3.1.1点与点的位置关系和度量关系

在空间中，我们显然可以发现：若空间中的两个点重合，那么这两个点（设为A和D）的位置向量,一定有

反之，如果空间中的两个点不重合，那么

不全成立。

在空间中（这里只讨论三维直角坐标系，如下讨论同样如此），对于两个点的度量关系，我们可以连接AD,做一个以AD为体对角线的长方体（如图3.1.1所示），进而通过勾股定理得到点与点的度量关系（点与点之间的距离），即。

**

图3.1.1

3.1.2点与线的位置关系和度量关系

通过初中的学习，我们可以直观地想象出点与线的两种位置关系，即点在线上和点不在线上。关于点A和直线，我们可以通过任取线上一点，验证与直线的方向向量是否平行来进而判定点是否在直线上。除此之外，我们可以直接将点A坐标带入直线方程通过是否满足直线方程组来判断点是否在直线上。

关于空间中点与线的度量关系（即点到直线的距离），我们可以通过设直线过点，方向向量为，由图可以看出，点到直线的距离是以,为邻边的平行四边形的底边上的高，因此。

**

图3.1.2

3.1.3点与面的位置关系和度量关系

判断点是否在面上的方法与判断点是否在直线上的方法同理，此处不再赘述。

空间中的一点到任意平面的距离可由该点到平面的垂线长度刻画，下面给出计算方法。

设直角坐标系中存在一点，平面，过点作平面的垂线，设垂足为点，则点到平面的距离，平面的一个法向量为，因为，所以有

两边用作内积得到，

于是得到，

关于点与平面的位置关系，我们有以下结论，

容易得到，空间中的平面把平面分为两个部分，的法向量所指的那一部分称为的正侧，对应地，另一部分称为负侧，由上述点到直线距离求法的结论，我们可以导出，时点位于平面正侧，即，反之点位于平面负侧

3.2.1线与线的位置关系和度量关系

线与线的位置关系,我们在中学阶段就已经了解过了:线与线平行,线与线相交,线与线异面，对于两直线之间的距离，我们定义两直线上的点之间的最短距离叫这两直线之间的距离，根据定义我们容易得到，两直线相交或重合时距离显然为0，平行时在一条直线上任一点到另一条直线的距离就是两直线之间的距离。

下面讨论两条异面直线之间的距离。

设异面，过点，方向向量为,不共线。

如图3.2.1，以为始点作,以为棱扩充而成的平行六面体体积为

以扩充成的平行四边形面积为

于是平行六面体的高

即两异面直线间的距离

3.2.2线与面的位置关系和度量关系

直线与平面平行时可以用类似3.2.1中对于两平行线中距离的讨论方法，在平面中任取一条直线求两异面直线间的距离，相交自然不必赘述，这里就不再展开讨论了。