历年试题汇编

12 年试题

一、单项选择题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 对于任意的两个事件 A，B，有 $P(A\text{-}B)$=(　　)

　(A) $P(A)$-$P(B)$　　　　(B) $P(A)$-$P(B)$+$P(AB)$

　(C) $P(A)$-$P(AB)$　　　　(D) $P(A)$+$P(\overline{B})$+$P(A\overline{B})$

2. 设离散型随机变量 X 的分布律为 $P(X=k)=b\lambda^k$ (k=1,2,…)，且 b>0 为常数，则(　　)

　(A) λ 为大于 0 的任意实数　　(B) $\lambda=b+1$　　(C) $\lambda=\frac{1}{b+1}$　　(D) $\lambda=\frac{1}{b-1}$

3. 将长度为 1m 的木棒随机地截成两段，则两段长度的相关系数为(　　)

　(A)　1　　　(B)　$\frac{1}{2}$　　　(C)　-$\frac{1}{2}$　　　(D)　-1

4. 设 X_1，X_2，…，X_n 是总体 $X\sim N(0, 1)$的样本，$\overline{X}$,S 分别为样本均值和样本标准差，则(　)

　(A)　$n\overline{X}\sim N(0, 1)$　(B)　$\overline{X}\sim N(0, 1)$　(C)　$\sum_{i=1}^{n}X_i^2\sim\chi^2(n)$　(D)　$\frac{\overline{X}}{S}\sim t(n\text{-}1)$

5. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中σ^2已知，若样本容量 n 不变，则当置信度变大时，总体均值μ的置信区间的长度(　　)

　(A)　变长　　(B)　变短　　(C)　不变　　(D)　以上说法均不对

二、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 设 A, B, C 是相互独立的随机事件，已知 $P(A)=\frac{1}{2}$，$P(B)=\frac{1}{3}$，$P(C)=\frac{1}{4}$，则 $P(A\cup B\cup C)$=_______。

2. 设 X 服从参数为λ的泊松分布，且 $E[(X\text{-}1)(X\text{-}2)]=1$，则 EX^2=_______________

3. 设二维随机变量$(X,Y)\sim N(\mu, \mu, \sigma^2, \sigma^2, 0)$，则 $E[XY^2]$=____________________

4. 设 X 是随机变量，DX=2，则由 Chebyshev 不等式，有 $P(|X\text{-}EX|\geq 2)\leq$______

5. 设 X_1，X_2，…，X_n 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$的简单随机样本，其中μ,σ^2未知，则假设检验 H_0：$\sigma^2=\sigma_0^2$，H_1：$\sigma^2\neq\sigma_0^2$　使用的统计量为_____________

三、解答题（每小题 10 分，共 60 分）

1. 已知甲袋中装有 3 只白球和 3 只红球，乙袋中仅装有 3 只白球，从甲袋中任取 3 只球放入乙袋后，求(i) 从乙袋中任取一只球是红球的概率；(ii)若从乙袋中取出的是红球，则从甲袋中取出的 3 只球只有一只红球的概率。

2. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} ke^{-2x}, & x\geq 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$，试求(i)常数 k；(ii)X 的分布函数 $F(x)$；

(iii) $P(X>1)$。

3. 设二维随机变量(X, Y)的概率密度为 $f(x, y)=\begin{cases} e^{-x}, & 0<y<x \\ 0, & 其它 \end{cases}$，(i) 求条件概率密度 $f_{Y|X}(y|x)$；(ii)求条件概率 $P(X\le1|Y\le1)$

4. 设二维离散型随机变量(X, Y)的概率分布为

X \ Y	0	1	2
0	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$
1	0	$\frac{1}{3}$	0
2	$\frac{1}{12}$	0	$\frac{1}{12}$

(i) 求 $P(X=2Y)$； (ii) 求 $Cov(X-Y, Y)$。

5. 设随机变量 X 与 Y 相互独立且分别服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$与 $N(\mu,2\sigma^2)$，其中σ是未知参数且$\sigma>0$，记 $Z=X-Y$。(i) 求 Z 的概率密度 $f(z;\sigma^2)$；(ii) 设 $Z_1, Z_2, \dots ,Z_n$ 为来自总体 Z 的简单随机样本，求σ^2 的最大似然估计量$\hat{\sigma}^2$；(iii) 证明$\hat{\sigma}^2$ 为σ^2 的无偏估计量。

6. 某工厂生产一种灯泡，其寿命 X(单位：小时)服从正态分布 $N(\mu,200^2)$，从过去较长一段时间的生产情况来看，灯泡的平均寿命为 1500 小时，采用新工艺后，在所生产的灯泡中抽取 25 只，测得平均寿命为 1675 小时，问在显著性水平$\alpha=0.05$ 下，采用新工艺后灯泡寿命是否显著提高($z_{0.05}=1.65$)

13 年试题

一、单项选择题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 设 A,B,C 相互独立，且 P(A)≠0, 0<P(C)<1, 则下面四对事件中不独立的是（ ）

（A） $\overline{A\cup B}$ 与 C (B) $\overline{AC}$ 与 $\overline{C}$ （C）$\overline{A-B}$ 与 C (D) $\overline{AB}$ 与 $\overline{C}$

2. 设 $X\sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$，$Y\sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$，且 $P\{|X-\mu_1|<1\}> P\{|Y-\mu_2|<1\}$,则（）

（A）$\sigma_1<\sigma_2$ (B) $\sigma_1>\sigma_2$ (C) $\mu_1<\mu_2$ (D) $\mu_1>\mu_2$

3. 设随机变量 X 和 Y 的方差存在且不等于零，则 D(X+Y)=DX+DY 是 X 与 Y（）

（A） 不相关的充分条件，但不是必要条件 （B）不相关的充分必要条件

（B） 独立的充分条件，但不是必要条件 （D）独立的充分必要条件

4. 设 X_1,X,，……为相互独立的随机变量，且均服从参数为λ的泊松分布，则（）

（A） 当 n 充分大时，$\dfrac{\sum_{i=1}^{n} X_{\mathrm{i}} - n\lambda}{\sqrt{n\lambda}}$ 近似服从 N(0,1)分布

（B） 当 n 充分大时，$\sum_{i=1}^{n} X_{\mathrm{i}}$ 近似服从 N(0,1)分布

（C） 当 n 充分大时，$\sum_{i=1}^{n} X_{\mathrm{i}}$ 近似服从 $N(n\lambda, n\lambda^2)$分布

（D） 当 n 充分大时，$\sum_{i=1}^{n} X_{\mathrm{i}}$ 近似服从 $N(\lambda,\lambda)$分布

5. 设总体 X~N(1,4),$X_1,X_2,\ldots,X_n$ 为来自总体 X 的一个样本，$\overline{X}$ 为样本均值，则（）

（A）$\dfrac{\overline{X}-1}{2} \sim N(0,1)$ （B）$\dfrac{\overline{X}-1}{4} \sim N(0,1)$ （C）$\dfrac{\overline{X}-1}{2/\sqrt{N}} \sim N(0,1)$（D）$\dfrac{\overline{X}-1}{\sqrt{2}} \sim N(0,1)$

二、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1.假设一批产品中一、二、三等品各占 60%，30%，10%，从中随意地取出一件，结果不是三等品，则取到的是一等品的概率为_________。

2.设随机变量 X 服从参数为(2,p)的二项分布，随机变量 Y 服从参数为(3,p)的二项分布，若 $P(X \ge 1) = \dfrac{5}{9}$，则 $P(Y \ge 1) =$__________。

3.设二维离散型随机变量(X,Y)的联合分布律为

(X,Y)	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(2,1)	(2,2)	(2,3)
p	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{3}$	α	β

若 X 与 Y 相互独立，则 $\alpha =$_________， $\beta =$_________。

4 设随机变量 X 与 Y 的相关系数为 0.9，若 Z=X-0.4，则 Y 与 Z 的相关系数为_______。

5.设总体 $X \sim N(\mu,1)$，根据来自总体 X 的容量为 100 的样本测得样本均值 $\bar{x}=5$，则参数 μ 的置信度（水平）为 0.95 的置信区间为_________ ($z_{0.025}=1.96$)。

三、解答题（每小题 10 分，共 60 分）

1.一袋中装有 5 个球，编号为 1,2,3,4,5，在袋中同时取 3 只，以 X 表示取出的 3 只球中的最大号码数，求 X 的数学期望和方差。

1.设随机变量 X 服从参数为 $1/\lambda$ (λ>0)的指数分布，且 $P(X \le 1) = \dfrac{1}{2}$。(i)求参数 λ；(ii)求 $P(X > 2 \mid X > 1)$。

3. 设 (X,Y) 是二维随机变量，X 的边缘概率密度为 $f_X(x)=\begin{cases}3x^2, 0<x<1\\ 0, \quad 其它\end{cases}$，在给定 $X=x(0<x<1)$ 的条件下，Y 的条件概率密度为 $f_{Y|X}(y|x)=\begin{cases}\dfrac{3y^2}{x^3}, 0<y<x\\ 0 \quad 其它\end{cases}$，(i)求(X,Y)的联合概率密度 $f(x,y)$；(ii)求 Y 的边缘概率密度 $f_Y(y)$；(iii)求 $P(X>2Y)$。

4.设二维随机变量(X,Y)在以点(0,1),(1,0),(1,1)为顶点的三角形区域上服从均匀分布，试求(i)X 与 Y 的相关系数 ρ_{XY}；(ii)随机变量 U=X+Y 的方差 DU。

5.设总体 X 的概率密度为 $f(x)=\dfrac{1}{2\theta}e^{-\frac{|x|}{\theta}},-\infty<x<+\infty$，其中 $\theta>0$ 是未知参数，$X_1,X_2,...,X_n$ 是总体 X 的一个样本，试求(i) θ 的最大似然估计量 $\hat{\theta}$；(ii)证明 $\hat{\theta}$ 是 θ 的无偏估计量；(iii)证明 $\hat{\theta}$ 是 θ 的一致（相合）估计量。

6.测定某种溶液中的水分，它的 10 个测定值给出 s=0.037%，设测定值总体服从正态分布，σ^2 为总体方差，σ^2 未知，试在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下检验假设

$$H_0:\sigma\geq 0.04 \qquad H_0:\sigma<0.04$$

已知 $\chi^2_{0.95}(9)=3.325$，$\chi^2_{0.05}(9)=16.919$，$\chi^2_{0.975}(9)=2.700$，$\chi^2_{0.025}(9)=19.022$。

14 年试题

一、单项选择题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 设 A,B,C 是随机事件，则（ ）。

（A）$(A\cup B)-B=A-B$　　（B）$(A-B)\cup B=A$

（C）$(A\cup B)-C=A\cup(B-C)$　　（D）$A\cup B=A\overline{B}-\overline{A}B$

2. 设 A,B 为任意两个随机事件，则（ ）。

（A）$P(AB)\leq P(A)P(B)$　　（B）$P(AB)\geq P(A)P(B)$

（C）$P(AB)\leq \dfrac{P(A)+P(B)}{2}$　　（D）$P(AB)\geq \dfrac{P(A)+P(B)}{2}$

3. 设随机变量 $X\sim N(0,1)$，则方程 $t^2+2Xt+4=0$ 没有实根的概率为（ ）。

（A）$2\Phi(2)-1$　　（B）$\Phi(4)-\Phi(2)$

（C）$\Phi(-4)-\Phi(-2)$　　　　　　　（D）$\Phi(2)-\Phi(4)$

4. 设 $X \sim N(0,3)$，$Y \sim B(9,\frac{1}{3})$（二项分布），且 X,Y 相互独立，则 $D(2X-Y)=$（　）。

（A）4　　　（B）8　　　（C）10　　　（D）14

5. 设总体 $X \sim N(1,4)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的一个样本，$\overline{X}$ 为样本均值，则 $E[\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2]=$（　）。

（A）$4n$　　　（B）$4(n-1)$　　　（C）$2n$　　　（D）$2(n-1)$

二、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 设 $P(A)=0.5$，$P(B)=0.6$，$P(B|A)=0.8$，则 $P(A\cup B)=$________。

2. 设 X 是随机变量，且 $P(X \ge x_1)=1-\alpha$，$P(X \le x_2)=1-\beta$，其中 $x_1<x_2$，$\alpha>0$，$\beta>0$，$\alpha+\beta<1$，则 $P(x_1 \le X \le x_2)=$__________。

3. 设二维随机变量 $(X,Y) \sim N(1,0;1,1;0)$，则 $P(XY-Y<0)=$___________。

4. 设总体 X 的概率密度为 $f(x;\theta)=\begin{cases}\dfrac{2x}{3\theta^2}, & \theta<x<2\theta \\ 0, & 其他\end{cases}$

其中 θ（$\theta>0$）为未知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的一个样本，若 $c\sum_{i=1}^{n}X_i^2$ 是 θ^2 的无偏估计量，则 $c=$_________。

5. 设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 σ^2 未知，由来自总体 X 的一个容量为 9 的样本计算得样本均值 $\bar{x}=6$，样本标准差 $s=0.5$，则参数 μ 的置信度（水平）为 0.95 的置信区间为_________（$t_{0.025}(8)=2.306$）。

三、解答题（每小题 10 分，共 60 分）

1.有 12 件产品，其中有 2 件是次品，从中任意抽取两次，每次抽 1 件，抽出后不再放回。试求（i）抽出的两件产品中有次品的概率；（ii）第二次抽出的是次品的概率。

2.设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}2^{-x}\ln 2, & x>0 \\ 0, & x\le 0\end{cases}$，现对 X 进行独立重复地观测，直到 2 个大于 3 的观测值出现时停止，记 Y 为观测次数。（i）求 Y 的分布律；（ii）求 EY。

3.设二维随机变量（X,Y）的联合概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}1, & |y|<x, 0<x<1 \\ 0, & 其他\end{cases}$，（i）求条件概率密度 $f_{X|Y}(x|y)$，$f_{Y|X}(y|x)$；（ii）求 cov（X,Y）；（iii）问 X，Y 是否相关，是否相互独立，为什么？

4 一生产线生产的产品成箱包装，每箱的重量是随机的，假设每箱平均重为 50 千克，标准差为 5 千克，若用最大载重量为 5 吨的汽车去承运，试利用中心极限定理说明每辆汽车最多可以装多少箱，才能保证不超载的概率大于 0.977（$\Phi(2)=0.977$）。

5.设总体 X 的分布律为 $P(X=x)=(1-p)^{x-1}p\,(x=1,2,\cdots)$，其中 $p\,(0<p<1)$ 为未知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的一个样本，试求参数 p 的矩估计量和最大似然估计量。

6.某种元件的寿命（单位：小时）长期以来服从方差 σ_0^2=5000 的正态分布，现从一批这种元件中随机抽取 26 只，测得寿命的样本方差 s^2=9200，能否据此认为这批元件寿命的波动性有显著性变化（$\alpha=0.02$，$\chi^2_{0.99}(25)=11.523$，$\chi^2_{0.01}(25)=44.313$）。

15 年试题

一． 填空（40 分，每小题 4 分）

1.设有随机事件 A_i (i=1,2,...,n)，$A=\bigcap_{i=1}^{n}A_i$，则 A 的对立事件 $\overline{A}$=_______.

2.设 A 和 B 为相互独立的随机事件，且 P（A）= $\frac{1}{3}$，P（A∪B）= $\frac{2}{3}$，则 P(B)=___________.

3.设随机变量 X 服从参数为 1 的泊松（Poisson）分布，则$P\{X=E^2(X)\}$=______.

4.掷硬币 2 次，正面出现的次数记为 X，反面出现的次数记为 Y，则 X 与 Y 的相关系数等于______________.

5.若$X\sim N(2,\sigma^2)$,且$P(2\le X\le 4)=0.3$，则$P(X\le 0)=$_______.

6.设X_1,X_2,X_3相互独立，X_1服从[0,6]上的均匀分布，X_2服从 N（0，4）的正态分布，X_3服从参数为 5 的泊松分布.令$Y=X_1-2X_2+3X_3$,则$D(Y)$=_______,Y 与X_2的相关系数$\rho(Y,X_2)=$________.

7.设随机变量 X 的概率密度为$f(x)=\begin{cases}3x^2 & 0<x<1\\ 0 & 其他\end{cases}$，则$Y=2X+1$的概率密度函数为________.

8.设总体 X，且 E（X）=μ，今有简单随机样本 $X_1\,X_2,\,\ldots,\,X_N$，而 $\sum_{i=1}^{n}(\alpha_i^2 X_i)$（其中 α_i^2 是常数）是数学期望 E(X)的无偏估计量，则 $\sum_{i=1}^{n}(\alpha_i^2)=$__________.

9.设每次试验中事件 A 出现的概率为 p，现独立重复进行 n 次试验，η_n 表示 n 次试验中事件 A 出现的次数，利用中心极限定理求 $P\{a<\eta_n\le b\}\approx$_____________(答案用标准正态分布函数 $\Phi(\sim)$ 表示).

10.在假设试验中，在原假设 H_0 不成立的情况下，检验统计量值未落入拒绝域 W 中从而接受了 H_0，称这种错误为第__________类错误.

二.（10 分）为了了解高校考试作弊的情况，今在某高校进行调查.考虑到被调查者一般不愿意真实地回答是否做过弊这一问题，特采用如下方案：准备两个问题，一个是“考试是否做过弊”，另一个是“是否是男生”.对每一个被调查者，掷一个均匀的骰子，如出现 1，2，3，4，则回答第一个问题；出现 5，6，则回答第二个问题.假定学生中考试做过弊的人的比例是 θ，男生所占的比例是 $\frac{1}{2}$，且设回答都是真实的.试求：（1）一个学生回答“是”的概率；

（2）如果一个学生回答“是”，则其回答的是第一个问题的可能性有多大？

三.（10 分）袋内有 2 个白球，3 个红球，每次从中任取一球，取后不放回，直到取到红球为止，用 X 表示取球的次数，求 X 的分布列及 EX，DX.

四.（8 分）某电子元件的寿命 X（单位：h）的分布密度

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 1000\\ \dfrac{1000}{x^2}, & x>1000\end{cases}$$

今任取 5 个该元件，求恰有 2 个元件寿命不超过 1500h 的概率.

五.（14 分）设二维连续型随机变量（X,Y）的联合概率密度函数为：

$$f(x,y)=\begin{cases}2, & 0\le x\le 1, x\le y\le 1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

求：（1）关于 X 和 Y 的边缘密度函数 $f_x(x)$ 和 $f_y(y)$；（2）X 和 Y 的相关系数 ρ_{XY}；

(3)X 与 Y 是否独立？为什么？（4）Z=X+Y 的概率密度函数 $f_z(z)$

六. (10 分) 设总体 X 的密度函数为

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\frac{1}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}}, & x>0\\ 0, & 其它\end{cases}$$

其中θ为未知参数.

(1) 求θ的矩估计量$\hat{\theta}_M$和极大似然估计量$\hat{\theta}_{MLE}$；

(2) 问$\hat{\theta}_{MLE}$是否为θ的无偏估计量？为什么？

七. (8 分) 某校大二学生概率论统计成绩 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$， 从中随机地抽取 25 位考生的成绩，算得平均成绩为 $\overline{X}=70$ 分，标准差 $S=20$ 分. 问在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下，可否认为这次考试全体考生的平均成绩为 75 分？

(已知 $t_{0.025(24)}=2.0639$ ，$t_{0.05(24)}=1.7109$ ，$t_{0.025(25)}=2.0595$，$t_{0.05(25)}=1.7081$)

16 年试题

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分）

1.设事件 A，B 相互独立，已知 P(A)=0.5，P(A∪B)=0.8，则 P($A\bar{B}$)=_____；P($\bar{A}\cup\bar{B}$)=_____.

2.当投掷五枚硬币时，已知至少出现两个正面，则正面数刚好是三个的概率是_________.

3.设随机变量 X 服从参数为(2,p)的二项分布，随机变量 Y 服从参数为(4,p)二项分布，若 P(X$\geq$ 1)=$\frac{5}{9}$，则 P(Y$\geq$ 1)=___________.

4.设随机变量 X~N(2,σ^2)，且 P(2<X<4)=0.3，则 P(X<0)=___________.

5.设随机变量 X 服从(0,2)上的均匀分布，则随机变量 Y=X^2的概率密度函数为____________.

6.设 DX=4，DY=9，ρ_{XY}=0.5，则 D(2X-3Y+2)=___________.

7.设随机变量X_1，X_2，…，X_{100}相互独立，且都服从参数为 1 的泊松分布，则 P($\sum_{i=1}^{100}X_i<120$)=_________(答案用标准正太（*注：应为正态*）分布函数$\emptyset$( )表示).

8.设X_1，X_2，…，X_n是来自指数分布 E(λ)的简单随机样本（*注：E 指 exponential，X~E(λ) 是指数分布的另一种表述方式，若按照书上的表述方式则它的意思是，服从参数为 1/λ 的指数分布*），λ >0 为未知参数，则(X_1，X_2，…，X_n)的概率密度为_______，设 n=10 时，样本的一组观察值为(4,6,4,3,5,4,5,8,4,7)，则样本均值$\bar{x}$为___，样本方差S^2为____.

9. 设 X_1，X_2，…，X_n 是来自正态总体 $N(0,1)$ 的简单随机子样，

X=a$(X_1-2X_2)^2$+b$(3X_3-4X_4)^2$，则当 a=_______，b=_________，统计量 X 服从χ^2分布，其自由度为_____________.

10.设X_1，X_2，…，X_n为取自总体 X~$N(\mu,\sigma^2)$的一个样本，对于给定的显著性水平 a，已知关于σ^2检验的拒绝域为$\chi^2 \le \chi^2_{1-\alpha}$(n-1)，则相应的备择假设$H_1$为.___________

二、现有一个相对简单的飞机探测雷达系统。飞机出现的概率是 5%，如果飞机出现它被雷达发现的概率是 99%，探测到，但飞机没有出现的概率是 10%（*注：即飞机未出现雷达却探测到的概率是 10%*），只要探测到飞机，雷达系统就会发出相应的信号。试回答以下问题：(1）写出雷达系统的样本空间；(2）发出一个错误警报的概率；（3）一架飞机没有被探测到的概率；（4）探测到飞机的概率。

三、设二维随机变量（X,Y）的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{Bmatrix} Ay(1-x), 0\le x\le 1, 0\le y\le x \\ 0, 其它 \end{Bmatrix}$$

试求（1）常数 A；（2）判断 X,Y 是否独立；（3）求 Z=X+Y 的密度函数。

四、设书籍上每页的印刷错误的个数 X 服从泊松分布，经统计发现在某本书上有一个印刷错误与有两个印刷错误的页数相同（*注：应改为"经统计可以认为每页有一个错误的概率与有两个错误的概率相同"*），求任意检验 4 页，每页上都没有印刷错误的概率。

五、设X_1，X_2，…，X_n 是来自总体 X 的样本，若 EX=μ，DX=σ^2

试证明（1）E($\bar{X}$)= μ，D($\bar{X}$)= σ^2/n（2）ES^2=$\frac{n-1}{n}\sigma^2$,其中 $\bar{X}$ =$\sum_{i=1}^n X_i$，S^2=$\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^n(X_i-\bar{X})^2$分别是样本均值和方差。（*注：本题有错，可参考课本*）

六、设总体 X 的密度函数为 $f(x;a)=(a+1)x^a$,0<X<1,其中a>-1 是未知参数，X_1，X_2，…，X_n是一组样本，试求（1）参数a的矩估计量；（2）参数a的最大似然估计量。

七、机器包装食盐，假设每袋盐的重量服从正态分布，规定每袋标准重量为 1Kg，标准差不能超过 0.02Kg。某天加工后，为检验其机器工作是否正常，从装好的食盐中随机抽取 9 袋，测得其净重（单位：Kg）为：0.994,1.014,1.02,0.95,1.03,0.968,0.976,1.048,0.982，问这天包装机工作是否正常（$a=0.05$）（计算得样本均值 $\bar{X}$ =0.998，样本方差 S^2=0.32^2，$t_{0.025}(8)=2.306$，$t_{0.05}(8)=1.8595$，$x^2{}_{0.025}(8)=10.219$，$x^2{}_{0.05}(8)=15.5$，$x^2{}_{0.975}(8)=1.690$）

17 年试题

一．单项选择题（每小题 4 分，共 20 分）

1．针对随机事件 A，B 的正确说法是[　　]

(A) P(AB) =P(A)P(B)的充分条件是 A = B　　(B)若 P(AB) = 0，　则 A,B 互不相容

(C)若 A 在 1000 次试验中发生了 37 次，则 P(A)=0.037　(D)P(A-AB) = P(A) – P(AB)

2．若随机变量 X 和 Y 互相独立，则[　　]

(A) X 是离散的，Y 是连续的　　(B) 联合分布函数等于边缘分布函数之积

(C) X,Y 的相关系数为负数　　(D) P(X=Y) = E(X)E(Y)

3.设$X_1, X_2, \dots, X_n$ 相互独立且分布也相同，若 $E(X_1)=0$，则[　　]

(A) $\lim_{n\to\infty} P\left\{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} X_k = 0\right\} = 1$　　(B) $\lim_{n\to\infty} P\left\{\left|\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} X_k\right| > 1\right\} = 1$

(C) $\lim_{n\to\infty} P\left\{\left|\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} X_k\right| > 1\right\} = 0$　　(D) $\lim_{n\to\infty} P\left\{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} X_k = 0\right\} = 0$

4.随机变量 X 的方差大于零，ε为任意正常数，则下列关系式错误的是[　　]

(A) $D\left(\frac{X-E(X)}{\sqrt{D(X)}}\right) = 1$　　(B) $P\{|X| \geq \varepsilon\} \leq \frac{D(X)}{\varepsilon^2}$

(C) $D(X+\varepsilon) = D(X)$　　(D) $D(X) \leq E(X^2)$

5.总体$X \sim N(\mu, \sigma^2)$,方差已知，$X_1, \dots, X_n$是来自X的样本，考虑假设检验

$H_0: \mu = \mu_0$ ，$H_1: \mu \neq \mu_0$，给定显著性水平α，检验统计量为$Z = \frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$，则[　　]

(A) 为了目的需要，α并不总是越小越好

(B) 显著性水平α等于在$\mu = \mu_0$的前提下$Z \neq 0$的概率

(C) α越大拒绝域越大，$\bar{X}$的观测值是否落在拒绝域中决定是否拒绝假设H_0

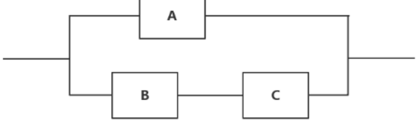
(D) 利用临界值$Z_{\alpha/2}$ 可得未知参数μ的置信水平为$1-\alpha$的置信区间$(-z_{\alpha/2}, z_{\alpha/2})$

二．填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 若 $\frac{1}{2} = P(A|B) = P(AB) + P(B)$，则 $P(B-A) =$ ________

2. 随机变量$X \sim N(-3,3)$，则$Y = -2X + E(X)$的概率密度 $f(y) =$________

3. 一个系统由如图连接的 A,B 和 C 三个独立工作的元件组成，它们的可靠性分别为p_1, p_2, p_3，则整个系统的可靠性为________



4. 设$X_1,\ldots,X_n$是来自 X 的样本，$x_1,\ldots,x_n$是其相应的一个样本值，X~b（10,p)， p>0 未知，则 p 的最大似然估计值为________

5. 三星公司生产某型号半导体所需工时（以小时计）近似服从正态分布。现有该型号 21 个产品的工时数据，标准差为 0.74 小时，则总体方差的置信水平为 99%的置信区间为________. ($\chi^2_{0.005}(20)=40, \chi^2_{0.995}(20)=7.4$)

三、简答题（每小题 10 分，共 60 分）

1.（10 分）已知 *X* 和 *Y* 的联合分布律如表

求期望 E(X)和相关系数 ρ_{XY} .

Y \ X	0	1
0	1/2	1/6
1	1/3	0

2.（10 分）二维随机向量（X,Y) 的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} A(x^2+y^2), 0\le x^2+y^2\le 1 \\ 0, \quad\quad 其他 \end{cases}$$

（1）确定常数 A.　（2）求条件概率密度 $f_{X|Y}(x|y)$.

3.　(10 分)总体 *X* 的概率密度为 $f(x,t)=\begin{cases} t^2xe^{-tx}, x\ge 0, t>0 \\ 0, \quad 其他 \end{cases}$,其中 *t* 是未知参数. 证明：$\hat{t}=\dfrac{2}{\overline{X}}$ 是 *t* 的矩估计量，这里 $X_1,\ldots,X_n$ 是 X 的一个样本，$\overline{X}$ 为样本均值。

4.（10 分）在一种数字信号传输系统中，当发射机发出数 μ 时，由于噪声的存在，接收机收到的数字是随机的，它服从均值为 μ，方差为 1 的正态分布。当接收到 90 次数字的平均值为 4 时，问在 5%的显著性水平下，可否认为发射机发出的数字显著大于 3.8？($z_{0.05}=1.645, z_{0.025}=1.96$)

5.（10 分）独立随机变量 *U*，*V* 都服从[0,1]上的均匀分布，求方差 D(*UV*).

6.（10 分）一名学生从宿舍楼到教学楼去上课可选择步行或骑共享单车。首选步行的概率为 30%，70%的概率首选共享单车。若首选单车，设他 45%的概率会选中 **Mobike**，55%的可能会选中 **Ofo**，而一旦选定一辆单车发现正常就骑去教学楼，若发现故障（包括扫码前或扫码后发现有故障），则放弃单车，改为步行去教学楼。已知 **Mobike** 出现故障的概率为 3%，**Ofo** 有 7%的几率发生故障。假设是否选择骑单车，选择哪一种单车及单车的故障率之间相互独立。回答下列问题：（最终结果保留两位小数）

（1）已知该生骑车去的教学楼，问恰好骑的是 **Mobike** 的可能性多大？

（2）已知该生步行去的教学楼，问是选中 **Ofo** 并恰好发现故障才步行的概率多大？

18 年试题

一. 单项选择题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 已知随机事件 A_1，A_2，A_3满足 $A_2\subset A_1A_3$，则[　　　].

$(A)P(A_1A_2A_3)=P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_2)$ (B)若A_2发生，则A_1,A_3不能同时发生

$(C)P(A_2)\ge P(A_1)+P(A_3)-P(A_1\cup A_3)$ (D)若A_1,A_3都不发生，则A_2可能发生

2. 若离散随机变量X有分布律$\mathrm{P}\{X=x_i\}=p_i>0,i=1,2,...$,则[ ].

$(A)E(x^2)-[E(X)]^2\ge 0$ $(B)\sin(X)$是取无穷多个值的离散随机变量

(C) X的分布函数是连续的 (D)若每一个x_i都在集合Γ之外，则$\mathrm{P}(X\in\Gamma)=0$

3. 二维随机变量(X_1,X_2)的联合概率密度函数为$p(x_1,x_2)$，则[ ].

$(A)EX_2=\int_{-\infty}^{\infty}x_2p(x_1,x_2)\mathrm{dx}_2$

$(B)\mathrm{P}\{|X_1|\le 1\}=\int_{-1}^{1}p(x_1,x_2)\mathrm{dx}_1$

$(C)\ p(x_1,x_2)\ne 0$

(D)若$p(x_1,x_2)=\int_{-\infty}^{\infty}p(x_1,x_2)\mathrm{dx}_1\int_{-\infty}^{\infty}p(x_1,x_2)\mathrm{dx}_2$，则$X_1$，$X_2$相互独立

4. 以下关于点估计的各种说法中，正确的是[ ].

(A)矩估计量没有极大似然估计量有效 (B)矩估计量都是相合估计量

(C)正态总体方差的矩估计量$\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2}{n}$是无偏的 (D)无偏估计量是唯一的

5. 设X_1，X_2，…，X_n是独立同分布的随机序列，均值为μ，则描述错误的是[ ].

(A)若X_1的方差不存在，则辛钦大数定理和中心定理都不成立

(B)若X_1服从泊松分布，则当n很大时，$X_1+...+X_n$既服从泊松分布也近似服从正态分布

(C)随着n的不断增大，事件$\left\{|\dfrac{X_1+...+X_n}{n}-\mu|>\dfrac{1}{2}\right\}$发生的可能性接近于零

(D)大数定理严格刻画了频率的稳定性

二、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 甲乙独立地分别从[0, 1]和[0, 2]均匀地各取一点，则甲小于乙的概率为[____].

2. 设某地一年中停电的次数可以用参数为 2 的泊松随机变量X刻画，而停水的次数可以用X^2刻画，则平均看一年中该地停水次数比停电次数多[____]次.

3. 若X_1，X_2，…，X_n是来自参数为 1 的指数分布总体的一个简单随机样本，$S(x)$记录这个样本中数值不超过$x(x>0)$的个体的个数，则$E[S(x)]=$[____].

4. 已知 $X\sim\chi^2(10)$，$Y\sim\chi^2(10)$ 且它们相互独立，则 X/Y 服从自由度为[____]的[____]分布.（第二空填具体的分布类型）.

5. 某 H 公司在面临全球发展阻力时，希望通过员工抗压指数来判断公司的承压情况.假设所有员工抗压表现相互独立且都服从均值为 μ、方差为 σ^2 的正态分布.现在 H 公司在某部门内部取得容量为 6 的一组抗压指数 74、81、90、87、96、79，则 μ 的矩估计值为[____]，$\sigma^2+\mu^2$ 的矩估计值为[____].（结果保留一位小数）

三. 解答题（每小题 10 分，共 60 分）

1.（10 分）设随机变量 X 的分布函数 $F(x)$ 的导数大于零，定义新的随机变量 $Y=F(X)$，求 Y 的分布函数 $F_Y(y)$ 和方差 $D(Y)$.

2.（10 分）已知随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)=\begin{cases}e^{-x}, x>0\\ 0, x\le 0\end{cases}$，当 $X=x>0$ 时随机变量 Y 是[x，x+2] 上的均匀分布随机变量，求 Y 的数学期望 $E(Y)$.

3. （10 分）设二维正态随机变量 (X,Y) 的概率密度如下，定义新随机变量 $T=\max\{X,Y\}$，
$f(x,y)=\frac{1}{2\pi\sqrt{1-r^2}}\exp\{\frac{1}{2(1-r^2)}(-x^2+2rxy-y^2)\}$，试求 $r=0$ 时 T 的概率密度 $f_T(t)$.

4.（10 分）2018 年 10 月 24 日正式通车的港珠澳大桥是在迄今为止最长的跨海大桥，被称为超级工程，它的质量和可靠性经过 2018 年 9 月 16 日超级台风“山竹”的检验而赢得全世界的赞誉。假设港珠澳大桥的风速大小服从瑞利分布，其概率密度如下

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x}{\sigma^2}e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}, & x\ge 0\\ 0, & x<0\end{cases}$$

若不同时段独立地测出 n 个风速数据 $x_1,x_2,...,x_n$ 求未知参数 $\sigma(>0)$ 的最大似然估计值.

5.（10 分）在一次大型网络购物节中，假设网购者的消费水平服从均值为 μ（元），方差为 σ^2 的正态分布.现有容量为 36 的网购消费水平简单样本，均值为 990，样本方差为 486，试在 $\alpha=0.5\%$ 的显著性水平下，作如下假设检验：

$$H_0:\mu=1000,\qquad H_1:\mu<1000$$

（注：$\sqrt{2}=1.4142$，$\sqrt{3}=1.7321$，$\sqrt{6}=2.4495$，$t_{0.01}(36)=2.4345,$

$t_{0.005}(36)=2.7195,\ t_{0.01}(35)=2.4377,\ t_{0.005}(35)=2.7238$）

6. （10 分）设大一新生的身高（单位：厘米）服从均值为 μ，方差为 100 的正态分布.现随机测得 10 位新生的身高数据如下：

181　170　171　164　176　158　161　173　166　170

试求 μ 的置信水平为 0.9 的置信区间.

（注：$z_{0.1}=1.28, z_{0.05}=1.65, z_{0.01}=2.33, z_{0.005}=2.57$，最终结果不需要化为小数）

19 年试题

一. 单项选择题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 下面关于随机事件A，B，C，表述正确的是[ ]。

（A）$A-BC=AB-AC$ （B）$P(\bar{A})+P(A)=1$

（C）不相容事件相互对立 （D）$\overline{A\cap B}=\bar{A}\cap\bar{B}$

2.一个盒子中有 5 件产品，其中 2 件正品，3 件次品。现从盒中任取两件，则至少取到一件正品的概率为[ ]。

（A）$\frac{3}{10}$ （B）$\frac{1}{2}$ （C）$\frac{7}{10}$ （D）$\frac{1}{5}$

3.连续型随机变量 X 的分布函数和概率密度函数分别为$F(x)$和$f(x)$,则[ ]。

（A）$0\le f(x)\le 1$ （B）$\int_0^{\infty} f(x)dx=1$

（C）$f(x)\le F(x)$ （D）$0\le \int_0^1 f(x)dx\le 1$

4.随机变量 X 和 Y 相互独立，Z 和 Y 相互独立，且它们的期望和方差都存在，则一定有结论[ ]。

（A）$D(X+Z)=DX+DZ$ （B）$E(X+Z)=EX+EZ$

（C）X 和 Z 相互独立 （D）$D(X+Y+Z)=DX+DY+DZ$

5.设某事件在一次试验中发生的概率为 p，在 n 次独立重复试验中，该事件发生了 k 次，则[ ]。

（A）若 n=50，k=30，则 p 的矩估计值为$\frac{3}{5}$ （B）由大数定律，$p=\frac{k}{n}$

（C）p 的矩估计量和极大似然估计量不相同 （D）p 的矩估计值不能为零

二. 填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 某三口之家患有一种疾病的概率如下：孩子患该病的概率为 0.6；已知孩子患有该疾病，则父亲患该病的概率为 0.5；已知父亲和孩子患该病，则母亲患该病的概率为 0.4。那么父亲和孩子同时患该病但是母亲却没有患该病的概率=[_____]。
2. 掷一次两颗完全一样的骰子，记出现的点数中较大者为 N，则 N 有分布律[______________________________________]。
3. 某文学作家把自己一部作品的上下两卷分别交给两家独立的出版商 A 和 B 出版。假设每一万字符中他们的印刷错误X_A和X_B都服从泊松（Poisson）分布，且$E(X_A-X_B)=1$，$E(X_AX_B)=7.04$，则每一万字符中 A 印刷错误的方差为[_____]。
4. 设X是某个总体，$\bar{X}$是其样本均值，若$EX=\mu$，则$E(X-\bar{X})$= [_____]。
5. 设X_1，X_2，X_3是来自某总体X的一个简单样本，$\hat{\mu}_1=\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{4}X_2+\frac{1}{4}X_3$和$\hat{\mu}_2=\frac{1}{5}X_1+\frac{2}{5}X_2+\frac{2}{5}X_3$ 是总体均值μ的无偏统计量，则[_____]较[_____]有效。

三、解答题（每小题 10 分，共 60 分）

1.（10 分）已知XD学校的英语考试学生最多有两次机会，一次考试分数超过（严格大于）55 分即最终成绩判定为合格；若第一次低于（含等于）55 分则需要考第二次，若两次都低于 55 分则最终成绩判定为不合格。假设学生 A 第一次考试就合格的概率为 68%，而若第一次不及格时，第二次仍然不合格的概率为 30%，求

（1）若学生A最终成绩为合格，求其第一次考试超过 55 分的概率；（保留两位小数）

（2）用$X=0$表该生最终成绩不合格，X=1 为最终成绩合格，求$\frac{1}{X+1}$的分布函数$F(x)$。

2.（10 分）已知X服从区间[2,3]上的均匀分布，当$X=x$时，Y 的条件概率密度为

$$f_{Y|X}(y|x)=\begin{cases}1, & 1\le y\le 2\\ 0, & 其他\end{cases}$$

求（1）Y的概率密度函数$f_Y(y)$；（2）X和Y的协方差$\mathrm{cov}(X，Y)$。

3.（10 分）设总体X的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}e^{\theta-x}, & x\ge\theta\\ 0, & x<\theta\end{cases}$ 其中θ为非负未知参数，X_1，X_2，…，X_n是总体的一个简单样本，求参数θ的极大似然估计量$\hat{\theta}$。

4.（10 分）设总正态总体X的方差为 1，有容量为 100 的来自该总体的一个简单样本，其样本均值的观测值为 5，试求X的数学期望的置信水平为 0.95 的置信区间。

$\left(Z_{0.05} = 1.645，Z_{0.025} = 1.96\right)$

5.（10 分）假设一只股票的价格（单位：元）随时间近似服从正态分布，均值 5.35，方差 0.01。某证券公司对该只股票进行了长期跟踪分析，发现一个时段内股票的价格可能存在异常，观察的价格数据如下：

5.05　5.33　5.55　5.67　5.10　5.54　5.24　5.32　5.50

试问在显著性水平$\alpha = 0.5\%$下可否认为该时段的股票价格波动显著增大？（要求写出原假设、备择假设、检验统计量以及接受域，$\chi^2_{0.005}(9) = 23.59$）

6.（10 分）某种 Led 灯的寿命服从均值为5×10^4小时的指数分布，现有 36 只独立工作的这种 Led 灯。求这 36 只灯的总寿命大于1.92×10^6小时的概率。$(\Phi(0.4) = 0.66)$