

## Chapitre 6.2: Optimalité et équilibre général

Gaëtan LE FLOCH

# Précédent cours

- Lors de la précédente séance, nous avons défini la notion d'équilibre. Nous avons notamment vu qu'une différence est faite entre l'équilibre **partiel** et l'équilibre **général**.
- Nous avons étudié l'équilibre partiel, détaillant le fonctionnement d'un seul marché.
- Nous avons également vu comment définir le "bien-être" des agents présents sur le marché, à travers la notion de **surplus**.
- Il a été montré que les politiques économiques peuvent influencer le marché. Elles entraînent une perte d'efficacité, ainsi que (potentiellement) des transferts de surplus ou des pertes pures (cf. **pertes sèches**).

# De l'équilibre partiel à l'équilibre général

- Aujourd'hui, nous étudions l'équilibre général, qui prend en compte les interdépendances des marchés.
  - *Cette interdépendance est représentative de la réalité. Par exemple, le marché du pétrole affecte le marché de l'essence, des objets produits à base de plastique ect..*
- La question centrale de ce chapitre est de savoir si il existe un système de prix, égalisant offre et demande, commun à tous les marchés lorsque les agents font des choix optimaux.

# Méthodologie

- Pour analyser un équilibre général, il convient de respecter plusieurs étapes:
  - ① Partir d'un **équilibre décentralisé**, définissant le comportement de l'agent individuel.
  - ② En déduire l'**équilibre partiel**, les conditions de chaque marché pris individuellement.
  - ③ Connecter ces marchés pour obtenir l'**équilibre général**, où cet équilibre est généralisé et simultané sur tous les marchés.

# Modèle d'une économie simplifiée

- Imaginons une économie (très) simplifiée avec un agent A et un agent B. Il existe également un bien 1 et un bien 2. Les préférences des agents sont indiquées par la fonction d'utilité suivante:

$$U_i = c_{1,i}c_{2,i}$$

- Nous considérons que l'agent A possède 10 unités du bien 1 ainsi que 30 unités du bien 2 (et inversement pour l'agent B).

$$w_A(10, 30) \text{ et } w_B(30, 10)$$

- Alors, cette économie est **sans production**: nous considérons que les agents n'ont que des **dotations** apparues "par magie".

# Maximisation

- Comme vu au semestre 1, l'agent individuel maximise son utilité en prenant en compte la contrainte budgétaire. Nous avons alors:

$$\begin{cases} \max_{c_{1,i}, c_{2,i} \in \mathbb{R}^{+2}} U_i = c_{1,i} c_{2,i} \\ s.c. p_1 c_{1,i} + p_2 c_{2,i} = p_1 w_{1,i} + p_2 w_{2,i} \end{cases}$$

- Nous savons (cf. semestre 1) que la solution dépend du  $TMS_{2-1}^i$ , avec:

$$TMS_{2-1}^i = \frac{U_{m_1}}{U_{m_2}} = \frac{c_{2,i}}{c_{1,i}}$$

# Maximisation II

- Nous obtenons alors, avec la condition d'optimalité liée au TMS:

$$\begin{cases} \frac{c_{2,i}}{c_{1,i}} = \frac{p_1}{p_2} \\ p_1 c_{1,i} + p_2 c_{2,i} = p_1 w_{1,i} + p_2 w_{2,i} \end{cases}$$

- Alors, en combinant les deux équations:

$$2p_1 c_{1,i} = p_1 w_{1,i} + p_2 w_{2,i}$$

- Nous avons alors les **demandes marshalliennes**:

$$\begin{cases} c_{1,i}^{dm} = \frac{p_1 w_{1,i} + p_2 w_{2,i}}{2p_1} \\ c_{2,i}^{dm} = \frac{p_1 w_{1,i} + p_2 w_{2,i}}{2p_2} \end{cases}$$

# Conditions finales - consommateurs

- En reprenant les dotations initiales, nous avons les demandes des agents A et B:

$$\begin{cases} c_{1,A}^{dm} = \frac{p_1 30 + p_2 10}{2p_1} \\ c_{2,A}^{dm} = \frac{p_1 30 + p_2 10}{2p_2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} c_{1,B}^{dm} = \frac{p_1 10 + p_2 30}{2p_1} \\ c_{2,B}^{dm} = \frac{p_1 10 + p_2 30}{2p_2} \end{cases}$$



# Agregation

- Comme nous connaissons les demandes et les offres (dotations) individuelles, nous pouvons agréger pour construire OG et DG sur les marchés des biens 1 et 2:

$$OG_1 = DG_1 \implies \underbrace{10 + 30}_{\text{Dotations}} = \frac{p_1 30 + p_2 10}{2p_1} + \frac{p_1 10 + p_2 30}{2p_1}$$

$$OG_2 = DG_2 \implies \underbrace{10 + 30}_{\text{Dotations}} = \frac{p_1 30 + p_2 10}{2p_2} + \frac{p_1 10 + p_2 30}{2p_2}$$

# Principe

- Nous avons désormais OG et DG, nous retombons donc sur le principe de l'équilibre partiel.
- Nous avons défini ces fonctions sur les deux marchés, le passage à l'équilibre général consiste alors à faire la connection entre eux.
- Pour cela, nous utilisons la **Loi de Walras** ainsi que son corollaire.

# Loi de Walras

**Loi de Walras: la somme des demandes nettes de marché est égale à 0 en valeur.**

- Cela signifie que l'addition de ce qui est effectivement demandé par chaque agent finit par annuler ces demandes.

**Corollaire de la Loi de Walras: dans une économie à  $n$  marchés, si  $n - 1$  d'entre eux sont à l'équilibre alors le  $n^{\text{ème}}$  l'est également.**

- Cette loi nous facilite grandement la vie ! Comme nous avons deux marchés, nous n'avons en réalité qu'à utiliser un seul d'entre eux pour obtenir les prix d'équilibre.

# Calcul de l'équilibre général

- Si nous prenons le marché du bien 1, le système de prix est solution de :

$$40 = \frac{p_1 30 + p_2 10}{2p_1} + \frac{p_1 10 + p_2 30}{2p_1}$$

$$\implies 40 = \frac{40p_1 + 40p_2}{2p_1} \implies 40 = \frac{40(p_1 + p_2)}{2p_1} \implies p_1 = p_2$$

- Pour simplifier le calcul, posons désormais  $p_1 = p_2 = 1$ .  
Connaissant les demandes des agents, nous avons alors:

$$c_{1,A}^{dm} = c_{2,A}^{dm} = c_{1,B}^{dm} = c_{2,B}^{dm} = 20$$

# Conclusion

- Vu les utilités, les agents échangeront entre eux les biens 1 et 2 pour maximiser leur bien-être. Il y a bien une interconnexion des marchés.
- Avant l'échange, les utilités sont:

$$\begin{cases} U_A = 10 \times 30 = 300 \\ U_B = 30 \times 10 = 300 \end{cases}$$

- Après l'échange, nous avons:

$$\begin{cases} U_B = 20 \times 20 = 400 \\ U_A = 20 \times 20 = 400 \end{cases}$$

- L'échange est **mutuellement avantageux** car les satisfactions augmentent pour tous les agents après l'échange.

# Frame Title