Chapitre 2: la demande

Gaëtan LE FLOCH

Fonction d'utilité, Histoire

- Au dernier chapitre, nous avons commencé à définir les **fonctions d'utilité**.
- Pour rappel, l'utilité quantifie le bien-être, la satisfaction du consommateur.
- L'utilité a tout d'abord été théorisée par l'économiste Bernouilli pour réaliser un lien entre richesse et bien-être au sein du paradoxe de Saint-Petersbourg. Il posait alors:

$$U(R) = \ln(R)$$

- Les économistes tels que Jevons, Walras, Pareto et Marshall utilisaient régulièrement une forme additive dans une économie à deux biens:

$$U(c_1, c_2) = V(c_1) + W(c_2)$$

- Enfin, Edgeworth proposa la forme générale en 1881:

$$U(c_1, c_2)$$

Définition

- La fonction d'utilité formalise la **relation de préférence** établissant un classement des paniers de consommation. Les paniers de biens les plus désirés obtiennent une valeur d'utilité plus haute (et inversement).
- La fonction U(.) fait correspondre une valeur numérique u à tout panier de consommation A:

$$u = U(A)$$

Exemple

Imaginons un agent ayant la fonction d'utilité suivante:

$$U(c_1, c_2) = \frac{c_1 + c_2^2}{2}$$

Avec les paniers A(1,1), B(2,4), C(9,3) et D(7,5), nous remarquons que U(A) = 1, U(B) = 9, U(C) = 9 et U(D) = 16. Ainsi, nous avons:

$$D \succ C \sim B \succ A$$

Non-unicité

- L'important pour une courbe d'utilité est qu'elle doit permettre le classement des paniers de biens, le chiffre reste abstrait. Ainsi, l'utilité possède une **non-unicité**: il existe plusieurs fonctions d'utilité qui peuvent représenter les préférences de notre agent. Par exemple, la fonction:

$$U(c_1, c_2) = \frac{c_1 + c_2^2}{2}$$

Traduit les mêmes utilités que:

$$V(c_1, c_2) = \sqrt{\frac{c_1 + c_2^2}{2}} - 5$$

Utilité marginale

- L'utilité marginale mesure l'accroissement d'utilité qui résulte de la consommation d'une unité supplémentaire d'un bien. Nous avons alors:

$$Um_i = \frac{\Delta U}{\Delta c_i}$$

Et, comme $\Delta c_i = 1$:

$$Um_i = U(c_i + 1, c_j) - U(c_i, c_j)$$

Formalisation

- Dés lors, mathématiquement, nous nous intéressons à l'accroissement de l'utilité lors de la variation infinitésimale de la consommation d'un bien. L'utilité marginale se formalise en écrivant:

$$Um_i = \lim_{\Delta c_i \longrightarrow 0} \frac{\Delta U}{\Delta c_i} = \frac{\partial U(c_i, c_j)}{\partial c_i}$$

Application

Un agent économique possède une fonction d'utilité de la forme:

$$U(c_1, c_2) = \ln(c_1) + 2c_2^2$$

Calculez les utilités marginales.

Le TMS

- Le TMS (pour rappel sur $2-1$, la quantité de bien 2 à substituer à 1 unité de bien 1 pour conserver la même utilité) a un lien avec les utilités marginales. Si nous considérons des variations infinitésimales de biens 1 et 2:

$$\bar{u} = U(c_1 + \partial c_1, c_2 + \partial c_2)$$

Comme nous conservons les mêmes utilités avec le déplacement:

$$\bar{u} - \bar{u} = U(c_1 + \partial c_1, c_2 + \partial c_2) - U(c_1, c_2)$$

Par différentielle:

$$0 = Um_1 dc_1 + Um_2 dc_2$$

$$\Longrightarrow -\frac{dc_2}{dc_1} = \frac{Um_1}{Um_2}$$