

Optimization

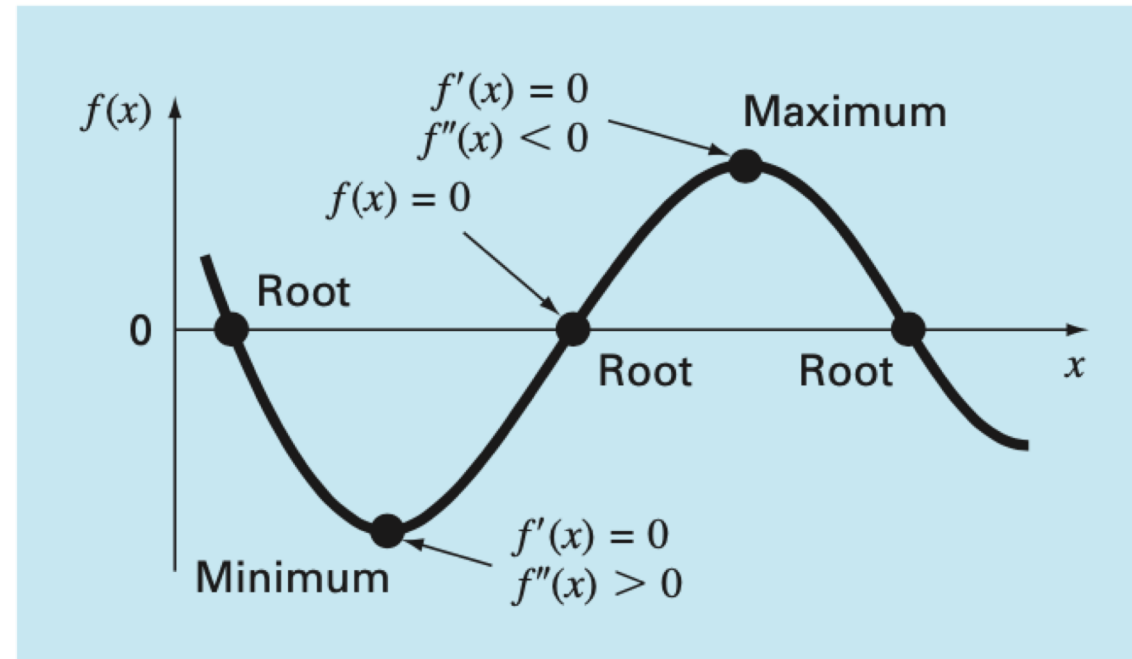
Rosiyah Faradisa

Optimization

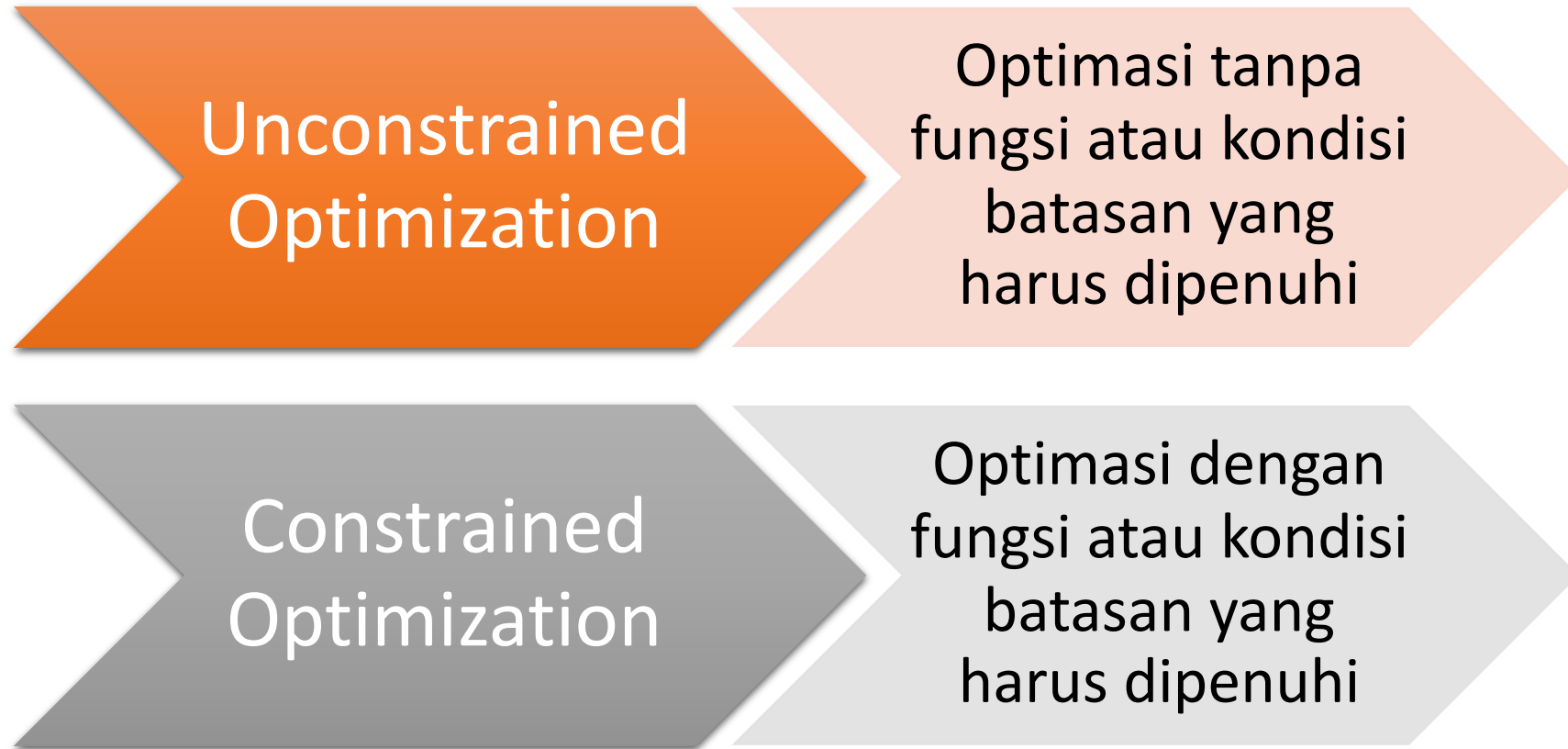
Merupakan proses mendapatkan titik ekstrimum, yaitu :

- Maximun point
- Minimum point

Dari sebuah fungsi atau permasalahan



Optimization



Unconstrained Optimization

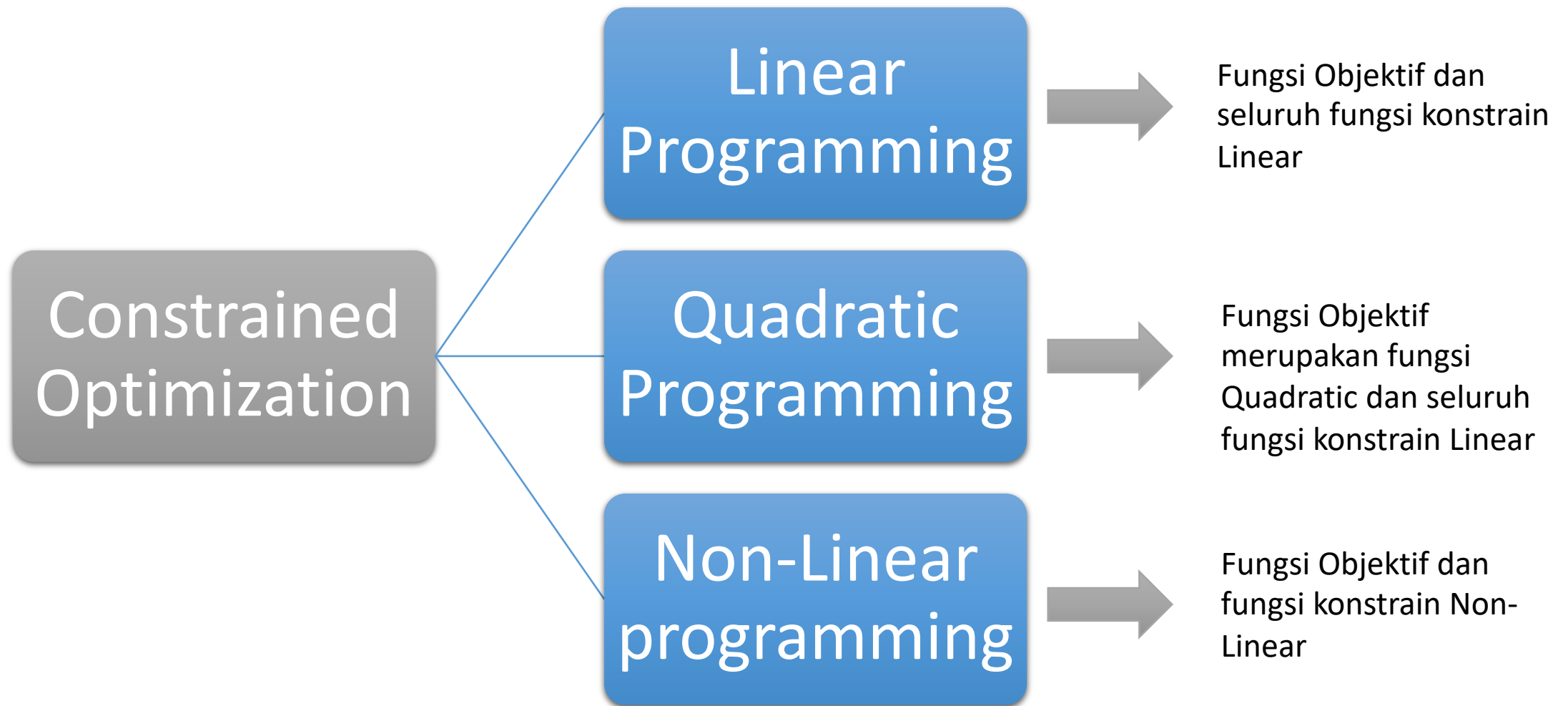
```
graph LR; A[Unconstrained Optimization] --> B[One-dimensional]; A --> C[Multi dimensional]; B --- D["• Golden-search method<br>• Hyperbolic Interpolation<br>• Newton method<br>• Brent's method"]; C --- E["• Direct method<br>• Gradient method"]
```

One-dimensional

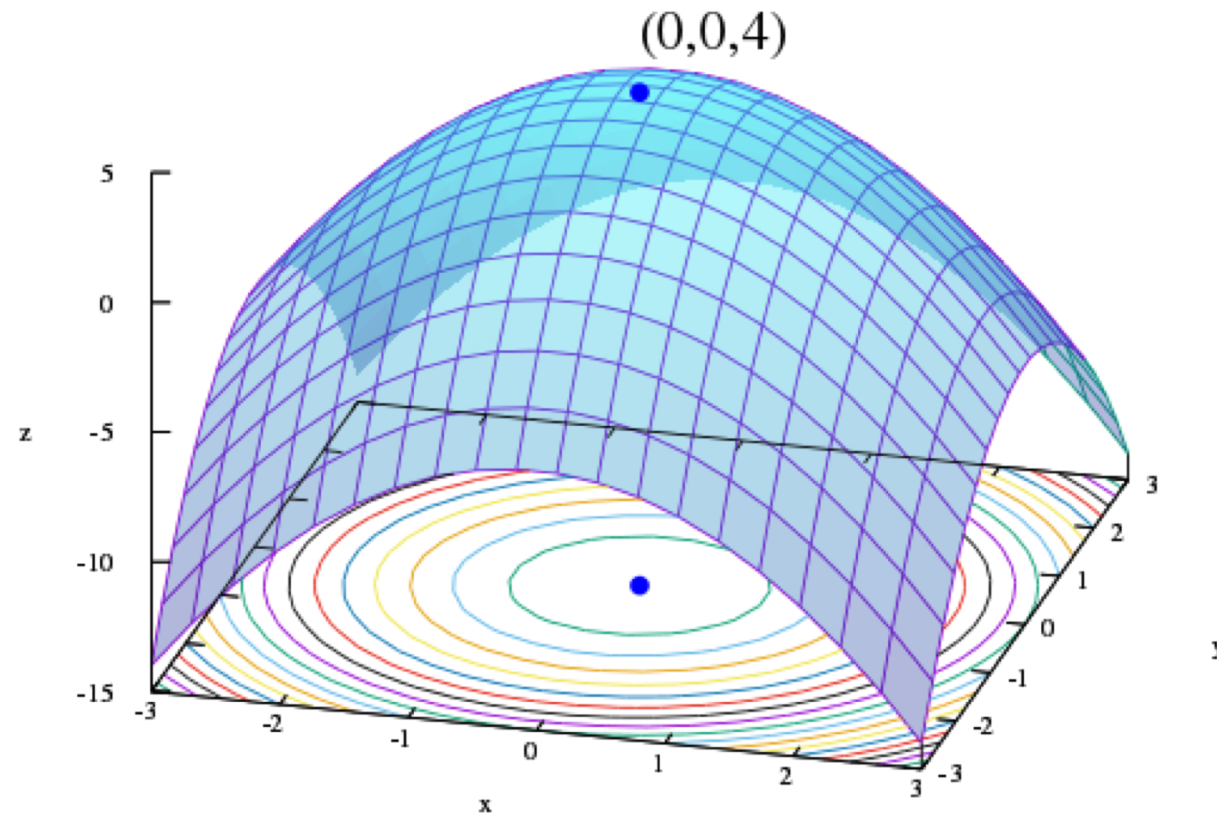
- Golden-search method
- Hyperbolic Interpolation
- Newton method
- Brent's method

Multi dimensional

- Direct method
- Gradient method

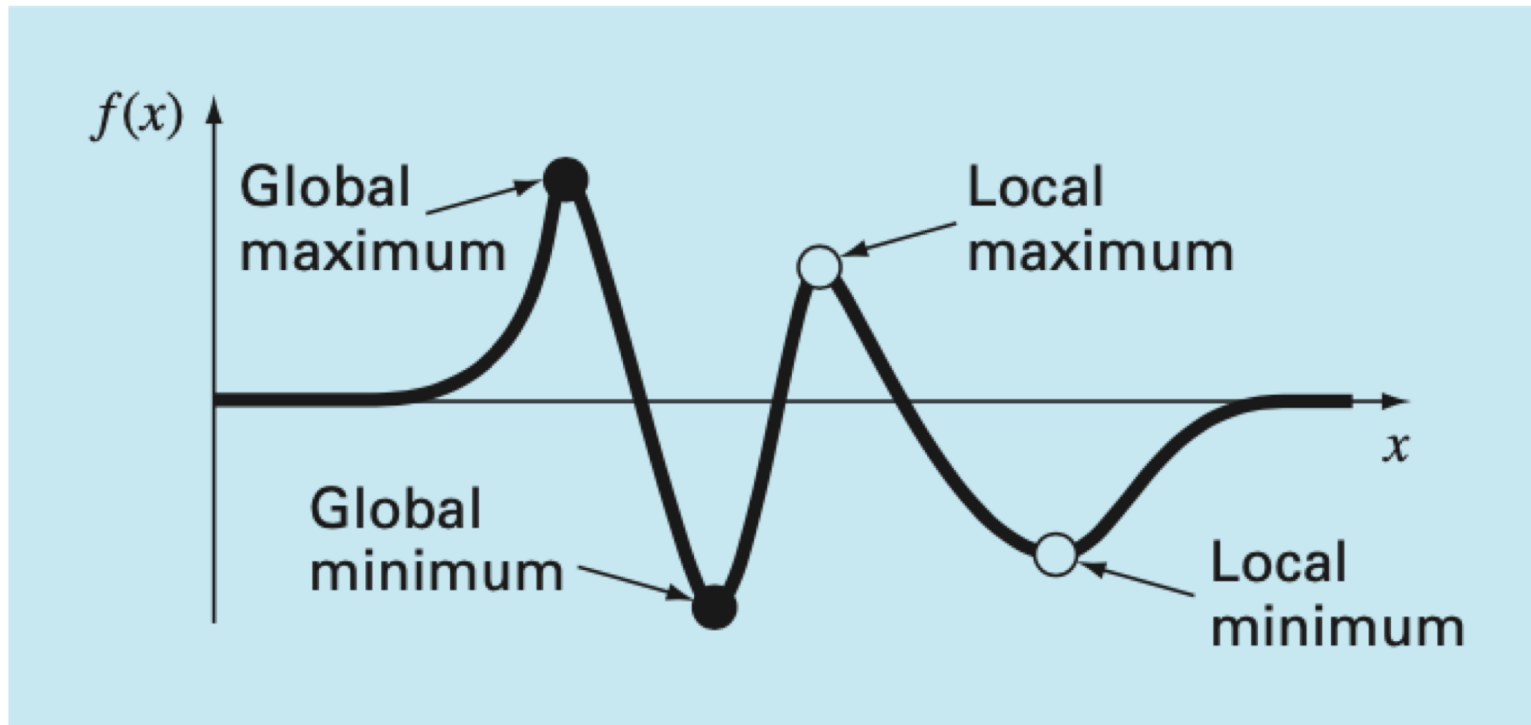


Maximum point on two-dimensional space



By IkamuseFan - Own work, CC BY-SA 4.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=42043175>

Multimodal



one-dimensional unconstrained
optimization

Metode Golden Search (Open Method)

1. Tentukan batas bawah, x_l , dan batas atas, x_u , yang mengapit satu nilai local ekstrimum dari $f(x)$
2. Tentukan 2 interior point, x_1 dan x_2 , yang dihitung berdasarkan *golden ratio*

$$x_1 = x_l + d$$

$$x_2 = x_u - d$$

$$\text{Dengan } d = \frac{\sqrt{5}-1}{2} (x_u - x_l)$$

3. Lakukan evaluasi :
 - Jika $f(x_1) > f(x_2)$ maka update nilai $x_l = x_2$
 - Jika $f(x_2) > f(x_1)$ maka update nilai $x_u = x_1$
4. Lakukan iterasi selanjutnya dengan nilai x_l dan x_u yang baru

Contoh soal (Golden Search Method)

Gunakan metode golden search untuk mendapatkan nilai optimum fungsi berikut :

$$f(x) = 2 \sin x - \frac{x^2}{10}$$

Dalam interval $x_l = 0$ dan $x_u = 4$

- Solusi :

hitung d dengan menggunakan golden ratio

$$d = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} (4 - 0) = 2.472$$

Sehingga diperoleh

$$x_1 = 0 + 2.472 = 2.472 \text{ dan } f(x_1) = 0.63$$

$$x_2 = 4 - 2.472 = 1.528 \text{ dan } f(x_2) = 1.76$$

Karna $f(x_2) > f(x_1)$ maka selanjutnya nilai x_u akan diperbarui dengan nilai x_1 , yaitu 2.472

Kemudian akan dilanjutkan perhitungan pada iterasi yang kedua, dengan $x_l = 0$ dan $x_u = 2.472$

Contoh soal (Golden Search Method)

Tabel berikut merupakan hasil perhitungan hingga iterasi ke 8

	xl	xu	d	x1	fx1	x2	fx2
1	0	4	2,47213595	2,47213595	0,62997447	1,52786405	1,76472025
2	0	2,47213595	1,52786404	1,52786404	1,76472025	0,94427191	1,53097555
3	0,94427191	2,47213595	0,94427191	1,88854382	1,54322337	1,52786404	1,76472025
4	0,94427191	1,88854382	0,58359214	1,52786405	1,76472025	1,30495168	1,75945198
5	1,30495168	1,88854382	0,36067978	1,66563146	1,71358022	1,52786404	1,76472025
6	1,30495168	1,66563146	0,22291236	1,52786404	1,76472025	1,4427191	1,7754748
7	1,30495168	1,52786404	0,13776741	1,44271909	1,7754748	1,39009663	1,77419951
8	1,39009663	1,52786404	0,08514494	1,47524157	1,77324246	1,4427191	1,7754748

Metode Golden Search (Open Method)_minimum point

1. Tentukan batas bawah, x_l , dan batas atas, x_u , yang mengapit satu nilai local ekstrimum dari $f(x)$
2. Tentukan 2 interior point, x_1 dan x_2 , yang dihitung berdasarkan *golden ratio*

$$x_1 = x_l + d$$

$$x_2 = x_u - d$$

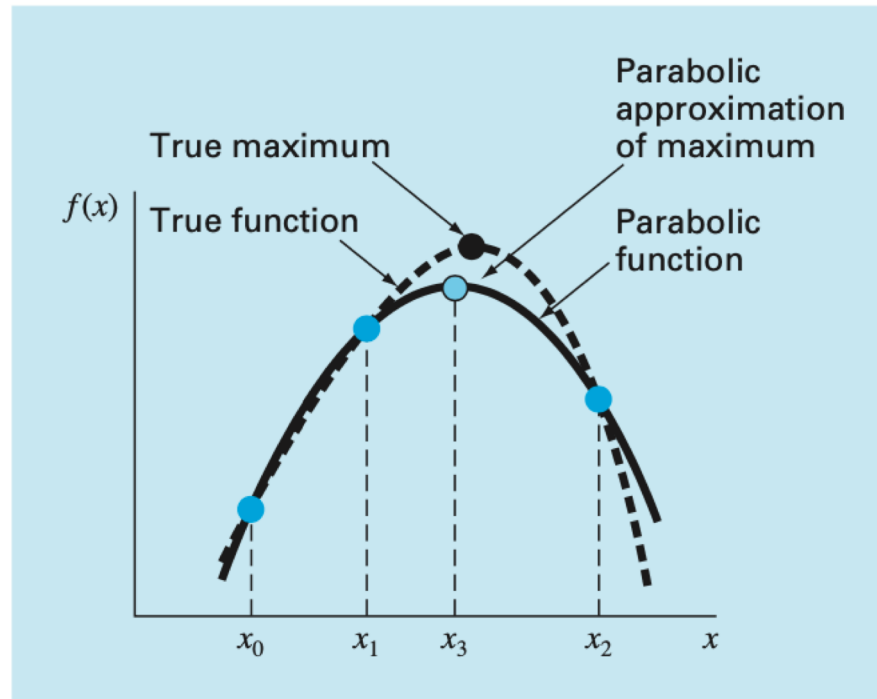
$$\text{Dengan } d = \frac{\sqrt{5}-1}{2} (x_u - x_l)$$

3. Lakukan evaluasi :
 - Jika $f(x_1) < f(x_2)$ maka update nilai $x_l = x_2$
 - Jika $f(x_2) < f(x_1)$ maka update nilai $x_u = x_1$
4. Lakukan iterasi selanjutnya dengan nilai x_l dan x_u yang baru

Parabolic Interpolation

Parabolic Interpolation

- Sebagaimana hanya ada satu garis lurus yang menghubungkan dua titik, maka hanya ada satu parabola (persamaan kuadrat) yang menghubungkan dua titik
- Parabolic interpolation menggunakan fakta bahwa persamaan kuadrat seringkali memberikan nilai perkiraan yang baik terhadap $f(x)$ di dekat titik optimum



Metode Parabolic Equation

- Tentukan 3 titik perkiraan awal, x_0, x_1, x_2 kemudian hitung nilai maksimum perkiraan

$$x_3 = \frac{f(x_0)(x_1^2 - x_2^2) + f(x_1)(x_2^2 - x_0^2) + f(x_2)(x_0^2 - x_1^2)}{2f(x_0)(x_1 - x_2) + 2f(x_1)(x_2 - x_0) + 2f(x_2)(x_0 - x_1)}$$

Kemudian x_3 akan menggantikan salah satu titik awal, dengan mekanisme penggantian

$$x_0 = x_1, x_1 = x_2, x_2 = x_3$$

Atau juga dapat menggunakan mekanisme penggantian nilai baru pada metode golden search