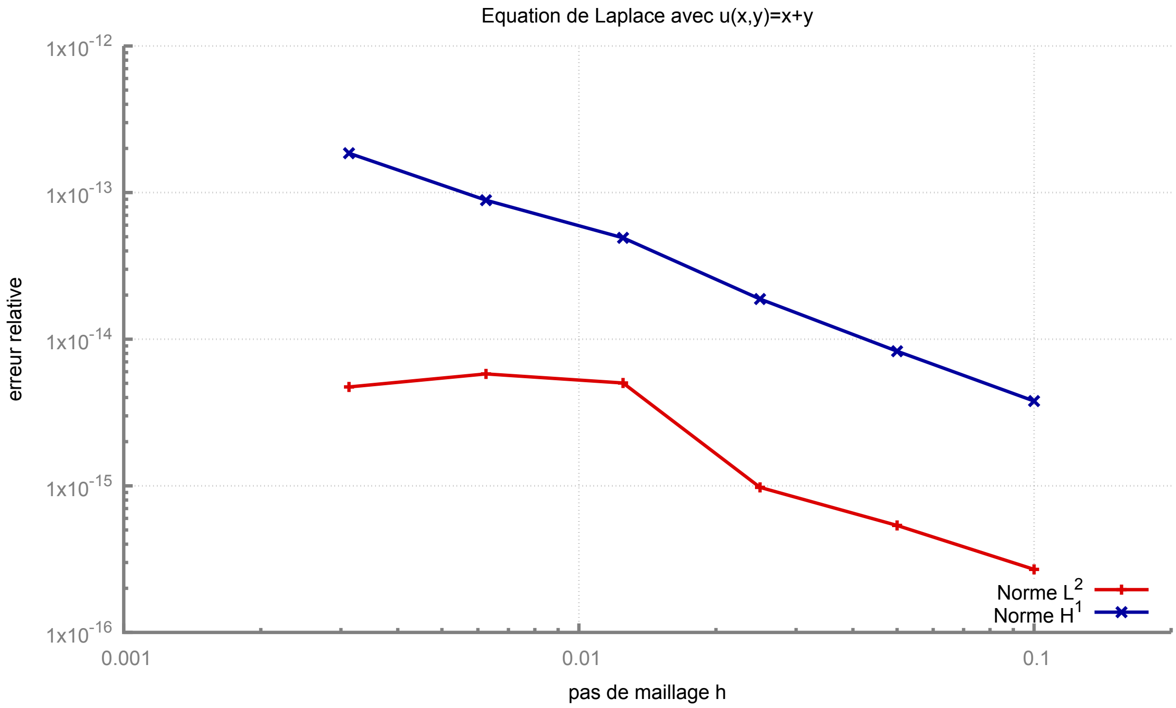


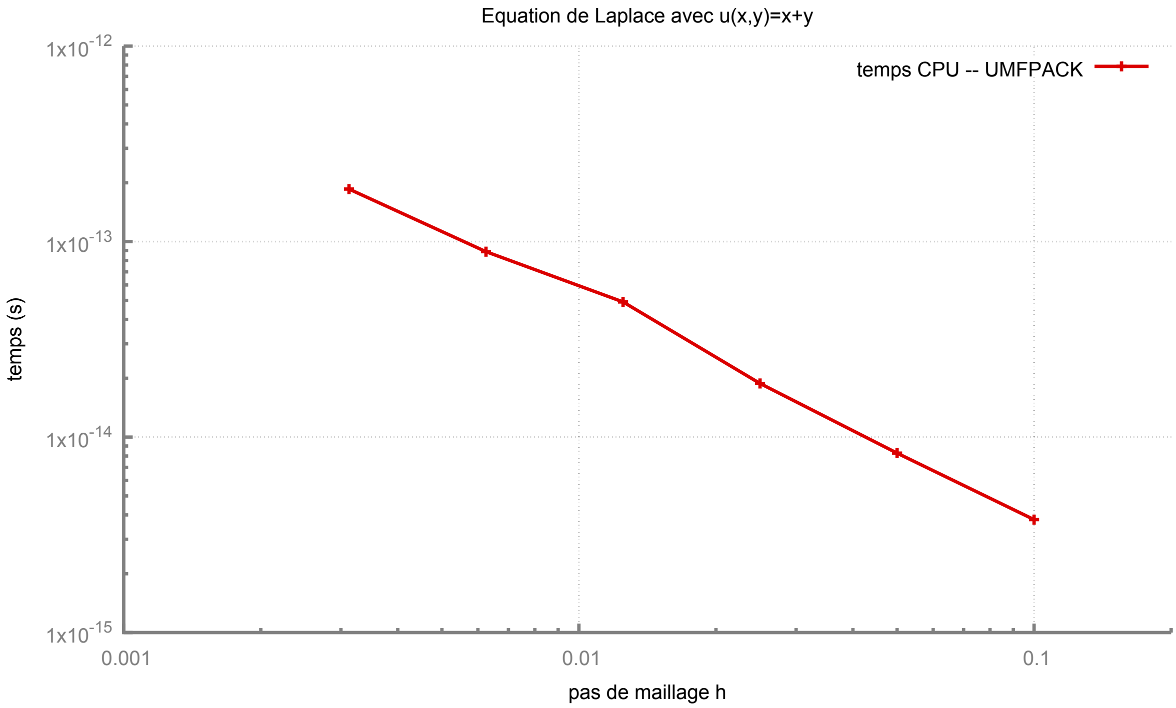


Valeurs de min(uh), max(uh), min(u), max(u) :
2.41727e-63 0.062486 0 0.0625
6.4602e-64 0.062485 0 0.0625
1.66e-64 0.0624963 0 0.0625
4.3178e-65 0.0624986 0 0.0625
1.05708e-65 0.0624996 0 0.0625
On remarque que la solution approchée et bien bornée par la solution exacte, pas de divergence.

2) u=x+y : f=0 et g=x+y sur ∂Ω

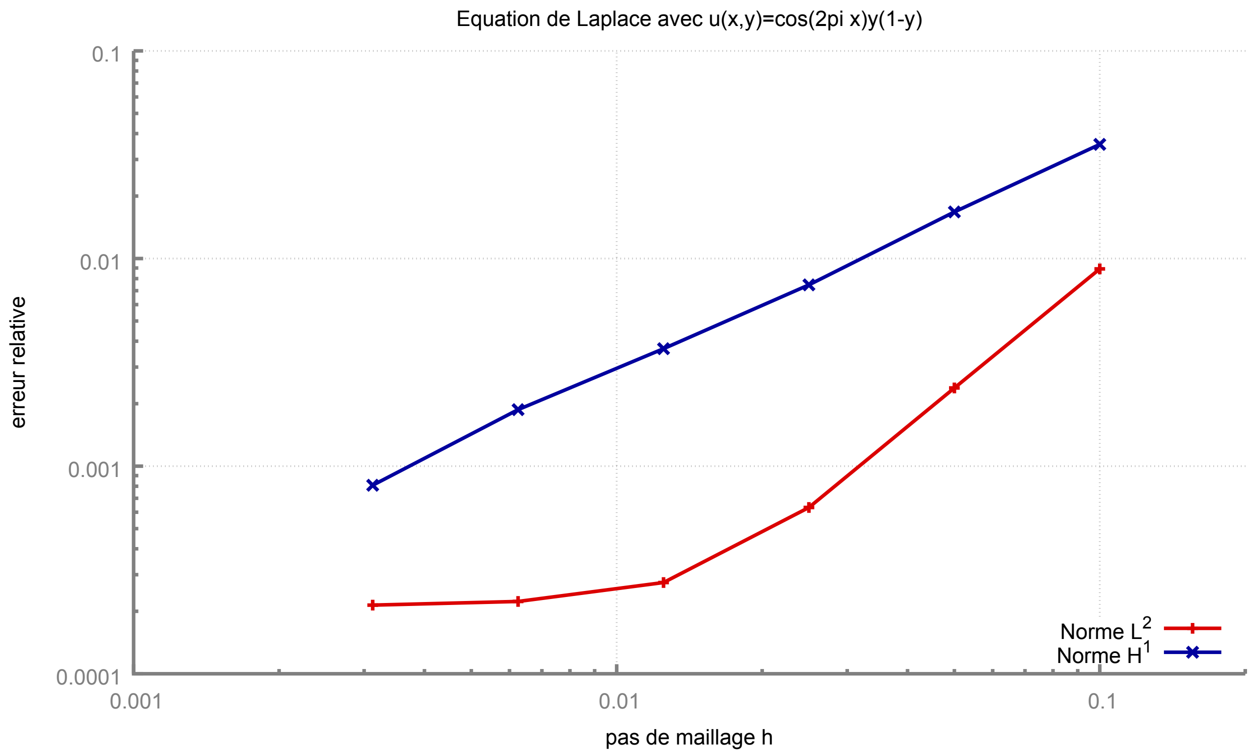
L'erreur est inférieure à l'erreur machine sur les maillages considérés. On a choisi le second membre polynomial de degré 1 ; il est donc justifié que les éléments finis P1 soient exacts.

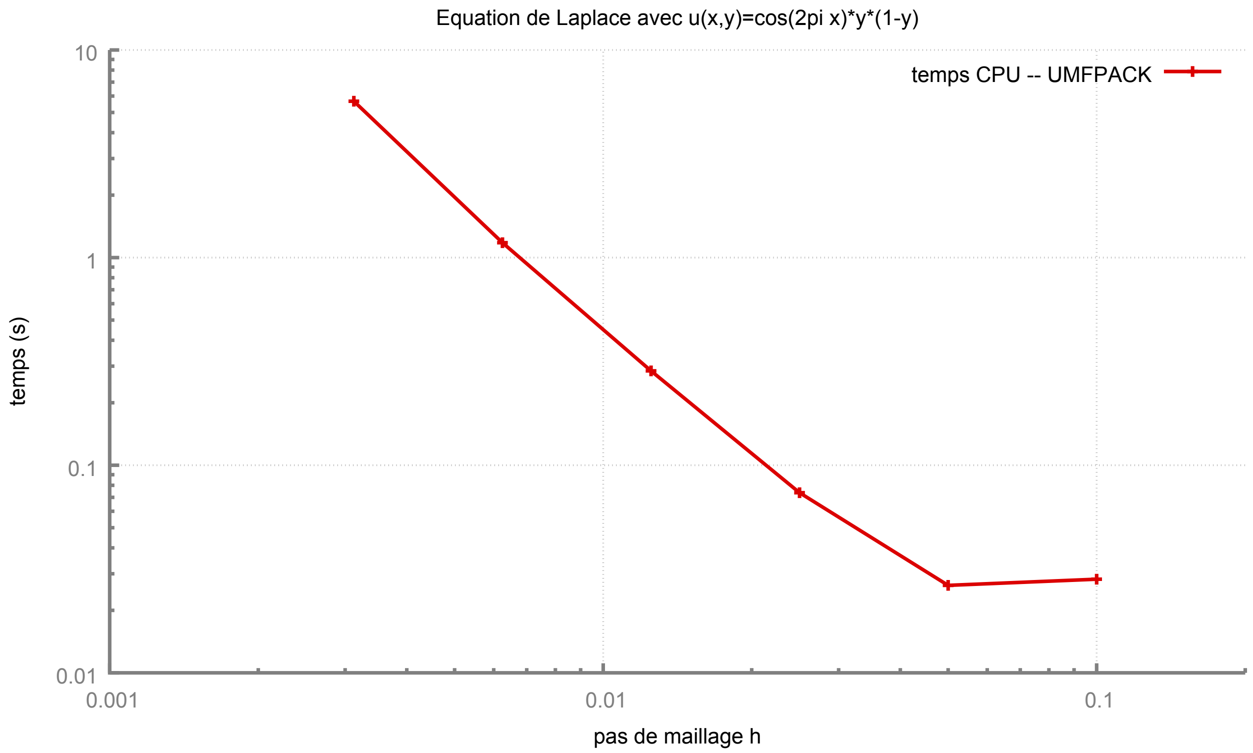




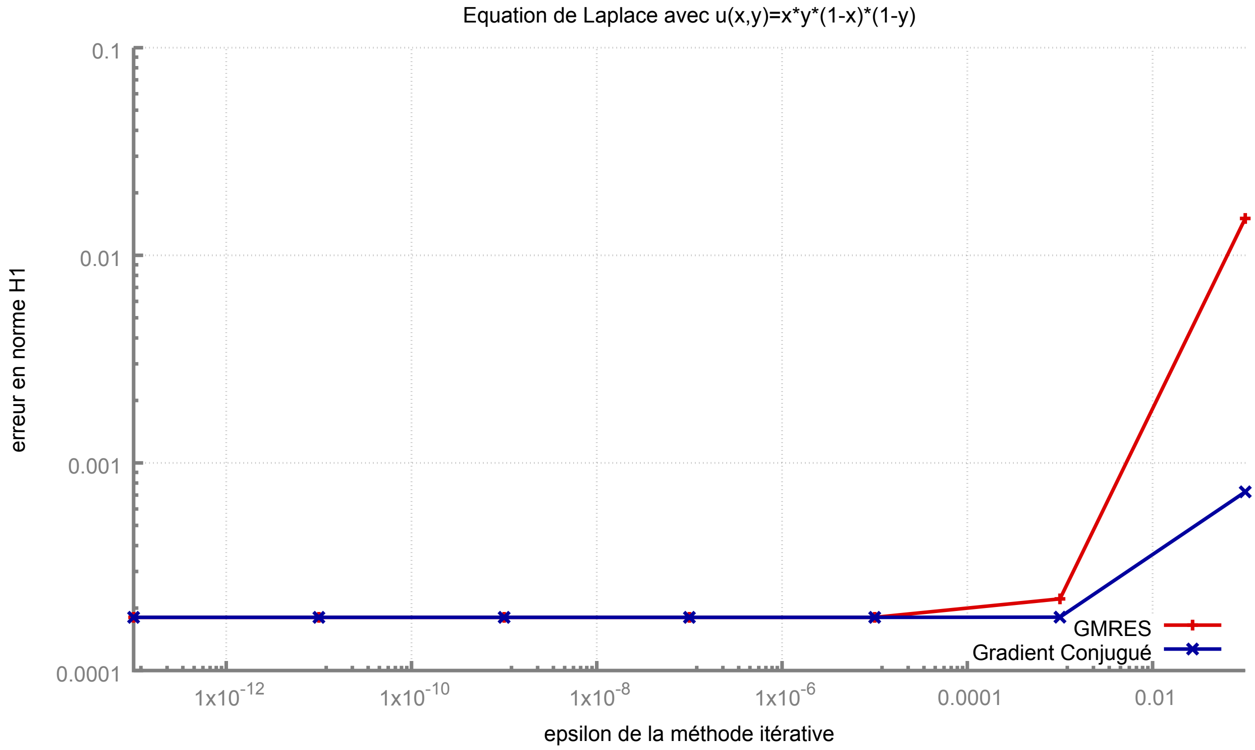
3) $u(x, y) = \cos(2\pi x)\, y\, (1-y)$: $f = 2 \cos(2\pi x) + 4\pi^2 \cos(2\pi x)\, y\, (1-y)$
CL : $u=0$ sur $\Gamma 1$ et $\Gamma 3$ et $\nabla u.n=0$ sur $\Gamma 2$ et $\Gamma 4$.

On fixe la condition de Neumann : int1d(Th, Gamma2, Gamma4) (0*v).

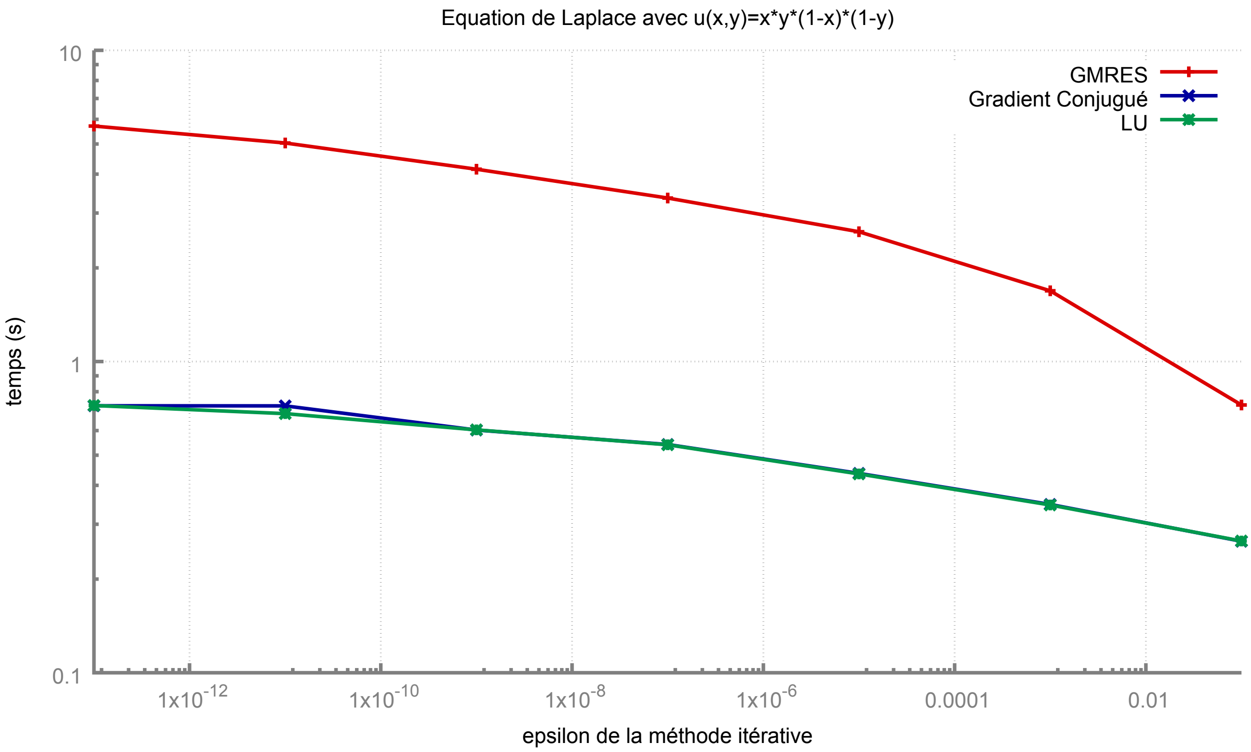




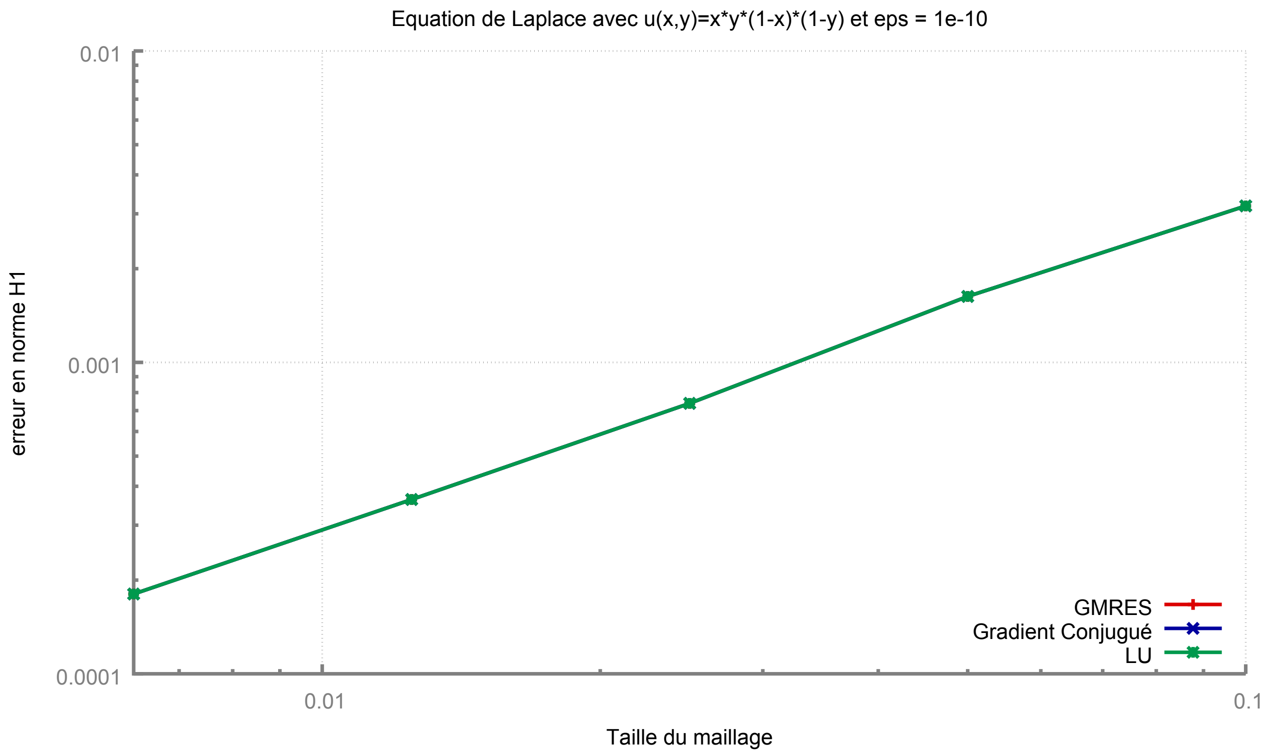
4) Pas du maillage : 10*2^4.

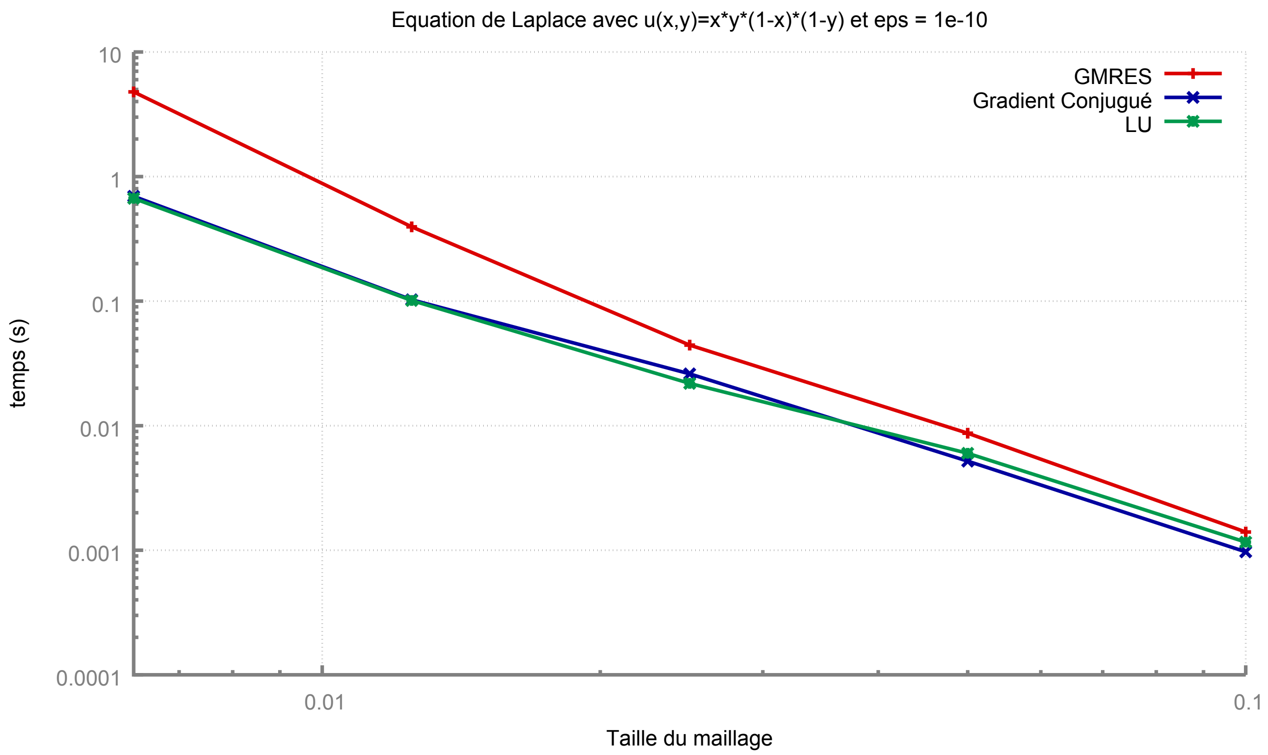


Gradient conjugué et LU confondus pour l'erreur. C'est presque vrai pour le temps : LU et CG presque équivalent pour le temps et l'erreur H1. GMRES est bien plus long (10 fois plus) que la méthode par défaut de UMFPACK.



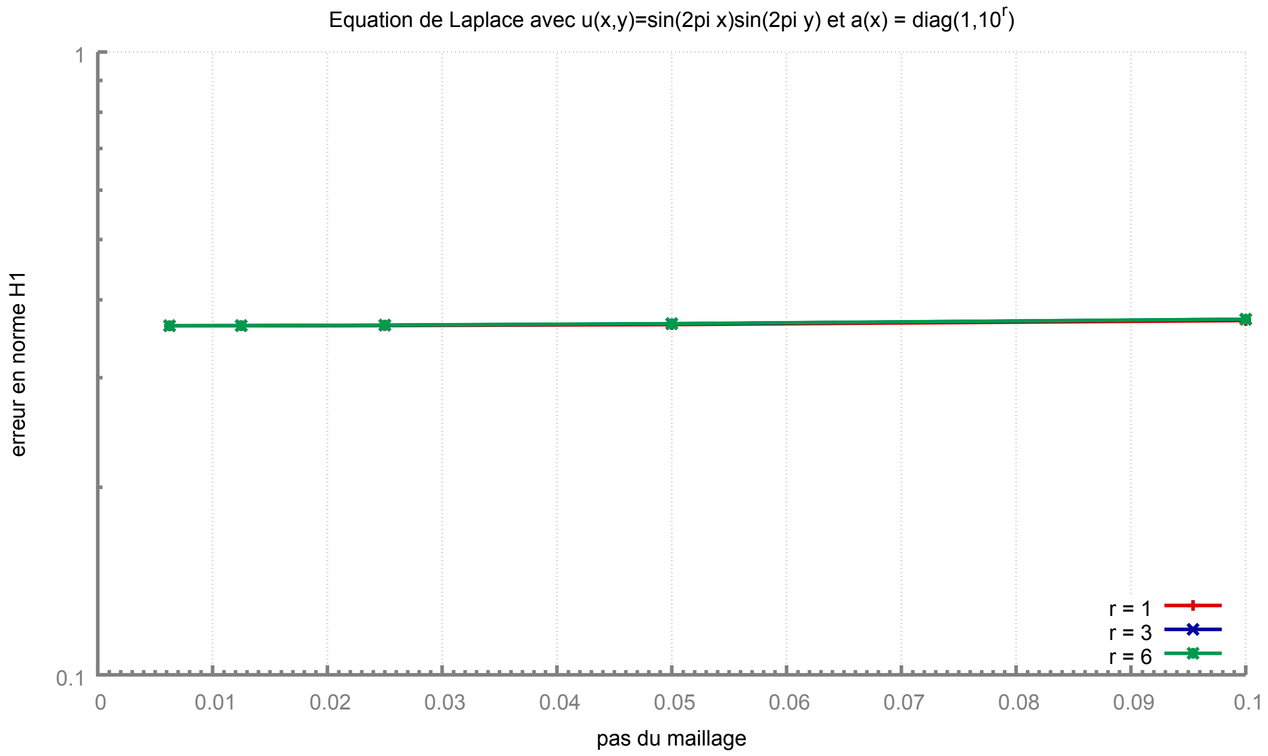
5) On fixe eps=1e-10.

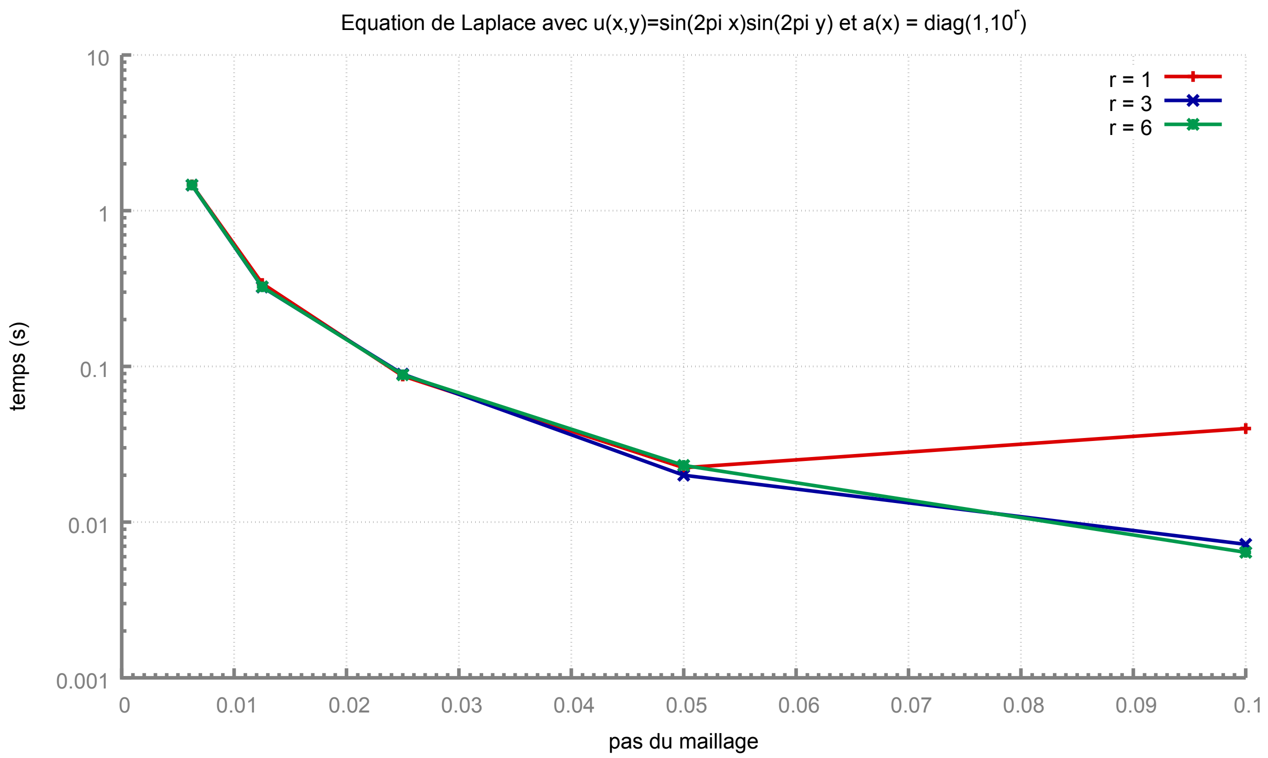




Le temps de calcul augmente lorsque la taille du maillage diminue, ce qui est normal. On remarque que le solveur GMRES est plus long que le gradient conjugué ou la méthode LU. La méthode par défaut résout en un temps équivalent à la méthode CG.

6) a(x) = diag(1, 10^r) avec r=1,3,6. f = 4π^2(1 + 10^r) sin(2πx) sin(2πy)
sol exacte : u = sin(2πx)sin(2πy). On ajoute un facteur 10^r dans la formulation variationnelle.





Il est étrange que l'erreur soit invariante par rapport à la taille du maillage. Encore une fois, les temps de calcul semblent être assez similaires quelque soit la valeur de r. Privilégier la deuxième composante de la divergence de u ne semble pas perturber le solveur, bien que la valeur de l'erreur relative soit fausse.

Valeurs de min(u, r=1), max(u, r=1), min(u, r=3), max(u, r=3), min(u, r=6), max(u, r=6) :
[0.1] -0.607288 0.605876 -0.613905 0.611087 -0.614045 0.61115
[0.05] -0.635317 0.636989 -0.634662 0.641081 -0.63464 0.641239
[0.025] -0.636864 0.636589 -0.638077 0.636692 -0.638134 0.636708
[0.0125] -0.636423 0.636041 -0.637091 0.635558 -0.63714 0.635522
[0.00625] -0.636546 0.636558 -0.636646 0.63661 -0.636669 0.636611

Ces valeurs semblent être tout à fait acceptables dans le sens ou le problème ne diverge pas. Cependant, on aurait pu s'attendre à une augmentation de l'erreur lorsque r augmente, et possiblement un plus grand écart sur les valeurs des minimum et maximum.