



计算机导论与程序设计

1 计算机体系结构及其编码方式-2





讲授内容

- 图灵机原理-什么是计算？
- 二进制的产生和运算
- 数的表示：数据的编码的基本原理



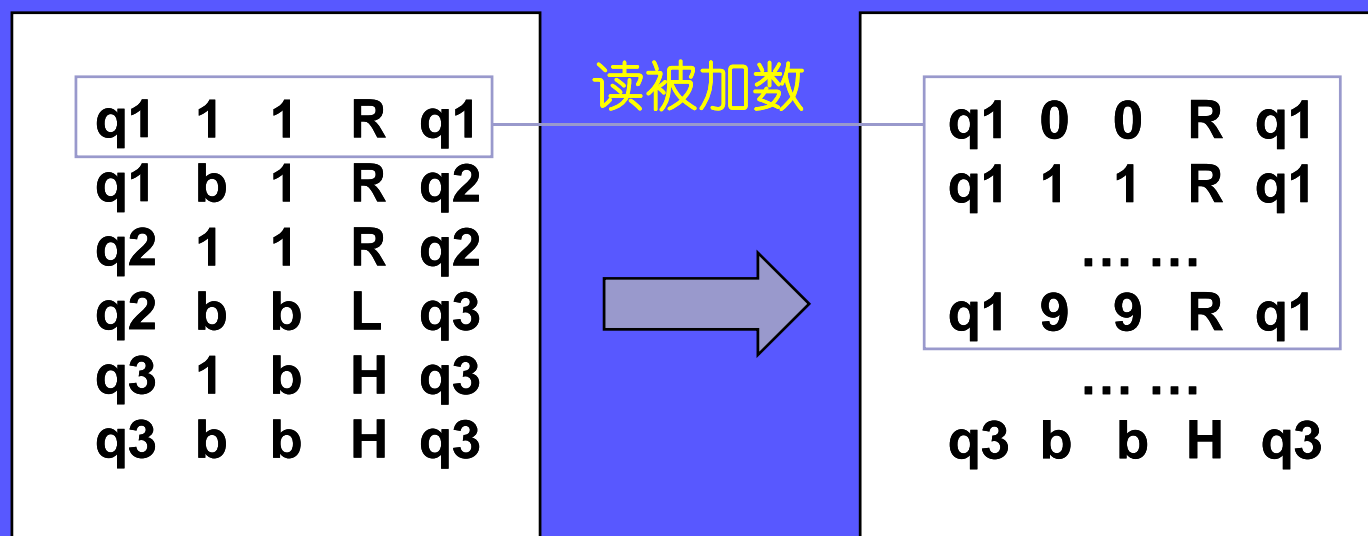
二进制(0和1)

对图灵机的进一步分析

- 在图灵机的计算例子中，字母表是 $\{1, b\}$ ，其中符号 b （空白（Blank），在计算机领域中通常叫空格）的作用是什么？
 - 它是被加数、加数、和的边界符号，表示着计算对象和计算结果的边界。
- 因此，真正用来表示被加数、加数与和的数值的，只有符号 1 。
 - 那么，数值 $1,000,000$ 就应当由一百万个 1 来表示。读入这一个数，读写头就要移动一百万次。
 - 在设计真正的计算机时，这显然是不合理、不实际的。

对图灵机的进一步分析

- 如果这个字母表中一共有11个符号： $\{ 0, 1, \dots, 9, b \}$ ，那么就可以用十进制来表示数值。
 - 但是，这时的程序要长得多。
 - 确定当前指令自然要花更多的时间。





怎样用机器表示带上的符号？

- 字母表中的符号越多，用电子器件表示的困难一般就越大，精确性越低。
- 一个电子器件的状态越多，可靠运行的困难通常就越大。
- 与两个状态的电子元件相比（0，1电平），有三个状态的电子元件在制造上比较困难，可靠性也比较低。

采用二进制使电子器件制造计算机成为可能！

怎样用机器表示带上的符号？

■ 制作控制器的基本要求

- 控制器必须有逻辑判断能力。例如要执行下面的指令：

q1 1 1 R q1

- 控制器要作出的逻辑判断是：如果当前机器状态是q1，且读入的符号是1，则

■ 用机器来实现控制器，必须要考虑怎样来实现逻辑判断

- 对于通用图灵机，程序要放在带上。还要考虑采用字母表中的符号来表示程序，而且这样的表示应当易于控制器来处理和判断（也就是：解释）。

■ “真、假”（true / false）判断就是最基本的逻辑判断。



二进制的由来

- 综合以上考虑，计算机是用两个符号（0 和 1）来：
 - 表示数据；
 - 表示程序；
 - 按照以此为基础的“布尔代数”（或“二值逻辑”），来设计和制造计算机中的大多数零件（元器件）。（在以后的《数字系统设计基础》、《计算机组成原理》等课程中，同学们将学习相应的基本原理和设计方法）
- 这样的表示方法叫做二进制（Binary）表示。
 - 最早的二进制表示来自我国的《周易》。

二进制的由来

■ 综合以上考虑，计算机是用两个符号（0 和 1）来：

■ 表示数据

■ 表示程序

■ 按照以此

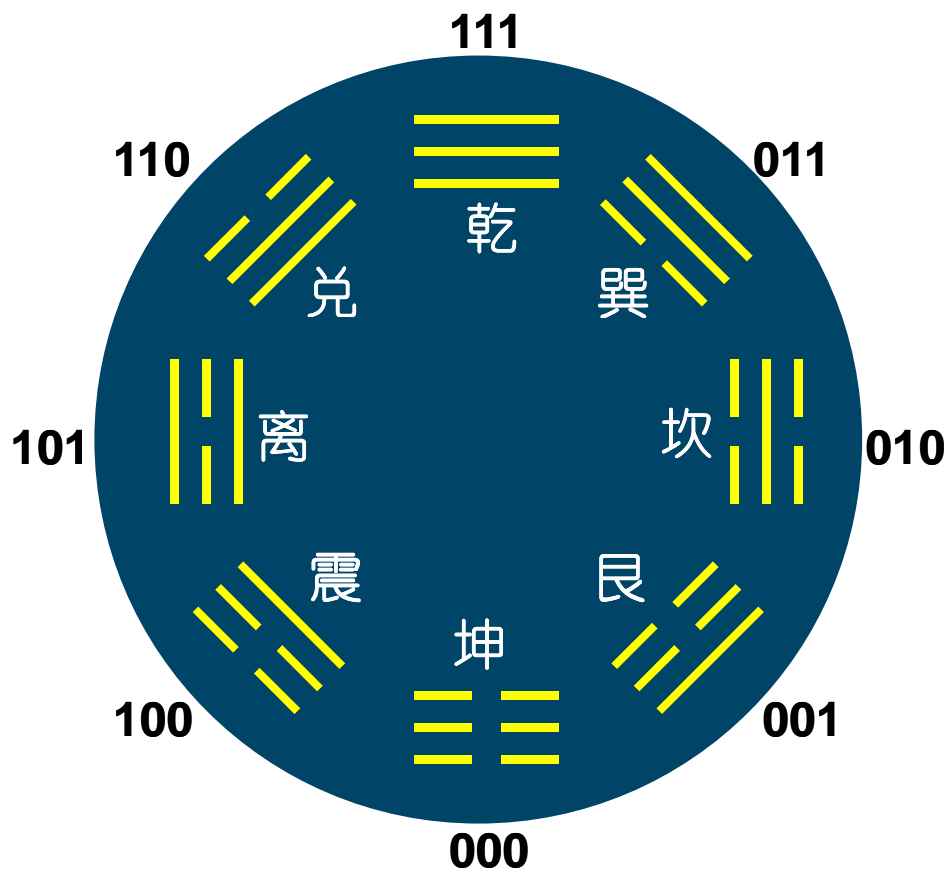
和制造计

系统设计

习相应的

■ 这样的表示

■ 最早的二



），来设计
后的《数字
同学们将学

回顾：用十进制来表示数值的规则

■ 一个数的十进制表示记为：

$$d_n d_{n-1} \dots d_1 d_0 \text{ (10)}$$

其中：

$$d_n \in \{1, \dots, 9\}, n > 0 \quad (\text{多位数}) \quad \text{123, 0123}$$

$$d_n \in \{0, \dots, 9\}, n = 0 \quad (\text{一位数}) \quad \text{1, 2, 3, 0}$$

$$d_{n-1}, \dots, d_1, d_0 \in \{0, \dots, 9\} \quad \text{123, 3040}$$

则该数的值可用下式得出：

$$d_n \times 10^n + d_{n-1} \times 10^{n-1} + \dots + d_1 \times 10^1 + d_0 \times 10^0$$

■ 例如， $123_{(10)}$ 的值是：

$$1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 3 \times 10^0$$

$$= 100 + 20 + 3$$

$$= 123$$

得出：用二进制来表示数值的规则

■ 一个数的二进制表示记为：

$$b_n b_{n-1} \dots b_1 b_0 \text{ (2)}$$

其中：

$$b_n = 1, n > 0 \quad \text{110, 0110}$$

$$b_n \in \{0, 1\}, n=0 \quad \text{1, 0}$$

$$b_{n-1}, \dots, b_1, b_0 \in \{0, 1\} \quad \text{110, 1101}$$

则该数的值可用下式得出：

$$b_n \times 2^n + b_{n-1} \times 2^{n-1} + \dots + b_1 \times 2^1 + b_0 \times 2^0$$

■ 例如，1111011₍₂₎ 的值是：

$$\begin{aligned} & 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\ &= 64 + 32 + 16 + 8 + 0 + 2 + 1 \\ &= 123 \end{aligned}$$

● 一个数的十进制表示记为：

$$d_n d_{n-1} \dots d_1 d_0 \text{ (10)}$$

其中：

$$d_n \in \{1, \dots, 9\}, n > 0$$

$$d_n \in \{0, \dots, 9\}, n = 0$$

$$d_{n-1}, \dots, d_1, d_0 \in \{0, \dots, 9\}$$

则该数的值可用下式得出：

$$d_n \times 10^n + d_{n-1} \times 10^{n-1} + \dots + d_1 \times 10^1 + d_0 \times 10^0$$

● 例如，123₍₁₀₎ 的值是：

$$\begin{aligned} & 1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 3 \times 10^0 \\ &= 100 + 20 + 3 \\ &= 123 \end{aligned}$$

十进制整数转换为二进制整数的规则

- 可采用辗转相除法。我们用一个例子来说明：

将 $123_{(10)}$ 转换成等值的二进制数：

<u>除以2的商（取整）</u>	<u>余数</u>
------------------	-----------

$123/2 = 61$	1
--------------	---

$61/2 = 30$	1
-------------	---

$30/2 = 15$	0
-------------	---

$15/2 = 7$	1
------------	---

$7/2 = 3$	1
-----------	---

$3/2 = 1$	1
-----------	---

$1/2 = 0$	1
-----------	---

自下而上地依次将余数加以汇集，即得到对应的二进制数： $1111011_{(2)}$ 。

八进制与十六进制

■ 数据也可以用八进制和十六进制表示：

- 八进制表示：使用 0-7 共 8 个数字。
- 十六进制表示：使用 0-9 共 10 个数字和 A-F 共 6 个字母，后者表示 10-15 这 6 个数。

■ 将二进制数转换为八进制和十六进制数：

- 从右向左，每三位进行一次转换，即从二进制数的值转换成等值的八进制数字。
- 从右向左，每四位进行一次转换，即从二进制数的值转换成等值的十六进制数字。

□ 例：转换 $1111011_{(2)}$

■ $1111011_{(2)} = 173_{(8)}$

■ $1111011_{(2)} = 7B_{(16)}$

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & (2) \\ 32 & 16 & 8 & 4 & 2 & 1 & (10) \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 1 & (2) \\ 8 & 4 & 2 & 1 & =15(10) \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 1 & (2) \\ 8 & 4 & 2 & 1 & =9(10) \end{array}$$

采用二进制后的一个问题

- 在我们前面的例子里，b（空格）的作用很重要，它表示着一个数的边界。如果没有了它怎么办？
- 在计算机中的做法是：预先规定数据的表示单位。这样，数据就不需要用特殊的符号来表示它的边界，因为它所在的那个单位的边界，就是这个数据的边界。
- 在计算机中有这样几个基本单位：
 - 位（bit）：1 或者 0；
 - 字节（byte）：8bits（可表示256个不同的数）；
 - 字（word）：与具体的计算机有关，如：8bits、16bits、32bits、64bits等。它的长度称为对应计算机的字长，相当于在对应的图灵机中，有这么多个读写头同时读写。

计算机存储容量的常用表示单位

- 在图灵机中，带的长度是无限的。但是，真实的计算机不可能做到这一点，其**存储容量**（相当于图灵机中带的长度）总是有限的。
- 计算机的字长可能不同，为便于比较，需用与字长无关的单位来表示计算机的存储容量，即字节。常用的表示单位是：B (Bytes)、KB (Kilobytes)、MB (Megabytes, 汉语读作 “兆”)、GB (Gigabytes)、TB (Terabytes) 。
 - $1\text{KB} = 1024\text{ B} = 2^{10}\text{ bytes} \approx 10^3\text{ bytes}$ （千字节）
 - $1\text{MB} = 1024\text{ KB} = 2^{20}\text{ bytes} \approx 10^6\text{ bytes}$ （百万字节）
 - $1\text{GB} = 1024\text{ MB} = 2^{30}\text{ bytes} \approx 10^9\text{ bytes}$ （十亿字节）
 - $1\text{TB} = 1024\text{ GB} = 2^{40}\text{ bytes} \approx 10^{12}\text{ bytes}$ （万亿字节）



计算机中程序如何表示？一字符和符号

- 一种常用的标准表示是 ASCII (American Standard Code for Information Interchange) 码。
- ASCII 码用一个字节来表示一个符号或字母。这个字节的二进制表示本身是一个数，称为对应的码值。
 - 常规 ASCII 码将这个字节的最高位（从左边数第一位）用做奇偶校验，其他 7 位可以表示 128 种符号和字母。
 - 扩展 ASCII 码将这个字节全部用来表示，因此可表示 256 种符号和字母，其中前 128 种与常规 ASCII 码相同。
 - 目前常用的是扩展 ASCII 码。

在计算机中怎样表示符号和英文字母？

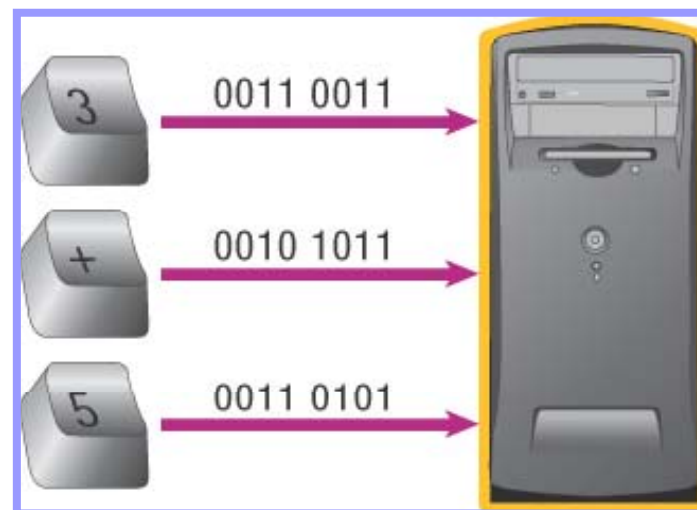
- 从计算机键盘输入的字母、数字和符号，都被自动转换成对应的 ASCII 码值。例如（采用扩展 ASCII 码）：

□ 字母 **R**：01010010₍₂₎，即 82₍₁₀₎ 或 52₍₁₆₎

□ 字母 **r**：01110010₍₂₎，即 114₍₁₀₎ 或 72₍₁₆₎

□ 数字 **3**：00110011₍₂₎，即 51₍₁₀₎ 或 33₍₁₆₎

□ 符号 **%**：00100101₍₂₎，即 37₍₁₀₎ 或 25₍₁₆₎



Ctrl	十进制	十六进制	字符	代码	十进制	十六进制	字符	十进制	十六进制	字符	十进制	十六进制	字符
^@	0	00		NUL	32	20		64	40	@	96	60	'
^A	1	01		SOH	33	21	!	65	41	A	97	61	a
^B	2	02		STX	34	22	..	66	42	B	98	62	b
^C	3	03		ETX	35	23	#	67	43	C	99	63	c
^D	4	04		EOT	36	24	\$	68	44	D	100	64	d
^E	5	05		ENQ	37	25	%	69	45	E	101	65	e
^F	6	06		ACK	38	26	&	70	46	F	102	66	f
^G	7	07		BEL	39	27	,	71	47	G	103	67	g
^H	8	08		BS	40	28	(72	48	H	104	68	h
^I	9	09		HT	41	29)	73	49	I	105	69	i
^J	10	0A		LF	42	2A	*	74	4A	J	106	6A	j
^K	11	0B		VT	43	2B	+	75	4B	K	107	6B	k
^L	12	0C		FF	44	2C	,	76	4C	L	108	6C	l
^M	13	0D		CR	45	2D	-	77	4D	M	109	6D	m
^N	14	0E		SO	46	2E	.	78	4E	N	110	6E	n
^O	15	0F		SI	47	2F	/	79	4F	O	111	6F	o
^P	16	10		DLE	48	30	0	80	50	P	112	70	p
^Q	17	11		DC1	49	31	1	81	51	Q	113	71	q
^R	18	12		DC2	50	32	2	82	52	R	114	72	r
^S	19	13		DC3	51	33	3	83	53	S	115	73	s
^T	20	14		DC4	52	34	4	84	54	T	116	74	t
^U	21	15		NAK	53	35	5	85	55	U	117	75	u
^V	22	16		SYN	54	36	6	86	56	V	118	76	v
^W	23	17		ETB	55	37	7	87	57	W	119	77	w
^X	24	18		CAN	56	38	8	88	58	X	120	78	x
^Y	25	19		EM	57	39	9	89	59	Y	121	79	y
^Z	26	1A		SUB	58	3A	:	90	5A	Z	122	7A	z
^[27	1B		ESC	59	3B	;	91	5B	[123	7B	{
^\	28	1C		FS	60	3C	<	92	5C	\	124	7C	
^]	29	1D		GS	61	3D	=	93	5D]	125	7D	}
^^	30	1E	▲	RS	62	3E	>	94	5E	^	126	7E	~
^-	31	1F	▼	US	63	3F	?	95	5F	-	127	7F	ð

* ASCII 代码 127 拥有代码 DEL。在 MS-DOS 下，此代码具有与 ASCII 8 (BS) 相同的效果。
DEL 代码可由 CTRL + BKSP 键生成。

在计算机中怎样表示汉字？

- 汉字的种类远比 256 种多，何况也不能占用 ASCII 码已经使用的码值。目前采用两个字节来表示一个汉字。
- 汉字的编码规则还没有统一。在我国大陆采用的标准是 GB2312。 $256 \times 256 = 65536$ 个汉字
- 国内的计算机都支持汉字输入与输出，用户可用多种方法输入汉字（如拼音、五笔字形等）。
- 国际组织已经制定了一种 Unicode 标准，也是采用两个字节来表示一个数字、字母、符号或文字，并为中文、日文等都分配了相应的码段（码值连续的区间），以实现各种文字的国际交流。

计算机中二进制数的四则运算

- 仿照十进制数的运算规则，可以做二进制数的加法。

11100	$16+8+4=28$
<u>+) 110111</u>	$32+16+4+2+1=55$
1010011	$64+16+2+1=83$

- 用计算机做二进制数的减法
- 用计算机做二进制数的乘法：
 - 把被乘数累加乘数那么多次即可（例： $2*3=2+2+2$ ）。
- 用计算机做二进制数的除法：
 - 反复在被除数中减去除数、直到小于除数，减的次数即为商，剩下为余数（例： $7/3$ ， $7-3-3=1$ ，商为2，余数为1）。

整数在计算机中的表示

- 在计算机中，按照既定的二进制位数（称为码长），

- 最左边的那一位（称为**符号位**）用来表示一个整数的正负号：0 表示正数，1 表示负数。

- 符号位之后的那些位（称为**数值位**），用来表示这个整数的绝对值。

- 在计算机中，数可以有三种不同的二进制表示方法（**差别**在于**负数之数值位**的表示不同）：

- **原码**表示
 - **反码**表示
 - **补码**表示

00011010

+26

10011010

-26

原码表示

- 在给定码长后，根据一个整数的正负填写符号位，再将这个整数之绝对值的二进制表示，按照数值位的长度在前面补足必要的 0 后，就得到这个整数的原码表示。

若码长为 8，则 $123_{(10)}$ 的原码表示是：

01111011

$-123_{(10)}$ 的原码表示是：

11111011

若码长为 16，则 $123_{(10)}$ 的原码表示是：

0000000001111011

$-123_{(10)}$ 的原码表示是：

1000000001111011

反码表示

■ 规定：

- 一个正整数的反码表示与其原码表示相同；
- 一个负整数的反码表示：对其原码表示的数值位进行按位变反的结果

按位将 1 换成 0、将 0 换成 1

■ 例如（若码长为 8）：

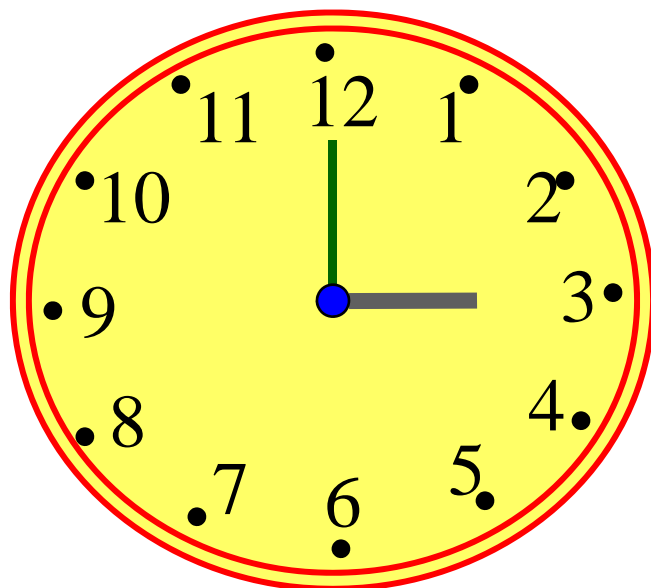
- $(26)_{\text{反}} = (26)_{\text{原}} = 0\ 0011010$
- $(-26)_{\text{反}} = 11100101 \quad (10011010 \rightarrow 11100101)$



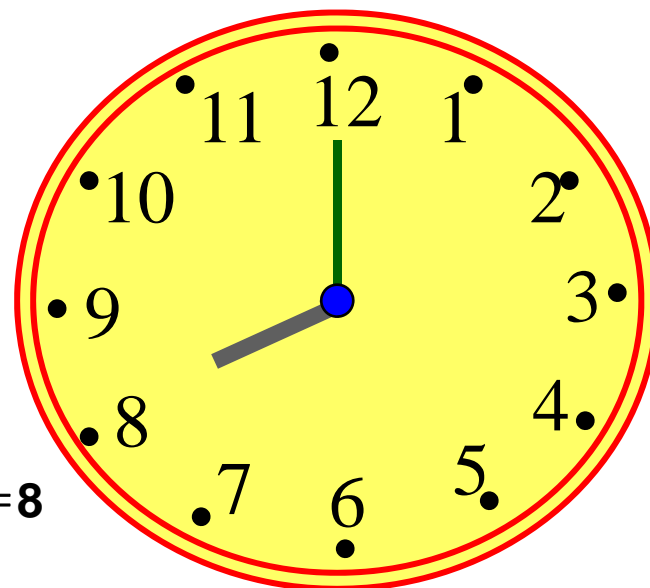
补码表示

- 刚才留下了一个问题：
 - 用计算机怎么做二进制数的减法？
- 如果能够在**负数**的表示上想办法，就有可能在计算机中利用**二进制加法的部件**来实现**二进制减法**
- 由于乘法可以用加法实现、除法可以用减法实现，因而可以用**统一的部件**来进行二进制数的**四则运算**。
- 支持这种统一处理的基础，是计算机中数的**补码表示**。

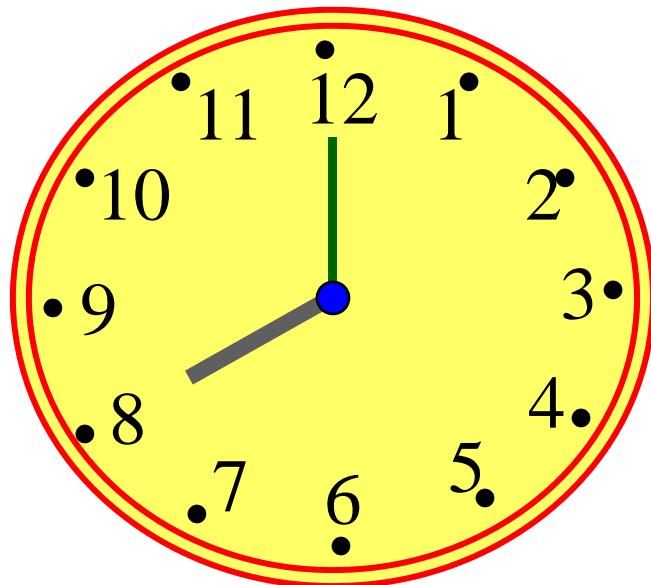
第一个例子



$$\begin{array}{l} 3 + 5 = 8 \\ \xrightarrow{\quad} \\ 3 - 7 = 8 \end{array}$$

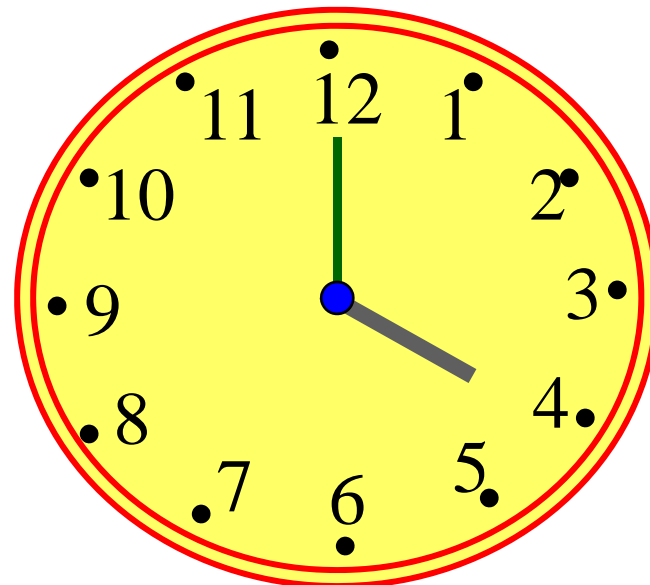


$$3 + (-7) = 8$$

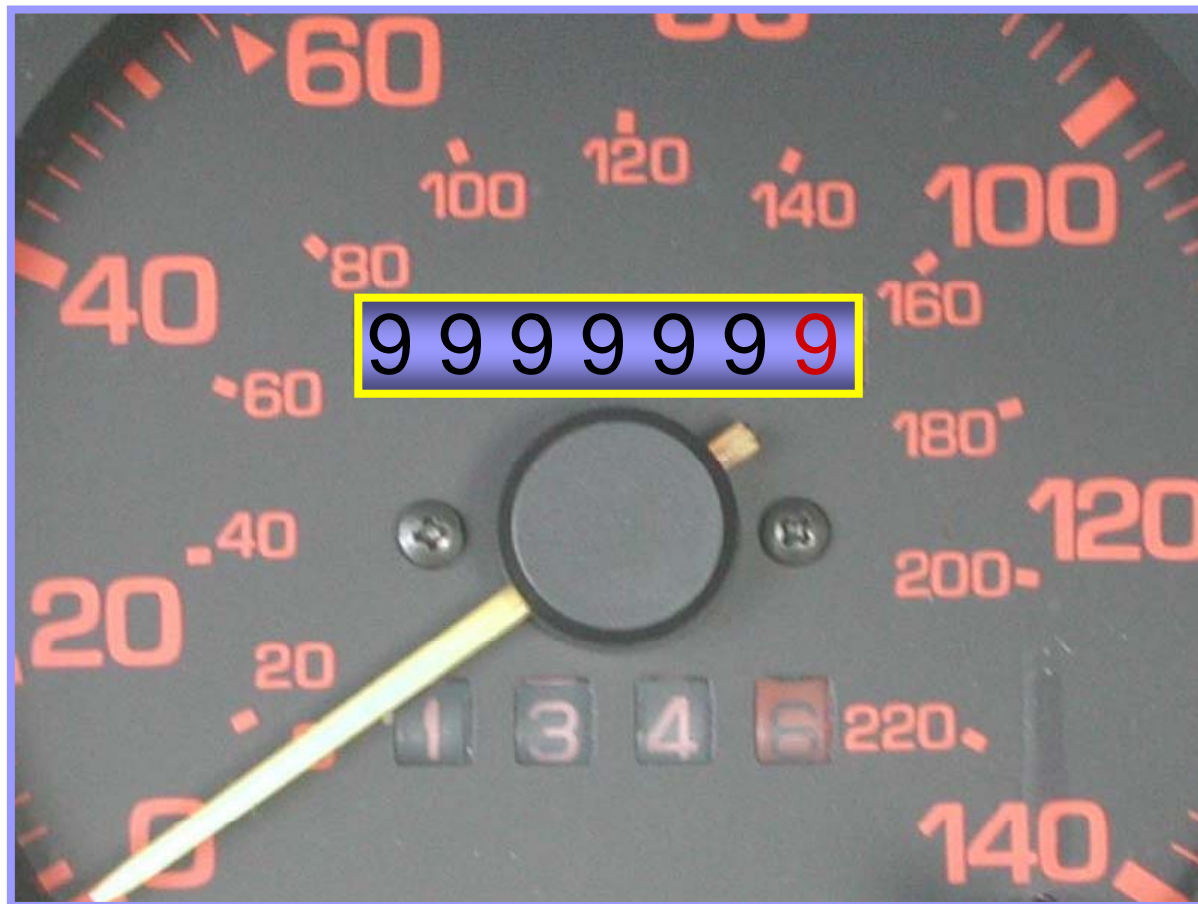


$$\begin{array}{l} 8 - 4 = 4 \\ \xrightarrow{\quad} \\ 8 + 8 = 4 \end{array}$$

$$8 + (-4) = 4$$



第二个例子



第二个例子



补码表示

- 在这个例子中，当里程表上的数字是 999999 时，再行进 1 公里，里程表显示的是 000000。
- 由于 $999999 + 1 = 000000$ ，（从仪表盘上看到的结果），所以从算术运算的角度看，这里 999999 的作用相当于 -1。

即 $x - 1 = x + (-1) = x + 999999$

- 这就说明，当限制了数据的表示长度时，要减去一个正整数 b 等价于加上一个数 c 。可以认为：要得到的这个数 c 加上这个正整数 b 之后等于 0。我们称之为求补。
 - 在上面的例子中，要得到 1 的负数表示 -1，就是看哪个数加上 1 后等于 0。
 - 这个数便是 999999。

数学表达

■ $a - b = a + (-b) = a + c$ (b, c 都是正数)

$b + c = 0$?

$b + c = 1000000000$ (前提: 码长为8位)

■ 提出补码概念的目的在于

□ 用加法解决减法

□ 所以 $-b$ 的补码等于 c

补码表示

- 回到给定码长的二进制表示上来:

例如, 当码长为 8 (即数值位数为 7), 则

$$26_{(10)} = 00011010$$

那么, 要得到 $-26_{(10)}$ 的补码, 就得求一个二进制数 c :

使得: $c + 00011010 = 100000000$

这样相对于 $|-26_{(10)}|$ 的 c 应该为:

$$11100110$$

因为:

11100110
+) 00011010

00000000

因码长有限,
进位被丢弃

补码表示

■ 规定：

- 一个正整数的补码表示与它的原码表示相同；
- 一个负整数的补码表示：符号位为 1，数值位是其绝对值的求补结果。

■ 对于一个负整数，怎样求它的补码表示？

- 一条简单规则：对其原码表示的数值位按位变反后加 1。
- 例：当码长为 8，求 $-26_{(10)}$ 的补码表示（11100110）：

■ 原码表示是：10011010

■ 按位变反后：11100101 （其实是反码）

■ 加1后得到： 11100110，即得到其补码表示。

补码运算规则

■ 已经证明，对于数 X 和 Y ， $(X+Y) (\text{补}) = X (\text{补}) + Y (\text{补})$ ，
 $(X-Y) (\text{补}) = X (\text{补}) + (-Y) (\text{补})$

■ 两个数相加减，只需进行包括符号位在内的补码相加：

$(-27) (\text{补}) = 11100101$ ($10011011 \rightarrow 11100100 \rightarrow 11100101$)

$(-1) (\text{补}) = 11111111$ ($10000001 \rightarrow 11111110 \rightarrow 11111111$)

$(-26) (\text{补}) = 11100110$ ($10011010 \rightarrow 11100101 \rightarrow 11100110$)

$(-25) (\text{补}) = 11100111$ ($10011001 \rightarrow 11100110 \rightarrow 11100111$)

$$26 - 27 = -1$$

$$\begin{array}{r} 00011010 \\ +) 11100101 \\ \hline 11111111 \end{array}$$

$$26 - 26 = 0$$

$$\begin{array}{r} 00011010 \\ +) 11100110 \\ \hline 00000000 \end{array}$$

$$26 - 25 = 1$$

$$\begin{array}{r} 00011010 \\ +) 11100111 \\ \hline 00000001 \end{array}$$



课后作业

- 1、加深概念：二进制在计算机中的作用。
- 2、使用二进制进行数据的存储，相比其它进制，更节约存储空间。
- 3、熟悉原码、反码和补码的概念与计算。
- 4、继续熟悉C编程工具：Dev C++，VC6.0，C4droid（或其它手机编程工具）

进位计数制及其各进位制数之间的转换 6/159

□ 计算机中常用的计数制

- 二进制 (Binary)

$R=2$, 各数位上只有两个数字0,1

例:有二进制数 $x=10110111.011$

其值为: $2^7+2^5+2^4+2^2+2^1+2^0+2^{-2}+2^{-3} = 183.375$

计算机中为何要采用二进制计数?

(A) 只有两种基本状态, 易于硬件实现

可用任何具有两个截然不同物理状态的器件表示或存储二进制数。这些状态有:

开关:通--断

电流:有--无

电压:高--低

正向和反向磁化等

(B) 节省存储成本

设在 R 进制中用 n 位数字能表示的最大数为 N

则: $N = R^n - 1$

预备知识 二进制 (Binary)

7/159

□ 节省存储成本

因为每位有R种状态所以要表示一位数字的成本正比于R
则总成本正比于 $R \cdot n$, 设它为x, 即: $x = k \cdot R \cdot n$

设 $R^n = N + 1 = M$, 两边取对数:

$$\ln R^n = \ln M$$

$$n \cdot \ln R = \ln M$$

$$n = \ln M / \ln R$$

$$\text{则 } x = k \cdot R \cdot \ln M / \ln R$$

为了求R为何值时, 成本x最小, 则令: $dx/dR = 0$

$$\text{即: } k \cdot n + k \cdot R \cdot (\ln M / \ln R)' = 0$$

$$\text{可以推出: } (\ln R - 1) / \ln^2 R = 0$$

故有: $\ln R = 1$, $\therefore R = e = 2.71828$ 时, x取最小值。

因为R必须为整数, 故可取2、3,

由于取2硬件易于实现, 所以主要采用二进制计数。