# 2019年答案

一、选择题

1、【正解】$C$　　【解析】$a=-kv^2t\Rightarrow\frac{dv}{-v^2}=ktdt$，积分得$\frac{1}{v}-\frac{1}{v_0}=\frac{1}{2}kt^2$，【考点延伸】变加速运动

2、【正解】$C$　　【解析】最高点处速度只有水平分量$v_x=v_0\cos\theta$，受力为重力$mg$，

故有$mg=m\frac{(v_0\cos\theta)^2}{\rho}\Rightarrow\rho=\frac{v_0^2\cos^2\theta}{g}$　【考点延伸】斜抛运动，曲率半径

3、【正解】$A$

【解析】杆的转动惯量$I=\frac{1}{3}Ml^2$，此过程角动量守恒，有：$mv_0\frac{l}{2}=\frac{1}{3}Ml^2\omega+m\frac{v_0}{2}\frac{l}{2}$可得

$\omega=\frac{3mv_0}{4Ml}$，棒到达90°处动能全部转化为重力势能，有$\frac{1}{2}\frac{1}{3}Ml^2\left(\frac{3mv_0}{4Ml}\right)^2=Mg\frac{l}{2}$

得$v_0=\frac{4M}{m}\sqrt{\frac{gl}{3}}$

【考点延伸】刚体角动量能量

4、【正解】$A$

【解析】设地球线速度为$v$有$\frac{GMm}{R^2}=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM}{R}}$，角动量$J=mvR=m\sqrt{GMR}$

【考点延伸】天体，万有引力，角动量

5、【正解】B

【解析】设$x=A\cos(\omega t+\varphi_0),t=0$时$,x=0,A\cos\varphi_0=0,\varphi_0=\pm\frac{\pi}{2}$

且$\omega t=\frac{\pi}{2}$时，$x=-A,A\cos\left(\frac{\pi}{2}+\varphi_0\right)=-A$　得$\varphi_0=\frac{\pi}{2}$

【考点延伸】振动的函数与图像相位

6、【正解】$C$

【解析】$a$、$c$振动加强两次，则$2\leq|\nu_a-\nu_c|t<3\Rightarrow\nu_c\in(497,498]$或$\nu_c\in[502,503)$

同理$\nu_c\in[498,499)$或$\nu_c\in(491,492]\,(Hz)$交集$498Hz$

【考点延伸】振动加强

7、【正解】$D$

【解析】a 中：$x=0$ 处质点位于平衡位置处且向 $y$ 轴负方向运动，故初相位为 $\frac{\pi}{2}$；

b 中：质点应为 $a$ 中 $\frac{\lambda}{2}$ 处，与 $a$ 相差 $\pi$ 相位，为 $-\frac{\pi}{2}$

【考点延伸】波形图与振动曲线

8、【正解】$D$

【解析】设厚度为 $h$，则入射于反射光程差 $\Delta l=2nh$ 加强时 $\Delta l=\lambda$，$h=\frac{\lambda}{2n}$

【考点延伸】干涉，光程

9、【正解】$C$

【解析】$n a\sin\varphi=\lambda$，$\Delta x=2f\tan\varphi=2f\sin\varphi=\frac{2f\lambda}{na}$

【考点延伸】衍射

10、【正解】$A$ 【解析】$\overline{\varepsilon_k}=\frac{3}{2}K_\beta T$，$T$ 相等，故平均平动动能相等

【考点延伸】分子内能，动能

二、填空题

1、【正解】$v_t=\sqrt{\frac{2k}{mr_0}}$

【解析】$W=\int_{r_0}^{\infty}\frac{k\vec{r}}{r^3}d\vec{r}=\frac{k}{r_0}$ 故 $\frac{k}{r_0}=\frac{1}{2}mv_t^2\Rightarrow v_t=\sqrt{\frac{2k}{mr_0}}$

【考点延伸】做功，动能定理

2、【正解】$\sqrt{2}mv$；$W_{外}=-mgr$；$mvr$

【解析】A 处动量向下 $mv$,B 处动量向右 $mv$，改变量 $\sqrt{2}mv$，故 $I=\sqrt{2}mv$

从 A 到 B 动能不变，重力做功 $mgr$，故外力做功 $W_{外}=-mgr$，角动量为 $mvr$.

【考点延伸】动量，能量，角动量

3、【正解】$2N\cdot m$

【解析】$t=2s$ 末, $\vec{F}=2\vec{i}+4\vec{j}$, $\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}=2\vec{k}$, $|\vec{M}|=2N\cdot m$

【考点延伸】力矩

4、【正解】$\frac{1}{9}ml^2$；$\frac{3g\cos\theta}{2l}$

【解析】$I=\int_0^{\frac{l}{3}}\frac{m}{l}x^2dx+\int_0^{\frac{2l}{3}}\frac{m}{l}x^2dx=\frac{1}{9}ml^2$，$M=mg\frac{l}{6}\cos\theta=\frac{1}{9}ml^2\beta\Rightarrow\beta=\frac{3g\cos\theta}{2l}$

【考点延伸】转动惯量，角加速度

5、【正解】$2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}$；$2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$

【解析】(a)串联时，$k'=\frac{k_1k_2}{k_1+k_2}=\frac{k}{2},T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k'}}=2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}$

(b)并联时$k'=k_1+k_2=2k,T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k'}}=2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$

【考点延伸】弹簧串并联，振动周期

6、【正解】$2k\pi,k=0,\pm1,\pm2\cdots$；$2k\pi+\pi,k=0,\pm1,\pm2\cdots$

【解析】$\Delta\varphi=2k\pi,k=0,\pm1,\pm2\cdots$

$\Delta\varphi=2k\pi+\pi,k=0,\pm1,\pm2\cdots$

【考点延伸】干涉加强减弱

7、【正解】$0.02\cos\left(10\pi t-\ \pi x+\frac{\pi}{3}\right)$

【解析】$y=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0),\omega=2\pi\nu=10\pi rad/s,k=\frac{2\pi}{\lambda}=\pi m^{-1}$，

$t=0,x=0$时，$y=A\cos\varphi_0=0.01\Rightarrow\varphi_0=\pm\frac{\pi}{3}$

$\frac{dy}{dt}=-\omega A\omega\sin(\omega t+\varphi_0)<0\Rightarrow\sin\varphi_0>0,\varphi_0=\frac{\pi}{3}$

故$y=0.02\cos\left(10\pi t-\ \pi x+\frac{\pi}{3}\right)$

【考点延伸】波动方程

8、【正解】$\Delta l=3\lambda$

【解析】干涉加强处$\Delta l=k\lambda,k=3$时,$\Delta l=3\lambda$ 【考点延伸】杨氏双缝干涉

9、【正解】$\frac{3}{32}I_0$

【解析】$I=I_0\times\frac{1}{2}\times\cos^2 60^\circ\times\cos^2 30^\circ=\frac{3}{32}I_0$

【考点延伸】马吕斯定律

10、【正解】$\bar{\bar{v}}=0$；$\bar{v}=\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$；$\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\frac{3kT}{m}}$

【解析】各方向对称故$\bar{\bar{v}}=0$；$\bar{v}=\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$；$\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\frac{3kT}{m}}$

【考点延伸】理想气体速率分布

三、计算题

1.

解 （1） $$f=-cv=m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

$$\frac{\mathrm{d}v}{v}=-\frac{c}{m}\mathrm{d}t$$

$$\int_{v_0}^{v}\frac{\mathrm{d}v}{v}=-\frac{c}{m}\int_0^t\mathrm{d}t$$

$$\ln\frac{v}{v_0}=-\frac{c}{m}t$$

$$v=v_0e^{-\frac{c}{m}t}$$

（2） $$v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=v_0e^{-\frac{c}{m}t}$$

$$\mathrm{d}s=v_0e^{-\frac{c}{m}t}\mathrm{d}t$$

$$\int_0^s\mathrm{d}s=v_0\int_0^t e^{-\frac{c}{m}t}\mathrm{d}t=-\frac{mv_0}{c}\int_0^t e^{-\frac{c}{m}t}\mathrm{d}(-\frac{c}{m}t)$$

$$s=-\frac{mv_0}{v}e^{-\frac{c}{m}t}\Big|_0^t=\frac{mv_0}{c}(1-e^{-\frac{c}{m}t})$$

2.

解：作示力图．两重物加速度大小 a 相同，方向如图，

$m_1g-T_1=m_1a$

$T_2-m_2g=m_2a$

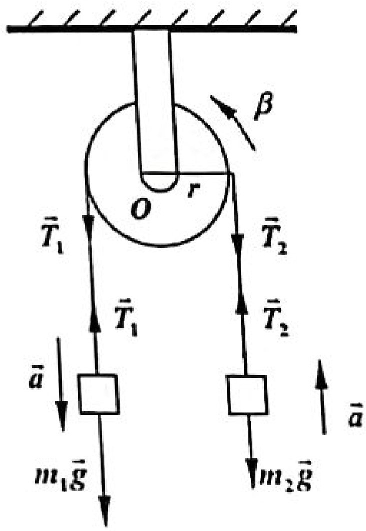
设滑轮的角加速度为 $\beta$ ，则 $(T_1-T_2)r=J\beta$

且有 $a=r\beta$

由以上四式消去 $T_1$ , $T_2$ 得：

$$\beta=\frac{(m_1-m_2)gr}{(m_1+m_2)r^2+J}$$

$$\omega=\beta t=\frac{(m_1-m_2)gr}{(m_1+m_2)r^2+J}t$$



3. 解(1)由光栅方程，得

$$(a+b)\sin\theta_1 = k\lambda$$

$$(a+b)\sin\theta_2 = (k+1)\lambda$$

两式相减，得 $(a+b)(\sin\theta_2 - \sin\theta_1) = \lambda$ 故光栅常数

$$a+b = \frac{\lambda}{\sin\theta_2 - \sin\theta_1} = 6\times10^{-6}(\mathrm{m})$$

(2)由于第四级主极大缺级,故满足下列关系

$(a+b)\sin\theta = 4\lambda$ $\quad$ $a\sin\theta = k\lambda$ $\quad$ 将两式相除，有 $\dfrac{a}{a+b} = \dfrac{k}{4}$

即 $\quad a = \dfrac{a+b}{4}k$

所以当 k=1 时为最小缝宽。因此最小缝宽为 $\quad a = \dfrac{a+b}{4} = 1.5\times10^{-6}(\mathrm{m})$

(3) 由光栅方程得 $\sin\theta = \dfrac{k\lambda}{a+b} \le 1$ $\quad$ $k_{max} = \dfrac{a+b}{\lambda} = 10$

考虑到缺级现象，在屏上有 $k = 0,\pm1,\pm2,\pm3,\pm5,\pm6,\pm7,\pm9$ 的主极大的条纹出现。

4. 解：等压过程末态的体积 $\quad V_1 = \dfrac{V_0}{T_0}T_1$

等压过程气体对外作功

$$A_1 = p_0(V_1 - V_0) = p_0V_0\left(\frac{T_1}{T_0} - 1\right) = 200\mathrm{J}$$

等压过程气体吸热

$$Q = \Delta E + A_1 = \nu C_V(T_2 - T_1) + A_1$$

这里 $\quad \nu = \dfrac{p_0V_0}{RT_0},\quad C_V = \dfrac{5}{2}R$

$$Q = 700\text{（J）}$$

绝热过程气体对外作功为

$$A_2 = -\Delta E = -\nu C_V(T_2 - T_1)$$

则 $\quad A_2 = -\dfrac{5p_0V_0}{2T_0}(T_2 - T_1) = 500\mathrm{J}$ $\quad$ （与热量结果得相应分数）

气体在整个过程中对外作的功为 $\quad A = A_1 + A_2 = 700\mathrm{J}$

# 17年答案

一、选择题（10 小题，共 30 分）

1. D　2. B　3. A　4. C　5. A　6. B　7. A　8. B　9. C　10. C

二、填空题（10 小题，共 30 分）

1、$v=\omega\sqrt{A^2-x^2}=\omega A\cos(\omega t+\frac{\pi}{2})=-\omega A\sin(\omega t)$，

$x=A\sin(\omega t+\frac{\pi}{2})=A\cos(\omega t)$

2. $Mk^2x$，　$\frac{1}{k}\ln\frac{x_1}{x_0}$

3. $\vec{I}=mv\vec{i}+mv\vec{j}$，$W=\frac{1}{2}mv^2-(\frac{1}{2}mv^2+mgr)=-gmr$

4、$2\vec{k}$ N·m

5. $I=\frac{1}{9}ml^2$，　$\omega=\sqrt{3g\sin\theta/l}$

6. $\sqrt{3gl/4}$

7. $-80\vec{k}\ kg\cdot m^2/s$，$-72\vec{k}\ kg\cdot m^2/s$

8. $x(t)=A\cos(\frac{\pi}{6}t+\frac{2\pi}{3})$

9. 频率相同、振动方向相同、位相差恒定，　$\Delta\varphi=2k\pi$，$k=0,\pm1,\pm2,\dots$，

$\Delta\varphi=(2k+1)\pi$，$k=0,\pm1,\pm2,\dots$

10. 狭义相对性原理，光速不变原理

三、计算题（4 小题，共 40 分）

1、解 （1）用牛顿定律求解：

$$\begin{cases}\text{法向}: N - mg\sin\theta = m\dfrac{v^2}{R};(1) \\ \text{切向}: mg\cos\theta = m\dfrac{dv}{dt};(2)\end{cases}$$ （各 2 分）

由（2）得 $g\cos\theta = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{dv}{ds}\dfrac{ds}{dt} = v\dfrac{dv}{ds}$

$$vdv = g\cos\theta ds = g\cos\theta R d\theta$$

$$\int_0^v vdv = gR\int_0^\theta \cos\theta d\theta = gR\sin\theta$$

$$\frac{v^2}{2} = gR\sin\theta \to v = \sqrt{2gR\sin\theta} \to v = \sqrt{gR}$$ （2 分）

（2）用机械能守恒定理求解：

取凹槽最低点为重力势能零点，则有：

$$mgR = \frac{1}{2}mv^2 + mg(R - R\sin\theta) \to v = \sqrt{2gR\sin\theta}$$ （4 分）

（2）由式（1）得

$$N = mg\sin\theta + m\frac{v^2}{R} = mg\sin\theta + m\frac{2gR\sin\theta}{R}$$ （2 分）

$$N = 3mg\sin\theta$$ （2 分）

当 $\theta = 30^\circ$ 时 $N = \dfrac{3}{2}mg = 1.5mg$ （2 分）

2、解：分别对物块 $m_1$ 和 $m_2$ 以及滑轮列动力学方程

$m_1 g - T_1 = m_1 a$ （2 分）

$T_2 - m_2 g\sin 37^o - \mu m_2 g\cos 37^o = m_2 a$ （2 分）

$(T_1 - T_2)r = I\beta = \dfrac{1}{2}Mr^2\beta$ （2 分） 其中 $r\beta = a$ （1 分）

得到 $a = \dfrac{m_1 g - m_2 g\sin 37^o - \mu m_2 g\cos 37^o}{\frac{1}{2}M + m_1 + m_2} = 5.568(m/s^2)$ （1 分）

$T_1 = m_1(g - a) = 79.776\text{N}$ （1 分）

$T_2 = m_2 g\sin 37^o + \mu m_2 g\cos 37^o + m_2 a = 74.208\text{N}$ （1 分）

3、解① $y_0 = A\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$.　　(2分)

② $y = A\cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{\pi}{2})$.　　(2分)

③P点反射后的振动方程 $y_P = A\cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}L - \frac{\pi}{2} \pm \pi)$（$\pm\pi$ 表示半波损失）　(2分)

反射波的波动方程

$y_反 = A\cos[\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}L - \frac{2\pi}{\lambda}(L-x) - \frac{\pi}{2} \pm \pi] = A\cos[\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}(2L-x) - \frac{\pi}{2} \pm \pi]$.　　(2分)

④ $\Delta\varphi = 4\pi\frac{L-x}{\lambda} \pm \pi = 4\pi\frac{4\lambda - \frac{\lambda}{2}}{\lambda} \pm \pi = 14\pi \pm \pi = \begin{cases} 15\pi \\ 13\pi \end{cases}$　　(2分)

满足减弱条件，是减弱的（即该点不振动）。.

4、解:

取地面为S系，飞船为S′系，以北京为S系的原点，北京至上海方向为x（x′）轴正向，如图所示。对甲乙两列车，$\Delta t_1 = 3.5\times10^{-3}$s，$\Delta x_1 = 1.463\times10^6 m$　　(2分)

由时空间隔变换关系式有

$$\Delta t_1' = \frac{\Delta t_1 - \frac{u}{c^2}\Delta x_1}{\sqrt{1-(\frac{u}{c})^2}} = \frac{3.5\times10^{-3} - \frac{0.9}{3\times10^8}\times1.463\times10^6}{\sqrt{1-0.9^2}} = -2.04\times10^{-3}(\mathrm{s}) < 0 \quad (4分)$$

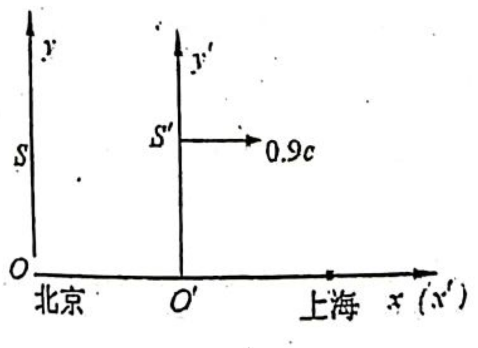
表明在飞船中的宇航员测得北京站的甲车晚于上海站的乙车 $2.04\times10^{-3}$(s) 发车，时序发生了颠倒。

对甲丙两列火车，$\Delta t_2 = \Delta t_1 = 3.5\times10^{-3}$s，$\Delta x_2 = 0$　　(2分)

于是

$$\Delta t_2' = \frac{\Delta t_2}{\sqrt{1-(\frac{u}{c})^2}} = \frac{3.5\times10^{-3}}{\sqrt{1-0.9^2}} = 8.03\times10^{-3}(\mathrm{s}) > 0 \quad (2分)$$

表明飞船中的宇航员测得丙车仍然是晚于甲车发车，两参照系的时序不变。



# 2016-2017学年第一学期期末考试试卷参考答案

## 一、单项选择题

1、【正解】$B$

【解析】发动机的功率$P$恒定，与牵引力和速度间关系$P=Fv$。由牛顿第二定律有$\frac{P}{v}-f=ma$。

可以看出，在汽车由静止出发加速行驶时，加速度是随速度的增大而减小的，即随着时间减小。根据动能定理$E_k=F_合 s$，因为合外力不恒定，所以汽车的动能与路程不是正比关系，D错误。

2、【正解】$C$

【解析】卫星和地球系统不受其它外力做功的影响，机械能守恒；不受其它外力矩影响，角动量守恒，但卫星的动能和它的势能在不断的相互转换，动能不守恒，速度方向一直在变，动量不守恒。

3、【正解】$D$

【解析】根据题意，$v=x'=3-15t^2$，$a=v'=-30t$，故质点作变加速直线运动，加速度沿x轴负方向。

4、【正解】$C$

【解析】代入公式$y=A\cos\left[\omega\left(t+\frac{x-x_0}{u}\right)+\varphi\right]$，可得$C$

5、【正解】$C$

【解析】正极大值开始振动,结合余弦曲线在0处取最大值,可知初相为0.

6、【正解】$C$

【解析】设定滑轮的半径为$R$，转动惯量为$J$，对$A$：$Mg-T=Ma$，$TR=J\beta_A$，$a=R\beta_A$

对$B$：$FR=MgR=J\beta_B$。故$\beta_A<\beta_B$

7、【正解】$C$

【解析】把三者看作统一系统时，系统所受合外力矩为零，系统角动量守恒。设$L$为每一子弹相对固定轴$O$的角动量大小，故由角动量守恒定律得：$J\omega_0+L-L=(J+J_{子弹})\omega$，故$\omega<\omega_0$

8、【正解】$D$

【解析】由角动量守恒可得：$J\omega_0=(J+mR^2)\omega$.

9、【正解】$B$

【解析】由$v=x'$可知，$v-t$曲线与$x$轴所围面积即为其位移，

故由面积法可得$x_{t=5}=4-1.25=2.75$

10、【正解】$A$

【解析】由动量守恒得$m(v+V)+MV=0$，故$V=-\frac{mv}{m+M}$

二、填空题

1、【正解】匀加速直线 I

【解析】由$a=v'$，I、II、III 三条直线斜率不变，即加速度不变，左云加速直线运动，斜率越大，加速度越大。

2、【正解】$\frac{2m_2g}{4m_1+m_2}$

【解析】设绳上的力为$T$，对$m_1$：$T=m_1a_1$；对$m_2$：$m_2g-2T=m_2a_2$，$a_1=2a_2$故$a_1=\frac{2m_2g}{4m_1+m_2}$

3、【正解】$\frac{m^2v^2}{2(M+m)}$

【解析】子弹刚射入振子时，动量守恒，有$mv=(m+M)v'$。由于水平面光滑，无摩擦，弹簧振子的形变量最大即动能为零时，势能最大为$E_P=\frac{1}{2}(m+M)v'^2=\frac{m^2v^2}{2(m+M)}$

4、【正解】$\frac{m}{M}v_0$

【解析】水平方向不受外力，动量守恒，故$Mv=mv_0$，即$v=\frac{m}{M}v_0$

5、【正解】$x=0.04\cos\left(\pi t+\frac{1}{2}\pi\right)$

【解析】设$x=A\cos(\omega t+\varphi_0)$，由图可知，$A=0.04$，$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{2}=\pi$，

将$t=0.5$，$x=-0.04$代入并结合图像可得$\varphi_0=\frac{1}{2}\pi$.

6、【正解】相同

【解析】驻波中两个相邻波节间各质点的振动相位相同。

7、【正解】$\frac{1}{9}ml^2$

【解析】$J=\int dJ=\int_{-\frac{1}{3}l}^{\frac{2}{3}l}x^2\frac{m}{l}dx=\frac{1}{9}ml^2$

8、【正解】$\frac{3mV}{2ML}$

【解析】棒和子弹构成的系统受到指向$O$点的有心力，

角动量守恒：$mVL=\frac{1}{2}mVL+\frac{1}{3}ML^2\omega$，故$\omega=\frac{3mV}{2ML}$

9、【正解】$c\Delta t$

【解析】由光速不变原理可知光讯号仍以光速传播，故飞船的固有长度为$c\Delta t$

10、【正解】$y_1=0.5\cos\left(2\pi t-\pi x-\frac{2}{3}\pi\right)$ $y_2=0.5\cos\left(2\pi t+\pi x+\frac{4}{3}\pi\right)$

【解析】正向传播的波函数为$y=A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x-x_0}{u}\right)+\varphi\right]$，

代入数据可得$y_1=0.5\cos\left(2\pi t-\pi x-\frac{2}{3}\pi\right)$；

负向传播的波函数为$y=A\cos\left[\omega\left(t+\frac{x-x_0}{u}\right)+\varphi\right]$，

代入数据可得$y_2=0.5\cos\left(2\pi t+\pi x+\frac{4}{3}\pi\right)$

三、计算题

1、【解析】由洛伦兹逆变换式，该事件在$S$系中的时空坐标为

$$x=\frac{x'+vt'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}=\frac{65+0.6\times3\times10^8\times7.0\times10^{-8}}{\sqrt{1-\left(\frac{0.6c}{c}\right)^2}}=97(m)，y=y'=0，z=z'=0$$

$$t=\frac{t'+\frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}=\frac{7.0\times10^{-8}+\frac{0.6\times65}{3\times10^8}}{\sqrt{1-\left(\frac{0.6c}{c}\right)^2}}=2.5\times10^{-7}s$$

2、【解析】选$O$点为坐标原点，设入射波表达式为：$y_1=A\cos[2\pi(\nu t-x/\lambda)+\phi]$，

则反射波的表达式是：$y_2=A\cos\left[2\pi\left(\nu t-\frac{\overline{OP}+\overline{OP}-x}{\lambda}\right)+\phi+\pi\right]$，

合成波表达式（驻波）为：$y=2A\cos(2\pi x/\lambda)\cos(2\pi\nu t+\phi)$，

在$t=0$时，$x=0$处的质点$y_0=0$，$(\partial y_0/\partial t)<0$，故得：$\phi=\frac{1}{2}\pi$。

因此，$D$点处的合成振动方程是：$y=2A\cos\left(2\pi\frac{3\lambda/4-\lambda/6}{\lambda}\right)\cos\left(2\pi\nu t+\frac{\pi}{2}\right)=\sqrt{3}A\sin2\pi\nu t$

3、【

4、【解

3、【解析】取地面参考系，子弹与木块$m$碰撞过程中，动量守恒，于是$m_0v_0=(m_0+m)v_{10}$，

式中$v_{10}$是碰后$(m_0+m)$的速度。故$v_{10}=\dfrac{m_0}{m_0+m}v_0$ (1)

取$(m_0+m)$、$M$和弹簧为研究系统，则碰撞后系统的机械能守恒，动量守恒。

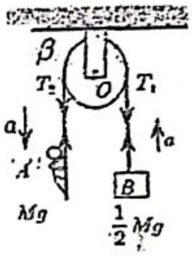
当弹簧达到最大压缩长度时$x_m$，$(m_0+m)$与$M$的速度相同，设为$v$，由机械能守恒，得

$\frac{1}{2}(m_0+m)v_{10}^2=\frac{1}{2}(m_0+m+M)v^2+\frac{1}{2}kx_m^2$ (2)

由动量守恒，得$m_0v_0=(m_0+m+M)v$ (3)

联立式（1）、（2）、（3），解得最大压缩长度为$x_m=m_0v_0\sqrt{\dfrac{M}{(m_0+m)(m_0+m+M)k}}$

4、【解析】受力分析如图所示，设重物的对地加速度为$a$向上，




则绳的$A$端对地有加速度$a$向下，

人相对于绳虽为匀速向上，但相对于地其加速度仍为$a$向下。

根据牛顿第二定律可得：对人：$Mg-T_2=Ma$ ①，

对重物：$T_1-\frac{1}{2}Mg=\frac{1}{2}Ma$ ②

根据转动定律，对滑轮有$(T_2-T_1)R=J\beta=MR^2\beta/4$ ③

因绳与滑轮无相对滑动 $a=\beta R$ ④；①、②、③、④四式联立解得 $a=2g/7$

一、选择题(10 小题, 每小题 3 分,共 30 分)

DDBCC CCDCA

二、填空题(10 小题, 每小题 3 分,共 30 分)

1、$v=\frac{dS}{dt}=2\pi t$ $a_n=\frac{v^2}{R}=\frac{4\pi^2t^2}{2}=2\pi^2t^2$ $\vec{a}=2\pi\vec{\tau}_0+2\pi^2t^2\,\vec{n}_0$

2、$(M_A+M_B)(g-a)$

3、$Mk^2x$ $\frac{1}{k}ln\frac{x_1}{x_0}$

4、$\frac{m^2v^2}{2(m+M)}$

5、$mv_0\sin\theta$ 竖直向下

6、刚体的宗质量、质量分布、转轴的位置

7、$\frac{J}{k}\ln 2$

8、1:2:4

9、$y_1=0.5\cos(2\pi t-\pi x-\frac{2}{3}\pi)$ m

$y_2=0.5\cos(2\pi t+\pi x+\frac{4}{3}\pi)$ m

10、2

三、计算题(4 小题,每小题 10 分，共 40 分)

三、1

方法1： 阻力 $f=-kv$，加速度 $a=-kv/m=\frac{dv}{dt}$

故 $\frac{dv}{v}=-\frac{kdt}{m}$

$$\int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v}=-\frac{k}{m}\int_0^t dt$$

$\ln\frac{v}{v_0}=-kt/m$，$v=v_0 e^{-kt/m}$

路程 $x=\int_0^t v\,dt=v_0\int_0^t e^{-kt/m}dt=\frac{mv_0}{k}(1-e^{-kt/m})$

当 $v=\frac{v_0}{n}$ 时，$e^{-kt/m}=\frac{1}{n}$，$x=\frac{mv_0}{k}(1-\frac{1}{n})$

当 $t=\infty$ 时 质点走完总距离，此时 $x=\frac{mv_0}{k}$

故……之比为 $1-\frac{1}{n}$

方法2. $\frac{dv}{dx}=\frac{dv}{dt}\frac{dt}{dx}=\frac{a}{v}=-\frac{k}{m}$

$dv=-\frac{kdx}{m}$

$$\int_{v_0}^{v}dv=-\frac{k}{m}\int_0^x dx$$

$v-v_0=-\frac{kx}{m}$，$v=v_0-\frac{kx}{m}$

当 $v=\frac{v_0}{n}$ 时，$x=\frac{mv_0}{k}(1-\frac{1}{n})$

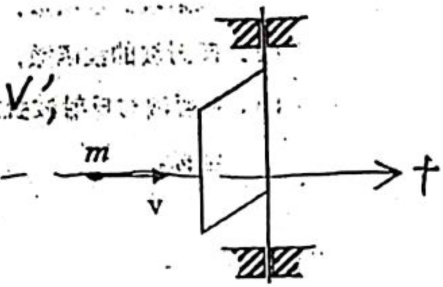
当 $v=0$ 时，质点走完总路程，
此时 $x=\frac{mv_0}{k}$ ……

2

以右为正方向，

设碰后小球速度变为$v'$，

板获得角速度$\omega$




则

$$\left\{\begin{aligned} &L = mvL = mv'L + \frac{ML^2}{3}\omega && \text{角动量守恒} \\ &E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv'^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{ML^2}{3}\omega^2 && \text{机械能守恒} \end{aligned}\right.$$

解得 $v' = \cdots$

$\omega = \cdots$

3、 解 （1）入射波在原点$O$处引起的振动为 $y_0 = A\cos[2\pi(\frac{t}{T}) - \frac{\pi}{2}]$

入射波沿$X$轴正方向传播，其波函数为 $y_{入} = A\cos[2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) - \frac{\pi}{2}]$

（2）入射波在$P$点所引起的振动为 $y_{入P} = A\cos[2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x_P}{\lambda}) - \frac{\pi}{2}]$

考虑反射波的半波损失，反射波在$P$点的振动方程为

$$y_{反P} = A\cos[2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x_P}{\lambda}) + \frac{\pi}{2}] = A\cos[2\pi\frac{t}{T} - 2\pi\frac{x_P}{\lambda} + \frac{\pi}{2}]$$

反射波沿$X$轴负方向传播其波函数为

$$y_{反} = A\cos[2\pi(\frac{t}{T} + \frac{x - x_P}{\lambda}) - 2\pi\frac{x_P}{\lambda} + \frac{\pi}{2}] = A\cos[2\pi(\frac{t}{T} + \frac{x - 2x_P}{\lambda}) + \frac{\pi}{2}]$$

$$= A\cos[2\pi(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}) - \frac{\pi}{2}]$$

（3）入射波与反射波叠加，合成波的波函数为

$$y = y_{入} + y_{反} = A\cos[2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) - \frac{\pi}{2}] + A\cos[2\pi(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}) - \frac{\pi}{2}]$$

$$= 2A\cos(2\pi\frac{x}{\lambda})\cos(2\pi\frac{t}{T} - \frac{\pi}{2})$$

即合成波为驻波。各点振动的振幅为 $A(x) = \left|2A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\right|$，当 $\cos 2\pi\frac{x}{\lambda} = 0$，即 $2\pi\frac{x}{\lambda} = (2k+1)\frac{\pi}{2}$（k为整数）时，振幅为零，对应的各点静止。由于驻波所在区域为$x \le \frac{3}{4}\lambda$，所以所有因叠加而静止的点的位置坐标为：

$x = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$ 其中 $k = 1$，0，-1，-2，……

4、 解 由洛仑兹逆变换式，该事件在S系中的时空坐标为

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} = \frac{65 + 0.6\times3\times10^8\times7.0\times10^{-8}}{\sqrt{1 - (\frac{0.6c}{c})^2}} = 97(\text{m})$$

$y = y' = 0$

$z = z' = 0$

$$t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} = \frac{7.0\times10^{-8} + \frac{0.6\times65}{3\times10^8}}{\sqrt{1 - (\frac{0.6c}{c})^2}} = 2.5\times10^{-7}\text{s}$$