

# 《数字信号处理》课程实验报告

## 实验3 滤波器设计与滤波器特性分析

应奇峻 PB15000134

2019年1月3日

### 1. 实验目的

1. 掌握Matlab下滤波器设计工具(fdatool)的使用方法。
2. 掌握IIR滤波器设计方法与FIR滤波器设计方法。
3. 了解IIR滤波器设计与FIR滤波器设计方法的差异。
4. 掌握滤波器特性分析的方法。
5. 了解Matlab中sptool工具的使用方法。

### 2. 实验原理

本实验利用Matlab的工具fdatool完成。

### 3. 结果讨论

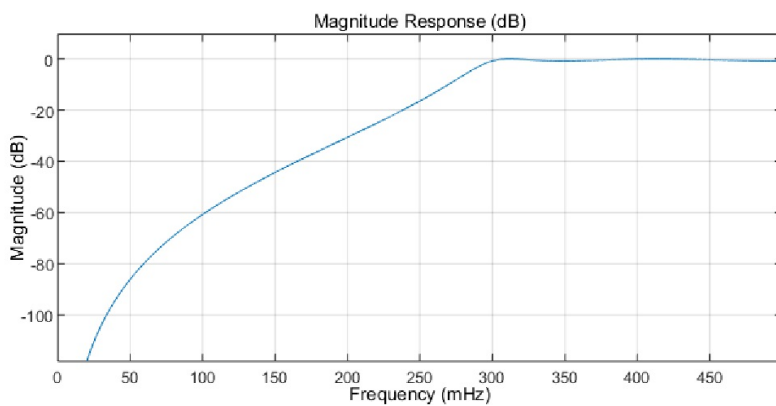
#### 3.1 IIR滤波器设计

##### 1、Chebyshev高通滤波器

根据要求调整fdatool的参数，得出满足条件的Chebyshev高通滤波器的传递函数为

$$H(z) = \frac{0.0262(1 - 4z^{-1} + 6z^{-2} - 4z^{-3} + z^{-4})}{1 + 1.5289z^{-1} + 1.6537z^{-2} + 0.9452z^{-3} + 0.2796z^{-4}}$$

幅频特性曲线如下图所示：



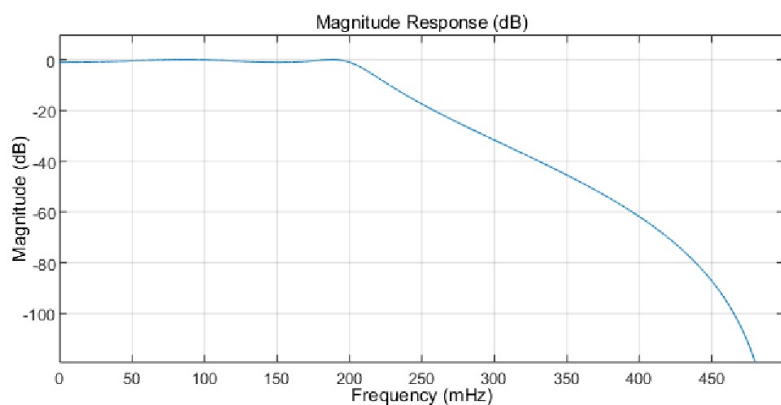
显而易见，滤波器满足要求。

##### 2、低通滤波器

根据要求调整fdatool的参数，得出满足条件的低通滤波器的传递函数为

$$H(z) = \frac{0.0243(1 + 4z^{-1} + 6z^{-2} + 4z^{-3} + z^{-4})}{1 - 1.5977z^{-1} + 1.7459z^{-2} - 1.02z^{-3} + 0.3074z^{-4}}$$

幅频特性曲线如下图所示：



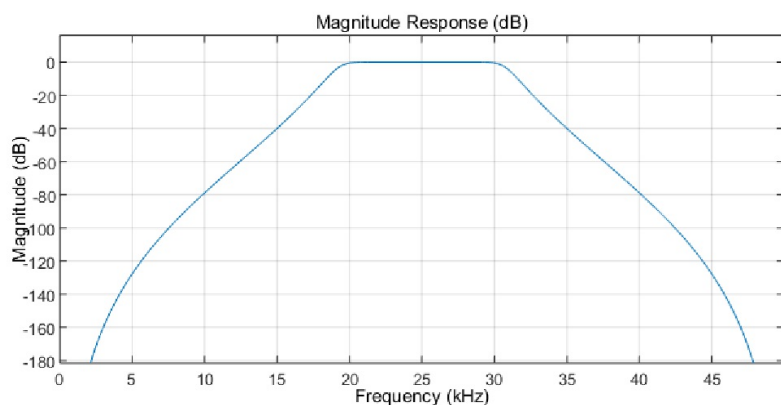
显而易见，滤波器满足要求。

### 3、Butterworth带通滤波器

根据要求调整fdatool的参数，得出满足条件的低通滤波器的传递函数为

$$H(z) = \frac{0.0002023(1 - 7z^{-2} + 21z^{-4} - 35z^{-6} + 35z^{-8} - 21z^{-10} + 7z^{-12} - z^{-14})}{1 + 3.7738z^{-2} + 6.5614z^{-4} + 6.6518z^{-6} + 4.203z^{-8} + 1.6437z^{-10} + 0.3666z^{-12} + 0.0359z^{-14}}$$

幅频特性曲线如下图所示：



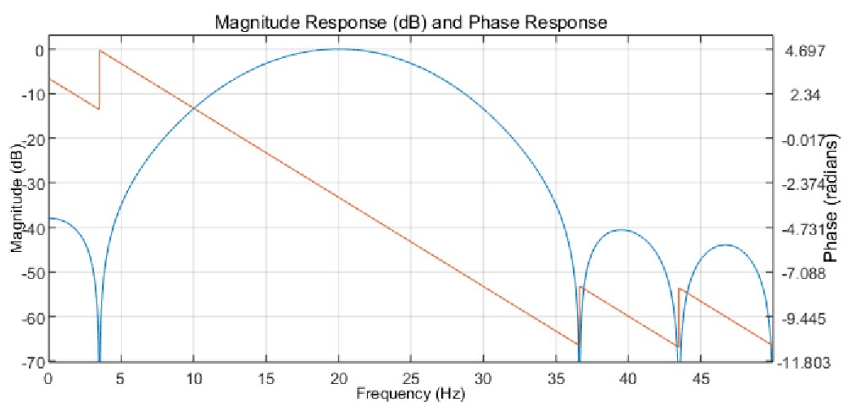
显而易见，滤波器满足要求。

## 3.2 FIR滤波器设计

### 1、Hanning窗带通滤波器

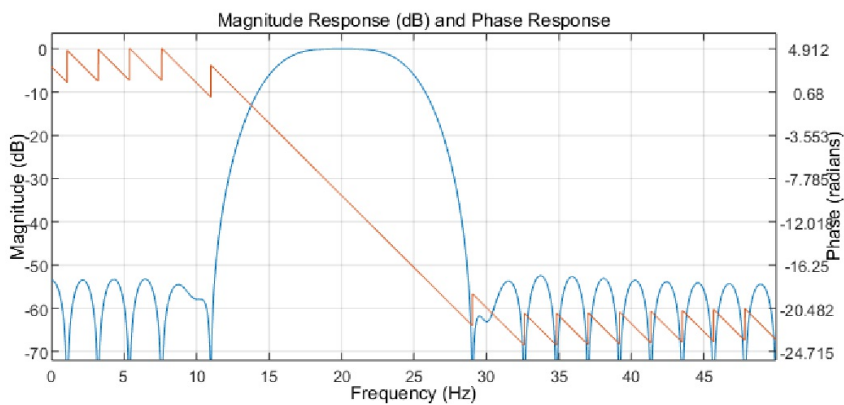
根据要求调整fdatool的参数。

$N = 15$ 时，幅频特性曲线如下所示：



实际3dB带宽为 $9Hz$ ，20dB带宽为 $28Hz$ 。

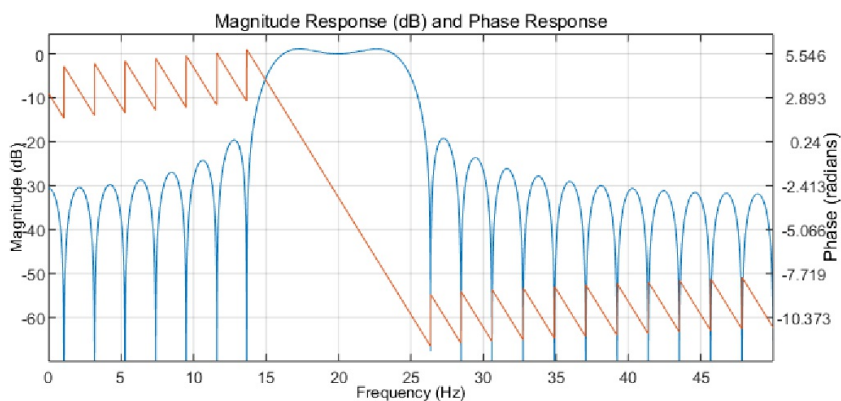
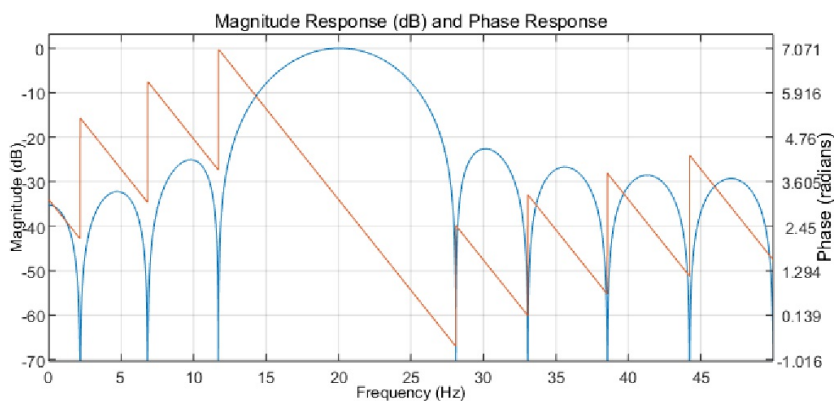
$N = 45$ 时，幅频特性曲线如下所示



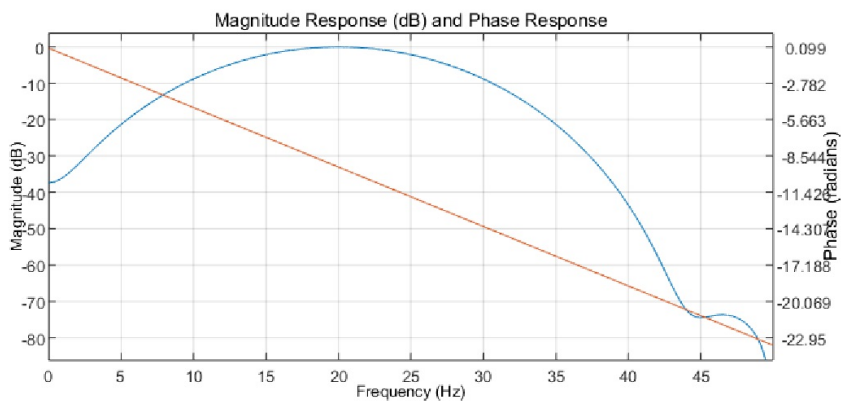
可见 $N$ 越大，通带带宽越窄，阻带衰减越大，滤波效果越好；同时相变周期越短、相变幅度越小。

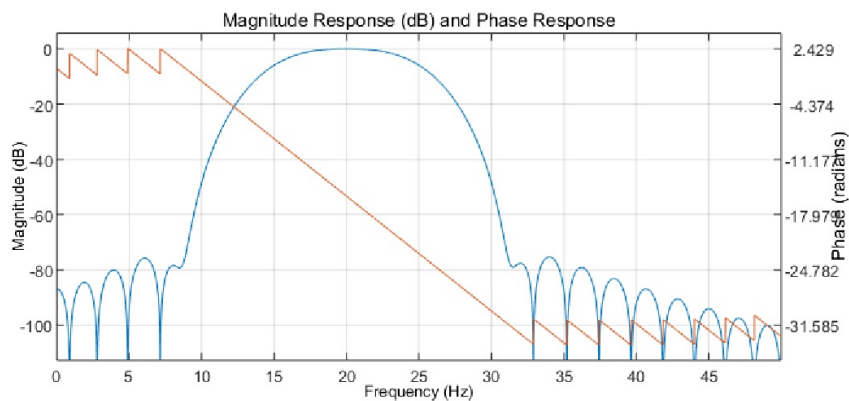
## 2、矩形窗和Blackman窗带通滤波器

$N = 15, 45$ 时的矩形窗滤波器如下：



$N = 15, 45$ 时的Blackman窗滤波器如下：



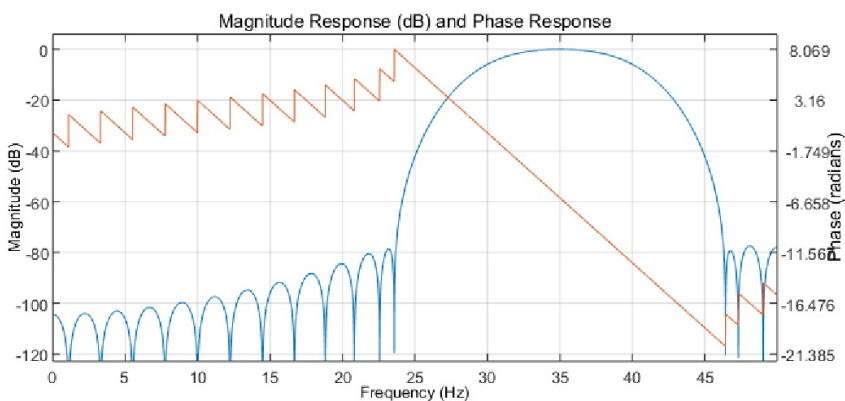
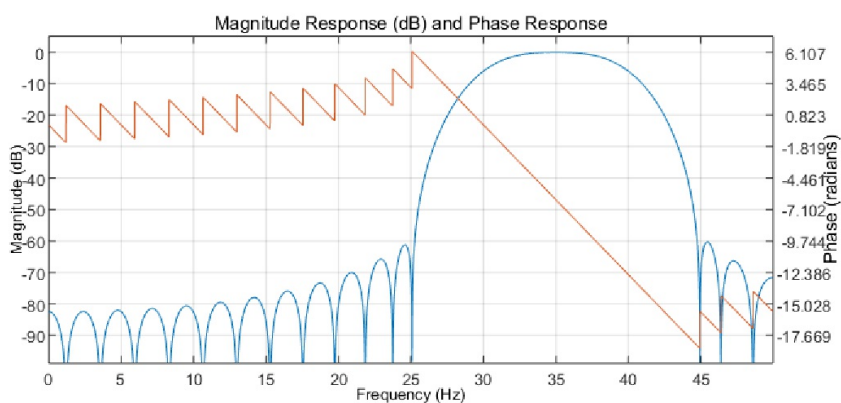
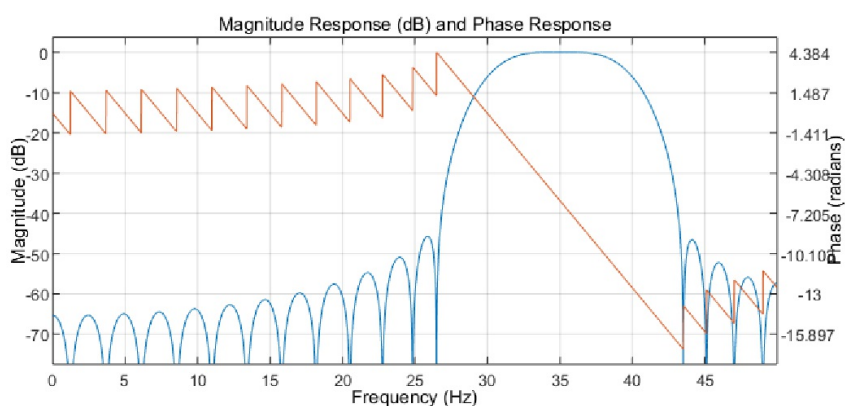


比较不同 $N$ 的情况，可以得到同上结论： $N$ 越大，通带带宽越窄，阻带衰减越大，滤波效果越好；同时相变周期越短、相变幅度越小。

此外相比起来，矩形窗通带最窄，阻带衰减最小；Hanning窗过渡带最窄，阻带衰减最大，效果和Blackman窗相近；Blackman窗通带最宽，旁瓣衰减很大，相比来说噪音最小。

### 3、Kaiser窗线性相位滤波器

$\beta = 4, 6, 8$ 时的Kaiser窗线性相位滤波器分别如下所示：



可以看到相位和频幅离通带越远，波动范围越小，频率也越小；通带弧形下降，过渡带较宽。

$\beta$ 越大，旁瓣频率越大，通带越宽，过渡带也越宽。

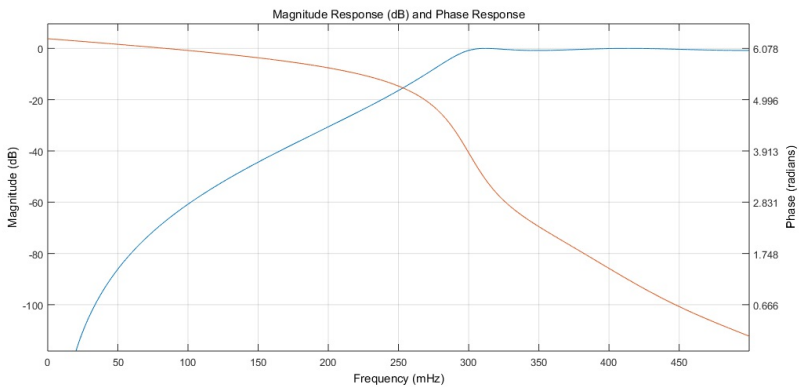
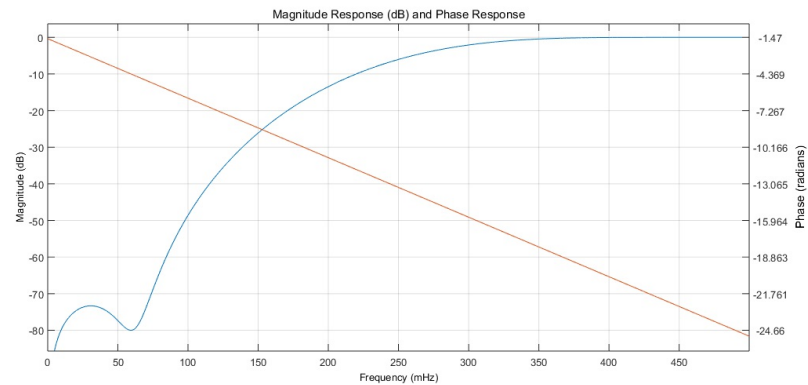
3.3 滤波器特性分析

基于Blackman窗函数的FIR设计方法重新设计三款IIR滤波器。比较幅频特性、相频特性、零极点、群延时、相位延时。

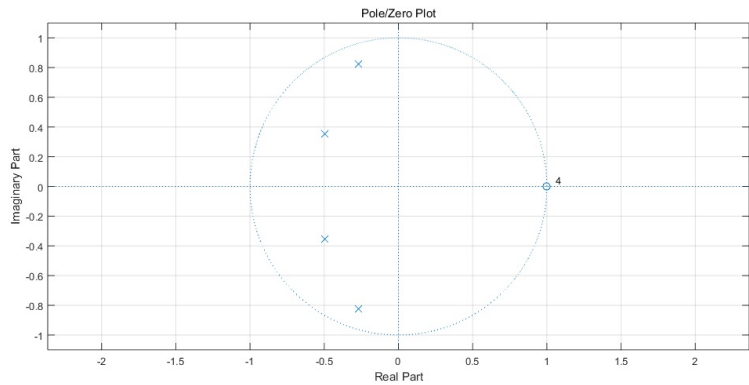
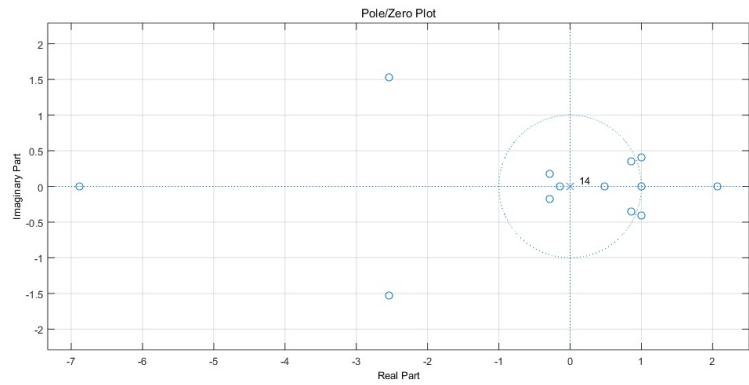
将FIR高通滤波器的频率特性曲线和IIR进行对比，结果分析在本节最后进行。

1、高通滤波器

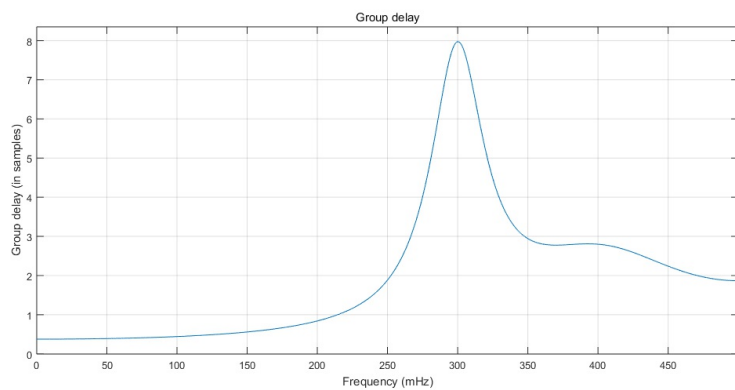
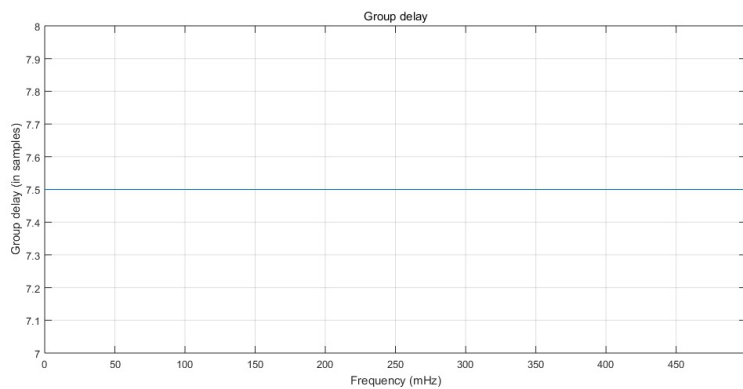
幅频和相位特性



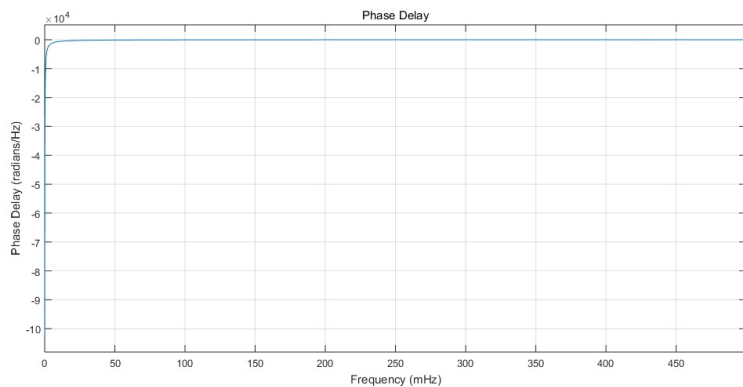
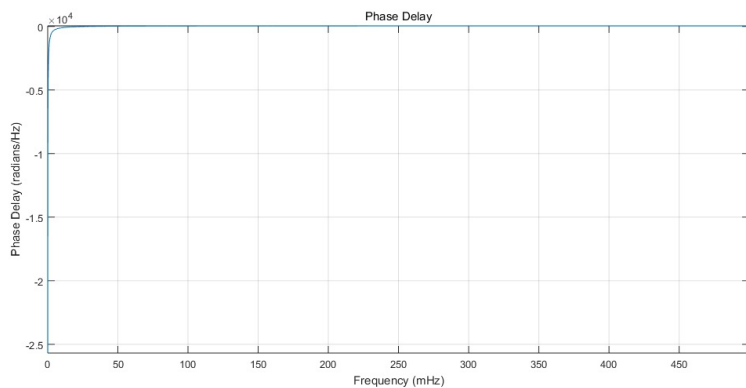
零极点



群延时

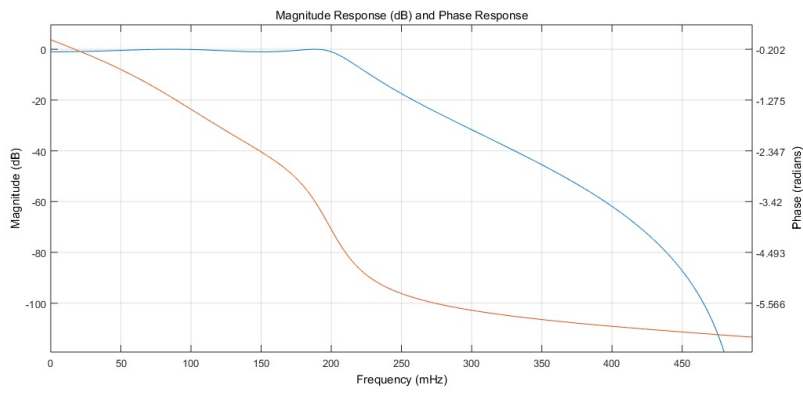
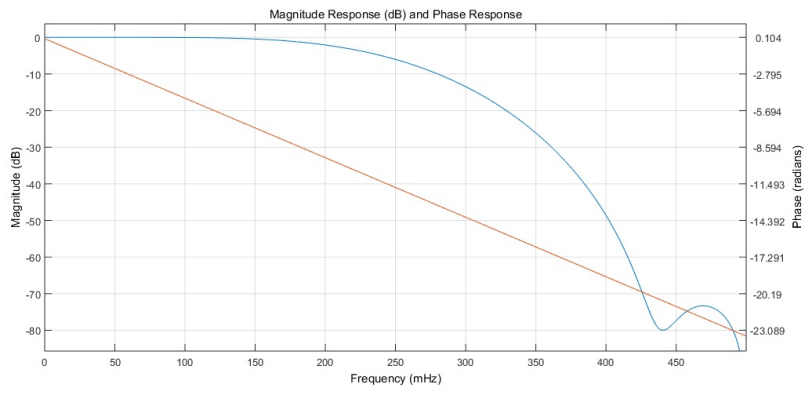


## 相位延时

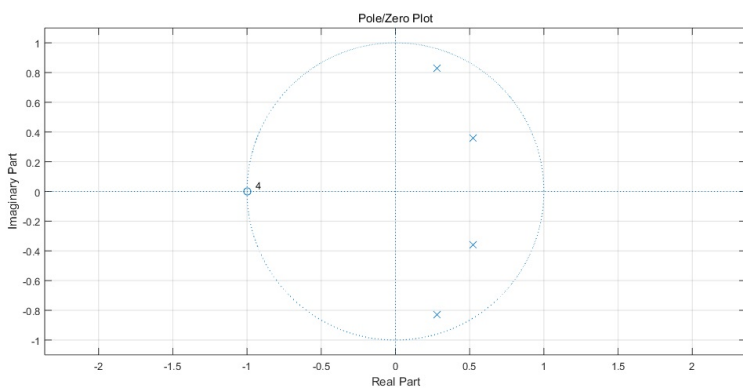
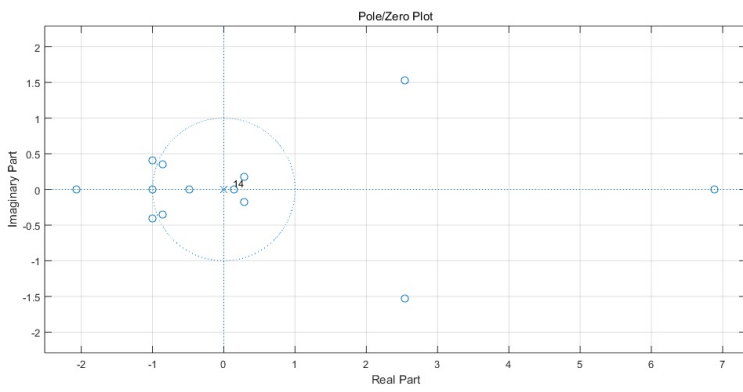


## 2、低通滤波器

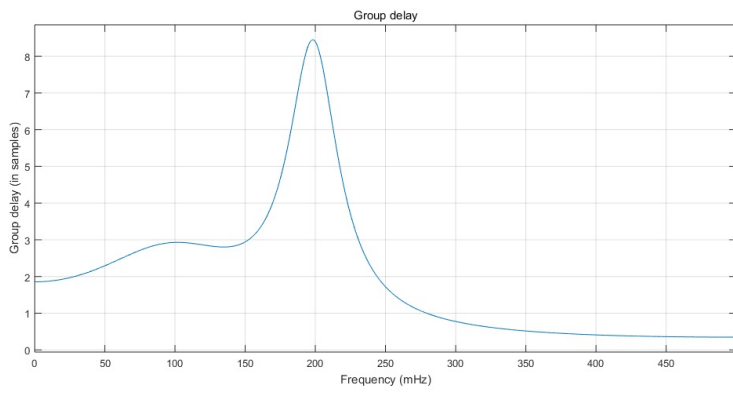
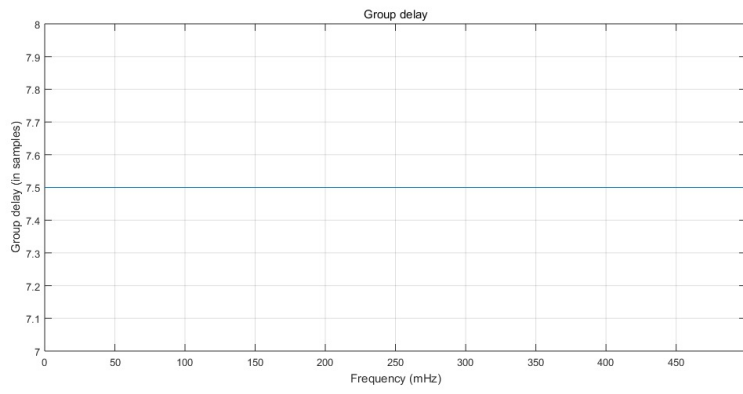
### 频幅和相位特性



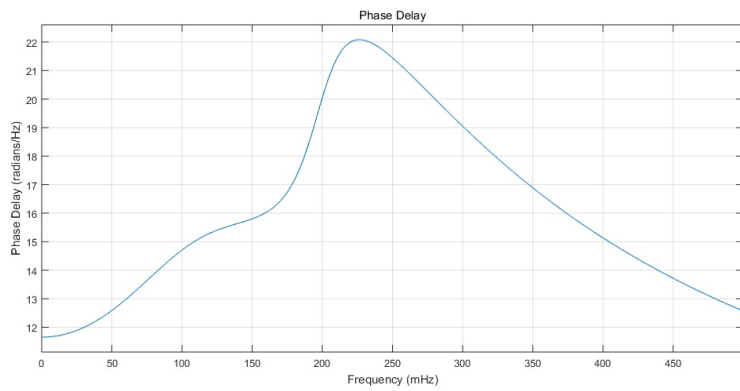
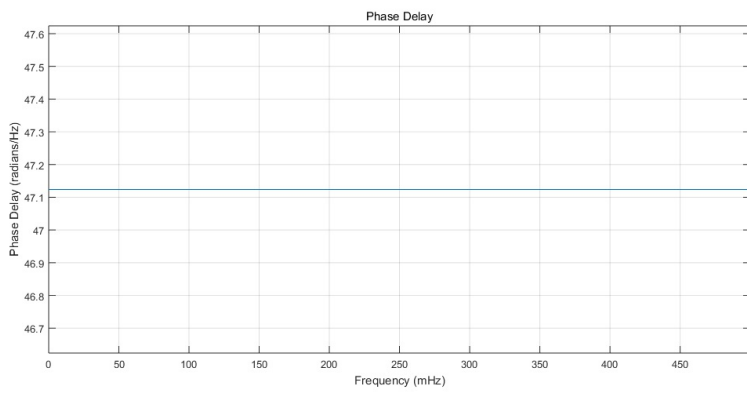
零极点



群延时



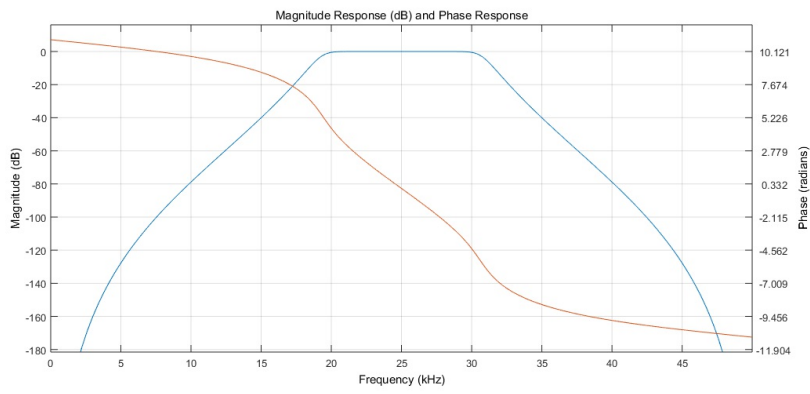
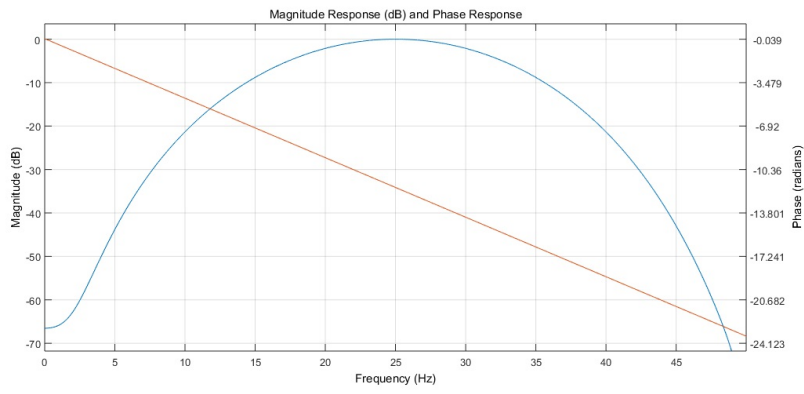
### 相位延时



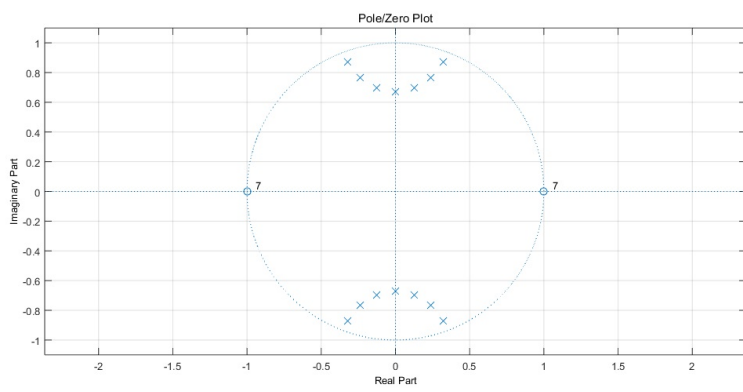
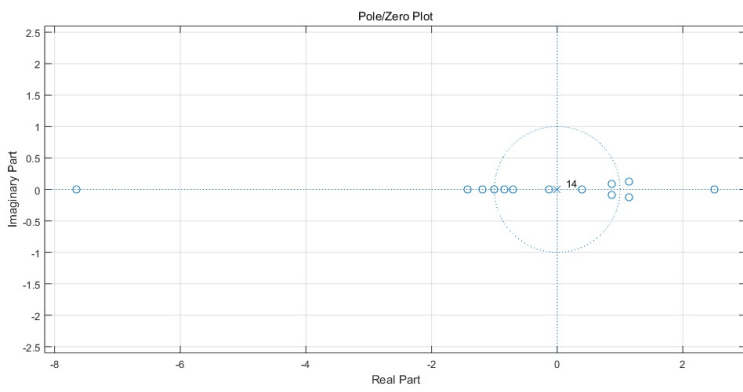
### 3、带通滤波器

#### 频幅和相位特性

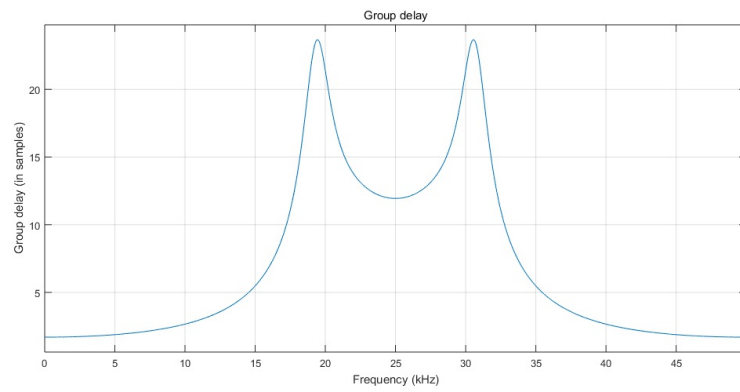
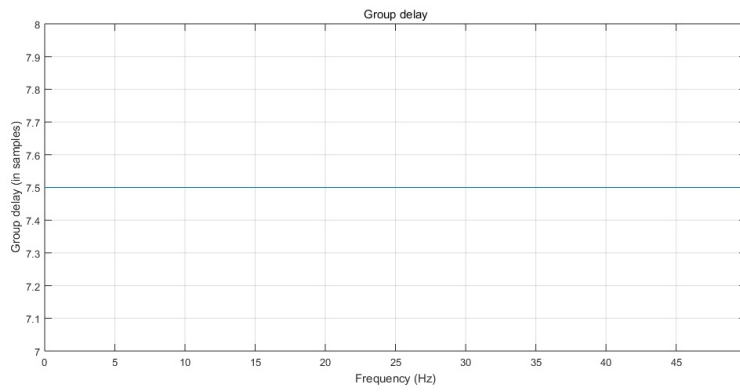




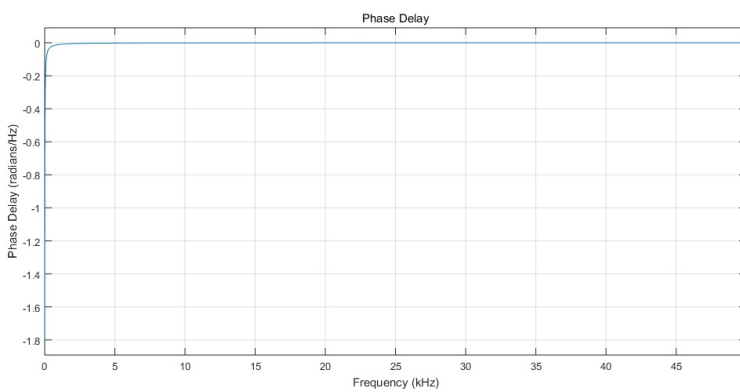
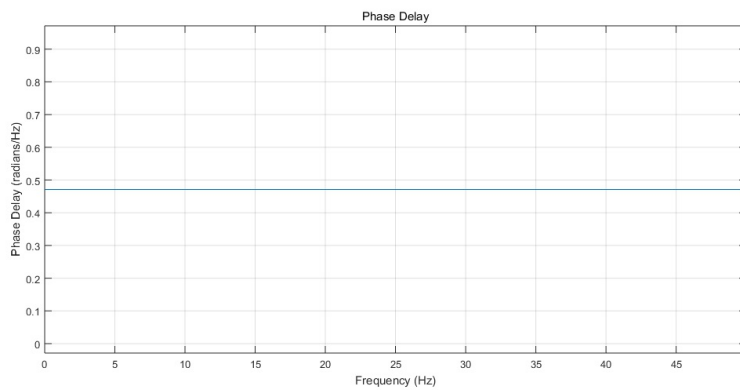
零极点



群延时



## 相位延时



## 4、结果分析

FIR和IIR的零极点分别如上所示。可见FIR零点比IIR多得多，且四类都有，而IIR集中在1点。

实现相同性能指标的滤波器，IIR所需的阶数远小于FIR。IIR有着优异的幅度响应特性，然此优越性的代价是非线性。相对的，FIR恰可构成线性相位滤波器，不同频率的正弦波产生的相移和正弦波频率成直线关系。因此，除相频特性决定的延迟外，可不失真地保留通带以内的全部信号。

线性相位等驾驭群延时为常数，当N为奇数时，滤波器群延时是取样间隔的整数倍；当N为偶数时，群延时是取样间隔整数倍再加半个。

零极点分布上，由于FIR滤波器的单位脉冲响应 $h(n)$ 仅含有有限个非零值，是因果的有限长序列。其z变换的特点可知，其零点可位于有限Z平面内的任何位置，剩下的极点均位于 $z = 0$ 处。

IIR的零点分布没有限制，极点分布在单位圆内。故有的资料将FIR称为全零点系统，将IIR称为极零系统。

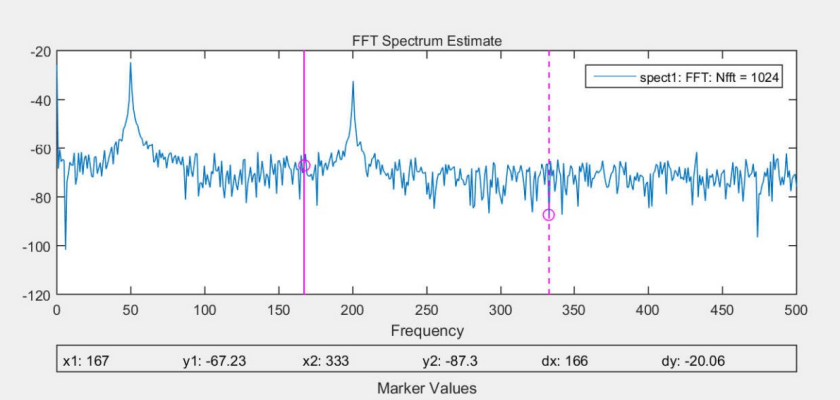
### 3.4 滤波器的实际运用

#### 1、信号特性

信号通过如下方式获得：

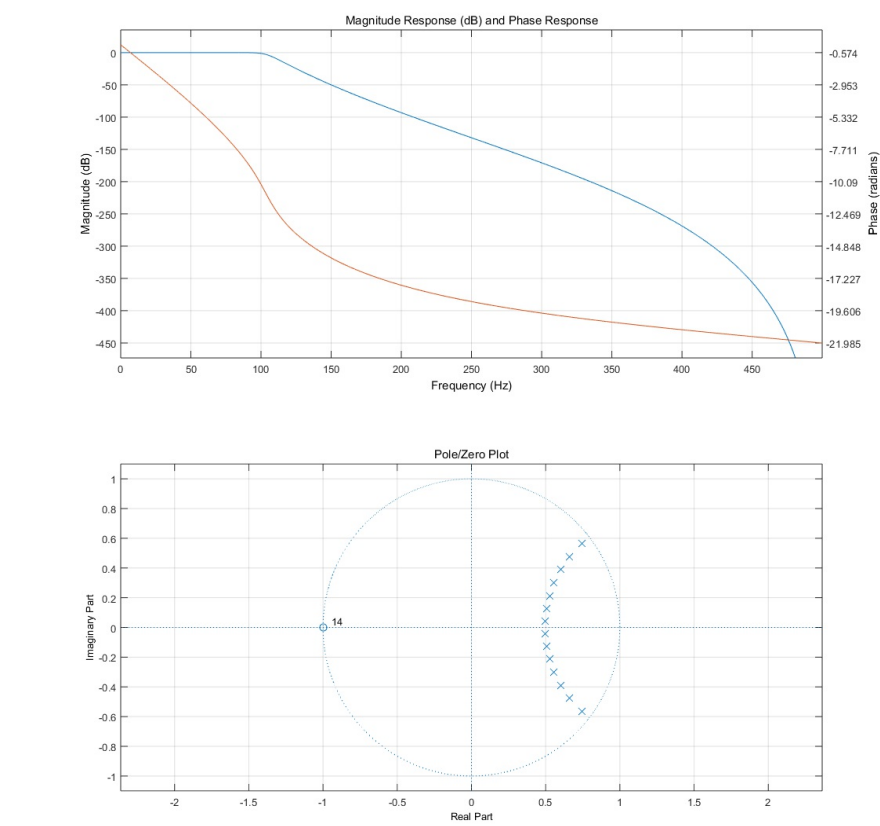
```
n = 1:100000;
fs = 1000;f1 = 50;f2 = 200;
x = 0.5 + 1.2*sin(2*pi*f1*n/fs) + 0.5*cos(2*pi*f2*n/fs);
>> x = x + 0.1*randn(size(x));
```

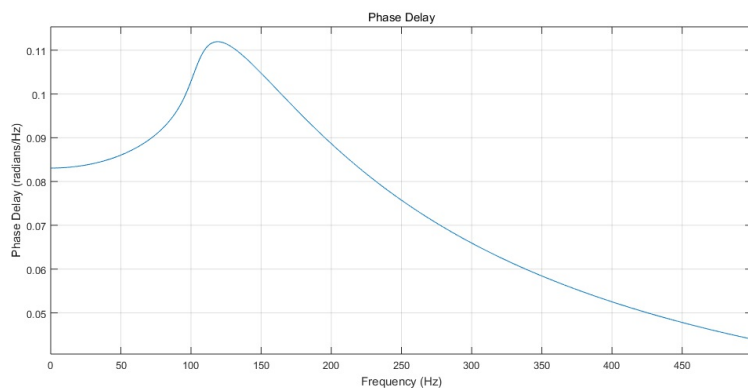
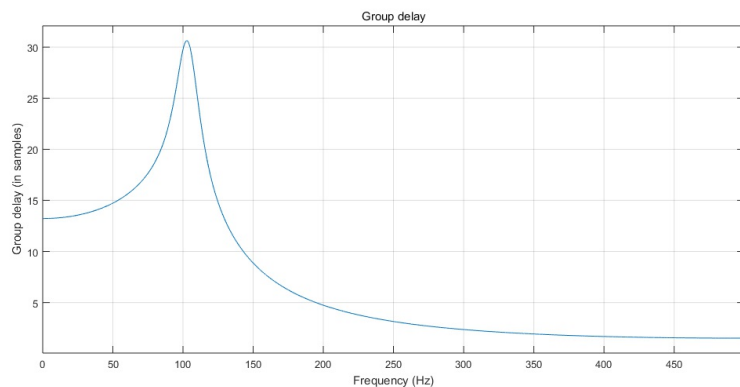
将结果导入sptool中，进行FFT分析。频谱如下所示：



#### 2、Butterworth低通滤波器

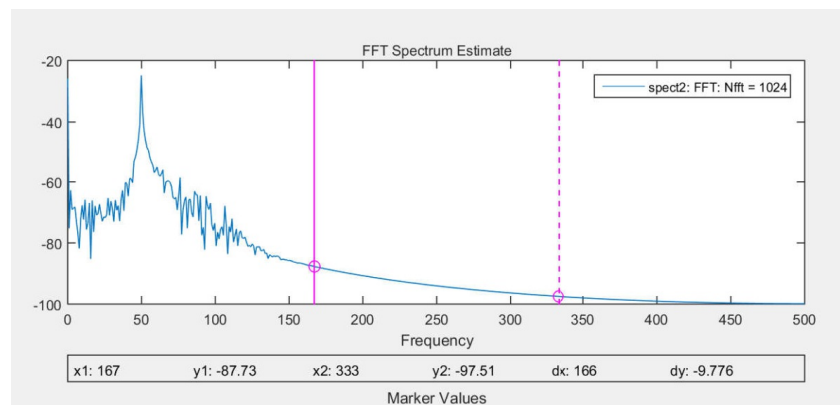
低通滤波器的特性如下所示。



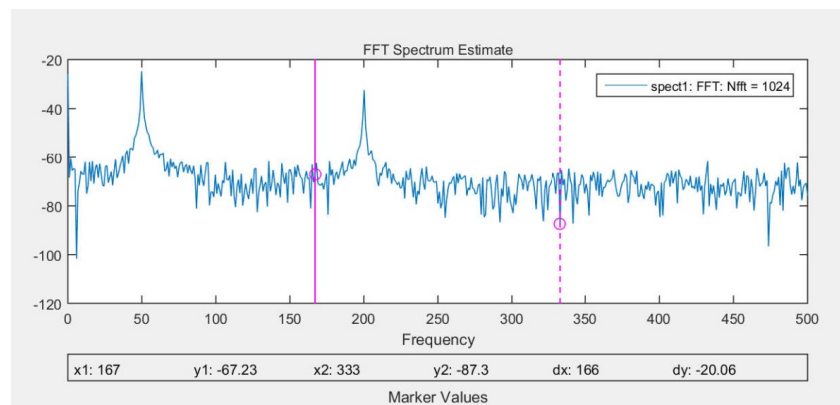


### 3、低通滤波结果

信号通过Butterworth滤波器后频谱如下所示：



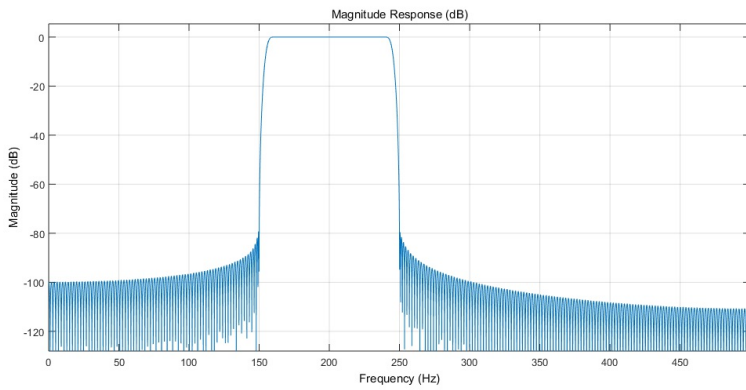
对比原信号：



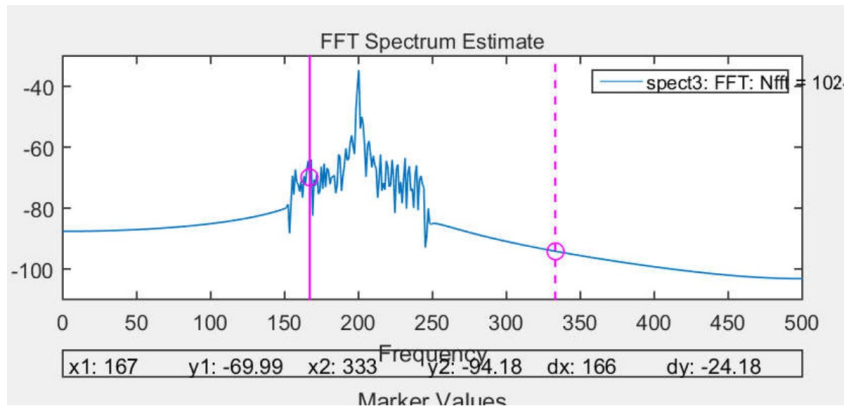
明显看到， $200\text{Hz}$ 的分量已被滤除，只剩直流分量和 $50\text{Hz}$ 分量了。

### 4、Kaiser带通滤波器

设计Kaiser带通滤波器，其频谱如下所示：



将信号通过上述滤波器，得到的信号频谱如下：



可以看到，直流量和 $50\text{Hz}$ 的分量已经基本滤除，只剩下了 $200\text{Hz}$ 的分量。

## 4. 总结分析

### 4.1 IIR滤波器和FIR滤波器的优缺点

IIR和FIR滤波器的优缺点前面已经阐述，在这里进行简略概括。

为实现相同的目的，IIR阶数比FIR小得多。

同时FIR是线性相位因果序列，可以不失真地保留大多数数据。

IIR是全零点系统，FIR是极零系统。

### 4.2 实验结论

#### IIR滤波器幅频特性模型的选取

Butterworth滤波器的频率特性曲线，无论在通带和阻带中都是频率的单调函数。因此，当通带的边界处满足指标要求时，通带内肯定会有裕量。显然，更有效的设计方法应该是将精确度均匀地分布在整个阻带或通带内，或者同时分布在两者之内。这样就可以用阶数较低的系统满足要求。这可以通过选择具有等纹波特性的逼近函数来实现。

而切比雪夫滤波器的频率特性就满足前面一种等纹波特性和阻带（通带内单调）。

本实验涉及的椭圆滤波器则具有后一种等纹波特性和通带和阻带内均等纹波。

综上分析，当滤波器性能指标相同时，实现所需的阶数N：

椭圆滤波器<切比雪夫滤波器<巴特沃斯滤波器。

#### 传递函数

fdtool中传递函数由SOS矩阵实现，可是无法根据参数直接写出，这时需要用到matlab函数。

使用matlab的sos2tf函数，可以求出传递函数的矩阵。具体实现如下：

```
[b,a] = sos2tf(sos,G)
```

#### 个人小结

本次实验，我由如下收获。

①掌握了MATLAB中使用fdtool工具箱和sptool工具箱进行滤波器设计和信号处理的方法。

- ②加深了对FIR和IIR滤波器的设计方法的掌握，同时对滤波器各项性能指标的物理意义有了更直观的认识，掌握了滤波器特性分析的方法。
- ③巩固了对于HR和IIR两种数字滤波器的差异，同一类滤波器不同设计方法的差异的认识。