

任课教师：

学号：

姓名：

班级：

装 订 线

装 订 线

装 订 线

# 西安电子科技大学

考试时间 120 分钟

## 试 题 A

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 九 | 总分 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 分数 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |

1. 考试形式：闭卷 ☐ ☒ 开卷 ☐ 2. 考试日期：2021. 12. 28

- 一、（8 分）试确定  $\frac{22}{7}$  作为  $\pi$  ( $\pi=3.141592\cdots$ ) 的近似值具有几位有效数字，并确定其相对误差限。

- 二、（10 分）证明用牛顿迭代法求解方程  $x-2\sin x=0$  正根时迭代格式是收敛的，并写出迭代格式。

三、（20 分）已知  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ ,  $b = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ ,

(1) 用直接三角分解法 (Doolittle 分解) 解方程组  $Ax=b$ ;

(2) 试讨论用高斯-塞德尔迭代求解  $Ax = b$  的收敛性.

四、（12 分）已知连续函数  $f(x)$  在  $x = -1, 0, 2, 3$  点的值分别为  $-4, -1, 0, 3$ ，分别求出  $f(x)$  的二次及三次牛顿插值多项式，并用三次插值多项式求  $f(1.5)$  的近似值.

五、(12分) 已知  $\varphi_0 = 1, \varphi_1 = x, \varphi_2 = x^2 - \frac{1}{3}$  在  $[-1, 1]$  两两正交，试求函数  $f(x) = e^x$  在  $[-1, 1]$  上最佳平方逼近二次多项式，并写出误差估计。

六、(12分) 某物质的溶解度  $y$  和温度  $x$  的关系经测定满足下面数据表，试求

|     |      |      |      |
|-----|------|------|------|
| $x$ | -2   | 0    | 2    |
| $y$ | 0.12 | 0.23 | 0.45 |

最小二乘拟合函数  $y = c_0 + c_1x + c_2x^2$ ，并写出误差表示式及 MATLAB 代码。

七、（10 分） 判断下面求积公式具有几阶代数精度

$$\int_0^h f(x)dx \approx \frac{2h}{3} f(0) + \frac{h}{3} f(h) + \frac{h^2}{6} f'(0)$$

八、（10 分） 写出用 Euler 方法及 Euler 预估-校正法求解下列常微分方程初值问题的计算公式，并比较这两种方法的精度、收敛性与稳定性.

$$\begin{cases} y' = y - \frac{2x}{y}, & 0 \leq x \leq 1 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

九、（6 分） 设  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ ，定义  $\|\mathbf{x}\|_1 = \sum_{i=1}^n |x_i|$ ， $\|\mathbf{x}\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} |x_i|$

证明 （1）  $\|\mathbf{x}\|_1$  是向量范数； （2）  $\|\mathbf{x}\|_\infty \leq \|\mathbf{x}\|_1 \leq n \|\mathbf{x}\|_\infty$