《数字信号处理》课程实验报告

实验1 信号及系统基本特性分析

应奇峻 PB15000134

2018年11月2日

1. 实验目的

1. 学习Matlab编程的基本方法；掌握常用函数用法。
2. 了解不同信号的频域特性，理解时域特性与频域特性之间的关联性。
3. 掌握典型信号序列的时域和频域基本特性。
4. 熟悉理想采样的性质，了解信号采样前后的频谱变化，加深对采样定理的理解。
5. 了解离散系统的时域/频域特性及其对输出信号的影响，掌握系统分析方法。

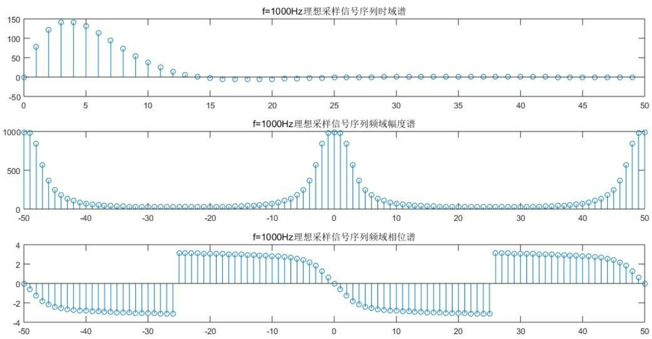
2. Matlab操作与使用

根据所提供的Matlab操作指南学习Matlab的使用。完成文件操作；矩阵运算；绘图；图形界面的实现等功能，学会使用Matlab联机帮助查找信息。

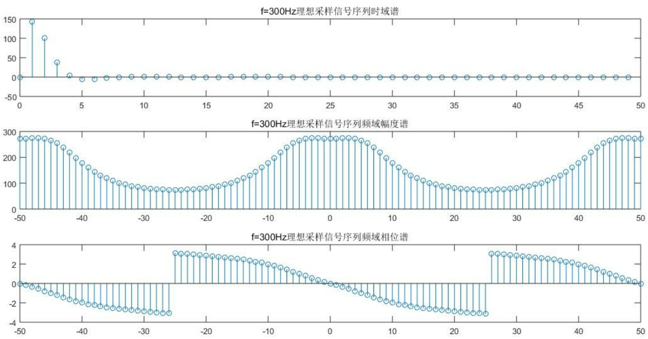
3. 理想采样信号序列的特性分析

理想采样信号序列$x_a(n)$，使$A=444.128, \alpha=50\sqrt{2}\pi, \Omega_0=50\sqrt{2}\pi$。对不同的采样频率，观察理想采样信号的幅频特性。

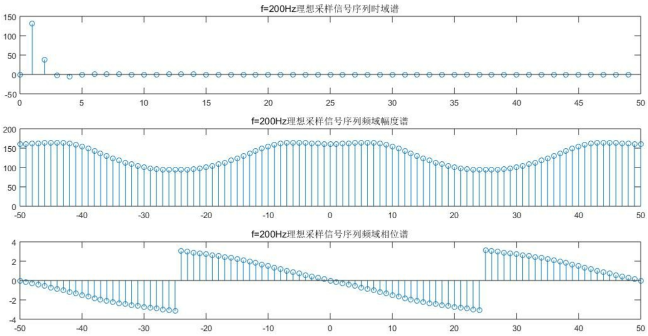
(1) 采样频率为1000Hz，T=1/1000



所得理想采样信号的幅频特性如上图所示。 #### (2) 采样频率为300Hz，T=1/300



所得理想采样信号的幅频特性如上图所示。观察频谱可以看到，延拓周期变短，相位斜率变大。 #### (3) 采样频率为200Hz，T=1/200



所得理想采样信号的幅频特性如上图所示。观察频谱可以看到，延拓周期更短，相位谱近似锯齿状，有明显的"混淆"情况。出现混淆情况的原因是采样频率变大且延拓周期减小，产生严重的交叠。 ### 4. 典型信号序列的特性分析

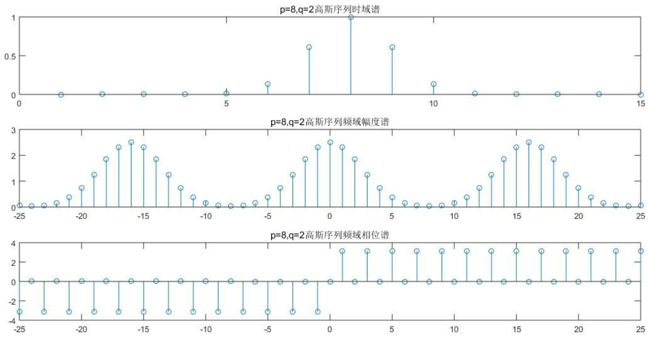
(1)观察高斯序列的时域和频域特性

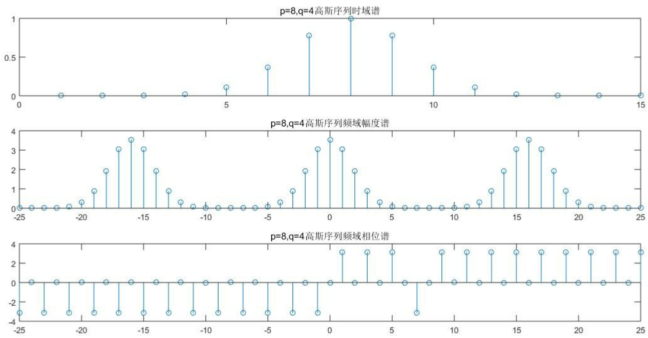
高斯序列：

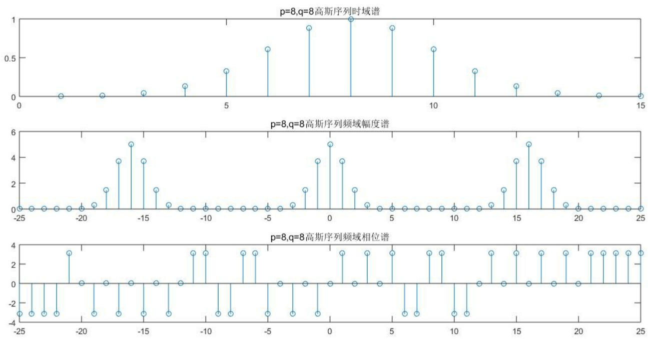
$$x_{aa}(n)=\begin{cases}e^{-(n-p)^2/q} & 0\leqslant n\leqslant 15\\ 0 & others\end{cases}$$

① q取不同值对信号时域特性和幅频特性的影响

$p=8;q=2,4,8$时，信号的时域和频谱特性曲线分别如下所示：



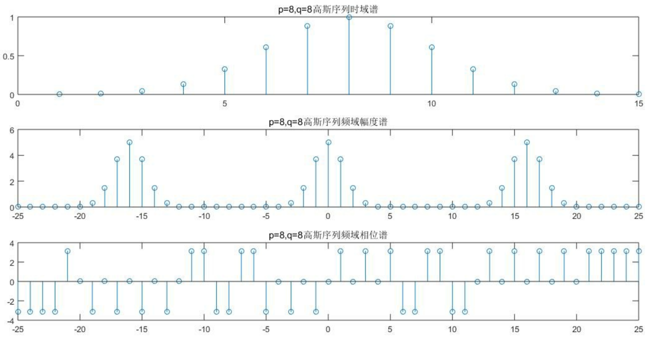


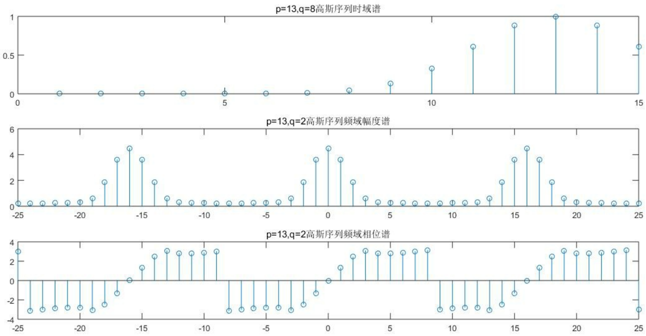


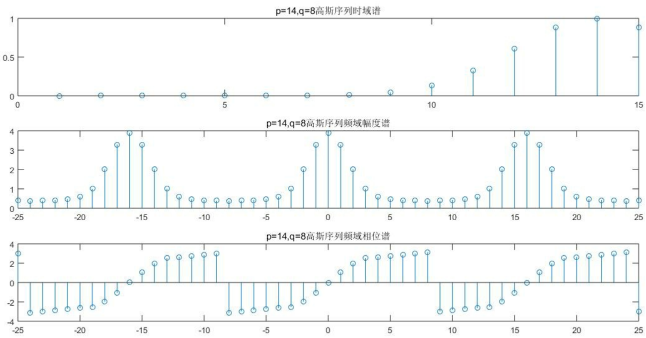
可以看到q越大，时域谱越宽，频域谱越窄。

② p取不同值对信号序列时域及幅频特性的影响

$q=8,p=8,13,14$时信号序列时域及幅频特性曲线分别如下所示：







p值越大，幅度越小，频谱越宽。周期位置不变。

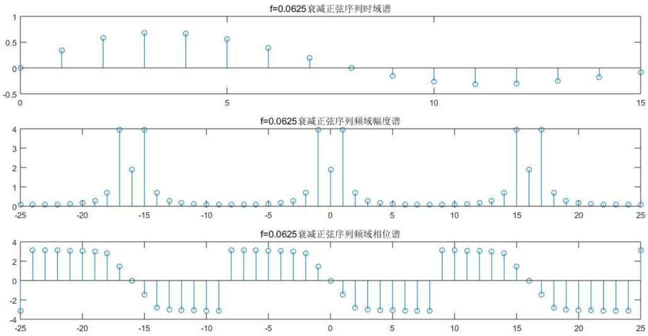
$p=13$时产生了明显的泄露现象，但混淆的情况并未明显出现——$p=14$时才观察的细微的混淆。

(2)观察衰减正弦序列的时域和幅频特性

衰减正弦序列：

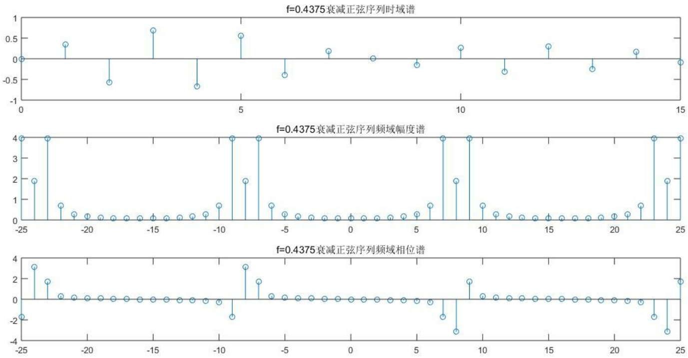
$$x_{bb}(n)=\begin{cases}e^{-\alpha n}\sin 2\pi f n & 0\leqslant n\leqslant 15\\ 0 & oothers\end{cases}$$

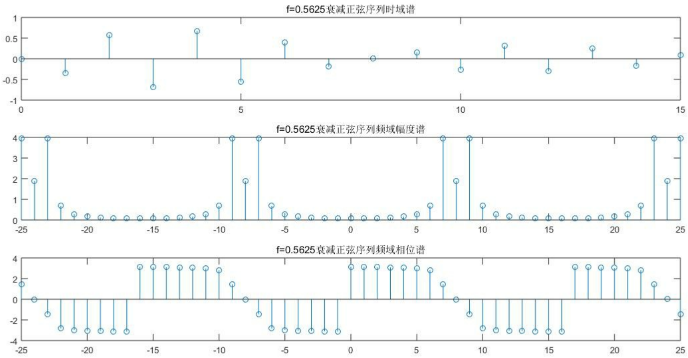
①$\alpha=0.1,f=0.0625$的情形



$\alpha=0.1,f=0.0625$的情形如上图所示。频谱是双峰谱，并形成周期延拓。波峰出现的位置：$k=16m\pm 1,m\in N$.

②$f=0.4375,0.5625$的情形





$f = 0.4375, 0.5625$的情形如上所示。频谱仍然是双峰谱的周期延拓。波峰出现的位置：$k = 12m \pm 1, m \in N$。没有混淆和泄露的现象。

f影响的是频谱相位，a影响的是周期和峰的位置。

(3)三角波序列和反三角波序列的时域和幅频特性

三角波序列：

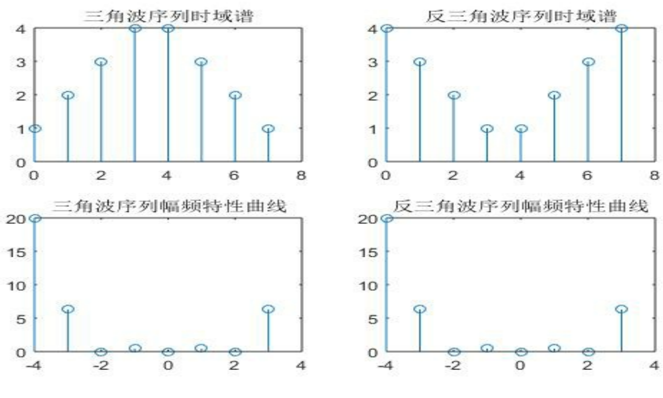
$$x_{cc}(n) = \begin{cases} n+1 & 0 \leqslant n \leqslant 3 \\ 8-n & 4 \leqslant n \leqslant 7 \\ 0 & \textbf{others} \end{cases}$$

反三角序列：

$$x_{dd}(n) = \begin{cases} 4-n & 0 \leqslant n \leqslant 3 \\ n-3 & 4 \leqslant n \leqslant 7 \\ 0 & \textbf{others} \end{cases}$$

①8点FFT分析频幅特性

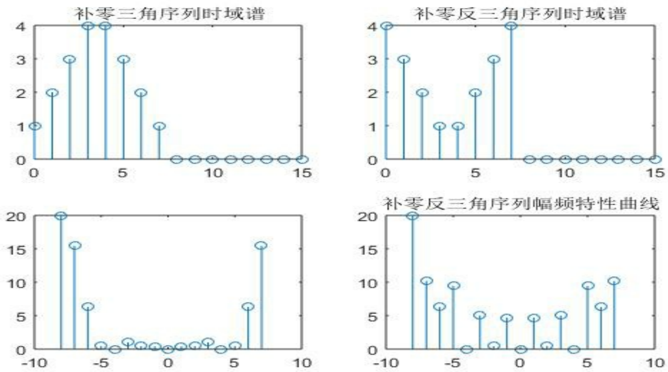
8点FFT分析分析信号$x_{cc}(n)$和$x_{dd}(n)$，序列和频幅特性曲线如下所示：



反三角序列可以视作正三角序列圆周移位$T/2$后得到，频幅特性曲线完全相同。

②末尾补零，16点FFT分析幅频特性

将两信号补零后做频域分析，如下图所示。



可以明显看到，两者频域发生了明显的区别。其中偶数k对应的频谱仍相等。

这说明补零没有增加原有信息量，却能使频谱更加精细，实现信号区分。

4. 离散信号、系统和系统响应的分析

信号序列

理想采样信号序列：

$$x_a(t) = Ae^{-\alpha t}\sin(\Omega_0 nT, 0 \leqslant n < 50)$$

单位脉冲序列：

$$x_b(n) = \delta(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n = 0 \end{cases}$$

矩形序列：

$$x_c(n) = R_N(n) \begin{cases} 1 & 0 \leqslant n < N-1 \\ 0 & \textbf{others} \end{cases} (N = 10)$$

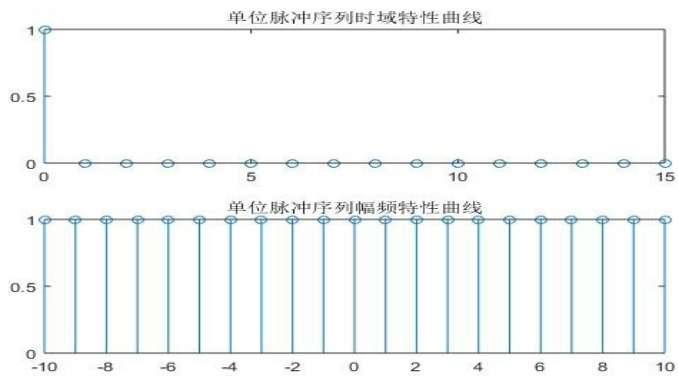
系统单位脉冲响应序列

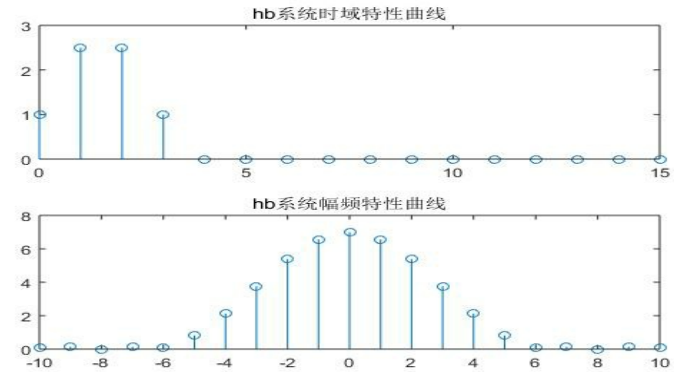
两种FIR系统：

$$h_a(n) = R_{10}(n).$$
$$h_b(n) = \delta(n) + 2.5\delta(n-1) + 2.5\delta(n-2) + \delta(n-3).$$

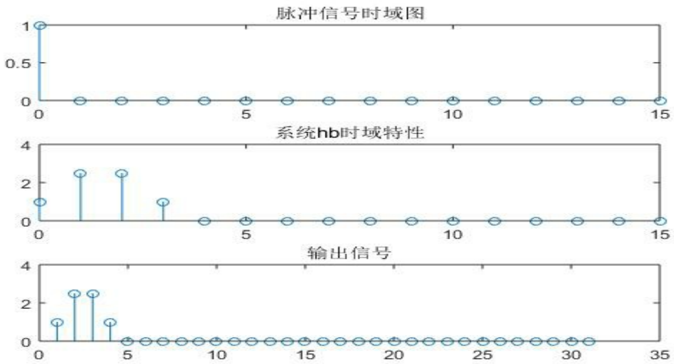
(1)信号$x_b(n)$和系统$h_b(n)$分析

信号$x_b(n)$和系统$h_b(n)$的时域和幅频特性如下所示：

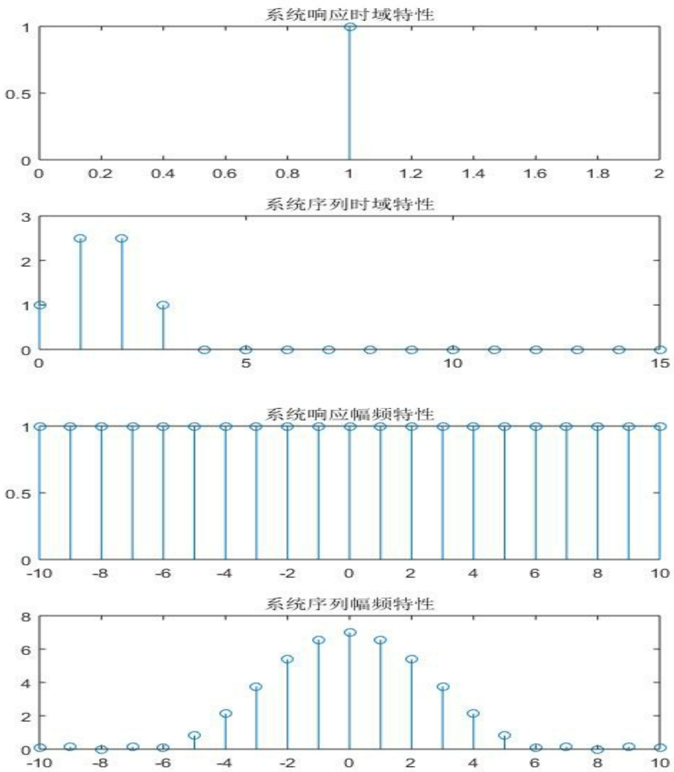




二者线性卷积后的结果如下所示：



比较系统响应$H_b(k)$和系统$h_b(n)$的时域及幅频特性：

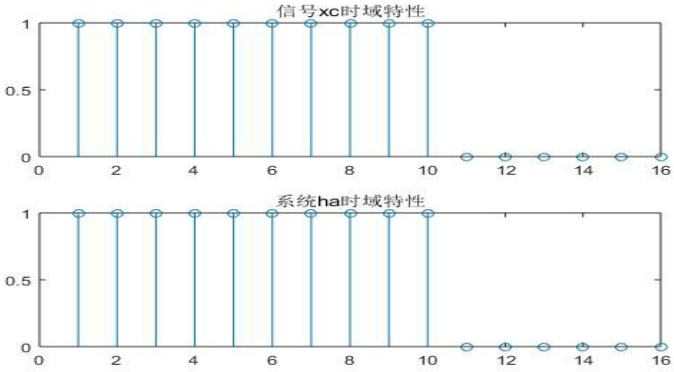


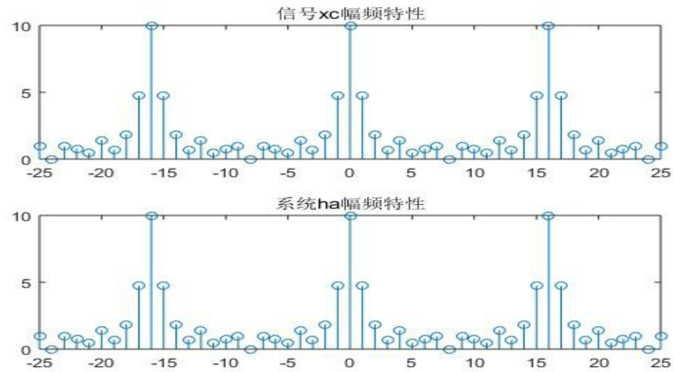
二者差异巨大，因为系统响应只在0点有意义，相当于冲激序列。

同样的结果，其幅频特性曲线也差异巨大：系统响应是无限平稳信号，而后者是一个波包。

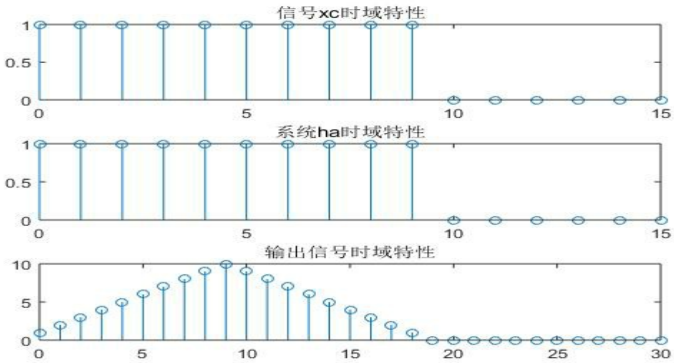
(2) 信号$x_c(n)$和系统$h_a(n)$分析

信号$x_c(n)$和系统$h_a(n)$的时域和幅频特性如下所示：

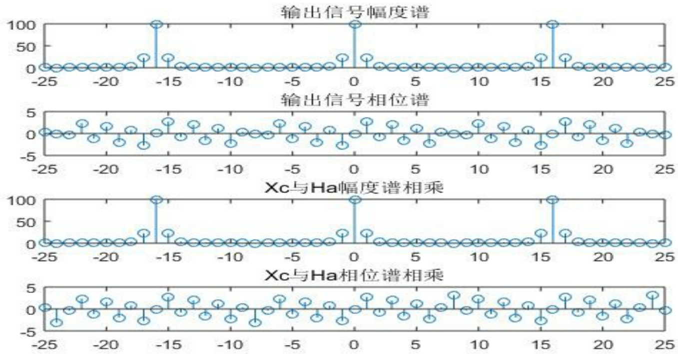




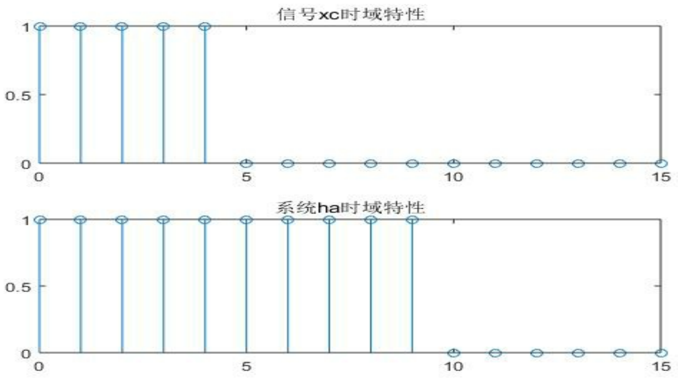
利用线性卷积求系统响应。输出信号如下所示：

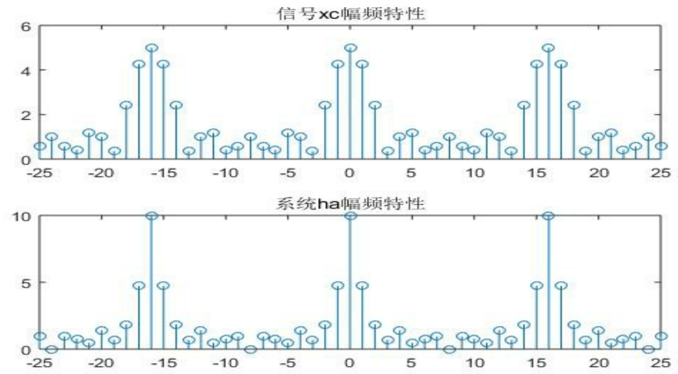


响应序列与理论结果如下图所示，事实证明二者非零长度一致。判断方法是将Y与$X \cdot H$比较。二者幅度一致。



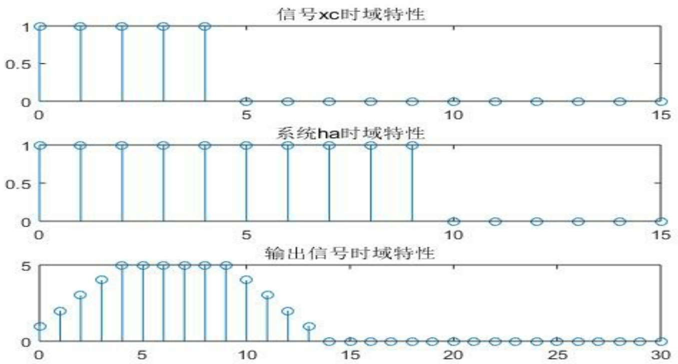
改变信号$x_c(n)$的矩形宽度，使 N=5，重复以上动作，观察变化。

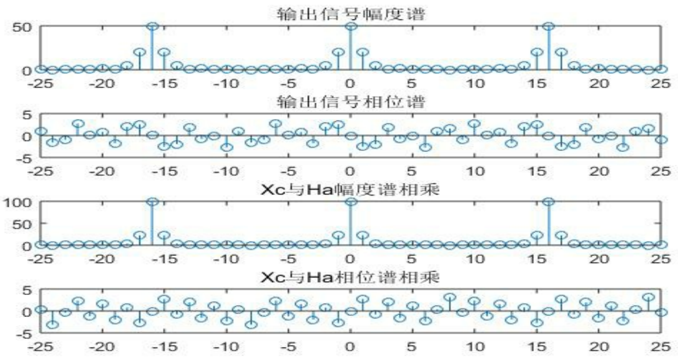




可以看到，N减小后，$x_c'(n)$的频谱变得更宽，变得更低。

对信号和系统做线性卷积，并做响应计算，如下所示。



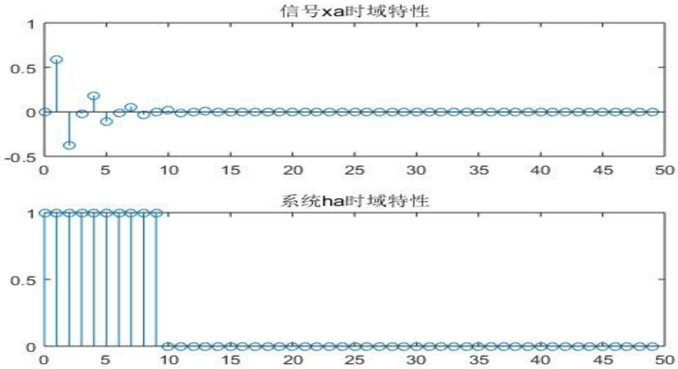


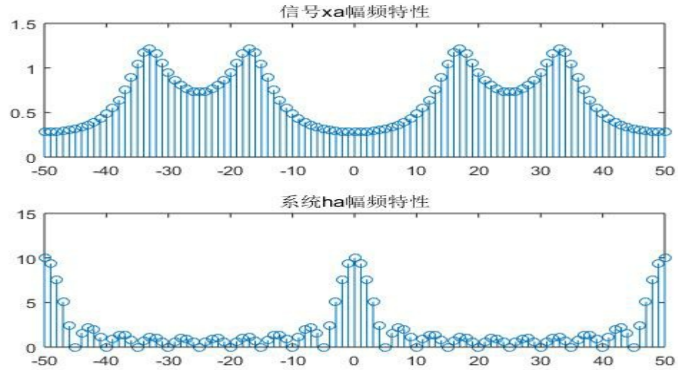
Y幅度谱明显宽于$X \cdot H$。两者存在很小的差异。

(3) 信号$x_a(n)$和系统$h_a(n)$分析

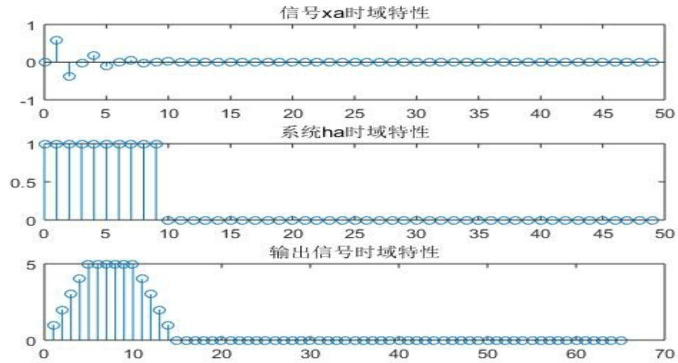
对信号$x_a(t)$，取参数$A = 1, \alpha = 0.4, \Omega_0 = 2.0734, T = 1$。

信号$x_a(n)$和系统$h_a(n)$的时域和幅频特性如下所示：

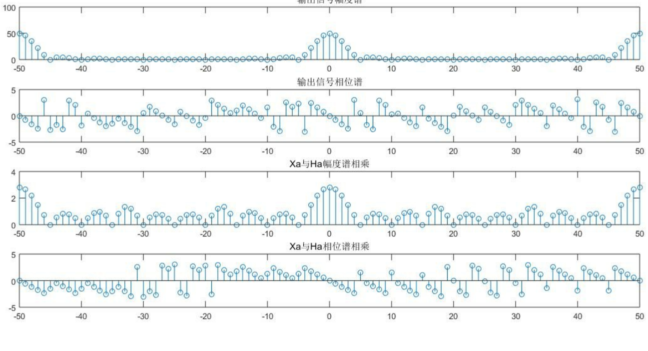




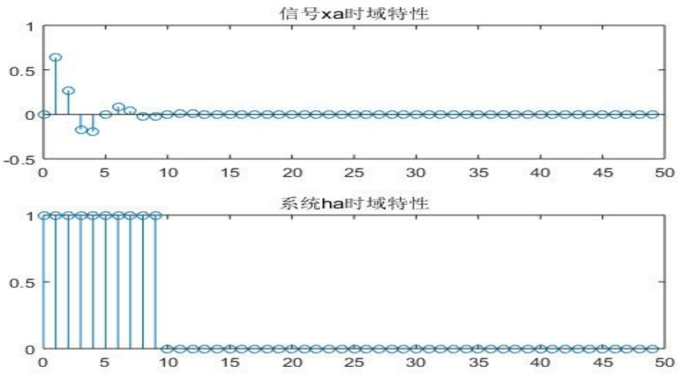
利用线性卷积求系统响应。输出信号如下所示：

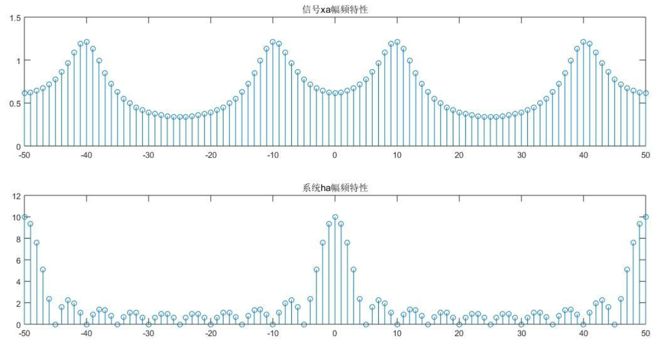


响应序列与理论结果如下图所示，事实证明二者非零长度一致。判断方法是将Y与$X \cdot H$比较。因为信号完成补零，二者存在明显差异，后者比前者更精细。



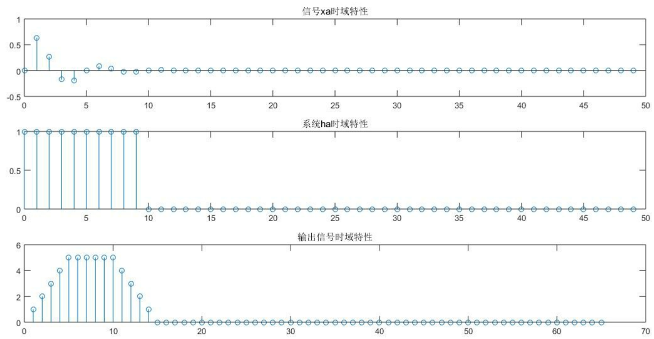
改变参数$\Omega_0 = 1.2516$，重复以上动作，观察变化。

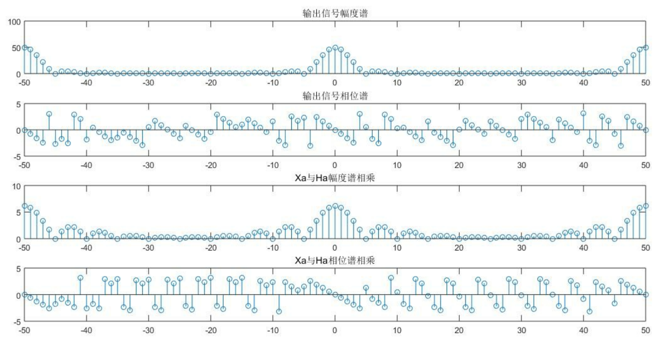




可以看到，Ω_0减小后，$x_a'(n)$的频谱，中间两个峰变得更近，外侧峰变得更远。

对信号和系统做线性卷积，并做响应计算，如下所示。





明显看到Y幅度谱明显宽于$X \cdot H$。后者比前者更精细，但没原信号明显。

5. 时域、幅频特性曲线差异总结

- 对于理想采样信号序列，采样频率越小，得到的信息越粗糙，混淆越严重。
- 对于高斯序列，指数比值q不会影响信号采样，时间平移p过大，会使信号损失严重，进一步造成泄露和混淆。
- 对于正弦衰减序列，a和f的值只会影响幅频的峰位和频谱相位。
- 三角波序列和反三角波序列的必须补零才能区分，这是因为未补零的序列实际可通过平移得到；而补零后则无法通过相互转换。补零对信息量没有增减，却使频谱更加精细，更利于分析。
- 信号与系统的响应则可以看到，Y与$X \cdot H$有重合也有区别较大的——这实际上就是补零造成的区别。未补零的响应和理论值契合良好，而补零情况下理论值表现更优，信息量更大。此外可能存在少量的混淆、计算周期的区别，也会造成相位谱、幅度谱的区别。

6. MatLab中常用的函数及其功能

MatLab中常用的函数有：

1. subplot

```
subplot(n,m,k)
```

生成的是一张$n \times m$的图。
2. stem

```
stem([x,]y)
```

用于绘图，其中横坐标为x，默认则是index[y]。
3. abs

```
X'=abs(X)
```

用于计算复数（列）的幅度。
4. angle

```
X''=angle(X)
```

用于计算复数（列）的辐角。
5. 傅里叶变换

```
X = x * exp(-j*2*pi/N).^(n'*k)
```

用于频谱分析。
6. m点快速傅里叶变换

```
X = fft(x,m)
```

其中x是需要分析的序列，m是快速傅里叶变换的点数，X是频域结果。

7. 个人收获

- 探讨Fourier变换时会发现，不同的积分周期，积分结果不同。讨论信号频域和理论情况应该注意周期。
- 补零可以使频谱变得更精细，进而区分一些信号。
- 有时Fourier变换混淆对分析的影响不大，比如只有相位谱的细微变化；有时产生明显影响，比如峰的交叠。