第三章 确定性推理

- 主要内容
  - 命题逻辑表示法
  - 谓词逻辑表示法
  - 消解原理
  - 消解反演求解
  - 基于规则的推理
  - 产生式系统

谓词逻辑法

- 符号与形式语言
- 自然语言不适合计算机处理
  - 例：小王不方便接电话，他方便去了
- 需要一种无歧义，方便存储和表达的形式化符号表征体系
  - 数理逻辑
    - 命题逻辑
    - 谓词逻辑

谓词逻辑法－知识补充

- 命题逻辑
- □　　逻辑主要研究推理过程，而推理过程必须依靠命题来表达。
- □　　在命题逻辑中，“命题”被看作最小单位。数理逻辑中最基本、最简单的部分。

谓词逻辑法－知识补充

- 什么是命题？
- □　命题是陈述客观外界发生事情的陈述句。
- □　命题是或为真或为假的陈述句。
- 特征：
- □　陈述句
- □　真假必居其一，且只居其一.

谓词逻辑法－知识补充

- 例1 下列句子是命题吗？
- □ 8小于10.
- □ 8大于10.
- □ 任一个大于5的偶数可表示成两个素数的和.
- 答：是

5

谓词逻辑法－知识补充

- 例2 下列句子是命题吗？
- □ 8大于10吗?
- □ 请勿吸烟.
- □ X大于Y.
- □ 我正在撒谎.
- ——— 悖论
- 答：不是

谓词逻辑法－知识补充

- 命题的抽象
- □　以p、q、r等表示命题。
- □　以1表示真，0表示假。
- 则命题就抽象为：取值为0或1的p等符号。
- □　若p取值1，则表示p为真命题；
- □　若p取值0，则表示p为假命题；
- 真值:作为命题的陈述句所表达的判断结果称为命题的真值。真值只有真和假两种，通常记为1和0（T和F）。
- 真值为真的命题称为真命题，真值为假的命题称为假命题。

谓词逻辑法－知识补充

- “复杂命题”
- 例3：由简单命题能构造更加复杂命题
- (1)期中考试，张三没有考及格.
- (2)期中考试，张三和李四都考及格了.
- (3)期中考试，张三和李四中有人考90分.
- (4)如果张三能考90分，那么李四也能考90分.
- (5)张三能考90分当且仅当李四也能考90分.

谓词逻辑法－知识补充

- 联结词和复合命题
- □ 上述诸如“没有”、“如果・・・ 那么・・・”等连词称为联结词。
- □ 由联结词和命题连接而成的更加复杂命
- 题称为复合命题；相对地，不能分解为更简单命题的命题称为简单命题。
- □ 复合命题的真假完全由构成它的简单命
- 题的真假所决定。
- 注：简单命题和复合命题的划分是相对的。

谓词逻辑法－知识补充

- 否定联结词
- □　定义1：设p为一个命题，复合命题“非p”称为p的否定式，记为¬p，　“¬”称为否定联结词. “¬p”为真当且仅当p为假。
- □

P	¬p
0	1
1	0

- 例3中，若p代表“期中考试张三考及格了”，
- 则（1）“期中考试，张三没有考及格.”可表示为¬p.

谓词逻辑法－知识补充

- 合取联结词
- □ 定义2 设p、q为两个命题，复合命题“p而且q”称为p、q的合取式，记为$p \wedge q$，“$\wedge$”称作合取联结词。$p \wedge q$真当且仅当p与q同时真.

p	q	$p \wedge q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- 例3的(2)“期中考试，张三和李四都考及格了.”可记为$p \wedge q$，其中p代表“张三考及格”，q代表“李四考及格”.

谓词逻辑法—知识补充

- 析取联结词
- □ 定义3 设p、q为两个命题，复合命题“p或者q”称为p、q的析取式，记为p∨q，“∨”称作析取联结词。p∨q为真当且仅当p与q中至少有一个为真.

p	q	p ∨ q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- 例3的(3)“期中考试，张三和李四中有人考90分.”可记为p ∨ q，其中p代表“张三考90分”，q代表“李四考90分”。

谓词逻辑法－知识补充

- “相容或”与“相异或”
- □ 日常语言中“或”有两种标准用法，例如:
- (1) 张三或者李四考了90分.
- (2) 第一节课上数学课或者上英语课.
- □ 差异在于:
- 当构成它们的简单命题都真时，前者为真，后
- 者却为假。
- □ 前者称为“相容或”，后者称为“相异或”。
- □ 前者(“相容或”)可表示为$p \vee q$，后者却不能。
- □ 注意：不能见了或就表示为$p \vee q$。

谓词逻辑法－知识补充

- 蕴涵联结词
- □ 定义4 设p、q为命题，复合命题"如果p，则q"称为p对q的蕴涵式，记作p →q，其中又称p为此蕴涵式的前件，称q为此蕴涵式的后件，"→"称为蕴涵联结词。"p → q" 假当且仅当p真而q假.

p	q	p→q
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

- p→q这样的真值规定有其合理性，也有人为因素。

谓词逻辑法－知识补充

- 等价联结词
- □　　定义5 设p、q为命题，复合命题“p当且仅当q”称作p、q的等价式，记作p↔q，“↔”称作等价联结词。

p	q	p↔q
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- p↔q真当且仅当p、q同时为真或同时为假.

谓词逻辑法－知识补充

- 注意
- □　上述五个联结词来源于日常使用的相应词汇，但并不完全一致，在使用时要注意：
- □　以上联结词组成的复合命题的真假值一定要根据它们的定义去理解，而不能据日常语言的含义去理解。
- □　不能“对号入座”，如见到“或”就表示为“∨”。
- □　有些词也可表示为这五个联结词，如“但是”也可表示为“∧”。
- □　在今后我们主要关心的是命题间的真假值的关系，而不讨论命题的内容.

谓词逻辑法－知识补充

- 命题符号化
- 例4 将下列命题符号化：
- (1) 铁和氧化合，但铁和氮不化合.
- (2) 如果我下班早，就去商店看看，除非我很累.
- (3) 李四是计算机系的学生，他住在312室或313室.

谓词逻辑法－知识补充

- 例4的解
- （1）铁和氧化合，但铁和氮不化合.
- $p\wedge(\neg q)$，其中：
- p代表“铁和氧化合”，
- q代表“铁和氮化合”。
- （2）如果我下班早，就去商店看看，除非我很累.
- $(\neg P) \rightarrow (q\rightarrow r)$，其中：
- p代表“我很累”，
- q代表“我下班早”，
- r代表“我去商店看看”
- 还可表示为： $((\neg P)\wedge q)\rightarrow r$

谓词逻辑法－知识补充

- 例4的解（续）
- （3）李四是计算机系的学生，他住在312室或313室.
- $p\wedge((q\vee r)\wedge(\neg(q\wedge r)))$，其中：
- p代表“李四是计算机系学生”，
- q代表“李四住312室”，
- r代表“李四住313室”.
- 还可表示为：
- $p\wedge((q\wedge(\neg r))\vee((\neg q)\wedge r))$

谓词逻辑法－知识补充

命题公式及其解释

原子公式：**单个命题变元、单个命题常元称为原子公式。**

命题公式：**由如下规则生成的公式称为命题公式：**

1. 单个原子公式是命题公式。
2. 若A，B是命题公式，则~A，A∧B，A∨B，A→B，A↔B是公式。
3. 所有命题公式都是有限次应用1、2得到的符号串。

谓词逻辑法－知识补充

命题公式的**解释**：给命题公式中的每一个命题变元指定一个真假值，这一组真假值，就是命题公式的一个解释。用I表示。

例如：公式G=（A∨B）→C 的一个解释是：

$$I_1(G) = A/T, \quad B/F, \quad C/T$$

在解释$I_1(G)$下G为真。

永真公式与永假公式：如果公式在它所有的解释I下，其值都为T，则称公式G为恒真的；如果其值都为F，则称公式G为恒假的（不可满足的）。

谓词逻辑法－知识补充

命题逻辑

注意：<u>关于五个联结词的约定</u>：

* 结合力的强弱顺序： $\neg$， $\wedge$， $\vee$， $\rightarrow$， $\leftrightarrow$

* 连接词相同时，从左至右运算。

<u>解释的个数</u>：如果一个公式G中有n个不同的原子公式（或简称原子），则G有2^n个不同的解释，于是G在2^n个解释下有2^n个真值。如果将这些真值和它们的解释列成表，就是G的真值表。

谓词逻辑法

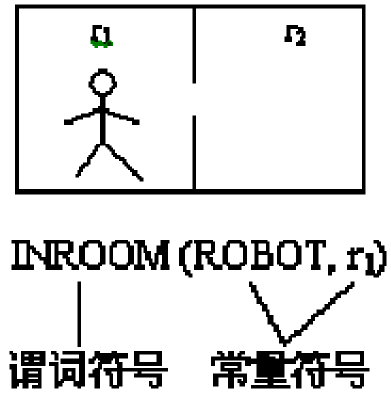
命题逻辑虽能够把客观世界的各种实事表示为逻辑命题，但具有很大局限性，即不适合表达比较复杂的问题；而谓词逻辑则允许我们表达那些无法用命题逻辑表达的事情

- 谓词逻辑法采用谓词合式公式和一阶谓词演算把要解决的问题变为一个有待证明的问题，然后采用消解原理和消解反演来证明一个新语句是从已知的正确语句导出的，从而证明新语句也是正确的。

谓词逻辑法

- 逻辑语句
- 谓词演算
- 语法和语义
- 基本符号（是谓词逻辑的基本组成部分）
- 谓词符号、变量符号、函数符号、常量符号、并用括号（圆、方、花）和逗号隔开表示论域内的关系

- 个体变元的取值范围称为它的论域（个体域）。



常量符号、变量和函数符号用于表示项

- 原子公式，由谓词符号和项组成的谓词演算，是谓词演算基本积木块。
- 例子：要表示“机器人(ROBOT)在1号房间(r_1)”如上图. INROOM (ROBOT, r_1)

谓词符号

常量符号

常量符号

- 例子：当机器人ROBOT ROBOT移到房间r_2时，

  原子公式可以表示为：INROOM (ROBOT, r_2)

谓词

- 用于刻画个体的性质、状态和个体之间关系的语言成分就是**谓词**。
- 例如：张三是研究生，李四是研究生.
- 这两个命题可以用不同的符号P、Q表示，但是P和Q的**谓语有共同的属性**：是研究生。因此引入一个符号表示“是研究生”，再引入一个方法表示个体的名称，这样就能把“某某是研究生”这个命题的**本质属性**刻画出来。

- 因此，可以用谓词来表示命题.
- 用P（x_1，x_2，$\cdots x_n$）表示一个n元谓词公式 其中P为n元谓词，$x_1, x_2, \cdots x_n$为客体变量或变元。通常把P（$x_1, x_2, \cdots, x_n$）叫做谓词演算的原子公式.
- 对于上面的命题，可以用谓词公式分别表示为Graduate（张三）、Graduate（李四）。其中Graduate是谓词名，张三和李四都是个体，“Graduate”刻画了“张三”和“李四”是研究生这一特征。

命题逻辑与谓词逻辑

- 在命题逻辑中，每个表达式都是句子，表示事实。
- 在谓词逻辑中也有句子，但是也有项，表示对象。常量符号、变量和函数符号用于表示项，量词和谓词符号用于构造句子。

28

谓词逻辑的语法元素

- 谓词逻辑的语法元素表示如下：
- 个体符号或常量:A、B、张三、李四等等，通常是对象的名称。
- 变量符号：习惯上用小写字母表示，如x、y、z等。
- 函数符号：习惯上用小写英文字母或小写英文字母串表示，如plus、f、g。
- 谓词符号：习惯上用大写英文字母或（首字母）大写英文字母串表示。
- 连接词：谓词逻辑中所使用的连接词和命题逻辑中所使用的连接词一样。

函数符号：MARRIED[father(LI),mother(LI))]

谓词演算 ——

连词和量词 连词和量词

- 连词
- 与 合取 (conjunction—用符号∧将几个公式连接起来而构成的公式，其中的合取项是合取式的每个组成部分。
- 例：我喜爱音乐和绘画。
- LIKE(I, MUSIC) ∧LIKE(I ,PAINTING)

- **或 析取**(disjunction) —用连词∨把几个公式连接起来而构成的公式。析取项是析取式的每个组成部分.
- 例：李力打篮球或踢足球.

PLAYS(LILI, BASKETBALL) ∨ PLAYS(LILI, FOOTBALL)

- 蕴涵 (Implication—用连词⇒表示 “如果—那么”的语句.
- 例：如果刘华跑得最快，那么他取得冠军

RUNS(LIUHUA, FASTEST) ⇒ WINS(LIUHUA, CHAMPION)

- **非** (Not 用符号~表示否定的公式（有时也用¬ 表示)
- 例：机器人不在2号房间内。

$$\sim \text{INROOM}(\text{ROBOT}, r2)$$

量词

- 全称量词 (Universal Quantifiers)□
- 若一个原子公式 P(x)，对于所有可能变量x都具有T值，则用($\forall$ x)P(x)表示。
- 例：所有学生都穿彩色制服

($\forall$ x)[Student(x)=>Uniform (x, Color)]

- 所有的机器人都是灰色的

($\forall$ x)[Robot(x) => COLOR(x, GRAY)]

量词

- 存在量词 (Existential Quantifiers)
- 若一个原子公式P(*x*)，至少有一个变元*x*可使 P(*x*)为T值，则用(□ *x*)P(*x*)表示。
- 例：1号房间内有个物体

  (□ *x*)INROOM(*x*, r1)

如果一个合式公式中某个变量是经过量化的，就把这个变量叫做约束变量，否则称其为自由变量。

一阶谓词演算不允许对谓词符号或函数符号进行量化。

刘欢比他父亲有名。

高扬是计算机系的学生，但他不喜欢编程。

人人爱劳动。

定义如下谓词：

Famous(x, y):x比y有名。

Computer(x): x是计算机系的学生

Like(x, y): x喜欢y　　Love(x, y): x爱y　　Man(x): x是人。

然后用谓词公式表示：

Famous(liuhuan, father(liuhuan))

$Computer(gaoyang) \wedge \neg Like(gaoyang, programming)$

$$\forall x\ (\ Man(x) \rightarrow Love(x, labour)\ )$$

谓词公式

- **原子谓词公式**
- 用P（x_1， x_2， …x_n）表示一个n元谓词公式 其中P为n元谓词 ， $x_1, x_2, \cdots x_n$为客体变量或变元。通常把P（$x_1, x_2, \cdots, x_n$）叫做谓词演算的原子公式
- **分子谓词公式**
- 可以用连词把原子谓词公式组成复合谓词公式，并把它叫做分子谓词公式

合式公式(WFF, well-formed formulas)

- 合式公式的递归定义
- 合式公式的性质
- 合式公式的真值

  等价 (Equivalence)

合式公式的递归定义

1. 原子谓词公式是合式公式
2. 若A为合式公式，则~A也是一个合式公式。
3. 若A和B都是合式公式，则（A∧B），（A∨B），（A⇒B）和（A<=>B）也都是合式公式。
4. 若A是合式公式，x为A中的自由变元，则（∀x）A和（□x）A都是合式公式。
5. 只有按上述(1)至(4)规则求得的那些公式，才是合式公式

在合式公式中连词优先级分别是

~，∧，∨，⇒，<=>，但可通过括号改变优先级

合式公式的递归定义为形式化表示符号推理所需的知识提供了有效手段。

39

合式公式的真值

- 真值表 :P与 Q是两个合式公式，则由这两个合式公式所组成的复合表达可由下列真值表给出

P	Q	$P \vee Q$	$P \wedge Q$	$P \Rightarrow Q$	$\sim P$
T	T	T	T	T	F
F	T	T	F	T	T
T	F	T	F	F	F
F	F	F	F	T	T

如果两个合式公式，无论如何解释，其真值表都是相同的，那么就称两合式公式是**等价**的。

合式公式的性质

- 合式公式具有强大的形式化表示功能，但由于包括了多种连词和量词以及它们的嵌套应用，会使表示形式过于复杂，不利于演绎推理系统的设计和高效运作。
- 为此，化简合式公式到某些约定的标准形式是很有意义的，合式公式的性质则为化简工作提供了依据。

合式公式的性质

- 否定之否定：$\sim(\sim P)$ 等价于P
- $P \vee Q$ 等价于$\sim P \Rightarrow Q$
- 狄·摩根定律：$\sim(P \vee Q)$ 等价于$\sim P \wedge \sim Q$； $\sim(P \wedge Q)$ 等价于$\sim P \vee \sim Q$
- 分配律：$P \wedge (Q \vee R)$ 等价于$(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$
  $P \vee (Q \wedge R)$ 等价于$(P \vee Q) \wedge (P \vee R)$
- 交换律：$P \wedge Q$ 等价于$Q \wedge P$；$P \vee Q$ 等价于$Q \vee P$
- 结合律：$(P \wedge Q) \wedge R$ 等价于$P \wedge (Q \wedge R)$；$(P \vee Q) \vee R$等价于$P \vee (Q \vee R)$
- 逆否律： $P \Rightarrow Q$等价于$\sim Q \Rightarrow \sim P$

合式公式的性质

量词否定:

- ~(□ x)P(x)等价于(∀x)[~P(x)]; ~(∀x)P(x)等价于(□ x)[~P(x)];

量词分配:

- (∀x)[P(x)∧Q(x)]等价于(∀x)P(x)∧(∀x)Q(x)
- (□ x) [P(x)∨Q(x)]等价于(□ x)P(x)∨(□ x)Q(x)

约束变量的虚元性（约束变量名的变换不影响合式公式的真值）:

- (∀x)P(x)等价于(∀y)P(y); (□ x)P(x)等价于(□ y)P(y);

43

例子：

- π的平方是非负的。
- 解:
- 个体： π的平方：以 A表示
- 谓词：x是非负的：以$Q(x)$表示
- 符号化：$Q(A)$

- 个体： π
- 函词（函数符号）：x的平方：以$f(x)$表示
- 谓词：x是非负的：以$Q(x)$表示
- 符号化：$Q(f(\pi))$

- 所有实数的平方都是非负的。
- 解：
- 个体：每一个实数：以x代表
- 函词：x的平方：以$f(x)$表示
- 谓词：x是非负的：以$Q(x)$表示
- 量词：所有：以$\forall$ 表示
- 符号化：$(\forall x)Q(f(x))$

x可以代表不同的个体，称为个体变元；相对地π等称为个体常元

45

- 所有实数的平方都是非负的。
- 另解：
- 个体： 每一个数： 以z代表
- 谓词： x是一个实数， 以$R(x)$表示
- 函词： x的平方： 以$f(x)$表示
- 谓词： x是非负的： 以$Q(x)$表示
- 量词： 所有： 以$\forall$ 表示
- 符号化： $(\forall\ z)\ [R\ (z) \Rightarrow Q(f(z))]$

个体变元x和z的取值范围不同。

个体变元的取值范围称为它的论域（个体域）。

- 对不同的个体变元，用不同的论域是可以的。但有时，不同的个体变元一起讨论时，用不同的论域甚为不便。
- 于是我们设想有一个集合，它包括谓词中各个变元的所有个体域，我们称它为**全总个体域**。
- 用了**全总个体域**后，个体变元取值范围一致了，但不同的论述对象，需要不同的**特性谓词**再加以刻画。

- 人总是要死的。
- 有些人不怕死。
- 如果论域是全人类，用$D(x)$表示“x是要死的”，用$F(x)$表示“x是不怕死的”，则
- 人总是要死的。 $(\forall x)\, D(x)$
- 有些人不怕死。 $(\exists x)\, F(x)$
- 如果论域是全总个体域，用$M(x)$表示“x是人”，则
- 人总是要死的。$(\forall x)\, [M(x) \Rightarrow D(x)]$
- 有些人不怕死。 $(\exists x)\, [M(x) \wedge F(x)]$

48

- 如果论域是全总个体域，用$M(x)$表示“x是人”，则
- 人总是要死的。 $(\forall x)\,[M(x) \Rightarrow D(x)]$
- 有些人不怕死。 $(\square\, x)\,[M(x) \wedge F(x)]$
- $M(x)$是**特性谓词**，用以刻画论述对象具有“人”这一特征。特性谓词的使用有以下两条规则：
- **（1）对全称量词，特性谓词作为蕴含式的前件而加入之；**
- **（2）对存在量词，特性谓词作为合取项而加入之；**

49

- 人总是要死的。 $(\forall\ x)\ [M(x) \Rightarrow D(x)]$
- 有些人不怕死。 $(\square\ x)\ [M(x) \wedge F(x)]$
- （1）对全称量词，特性谓词作为蕴含式的前件而加入之；
- （2）对存在量词，特性谓词作为合取项而加入之；
- 人总是要死的。 $(\forall\ x)\ [M(x) \wedge D(x)]$ ？
- 上述的意义是“所有的x都是人并且都是要死的”因而这样表示不正确。

50

- 例： 凡是有理数皆可写成分数
- 解：
- x ： 数
- $Q(x)$： x是有理数
- $F(x)$： x可写成分数
- $(\forall\ x)\ [Q(x) \Rightarrow F(x)]$

- 例：教室里有同学在说话。
- 解：
- x：同学
- $C(x)$：x在教室里
- $\mathrm{T}(x)$：x 在说话
- $(\square\ x)\ [C(x) \wedge \mathrm{T}(x)]$

52

- 例：对于任意x ,y，都存在唯一的z，使$x+y=z$。
- 解：
- $(\forall x)(\forall y)(\Box z)[(x+y=z) \wedge (\forall u)(x+y=u => u=z)]$
- 注：量词的嵌套
- “存在唯一”的表示

一般的谓词用设定的字母表示，常用的谓词用特定的符号表示。

53

- **例：有一个整数大于其它每个整数。**
- **解：**
- x, y:**数**
- $Z(\boldsymbol{x})$: $\boldsymbol{x}$**是整数**
- $(\square\ x)\{Z(x) \wedge (\forall\ \boldsymbol{y})[Z(\boldsymbol{y}) \wedge \sim(\boldsymbol{y}=\boldsymbol{x}) => \boldsymbol{x}>\boldsymbol{y}]\}$

54

量词的辖域

- **定义:量词的辖域是邻接量词之后的最小子公式，故除非辖域是个原子公式，否则应在该子公式的两端有括号。**
- **例：** $(\forall x)P(x)\to Q(x)$
- $\forall x$**的辖域是**$P(x)$
- $(\exists x)\ [P(x, y)\to Q(x,\ y)] \lor P(y, z)$
- $\exists x$**的辖域是**$P(x,\ y)\to Q(x,\ y)$

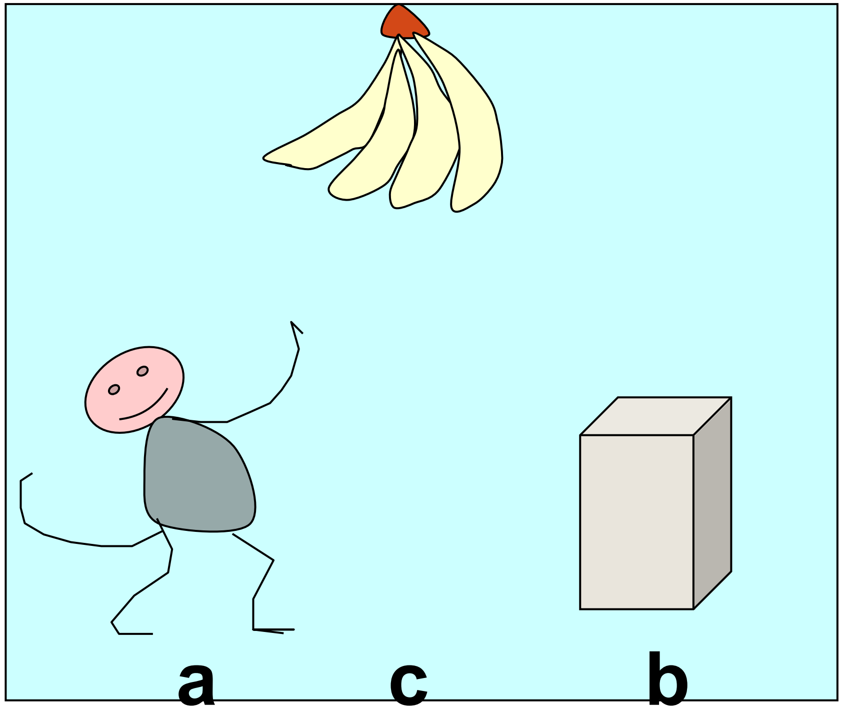
- 定义：在量词$\forall x$，$\exists x$辖域内变元x的一切出现叫约束出现，称这样的x为**约束变元**。
- 变元的非约束出现称为**自由出现**,称这样的变元为**自由变元**。
- **例：** 指出下列谓词公式中的自由变元和约束变元，并指明量词的辖域
- $(\forall x)[P(x) \wedge R(x)] \rightarrow (\forall x) P(x) \wedge Q(x)$
- 解：表达式中的$\forall x[P(x) \wedge R(x)]$中$x$的辖域是 $P(x) \wedge R(x)$,其中的x是约束出现
- $(\forall x) P(x)$中x的辖域是 $P(x)$,其中的x是约束出现
- $Q(x)$中的x是自由变元

- 例：指出下列谓词公式中的自由变元和约束变元，并指明量词的辖域。
- $(\forall x)[P(x, y) \rightarrow (\exists y)R(x, y)]$
- 解：其中的$P(x, y)$中的y是自由变元，x是约束变元，$R(x, y)$中的x，y是约束变元。
- 注：在一个公式中，一个变元既可以约束出现，又可以自由出现。为避免混淆可用改名规则对变元改名。

谓词逻辑表示的应用

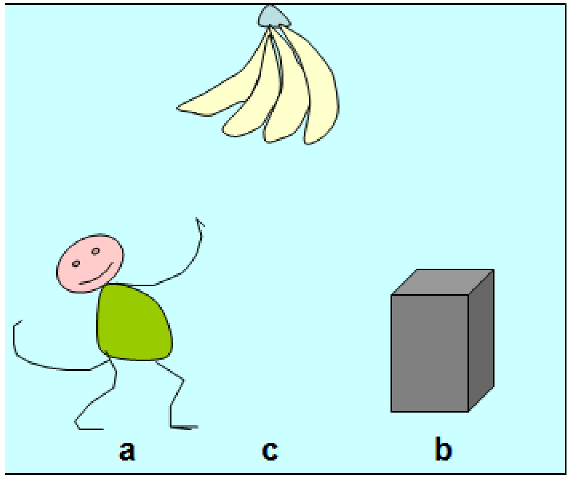
猴子摘香蕉问题(1/3)

- 描述状态的谓词：
- AT(x, y)：x在y处
- ONBOX：猴子在箱子上
- HB：猴子得到香蕉
- 个体域：
- x ：{monkey, box, banana}
- y：{a, b, c}
- 问题的初始状态
- AT(monkey, a)
- AT(box, b)
- ¬ONBOX， ¬HB
- 问题的目标状态
- AT(monkey, c)， AT(box, c)
- ONBOX， HB



谓词逻辑表示的应用

猴子摘香蕉问题(2/3)

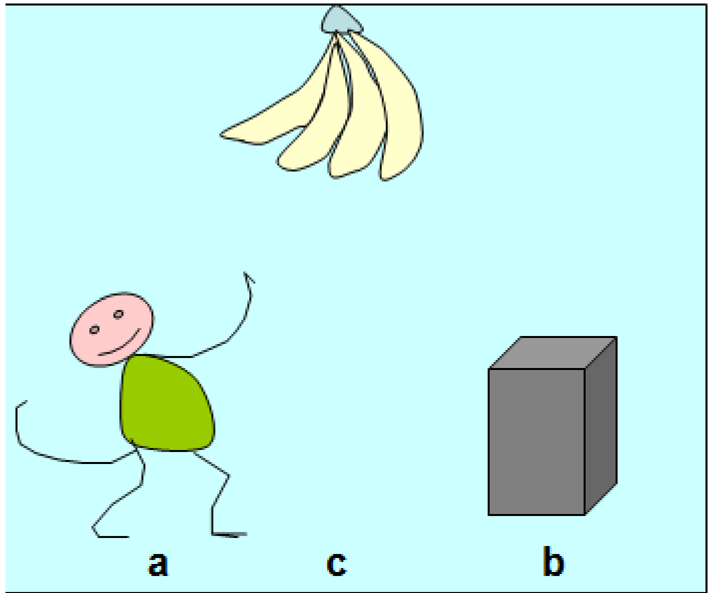


- 描述操作的谓词
- Goto(u, v)：猴子从u处走到v处
- Pushbox(v, w)：猴子推着箱子从v处移到w处
- Climbbox：猴子爬上箱子
- Grasp：猴子摘取香蕉
- 各操作的条件和动作
- Goto(u, v)
- 条件：¬ONBOX， AT(monkey, u)，
- 动作：删除：AT(monkey, u)
- 添加：AT(monkey, v)
- Pushbox(v, w)
- 条件： ¬ ONBOX， AT(monkey, v)， AT(box, v)
- 动作：删除：AT(monkey, v)， AT(box, v)
- 添加：AT(monkey, w)， AT(box,w)

谓词逻辑表示的应用

猴子摘香蕉问题(3/3)

- Climbbox
- 条件： ¬ONBOX， AT(monkey, w)， AT(box,w)
- 动作：删除： ¬ONBOX
- 添加：ONBOX
- Grasp
- 条件：ONBOX， AT(box, c)
- 动作：删除： ¬HB
- 添加：HB



谓词逻辑表示的特征

- 主要优点
- 自然：一阶谓词逻辑是一种接近于自然语言的形式语言系统，谓词逻辑表示法接近于人们对问题的直观理解
- 明确：有一种标准的知识解释方法，因此用这种方法表示的知识明确、易于理解
- 精确：谓词逻辑的真值只有“真”与“假”，其表示、推理都是精确的
- 灵活：知识和处理知识的程序是分开的，无须考虑处理知识的细节
- 模块化：知识之间相对独立，这种模块性使得添加、删除、修改知识比较容易进行
- 主要缺点
- 知识表示能力差：只能表示确定性知识，而不能表示非确定性知识、过程性知识和启发式知识
- 知识库管理困难：缺乏知识的组织原则，知识库管理比较困难
- 存在组合爆炸：由于难以表示启发式知识，因此只能盲目地使用推理规则，这样当系统知识量较大时，容易发生组合爆炸
- 系统效率低：它把推理演算与知识含义截然分开，抛弃了表达内容中所含有的语义信息，往往使推理过程冗长，降低了系统效率

利用谓词公式进行知识表示的注意事项

- (1) 分析语句中表示性质和关系的谓词，分别符号化为一元和n（$n \geq 2$）元谓词。
- (2) 根据语句的实际意义选用全称量词或存在量词。
- (3) 在不同的个体域中，谓词公式符号化的形式可能不一样。如果事先没有给出个体域，都应以全总个体域为个体域。
- (4)多个量词同时出现时，不能随意颠倒它们的顺序，颠倒后会改变原来的含义。

- 利用谓词公式进行知识表示的步骤如下：
- 1 定义谓词及个体，确定其含义；
- 2根据要表达的事物或概念，为每个谓词中的变元赋值；
- 3根据表达的知识的含义，用适当的连接符号将各个谓词连接起来，形成谓词公式。

练习

利用谓词公式表示知识的步骤如下：

1 定义谓词及个体，确定其含义；

2根据要表达的事物或概念，为每个谓词中的变元赋值；

3根据表达的知识的含义，用适当的连接符号将各个谓词连接起来，形成谓词公式。

- 用谓词演算公式表示下列句子。
- (1) 猫比老鼠跑得快。
- (2) 有的猫比所有老鼠跑得快。
- (3) 并不是所有的猫比老鼠跑得快。
- (4) 不存在跑得同样快的两只猫。
- 解 C(x)：x是猫；M(y)：y是老鼠；Q(x, y)：x比y跑得快；L(x, y)：x和y跑得同样快。
- 这4个命题分别符号化为：
- (1) $(\forall x)(\forall y)[C(x) \wedge M(y) \Rightarrow Q(x, y)]$；
- (2) $(\exists x)[C(x) \wedge (\forall y)(M(y) \Rightarrow Q(x, y))]$；
- (3) $\sim(\forall x))(\forall y)[C(x) \wedge M(y) \Rightarrow Q(x, y)]$；
- (4) $\sim(\exists x)(\exists y)[C(x) \wedge C(y) \wedge L(x, y)]$。

练习

- 如果张三比李四大，那么李四比张三小。
- 若一个人是老实人，他就不会说谎。
- For every set x, there is a set y, such that the cardinality of y is greater than the cardinality of x.
- 并不是所有的学生选修了历史和生物。
- 所有选修人工智能课程的学生都喜欢玩游戏。
- 选修人工智能课程的学生都不喜欢玩游戏。
- 并不是所有选修人工智能课程的学生都喜欢玩游戏。

作业

- 自然数是大于零的整数。
- 历史考试中有学生不及格。
- 历史考试中只有一个学生不及格。
- 星期六，所有的学生或者去了舞会，或者去工作，但是没有两者都去的。
- 星期六，未选修人工智能课程的学生都去舞会了。
- 每个力都有一个与之大小相等的反作用力。

置换&合一

一个表达式的置换就是在该表达式中用**置换项**置换**变量**.

置换（Subtitution）是形如

$$\{t_1/x_1,\ t_2/x_2,\ \cdots,\ t_n/x_n\}$$

的有限集合。其中，t_i是不同于x_i的项（常量、变量、函数）；x_1，x_2，…，x_n是互不相同的变量；t_i/x_i表示用t_i代换x_i。

例子：

{a/x, w/y, f(s)/z}，{g(x)/x}是置换；

{x/x}，{y/f(x)}不是置换；

置换&合一

令置换 $s=\{t_1/x_1, \cdots, t_n/x_n\}$，而E是一谓词公式，那么s作用于E，就是将E中出现的变量x_i均以t_i代入$(i=1, \cdots, n)$，结果以Es表示，并称为E的一个例

- **例 表达式**$P[x, f(y), B]$**的**4**个置换为**

$s1=\{z/x, w/y\}$

$s2=\{A/y\}$

$s3=\{q(z)/x, A/y\}$

$s4=\{c/x, A/y\}$

于是，我们可得到$P[x,f(y),B]$**的**4**个置换的例，如下：**

$P[x,f(y),B]\ s1=P[z,f(w),B]$

$P[x,f(y),B]s2=P[x,f(A),B]$

$P[x,f(y),B]s3=P[q(z),f(A),B]$

$P[x,f(y),B]s4=P[c,f(A),B]$

- 常使用的置换间的运算是置换乘法（合成）。

  若 $\theta = \{t_1/x_1,\ldots,t_n/x_n\}$

  $\lambda = \{u_1/y_1,\ldots,u_m/y_m\}$

  置换的乘积$\theta\cdot\lambda$是个新的置换，作用于E相当于先θ后λ对E的作用。为此可如下定义

  先作置换

  $\{t_1\cdot\lambda/x_1,\ldots,t_n\cdot\lambda/x_n ,u_1/y_1,\ldots ,u_m/y_m\}$

  若 $y_i \in \{x_1,\ldots,x_n\}$时，先从中删除$u_i/y_i$

  $t_i\cdot\lambda=x_i$ 时，再从中删除$t_i\cdot\lambda/x_i$

  所得的置换称作θ与λ的乘积，记作$\theta\cdot\lambda$。

- 例: $\theta = \{f(y)/x, z/y\}$

  $\lambda = \{a/x,\ b/y,\ y/z\}$

  求 $\theta \cdot \lambda$。

- 先作置换 $\{f(y)\cdot\lambda/x, z\cdot\lambda/y, a/x, b/y, y/z\} = \{f(b)/x, y/y, a/x, b/y, y/z\}$

  先删除 $a/x, b/y$,再删y/y得

  $\theta\cdot\lambda = \{f(b)/x, y/z\}$

- 当 $E = P(x,y,z)$ 时,

  $E(\theta\cdot\lambda) = P(f(b),y,y)$

  而 $E\theta = P(f(y),z,z)$

  $(E\theta)\lambda = P(f(b),y,y) = E(\theta\cdot\lambda)$

- 置换是可结合的。用s_1s_2表示两个置换s_1和s_2的合成。L表示一表达式，则有
- $(LS_1)S_2=L(S_1S_2)$
- 以及$(S_1S_2)S_3=S_1(S_2S_3)$
- 即用s_1和s_2相继作用于表达式L是同用s_1s_2作用于L一样的。
- 一般来说，置换是不可交换的.

置换&合一

- 合一 (Unification)

  合一：寻找项对变量的置换，以使两表达式一致。

73

置换&合一

- 如果一个置换s作用于表达式集$\{E_i\}$的每个元素，则我们用$\{E_i\}s$来表示置换例的集。
- 称表达式集$\{E_i\}$是**可合一**的。如果存在一个置换s，使得：

$$E_1s = E_2s = E_3s = \cdots$$

- 那么我们称此s为$\{E_i\}$的合一者，因为s的作用是使集合$\{E_i\}$成为单一形式。

置换&合一

- 例2 表达式集{P[x,f(y),B],P[x,f(B),B]}的合一者为
- s={A/x,B/y}
- 因为

P[x， f(y),B]s=P[x,f(B),B]s
=P[A,f(B),B]

- 即s使表达式成为单一形式
- P[A,f(B),B]

置换&合一

- s={A/x,B/y}是P[x,f(y),B],P[x,f(B),B]}的一个合一者,但它不是最简单的合一者;
- 最简单的合一者应为: g={B/y}
- 通过置换最少的变量以使表达式一致，这个置换就叫最一般合一者,记为mgu

小结

- 文字描述符号化
  - 命题逻辑表示
  - 谓词逻辑表示

- 谓词逻辑表示关键环节

  （1）谓词的定义

  （2）逻辑关系的判断（关联词的选择）

- 置换合一