HW1 离散时间信号与系统

1．判断下面的序列是否为周期信号。若是，确定其最小周期（基频）。

(1) $x(n)=\cos\left(\frac{\pi n}{3}\right)$

(2) $x(n)=\cos\left(\frac{3\pi n}{11}+1\right)$

(3) $x(n)=\sin\left(\frac{4\pi n}{3}\right)$

(4) $x(n)=\mathrm{e}^{\left(\frac{j\pi n}{4}\right)}$

(5) $x(n)=\sin\left(\frac{3n}{4}\right)$

2．设 $x(n)$ 和 $y(n)$ 分别表示一个系统的输入和输出，试确定下列系统是否为：（a）稳定系统 （b）因果系统 （c）线性系统，并说明理由。

(1) $y(n)=ax^2(n)$

(2) $y(n)=x(n)+3$

(3) $y(n)=x(n-n_0)$

3．设序列 $x(n)$ 傅立叶变换为 $X(e^{j\omega})$，求下列序列的傅立叶变换。

(1) $x^*(n)$

(2) $\mathrm{Re}\left[x(n)\right]$

(3) $x(2n)$

(4) $g(n)=\begin{cases} x(n/2), & n\text{为偶数} \\ 0, & n\text{为奇数} \end{cases}$

4. 设 $X(z)$ 是 $x(n)$ 的 Z 变换，求下列序列的 Z 变换。

(1) $x(-n)$

(2) $x^*(n)$

(3) $n^2x(n)$

5．设有一个采样周期为 T 、开关间隙为 τ 的采样器 $p(t)$。若采样器的输入信号为 $x_a(t)$，求采样器的输出信号 $x_s(t)=x_a(t)p(t)$ 的频谱结构，并证明若采样周期 T 满足奈奎斯特准则，τ 值在 $0<\tau<\dfrac{T}{2}$ 之间变化或者频谱周期重复均不会造成频谱混叠。其中，

$$p(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}r(t-nT),\ r(t)=\begin{cases}1 & 0\le t\le\tau\\ 0 & others\end{cases}$$

。（提示：可以通过简单的频谱图进行示意）

6. 研究一个线性时不变系统，其单位取样响应为指数序列 $h(n)=a^n\cdot u(n)$，其中 $0<|a|<1$，求其对矩形输入序列 $R_N(n)=\begin{cases}1 & 0\le n<N-1\\ 0 & others\end{cases}$ 的输出序列。

7．研究者常采用数字滤波器对模拟信号进行处理，整个过程如图 1 所示。图中 T 表示采样周期，把从输入模拟信号 $x(t)$ 到输出模拟信号 $y(t)$ 的整个系统等效为一个模拟滤波器。

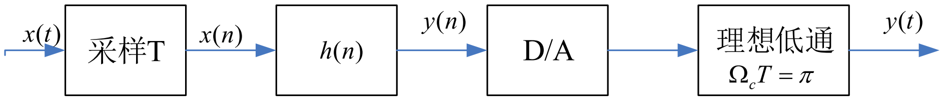

图 1

(1) 如果 $h(n)$ 截止于 $\dfrac{\pi}{8}rad$，$1/T$=$10kHz$，求整个系统的截止频率，分别用模拟域角频率 Ω_c、模拟域频率 f_c 以及数字域频率 ω_c 表达。

(2) 对于 $1/T$=$20kHz$，重复(1)的计算。

8．图 2 是一个因果稳定系统的结构，试列出系统差分方程，求系统函数，并确定其收敛域。当$b_0=0.5$、$b_1=1$、$a_1=0.5$时，求系统单位脉冲响应，在 Z 平面上画出系统零极点分布图和收敛域。

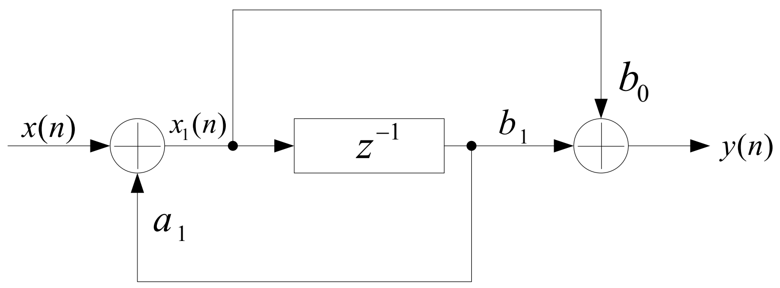

图 2

9．一个广义的 Fibonacci 序列的序列数$x(n)$满足差分方程：

$$x(n+2)=x(n)+x(n+1) \qquad n\geq 0$$

在$x(0)=0$和$x(1)=1$的情况下，请用 z 变换方法求出$x(n)$的闭合表达式。

10．设$h(n)$为一个截止频率为ω_c的低通滤波器的单位脉冲响应。

(1) 什么类型的滤波器具有单位脉冲响应$g(n)=(-1)^n h(n)$？

(2) 若用差分方程$y(n)=\sum_{k=1}^{p}a(k)y(n-k)+\sum_{k=1}^{q}b(k)x(n-k)$实现一个具有单位脉冲响应$h(n)$的滤波器，为了实现一个具有单位脉冲响应$g(n)=(-1)^n h(n)$的系统，这个差分方程应如何修改？