# 西 安 电 子 科 技 大 学

# 试　　题

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 九 | 总分 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 分数 | | | | | | | | | | |

1. 考试时间：120 分钟；　2. 本试卷共九大题，满分 100 分.

班级________学号_________姓名___________任课教师____________

**一、单项选择题（每小题 4 分，共 20 分）**

1. 设函数 $u=\left(\dfrac{y}{z}\right)^{\frac{1}{x}}$，则 $du|_{(1,1,1)}=$（　　）.

（A）$dx-dy$；　（B）$dy-dz$；　（C）$dy-dx-dz$；　（D）**0**.

2. 已知 $(axy^3-y^2\cos x)dx+(1+by\sin x+3x^2y^2)dy$ 为某一函数 $u(x,y)$ 的全微分，则 $ab$ 为（　　）.

（A）4；　（B）2；　（C）-2；　（D）-4.

3. 设 $L$ 为取正向的圆周 $x^2+y^2=64$，则曲线积分

$$\oint_L \frac{(2xy+2y)dx+(x^2-4y)dy}{x^2+y^2}=（\quad）.$$

（A）$-2\pi$；　（B）0；　（C）$2\pi$；　（D）$4\pi$.

4. 若将函数 $f(x)=x^2(0\le x\le\pi)$ 展开成正弦级数，则此级数在 $x=-\pi$ 处收敛于（　　）.

（A）$\pi^2$；　（B）$-\pi^2$；　（C）0；　（D）$2\pi$.

5. 设常数 $k$>0,级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{k+n}{n^2}$ 的敛散性为（　　）.

（A）条件收敛；（B）绝对收敛；（C）发散；（D）敛散性随 $k$ 而定.

**二、填空题（每小题 4 分，共 20 分）**

1. 空间曲线 $x=\cos t, y=\sin t, z=4t$ 在 $t=\pi/4$ 处的法平面方程为_______.

2. $\int_0^1 dx\int_{x^2}^1 \dfrac{xy}{\sqrt{1+y^3}}dy=$___________________.

3. 设椭球体$\Omega$：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}\le 1$，则三重积分$\iiint\limits_{\Omega} z^2dxdydz=$_______.

4. 设$L$为圆周$x^2+y^2=a^2$，则$\oint_L (x^2+y^2)ds=$______________ .

5. 设$y_1=x, y_2=x+e^x, y_3=x+e^{-x}$是某二阶非齐次线性微分方程的三个特解，则该微分方程的通解为____________________.

三、（10 分）设$z=z(x,y)$是由方程$f(y-x,yz)=0$所确定的隐函数，其中$f$对各变量有连续的二阶偏导数，求$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

四、（8 分）求球面$x^2+y^2+z^2=\mathrm{R}^2$含在圆柱面$x^2+y^2=\mathrm{R}x$ $(\mathrm{R}>0)$内部的那部分的面积.

五、（10 分）在变力$\boldsymbol{F}=(e^x\sin y-x-y)\boldsymbol{i}+(e^x\cos y-ax)\boldsymbol{j}$ $(a>0)$的作用下，质点由点$A(2a,0)$沿曲线$y=\sqrt{2ax-x^2}$运动到点$O(0,0)$，求变力$\boldsymbol{F}$所作的功.

六、（8 分）求向量$\boldsymbol{A}=\dfrac{x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$穿过上半球面$z=\sqrt{R^2-x^2-y^2}$上侧的通量.

七、（10 分）求幂级数$\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{x^n}{n+1}$的收敛半径，收敛域及和函数.

八、（7 分）设曲线积分$\int_L [f'(x)+2f(x)+e^x]ydx+f'(x)dy$与路径无关，$f(0)=0$，$f'(0)=1$. 计算曲线积分$\int_{(0,0)}^{(1,1)}[f'(x)+2f(x)+e^x]ydx+f'(x)dy$的值.

九、（7 分）证明：若正项级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$和$\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$都收敛，则$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)^2$也收敛。若去掉前提中的 “正项”二字，则结论不成立，请举出反例。