Chapitre 4: L'equilibre de la firme à court-terme

Gaëtan LE FLOCH

Précédent chapitre

- Dans le précédent chapitre, nous avons étudié les variations de la production et des coûts lorsque les intrants et les quantités varient. Celà renvoie respectivement aux **rendements d'échelle** ainsi qu'aux **économies d'échelle**.
- Nous nous sommes également intéressés à la notion de **rendement factoriel**.

But du chapitre

- Pour rappel, le but final du producteur est de **maximiser son profit**.
- Alors, dans un environnement concurrentiel (CPP), il doit fixer un niveau de production optimal.
- Nous raisonnons ici **à court-terme**, de ce fait le capital K sera considéré fixe.

Maximisation du profit

- Ainsi, le principe est d'avoir le plus grand écart entre les **recettes** et les **coûts**. Le producteur souhaite maximiser:

$$\max_q \Pi(q) = RT(q) - CT(q)$$

- Le producteur ne maximise pas cette fonction librement, il y a plusieurs contraintes:
  1. $q = f(K, L)$.
  2. $q \geq 0$.
- Alors, $CT(q)$ représente la dépense minimale selon le niveau de production q tandis que $RT(q)$ représente le chiffre d'affaires de l'entreprise

Les recettes

- Etant donné que nous faisons face à une firme preneuse de prix et ne produisant qu'un seul bien, il advient:

$$RT(q) = p \times q$$

- Comme souvent, nous pouvons déterminer les recettes moyennes $RM(q)$ et marginales $Rm(q)$:

$$RM(q) = \frac{RT(q)}{q} = \frac{pq}{q} = p$$

$$Rm(q) = \frac{\partial RT(q)}{\partial q} = p$$

- Ainsi, $RM(q)$ représente la recette moyenne que l'entreprise perçoit pour une unité de bien vendue. $Rm(q)$ mesure l'accroissement de la recette totale lorsque la firme vend une unité de bien supplémentaire.

Optimalité

- A l'optimalité, il n'existe **aucune modification de la production qui permettrait d'augmenter le profit**.
- La condition de premier ordre (CPO) nous donne:

$$\frac{\partial \Pi(q)}{\partial q} = 0 \iff \frac{\partial RT(q)}{\partial q} - \frac{\partial CT(q)}{\partial q} = 0$$

$$\iff \frac{\partial RT(q)}{\partial q} = \frac{\partial CT(q)}{\partial q} \iff Rm(q) = Cm(q)$$

- En utilisant les résultats de la slide précédente, nous finissons avec:

$$Rm(q) = Cm(q) = p$$

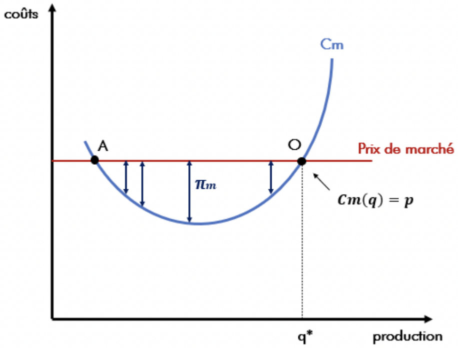
Implications de l'optimalité

- Alors, dans notre cas, la dernière unité produite rapporte autant que ce qu'elle coûte.
- Il advient qu'une firme **parfaitement concurrentielle** doit appliquer une **tarification au coût marginal**.
- Il convient de vérifier que nous sommes bien dans la partie croissante du coût marginal (donc, que nous sommes bien en présence d'un **maximum** en ce qui concerne le profit). Pour celà, il faut vérifier:

$$\frac{\partial^2 \Pi(q)}{\partial q^2} < 0 \iff -\frac{\partial Cm(q)}{\partial q} < 0$$

$$\implies \frac{\partial Cm(q)}{\partial q} > 0$$

Justification graphique



- Idée générale: au point A, le producteur a tout intérêt à continuer à produire ($Cm(q) < p$). Au point O, il reatteint la condition d'optimalité mais n'a plus aucun intérêt à changer. D'où l'importance d'être sur la partie croissante du coût marginal.

Conditions finales

- *In fine*, la quantité optimale de production est telle que:
  1. Le coût marginal est égal au prix (CPO).
  2. Le coût marginal est croissant (CSO).
- Nous avons alors:

$$p = Cm(q) \iff q^s = Cm^{-1}(p)$$

Application numérique

- Considérons une firme où la fonction de coût est:

$$CT(q) = q^2 + q$$

Déterminez la fonction d'offre.

Correction

Soit la firme qui maximise sa fonction objectif:

$$\max_{q} \Pi(q) = RT(q) - CT(q)$$

La condition de premier ordre renvoie:

$$p - Cm(q) = 0 \iff Cm(q) = p$$

Avec $Cm(q) = 2q + 1$:

$$p = 2q + 1$$

Correction (suite)

Nous atteignons un extremum selon cette condition et devons désormais vérifier qu'il s'agit bien d'un maximum à travers la condition de second ordre:

$$\frac{\partial^2 \Pi(q)}{\partial q^2} = -\frac{\partial Cm(q)}{\partial q} < 0$$

$$-\frac{\partial Cm(q)}{\partial q} = -2$$

L'extremum est bien un maximum. Alors, nous exprimons q^s:

$$q^s = \frac{(p-1)}{2}$$

(Contrôle de cohérence: la fonction est bien croissante du prix)

Maximisation du profit

- Nous avons vu comment déterminer la fonction d'offre avec la fonction de coût. Toutefois, nous pouvons également la déterminer sans celle-ci car nous connaissons la forme "générale" de cette fonction:

$$CT(q) = kK + wL$$

De même que nous connaissons:

$$Q = f(K, L)$$

- Nous pouvons alors écrire:

$$\Pi(K, L) = pf(K, L) - (kK + wL)$$

Maximisation du profit

- *In fine*, nous écrivons alors le programme de maximisation suivant:

$$\max_{K,L} pf(K,L) - (kK + wL)$$

- Sous les contraintes suivantes:
  1. $q = f(K,L)$
  2. $q \geq 0$

Conditions de premier ordre

- Pour rappel, a l'optimalité, il n'existe aucune modification des quantités utilisées de facteurs qui permettrait d'augmenter le profit.
- Les conditions de premier ordre sont les suivantes:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Pi(K,L)}{\partial K} = 0 \\ \frac{\partial \Pi(K,L)}{\partial L} = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} p \times Pm_K - k = 0 \\ p \times Pm_L - w = 0 \end{cases}$$

- Nous obtenons alors les conditions d'optimalité:

$$\begin{cases} Pm_K = \frac{k}{p} \\ Pm_L = \frac{w}{p} \end{cases}$$

- A l'optimalité, c'est-à-dire à la maximisation du profit, les productivités marginales des facteurs égalisent leur coût réel d'utilisation (les facteurs sont rémunérés à leur productivité marginale).

Conclusion

- Au final, nous pouvons donc définir les demandes de capital et de travail, $\{K^d, L^d\}$.
- **Attention**, ce ne sont pas les **demandes conditionnelles** vues au chapitre 2 !
  - *Les demandes conditionnelles dépendaient du niveau de production, tandis que les demandes dépendent du système de prix.*
- Les fonctions de demande des facteurs sont décroissantes de leur prix.

Application

- Vous êtes consultant au sein de la *SARL Dauphine Associates*. Une entreprise vous contacte pour savoir si elle est bien gérée et, le cas échéant, convenir d'un plan d'amélioration de la situation. Votre étude a déterminé les valeurs suivantes:
  1. productivité du travail: 1.
  2. prix de vente du produit: 9.
  3. taux de salaire nominal: 11.

  Transmettez vos suggestions.

Correction

Pour analyser la situation, il convient d'analyser le coût réel d'utilisation. Nous avons:

$$\frac{w}{p} = \frac{11}{9}$$

Le coût réel d'utilisation est supérieur à la productivité du travail, nous ne sommes donc effectivement pas dans une situation optimale. Pour être précis, nous avons:

$$Pm_L < \frac{w}{p} \Longrightarrow p \times Pm_L < w$$

Ainsi, le dernier employé embauché rapporte Pm_L, vendu à prix p, en échange d'un salaire w: il coûte plus que ce qu'il rapporte à l'entreprise. Il convient alors de mener une baisse de l'utilisation du facteur travail (par exemple via des licenciements) jusqu'à atteindre la condition d'optimalité.

Seuil de fermeture

- Dans certains cas, si l'entreprise ne produit pas, le profit est **négatif** (car elle supporte des coûts fixes). Nous avons $\Pi(0) = -CF$.
- Ainsi, le producteur peut décider de **fermer** (interrompre sa production) si:
$$\Pi(0) > \Pi(q)$$
- Donc, la décision de stopper la production est prise si:
$$-CF > pq - CV(q) - CF \Longrightarrow pq - CV(q) < 0$$
$$\Longrightarrow p < CVM(q)$$
- Nous avons alors un **seuil de fermeture**: un prix en deçà duquel l'entreprise ne peut pas dégager de profit.
- Dans la pratique, il s'agira ainsi de trouver le minimum du $CMV(q)$.

Application numérique

- Soit la fonction de coût:

$$CT(q) = 3q^3 - 6q^2 + 10q + 5$$

Déterminez le seuil de fermeture de la firme.

Correction

Nous exprimons le coût moyen variable de la firme comme suit:

$$CMV(q) = 3q^2 - 6q + 10$$

En dérivant cette mesure et en appliquant la condition de premier ordre:

$$\frac{\partial CMV(q)}{\partial q} = 6q - 6 = 0 \Longrightarrow q = 1$$

Nous avons alors:

$$CMV(1) = 7$$

L'entreprise décide de produire dés lors que $p > 7$.

Seuil de rentabilité

- Le dépassement du seuil de fermeture n'entraîne pas nécessairement un profit positif. Nous nous intéressons désormais à la condition suivante:

$$\Pi(q) = pq - CT(q) \geq 0 \Longrightarrow p \geq CM(q)$$

- Alors, le profit est positif dés lors que le coût moyen est supérieur au prix du marché.
- Connaissant la condition d'optimalité $Cm(q) = p$, nous pouvons également déterminer le **seuil de rentabilité** (le prix en deçà duquel l'entreprise réalise un profit négatif) comme validant l'équation suivante:

$$Cm(q) = CM(q)$$

- Note: il faut tout de même vérifier que nous atteignons le **minimum** de $CM(q)$.

Application numérique

- Considérons la fonction de coût suivante:

$$CT(q) = q^2 + 25$$

Déterminez le seuil de rentabilité.

Correction

Nous exprimons le coût moyen comme étant:

$$CM(q) = q + \frac{25}{q}$$

La condition de premier ordre donne:

$$\frac{\partial CM(q)}{\partial q} = 1 - \frac{25}{q^2} = 0 \Longrightarrow q = 5$$

Et nous avons alors:

$$CM(5) = 5 + \frac{25}{5} = 10$$

Le seuil de rentabilité est $p = 10$. **Contrôle de cohérence:** exprimons le coût marginal pour cette quantité.

$$Cm(q) = 2q \Longrightarrow Cm(5) = 10 = CM(5)$$