

分子场理论成功描述了强磁性物质的自发磁化行为，但在低温和居里点附近的温度关系却明显偏离了实验结果。仔细考虑就可知道，出现这个问题并不奇怪，因为根据海森伯模型，交换作用是一种很强的近距离作用，磁矩之间存在着很强的关联，而分子场理论却借用了处理无相互作用粒子体系的朗之万理论，显然不能解释铁磁体的相关行为。自旋波理论计入了自旋之间的长程关联行为，从体系整体激发的概念出发，成功解释了自发磁化在低温下的行为。

自旋波理论采用了和海森伯理论相同的模型：原子磁矩来源于未满的、局域在 $3d$ 轨道上的电子自旋，但和海森伯理论不同，它关注的不是形成自旋磁矩平行排列的机制，而是磁矩平行排列后的行为。

3.3 自旋波理论 (Bloch 1930)

- 一. 自旋波的物理图像
- 二. 自旋波的半经典理论
- 三. 自旋波的量子力学处理
- 四. 低温下自发磁化强度随温度变化 $T^{3/2}$ 定律的推导
- 五. 自旋波的实验研究
- 六. 自旋波理论的发展

参考 戴道生《铁磁学》第4章
姜书 3.8 节p159-167。

一. 自旋波的物理图像

F.Bloch. Z.Physik, 61,206(1930)

自旋波（Spin Wave）的概念是1930年布洛赫基于海森伯模型首先提出的。

设有 N 个格点组成的自旋体系，每个格点的自旋为 S ，假设相邻自旋间的交换作用均相同，且 $A > 0$ ，在只考虑最近邻格点交换作用的前提下，体系的交换作用能可以表示为：

$$E_{ex} = -2A \frac{1}{2} \sum_i^N \sum_j^z \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j$$

在绝对零度（ $T = 0 \text{ K}$ ），由于 $A > 0$ ，热力学第三定律要求系统中每个格点的自旋呈完全平行状态，每个格点的自旋量子数取最大值 S ，体系的总磁矩为 $M(0) = NSg_S\mu_B$ 。这时系统总能量最低，处于基态。

他实际上假定了每个格点的自旋为 $1/2$ 。

当温度稍微升高，热能使体系中任一自旋发生翻转时，它相邻的格点上的自旋由于交换作用也趋向翻转；另一方面，同样由于交换相互作用近邻格点的自旋也会力图使翻转的自旋重新翻转回来。因此自旋翻转不会停留在一个格点上，而是要一个传一个，以波的形式向周围传播，直至弥散到整个系统，我们把这种自旋翻转在系统中的传播称为自旋波。自旋波是以波矢量 k 来区分的。

这种情形就像晶格振动以格波方式在晶体中传播一样。处理晶格振动的方法可以借用来处理自旋波问题，“磁(振)子(magnon)就是量子化的自旋波”，或说是自旋波的能量量子。和声子一样，它也代表一种集体运动，是固体中一种重要的元激发，是由局域自旋之间存在交换作用而引起的。

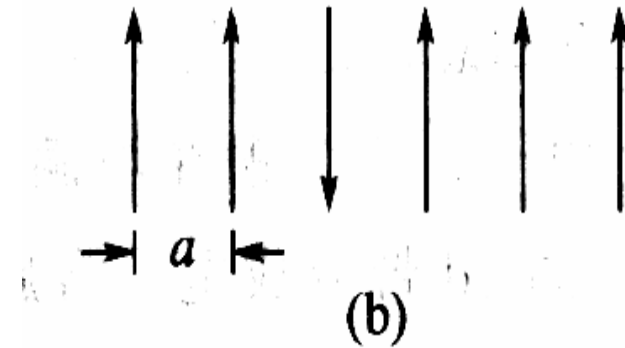
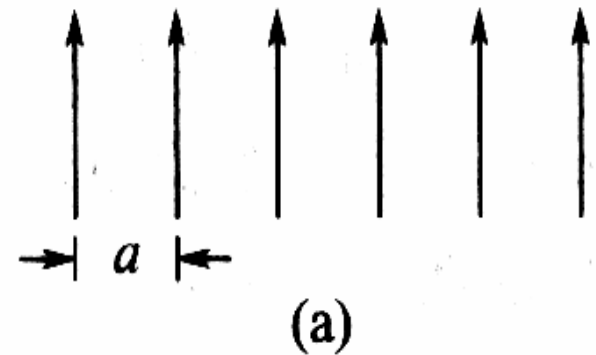
Kittel 一书的叙述

0 K时，在简单铁磁体中（图a），全部自旋是平行的，如假定 N 个自旋排成一线，按照海森伯模型，其能量是：

$$E_{ex} = -2A \sum_{i=1}^N \vec{S}_i \cdot \vec{S}_{i+1}$$

若把 S 当做经典矢量处理，则在基态： $\vec{S}_i \cdot \vec{S}_{i+1} = S^2$ 系统的交换能是：

$$E_{ex}^0 = -2NAS^2$$



第一激发态的能量是多大？ 图b 是其中一个自旋翻转的情况，它可以使能量增加 $8AS^2$ ，

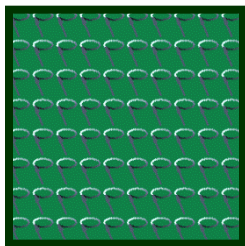
$$E_{ex}^1 = E_{ex}^0 + 8AS^2$$

注：一个翻转引起2个近邻交换能变正，2个变号，相当于求和少4个，所以：

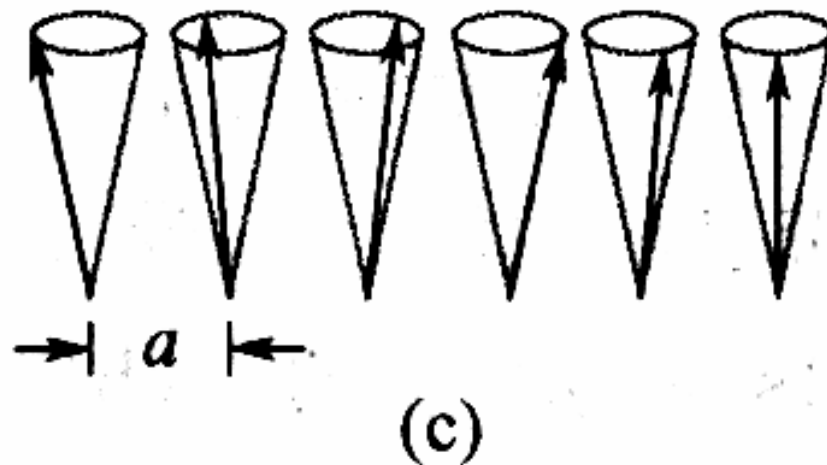
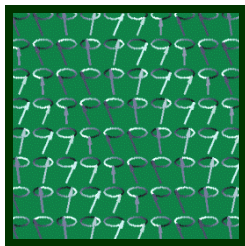
$$E_{ex}^1 = -2A(N-4)S^2$$

但如果让所有的自旋分担这一反向，如图 c 所示，就可以构成一个能量低得多的激发态，这种低能量的激发态就是自旋波，（自旋矢量在圆锥面上进动，每一个自旋的相位比前一个自旋都超前一个相同的角度。）自旋系统的这种元激发具有与波相似的形式，它们与晶格振动波类似，自旋波是晶格中自旋的相对取向的振动，晶格振动是晶格原子的相对位置的振动。

Coherent
Precession



Spin Wave



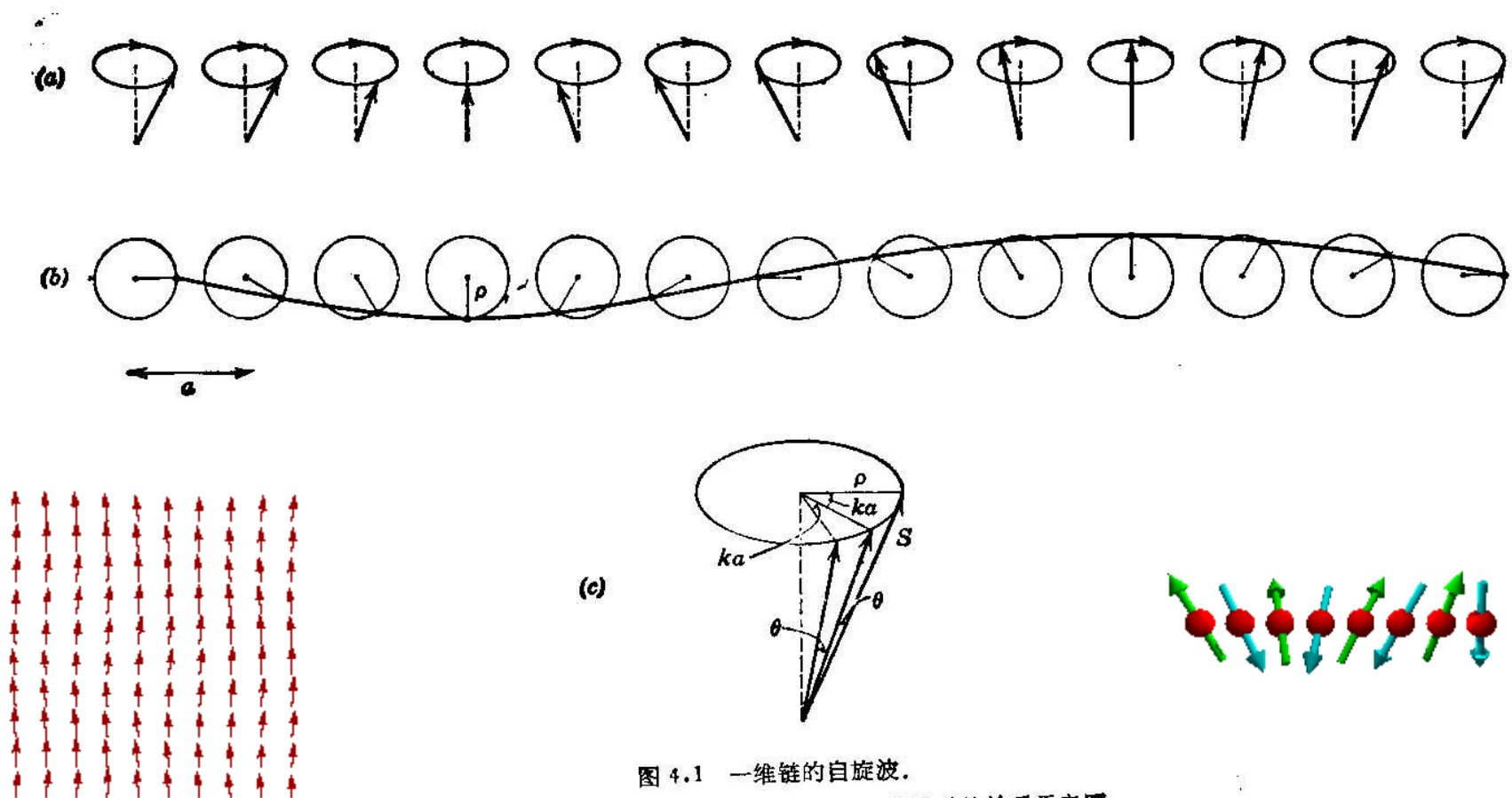


图 4.1 一维链的自旋波。
(a) 侧视图；(b) 俯视图；(c) ka 大小和进动的关系示意图。

从俯视图上可以明显看出波的含义。但波的传播方向并不一定垂直于磁场方向。这种画法只是为了方便。

黄昆书 p417的简要说明:

根据局域电子模型, 铁磁体的**基态是**所有自旋沿同一方向排列, 在低温下, 除处于基态以外, 还有一定几率处于低激发态, 容易想到一个自旋翻转可以得到最低的激发态, 但是, 由于每个自旋都与它近邻的自旋相耦合, 所以**一个自旋的翻转不是简正模式, 所有自旋的运动将耦合在一起**; 从量子力学的观点看, 由于翻转的自旋可以处在不同的格点上, 因而它们是**能量简并的 N 个量子态, 相互作用的微扰有可能使它们组合成能量更低的量子态。**

二. 自旋波的半经典理论

如同晶格振动情形，我们先讨论原子数为 N , 间距为 a , 每个原子自旋为 S 的一维原子链的运动。只考虑最近邻情况，作用在第 p 个自旋上的作用能为： $-2AS_p \cdot (S_{p-1} + S_{p+1})$ 如果把 p 点的磁矩写成： $\mu_p = -S_p g \mu_B$ 则作用能可表示成：

$$-\mu_p \cdot \left[\left(-\frac{2A}{g \mu_B} \right) (S_{p-1} + S_{p+1}) \right] = -\mu_p \cdot B_p^{\text{eff}}$$

中括弧里的项可以理解为作用在 p 自旋上的一个有效磁场。根据力学定理，角动量的变化速率等于作用在自旋上的力矩： $\mu_p \times B_p^{\text{eff}}$ 于是给出运动方程：

(见Kittel书8版p228-230)，黄昆书p417-421

$$\hbar \frac{d\vec{S}_p}{dt} = \vec{\mu}_p \times \vec{B}_p^{eff} = 2A \left(\vec{S}_p \times \vec{S}_{p-1} + \vec{S}_p \times \vec{S}_{p+1} \right)$$

写成分量形式：

$$\frac{dS_p^x}{dt} = \frac{2A}{\hbar} \left[S_p^y (S_{p-1}^z + S_{p+1}^z) - S_p^z (S_{p-1}^y + S_{p+1}^y) \right]$$

.....

该方程组是非线性的，如果激发幅度很小，取 $S_p^z = S$ 并略去 S 的平方项，就得到一个线性方程组：

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS_p^x}{dt} = \frac{2AS}{\hbar} (2S_p^y - S_{p-1}^y - S_{p+1}^y) \\ \frac{dS_p^y}{dt} = -\frac{2AS}{\hbar} (2S_p^x - S_{p-1}^x - S_{p+1}^x) \\ \frac{dS_p^z}{dt} = 0 \end{array} \right.$$

和晶格振动情形一样，给出行波解：

$$S_p^x = u \exp[i(pka - \omega t)]$$

$$S_p^y = v \exp[i(pka - \omega t)]$$

式中 u 和 v 是常数， a 是晶格常数， p 为标志格点位置的整数代入方程后，有：

$$-i\omega u = \frac{2AS}{\hbar} (2 - e^{-ika} - e^{ika})v = \frac{4AS}{\hbar} (1 - \cos ka)v$$

$$-i\omega v = -\frac{2AS}{\hbar} (2 - e^{-ika} - e^{ika})u = -\frac{4AS}{\hbar} (1 - \cos ka)u$$

方程组对 u ， v 有解的条件是：

$$\begin{bmatrix} i\omega & \frac{4AS}{\hbar} (1 - \cos ka) \\ -\frac{4AS}{\hbar} (1 - \cos ka) & i\omega \end{bmatrix} = 0$$

于是解得：
$$\hbar\omega = 4AS(1 - \cos ka) = 8AS \sin^2\left(\frac{ka}{2}\right)$$

这就是一维单原子链自旋波的色散关系。

代回方程可以证明： $\mathbf{v} = -i\mathbf{u}$ 这相应于自旋绕 z 轴做进动。

这种进动在晶格中的传播就是自旋波。相邻格点间的位相变化由在简约布里渊区内取值的波数矢量 k 确定。右图是色散关系的示意图。在长波区域，

$$ka \ll 1,$$

$$\sin^2\left(\frac{ka}{2}\right) \approx \frac{1}{4}(ka)^2$$

$$\hbar\omega \simeq (2ASa^2)k^2$$

$$\propto k^2$$

相同极限下，声子 $\propto k$

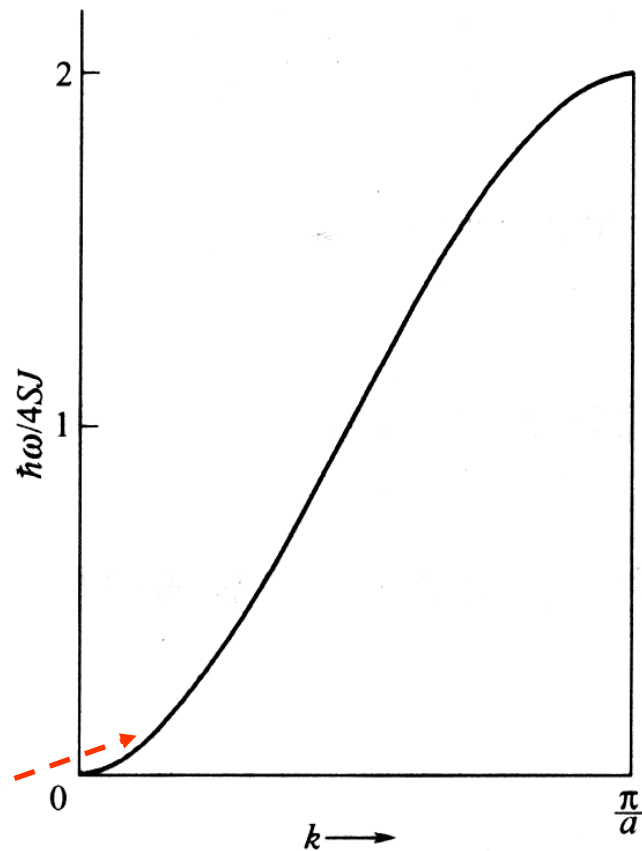


图 10 具有最近邻相互作用的一维铁磁体中磁波子的色散关系。

式中 k 取值是量子化的, N 个原子的一维原子链, 周期性边界条件给出:

$$k = \frac{2p\pi}{Na}, p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \frac{N}{2}$$

即 ka 的取值范围是 $[-\pi, \pi]$, 即相应于在倒格子的第一布里渊区内取值。

自旋波（磁子）的等效质量: (见戴书p237)

$$\because \varepsilon = \hbar\omega = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$$

$$\therefore m^* = \frac{\hbar^2}{4ASa^2}$$

$$a \sim 10^{-10} \text{ m}, A \sim 500 \text{ K}, S = 1/2$$

$$m^* \sim 10^{-28} \text{ kg} \gg m_e (10^{-31} \text{ kg})$$

三. 自旋波的量子力学处理

我们也可从交换作用的哈密顿量出发，求解薛定谔方程的本征解，从而给出自旋波的色散关系。主要结果如下：

1. 能量本征态 $|k\rangle$ 表征了体系中一个确定的状态，在这一状态中，每个格点自旋翻转的几率都相等，由此可见，自旋翻转不是局域在某一个格点上，而是以同样的概率弥散在晶体的每一个格点上。
2. 在状态 $|k\rangle$ 中，不同格点自旋的翻转态之间相差一个相位因子： e^{-ika} 因此态 $|k\rangle$ 显示了波动的特性。（ a 是格点间距）
3. 与基态相比，一个自旋波带来的能量增量为：

$$\varepsilon_k = E_1 - E_0 = zA(1 - \gamma_k)$$

$$\gamma_k = \frac{1}{z} \sum_{r_i}^z e^{-ik \cdot r_i}$$

其中， z 为最近邻数。
 r_i 是近邻距离

4. 一维原子链，近邻 $z = 2$

$$e^{\pm i\varphi} = \cos \varphi \pm i \sin \varphi$$

$$\gamma_k = \frac{1}{2} [\cos ka + \cos(-ka)] = \cos ka$$
$$\therefore \varepsilon_k = 2A(1 - \cos ka) = 4A \sin^2\left(\frac{ka}{2}\right)$$

长波极限下：

$$ka \ll 1,$$

$$\varepsilon_k \doteq Aa^2 k^2$$

经典结果中取 $S=1/2$ ，和这里是一致的。

简立方情形： 6个最近邻： $(\pm a, 0, 0)$ $(0, \pm a, 0)$ $(0, 0, \pm a)$,

因此有：

$$\gamma_k = \frac{1}{3} [\cos k_x a + \cos k_y a + \cos k_z a]$$

$$\varepsilon_k = 2A \left[(1 - \cos k_x a) + (1 - \cos k_y a) + (1 - \cos k_z a) \right]$$

利用展开式，长波极限下为：

$$\because \cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \cdots,$$

$$\therefore \varepsilon_k \approx Aa^2 k^2$$

与上面一致

可以证明面心立方晶格和体心立方晶格在长波近似下也有同样结果。（习题3.3）

但这个结果不能推广到任意晶格的情况下使用。

5. 近独立近似下自旋波的总能量：

如果体系中存在 n 个互不干涉、相互独立的自旋波，那末体系自旋波的总能量等于所有自旋波能量的简单叠加：

$$E = \sum_k n_k \varepsilon_k$$

n_k 是波矢为 k 的自旋波个数。在近饱和近似下，自旋波服从 Bose 统计规律：

$$\langle n_k \rangle = \frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon_k}{k_B T}\right) - 1}$$

体系中自旋波翻转数等于自旋波的个数：

$$\langle n \rangle = \sum_k n_k$$

在温度很低的情况下，体系中自旋翻转的数目很少，被激发到高能态自旋波的概率很低，自旋波相互散射的几率也极小，因而近独立近似，近饱和近似，以及长波近似都能被满足，上面给出的公式是可以适用的。

6. 自旋波的能量是量子化的，激发一个磁子，相当于一个 $\frac{1}{2}$ 自旋的翻转。

$$\varepsilon_k = \left(n_k + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_k$$

长波近似下 l 个自旋波的总能量：

$$E \simeq \sum_{i=1}^l A k_i^2 a^2$$

关于自旋波服从Bose 统计的说明:

对于实际体系, 格点数目 N 虽然很大, 但总是有限的, 在这个体系中, 自旋能够翻转的总数不能超过 NS 。所以对处于每个态的自旋波数目自然也就有了限制。但在远离居里点的低温下, 自旋波被激发的数目是很少的, 不必要顾及上述的限制, 因此可以近似地把自旋波看作是玻色子。

理论和实验均表明: 铁磁物质在 $0.5T_c$ 时

$$\frac{M\left(\frac{T_c}{2}\right)}{M(0)} \approx 0.8 \sim 0.9, \quad \sum_k n_k = (0.05 \sim 0.1)N$$

显然在 $0.5T_c$ 以下, 自旋波的玻色性是很好满足的。

这里, 我们看到一个有趣的事实, 尽管组成物质的粒子 (电子、质子、中子) 是费米子, 但由它们组成的元激发 (声子、磁子、激子) 却可以看成是玻色子。

四. 低温下自发磁化强度随温度 T 变化

考虑由 N 个格点组成的自旋体系，体积为 V 。在低温下（例如 $T < 0.5 \text{ K}$ ），如果在温度 T 时体系自旋翻转总数的统计平均值为 $\langle n \rangle$ 。那么体系在该温度下的自发磁化强度应表示为：（注意，一个自旋波相当于一个自旋的翻转，磁矩减少 $2s(=1/2)\langle n \rangle = \langle n \rangle$ ）

$$M(T) = M(0) \left[1 - \frac{\langle n \rangle}{NS} \right] = \frac{g\mu_B}{V} (NS - \langle n \rangle)$$

如何理解本式？各书都未明确说明。习题中可进行讨论。

或者用自发磁化强度的变化表示：

$$\frac{\Delta M(T)}{M(0)} = \frac{M(0) - M(T)}{M(0)} = \frac{\sum_k \langle n_k \rangle}{NS}$$

$M(T)$ 的计算可以归结为在温度 T 下对自旋翻转的个数求平均。

通过复杂计算可得到：（习题3.4）

$$\sum_k \langle n_k \rangle = V \left(\frac{k_B T}{8\pi A S a^2} \right)^{3/2} \zeta \left(\frac{3}{2} \right) = \frac{N}{Q} \left(\frac{k_B T}{8\pi A S} \right)^{\frac{3}{2}} \zeta \left(\frac{3}{2} \right)$$

其中系数 Q 随结构而异，对于简单立方、体心立方和面心立方， Q 值分别等于1, 2, 4， $V = Na^3 / Q$ 。

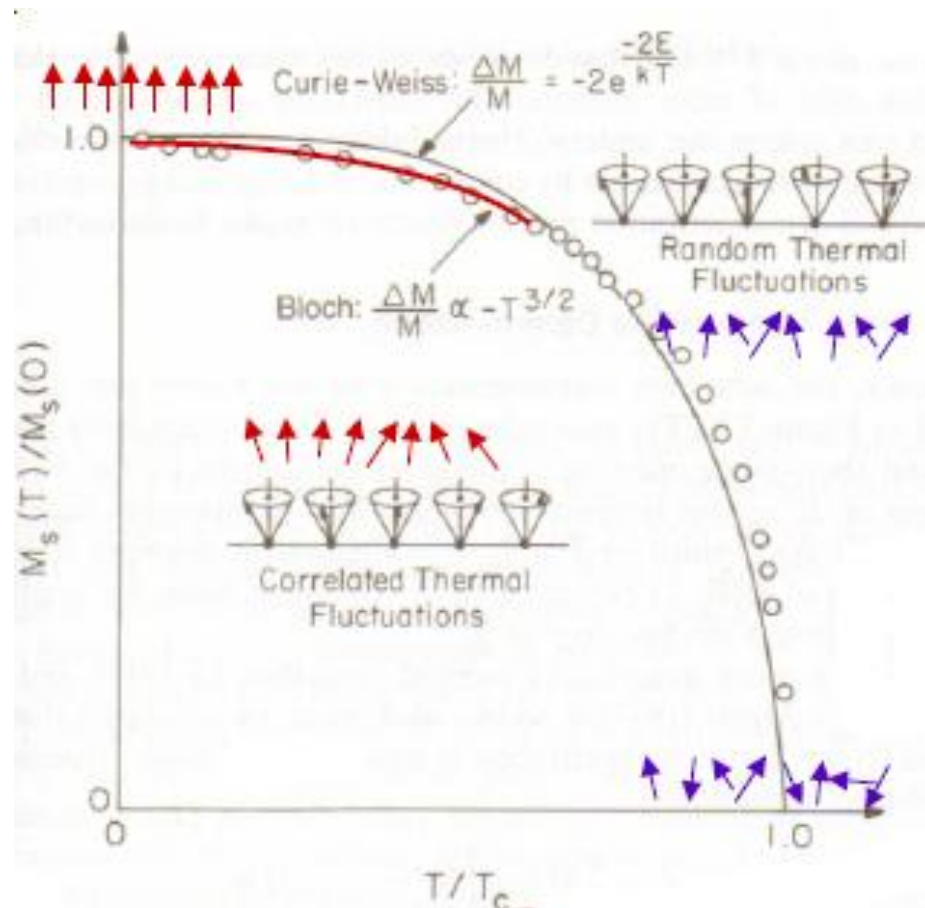
$\zeta(x)$ 是黎曼函数， $\zeta(3/2) = 2.612$

$$\frac{\Delta M(T)}{M(0)} = \frac{1}{NS} \sum_k \langle n_k \rangle = a T^{\frac{3}{2}}$$

其中 a 与材料的性质和结构有关，对于立方晶格有

$$a = \frac{1}{QS} \zeta \left(\frac{3}{2} \right) \left(\frac{k_B}{8\pi A S} \right)^{\frac{3}{2}} = \frac{0.0587}{QS} \left(\frac{k_B}{2AS} \right)^{\frac{3}{2}}$$

这就是 Bloch 最初得到的结果，被后人称作 Bloch $T^{\frac{3}{2}}$ 定律。
它描写了铁磁体在低温下自发磁化强度同温度之间所普遍遵守的规律，在很低的温度下，它与实验结果符合的很好。



Ni 的约化磁化强度对约化温度关系 见奥书 p96

习题提示： 求和： $\langle n \rangle = \sum_k \langle n_k \rangle \quad \because N \sim 10^{23} \text{cm}^3$

k 的取值可以近似当作连续的。求和变积分。

$$\sum_k \langle n_k \rangle = \int_0^\infty g(\omega) \langle n(\omega) \rangle d\omega \quad (\omega \uparrow, \langle n(\omega) \rangle \downarrow, \omega \rightarrow \infty, \langle n \rangle \rightarrow 0)$$

用和晶格振动相同的方法，可以给出自旋波的态密度：

$$g(\omega) = \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{\hbar}{2A S a^2} \right)^{\frac{3}{2}} \omega^{\frac{1}{2}} \quad (\text{长波近似下})$$

代入求解：

$$\begin{aligned} \sum_k n_k &= \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{\hbar}{2A S a^2} \right)^{\frac{3}{2}} \int_0^\infty \frac{\omega^{\frac{1}{2}}}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1} d\omega \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{\hbar}{2A S a^2} \right)^{\frac{3}{2}} \int_0^\infty \frac{x^{\frac{1}{2}}}{e^x - 1} dx \quad x = \frac{\hbar\omega}{k_B T} \end{aligned}$$

查积分表得知：

$$\because \int_0^\infty \frac{x^{\frac{1}{2}}}{e^x - 1} dx = 0.0587 \times (4\pi^2)$$

考虑到单位体积的原子数： $N = \frac{Q}{a^3}$,

简立方、面心立方、体心立方 Q 值分别为： 1, 2, 4。

所以有：
$$\frac{M(T) - M(0)}{M(0)} = \frac{0.0587}{SQ} \left(\frac{k_B}{2AS} \right)^{\frac{3}{2}} T^{\frac{3}{2}}$$

以上参见Kittel书8版p231；黄昆书p420-421

这虽是一个各书共同的结论，但推导方法却各有所不同，（例如姜书p165），请在习题中论证其是否合理？或提出你认为更加合理的办法。

3.1 指出，按照分子场理论，在低温下：

$$\frac{\Delta M}{M} \propto e^{-\frac{2T_c}{T}} \approx 4 \times 10^{-9} \quad (T = 0.1T_c)$$

右图实验结果表明在低温下 ΔM 随温度变化要快得多。

实验给出：（ $T = 0.1T_c$ ）

$$\frac{\Delta M}{M(0)} \approx 2 \times 10^{-3}$$

表明其变化的主项是： $\frac{\Delta M}{M(0)} = AT^{\frac{3}{2}}$

A 的实验值：

Ni: $(7.5 \pm 0.2) \times 10^{-6} \text{ deg}^{-\frac{3}{2}}$

Fe: $(3.4 \pm 0.2) \times 10^{-6} \text{ deg}^{-\frac{3}{2}}$

和自旋波理论的结果是一致的。

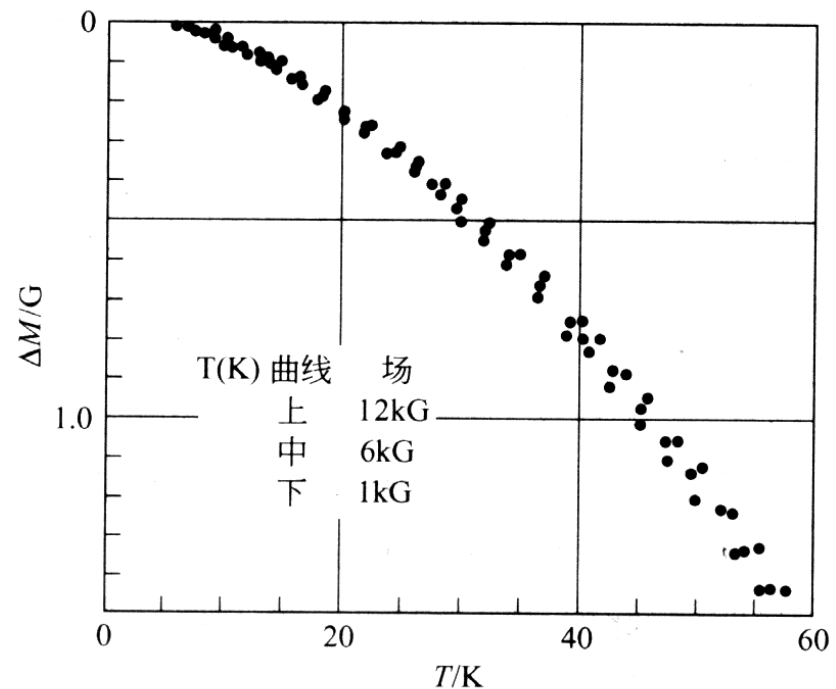


图 5 镍的磁化强度随温度升高而降低，引自 Argyle, Charap and Pugh。图中取 4.2K 的 $\Delta M \equiv 0$ 。

见 Kittel 书 8 版 p226

铁磁体在低温下的比热:

在温度 T 下热力学平衡时, 体系中自旋波对内能的贡献为:

$$E_m(T) = \sum_k \langle n_k \rangle \varepsilon_k = \sum_k \frac{\varepsilon_k}{e^{\frac{\varepsilon_k}{k_B T}} - 1}$$

可以证明, 低温下自旋波对定容热容的贡献为:

$$\begin{aligned} c_V = \frac{\partial E_m}{\partial T} &= \frac{15k_B N}{4Q} \zeta\left(\frac{5}{2}\right) \left(\frac{k_B T}{8\pi AS}\right)^{\frac{3}{2}} \\ &= \frac{0.113k_B N}{Q} \left(\frac{k_B T}{2AS}\right)^{\frac{3}{2}} \end{aligned}$$

此式表明, 热容同样遵从 $T^{\frac{3}{2}}$ 定律, 和晶格热容是不同的。

五. 自旋波的实验研究

见戴书4.9节p304

铁磁体的自旋波在50年代后期由中子非弹性散射实验直接观察到，并测出了其色散关系，证实了上述理论的正确性。除去非弹性中子散射外，铁磁共振，布里渊散射等都用来观测自旋波。

前面给出长波近似下： $\hbar\omega = (2ASa^2)k^2 = Dk^2$

其系数可以由铁磁薄膜的中子散射和自旋波共振准确测定。

例如Shirane 测定：Fe, Co, Ni (在 $T=295\text{ K}$)

$D = 281, 500, 360 \text{ meV} \cdot \text{\AA}^2$

见Kittel书8版p230

自旋波非弹性散射原理:

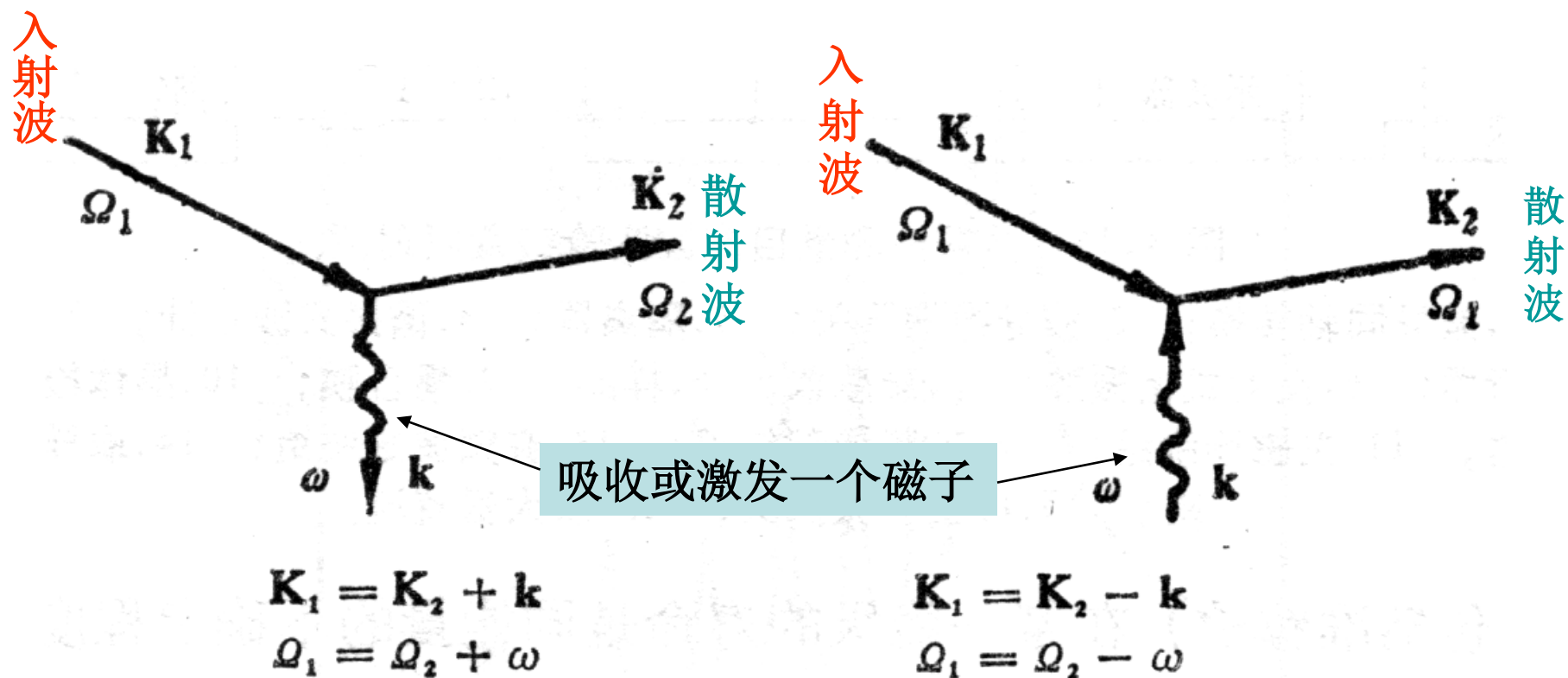


图 4.17 一级非弹性散射过程。

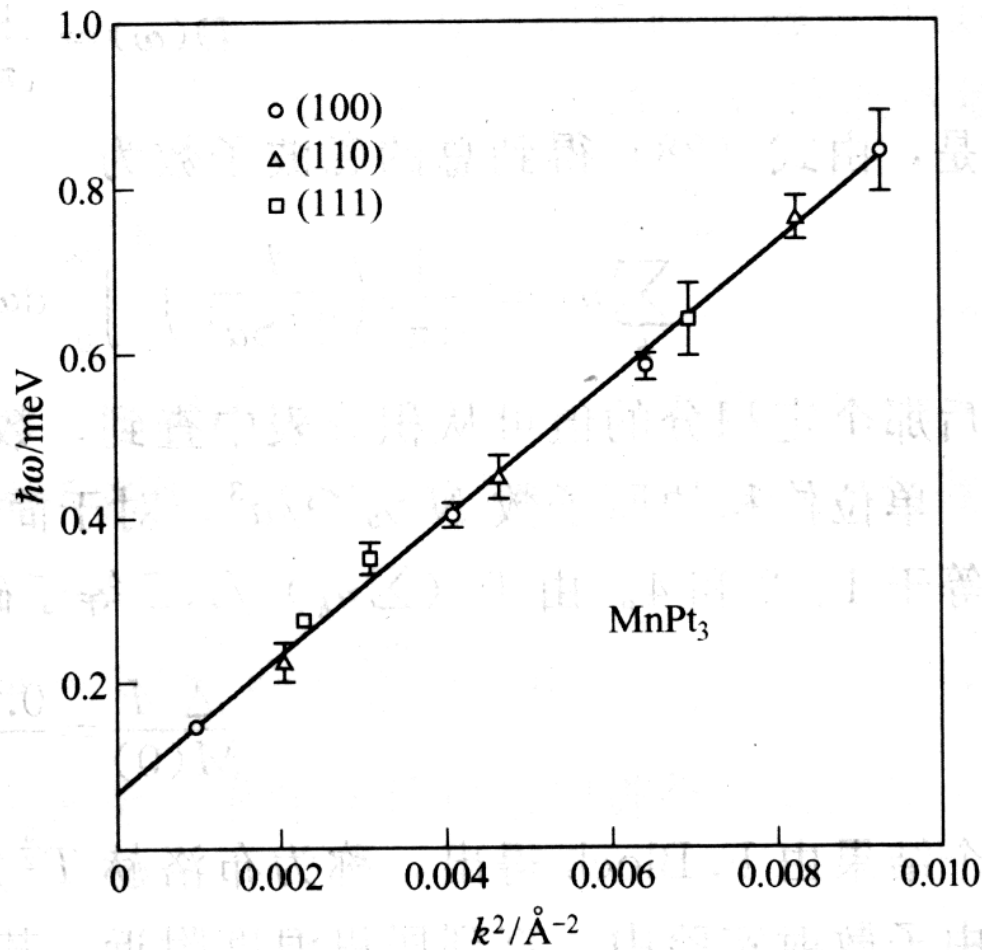
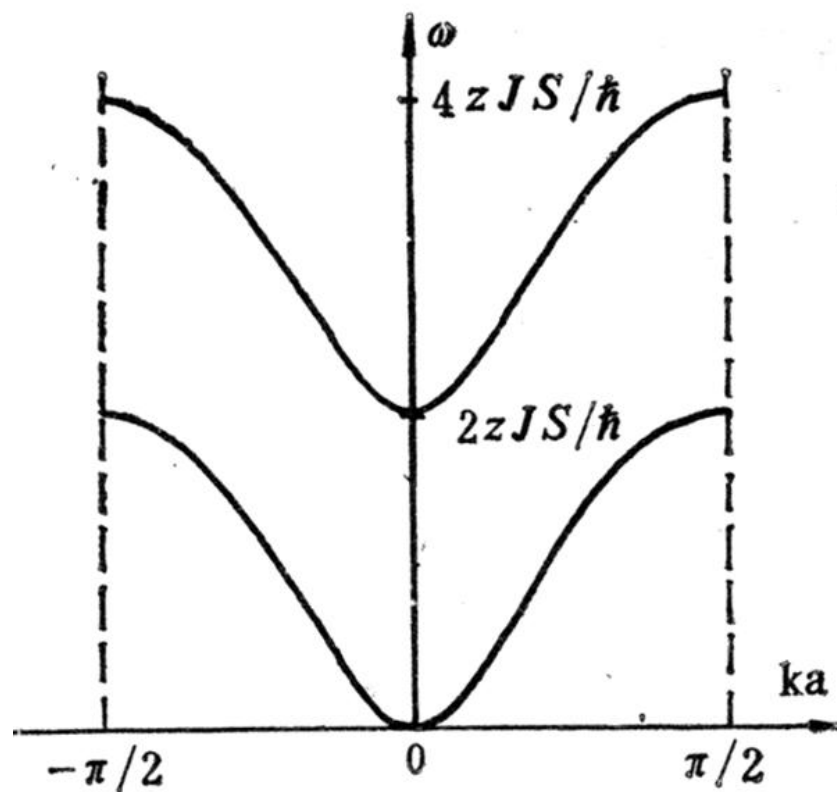
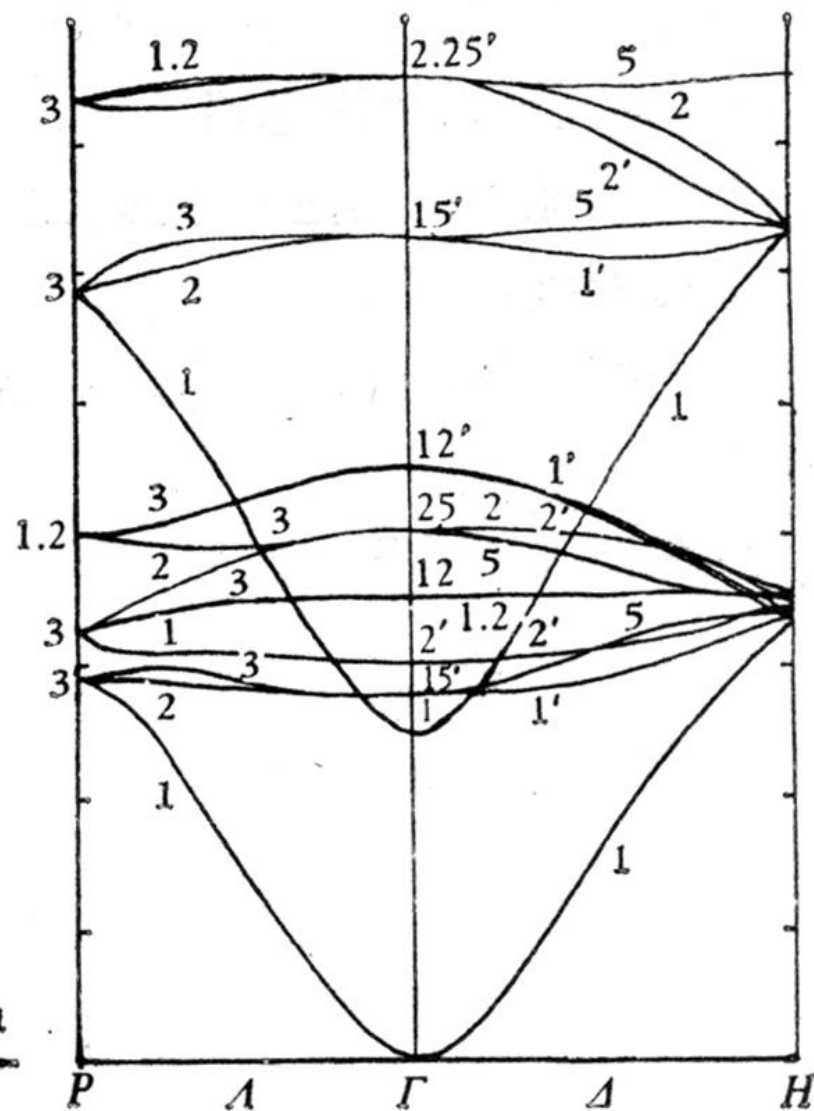


图 对于磁铁体 MnPt_3 ，实验测定的磁波子能量关于波矢平方的函数曲线。引自 B. Antonini and V. J. Minkiewicz。

见戴书p289



简单亚铁磁体的色散关系
($S^A = 2S^B = 2S$)。



YIG 材料($Y_3Fe_5O_{12}$)的自旋波色散曲线。图中的符号和数字表征了它们的对称性。

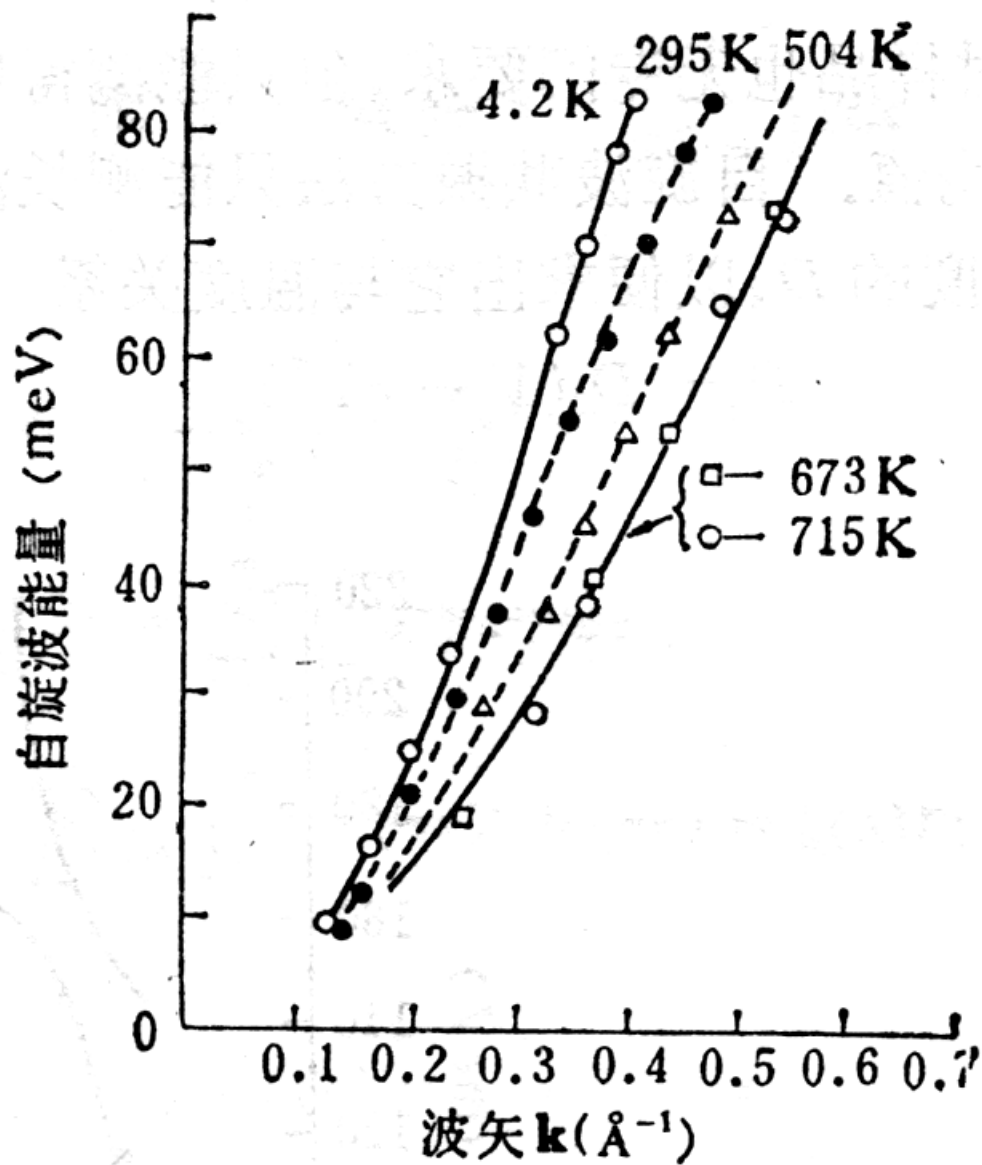


图 4.22 Ni的不同温度下自旋波色散关系。

六. 自旋波理论的发展

上面理论是在三个近似（近独立、近饱和，长波）下给出的，只适用于极低温的情况。因为既没有考虑两个自旋波同时出现在一个原子上的情况，也忽视了两个自旋翻转出现在相邻原子上的情况，而温度较高时，它们都不能忽视。为此后人对自旋波理论做了很多的补充和完善，1956年Dyson正确地解决了自旋波之间的相互散射问题，证明在略高一点的低温范围，自发磁化强度的温度关系修正项为：

$$-a_1\theta^{\frac{5}{2}} - a_2\theta^{\frac{7}{2}} - \dots (\theta = \frac{k_B T}{A})$$

4.2~290 K温度范围内，纯 Ni 单晶的测量证实了此结果。

见姜书p166

当温度很低时，只有 k 值很小的自旋波才能够被激发，因此只需取能量展开式的第一项。随着温度升高，就应当考虑高次项的影响。

$$\frac{M(T)}{M(0)} = 1 - aT^{3/2} - bT^{5/2} - cT^{7/2} - \dots$$

在 1 K 到 4.5 K 温度范围内,对 CrBr_3 自发磁化强度的测量得到前三项符合的非常好，测得的系数

$$a = (2.544 \pm 0.067) \times 10^{-3} \text{ K}^{-3/2}$$

$$b = (3.03 \pm 1.04) \times 10^{-5} \text{ K}^{-5/2}$$

但更高次的项未被明显观察到。

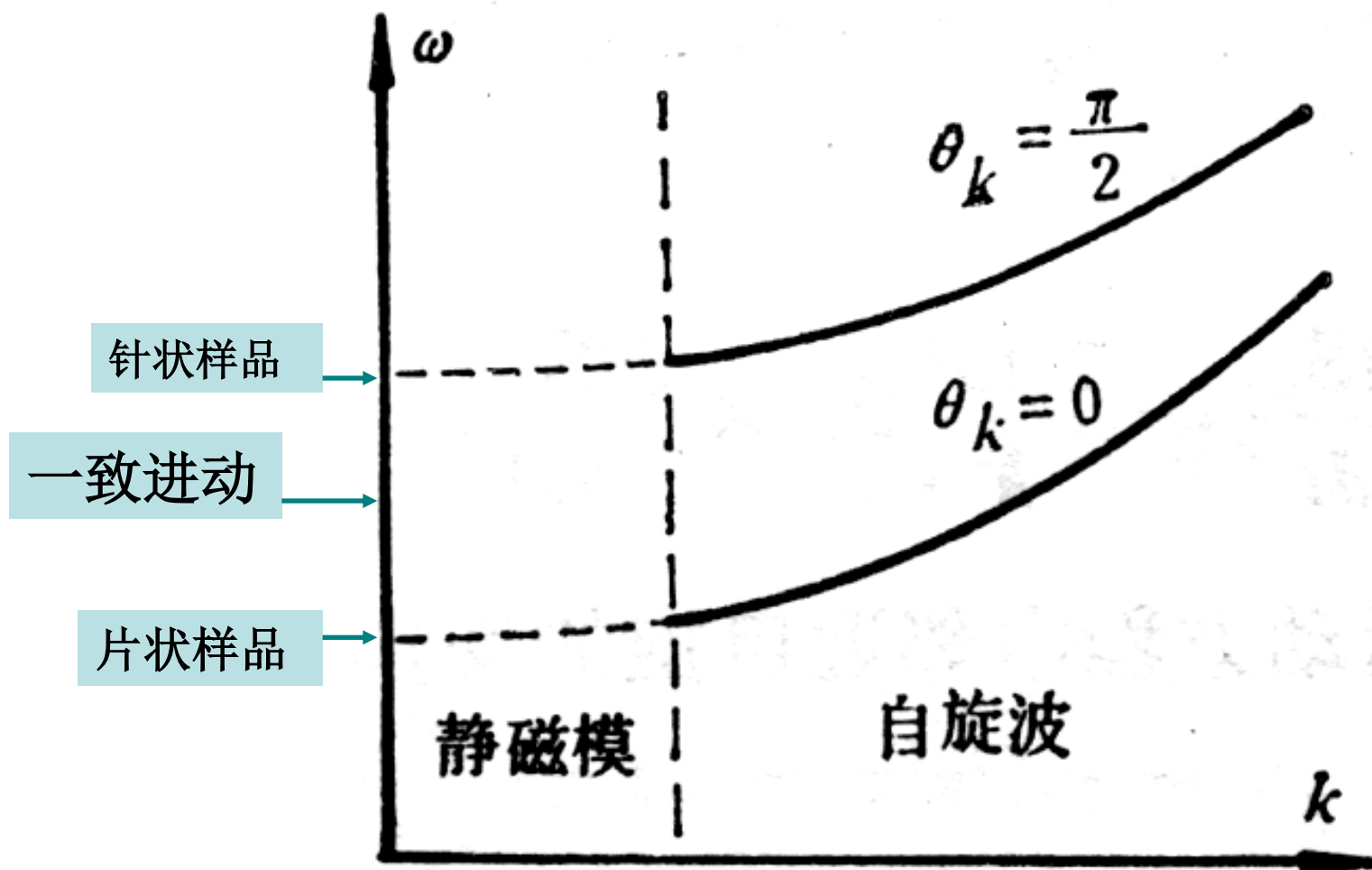
见戴书p166

磁偶极作用下的自旋波谱

每一个自旋都是一个磁偶极子，因此自旋和自旋之间还存在着磁偶极相互作用，在磁性介质中，磁偶极作用和交换作用相比要小得多，因此通常可以忽略不计，**但在自旋波的长波区域，交换作用随 k 的减小而趋于零，这就必须考虑磁偶极作用了。**有磁偶极作用和交换作用的哈密顿量求解困难，可以分段进行，

$$(1) k = 0, \quad (2) 0 < k < \frac{1}{L}, \quad (3) \frac{1}{L} < k < \frac{1}{a}, \quad (4) k \sim \frac{1}{a}$$

其中 a 是晶格常数， L 是晶体线度。（2）是静磁模区域。给出的自旋波谱如下图所示：



考虑磁偶极作用后,自旋波的色散谱.

小结

Bloch自旋波方法和Heisenberg理论同样都建立在局域磁距模型基础上，认为原子磁距来源于未满壳层的电子自旋。但Bloch理论和Heisenberg理论目的不同，考虑的不是形成自旋磁距有序排列的机制，而是磁距有序排列后的行为。

由于自旋波理论考虑了自旋间的长程关联，并在低温下获得了十分简单的结果，因此这一理论特别使用于温度较低の場合，这恰恰弥补了分子场理论和其他理论的不足。此外自旋波理论在铁磁共振和磁损耗的研究中也起着重要作用。

局域磁距并不是自旋波理论的必要基础，从巡游电子模型也可以导出自旋波的存在。

习 题

3.3 试利用量子力学的结果给出面心立方和体心立方晶体自旋波的色散关系，并证明长波近似下，都可以表示为：

$$\varepsilon_k \approx Aa^2k^2$$

3.4 试用Bloch 模型推出接近零度时的Bloch定理：

$$\frac{\Delta M(T)}{M(0)} = \frac{0.0587}{SQ} \left(\frac{k}{2AS} \right)^{\frac{3}{2}} T^{\frac{3}{2}}$$

简立方、体心立方、面心立方 Q 值分别为1， 2， 4。

3.4题 提示：有几种推导方法，例如，姜书和 Kittel 书观点有别，请分析其合理性。下面两个公式，哪一个更合理？

$$M(T) = \frac{g\mu_B}{V} (NS - \langle n \rangle)$$

$$M(T) = \frac{g\mu_B}{V} (NS - 2\langle n \rangle S)$$

如何正确求解

$$\langle n \rangle = \sum_k \langle n_k \rangle \approx \int_0^\infty g(\omega) \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1} d\omega$$

Table 5.6. Comparison of excitations in solids

Excitation		Dispersion	Specific heat
Electrons	Fermions	$\varepsilon_k \approx (\hbar k)^2 / 2m$	γT
Phonons	Bosons	$c_0 k$	T^3
Magnons (ferro-)	Bosons	$D_{SW} k^2$	$T^{3/2}$
Magnons (antiferro-)	Bosons	$D_{AF} k$	T^3

布洛赫

Felix Bloch (1905~1983)



1905年10月23日出生于瑞士的苏黎世，上完中学后，他本来想当一名工程师，于是就直接进入苏黎世的联邦工业大学。

一年后，决定转学物理，通过薛定谔、德拜等教授的课程，他逐渐熟悉了量子力学。后来他到德国莱比锡大学跟海森伯继续研究。

1928年获得博士学位。以晶体中电子的量子力学和金属导电理论方面的内容做论文。

1933年去到美国。

1934年起在斯坦福大学任教。

1939年入了美国籍。

1954年曾担任过欧洲核子研究中心的第一任主任，回到斯坦福大学后，曾经研究过超导电性和低温下的其它现象。

1983年9月10日布洛赫逝世于慕尼黑，享年78岁。

因发展了核磁精密测量的新方法以及一些有关的发现，与珀塞尔分享了1952年度的诺贝尔物理学奖金。

布洛赫教授对磁学方面的研究卓有成效。早在1932年。布洛赫就对磁学中的所谓畴壁表面的每单位面积的能量进行过计算。分隔不同方向磁化的相邻磁畴的过渡层现在常称为布洛赫壁。后来，过渡层理论为兰道、涅尔等人所发展。1934年，布洛赫设想出一种使中子极化的方法（将它们转动的正负向部分地分开）。他所发表的《磁学的分子理论》专著，对铁磁晶体中磁性的相互作用问题采用了量子力学的方法加以处理。由他和其他人所发展起来的自旋波（铁磁子）多电子理论也发挥了重要的作用，根据这一理论。可以确定自发磁化强度在接近绝对零度时的温度关系。关于中子磁矩的测定，如果直接在自由中子束中进行，在技术上将遇到很大困难，因为不可能得到很窄的中子束，为此，布洛赫于1936年提出了一种测定中子磁矩的新方法。到了1939年，布洛赫和阿尔瓦雷兹（1968年度诺贝尔物理学奖金获得者）又发展了利用磁共振的方法来测定中子的磁矩。第二次世界大战期间，布洛赫研究了原子能和雷达的反测量。这些研究的进一步发展，导致了1946年布洛赫同汉森（W. w·Hansen）、帕卡德（M·E·Packard）一起发展核感应原理。他们在《物理评论》上发表了一系列的文章，提出了一个研究核磁控的方法，即“原子核感应”的方法。这种方法就是在所研究的物体上同时加上两个磁场，一个是恒定不变的，另一个是与恒定磁场方向垂直而其频率与原子核的拉莫尔旋进具有同样频率的交变磁场，然后测量由于原子核磁矩旋进所感应的电动势。

这项科研的重大意义在于推动了磁场、晶体以及各种物质磁性的研究，后来核感应的方法在测定分子的组成和结构方面也是很有用的。由于这一核磁精密测量方法上的发展及其有关的发现，**布洛赫教授与美国哈佛大学的拍塞尔教授共同获得1952年度诺贝尔物理学奖金。**

布洛赫教授于1948年成为美国国立科学院院士。格勒诺布尔大学，耶路撒冷大学等先后授予他荣誉科学博士学位。他对原子物理和原子核物理方面的卓越贡献，集中地表现在发表于欧洲及美国的各种科学杂志上的50多篇论文中。**他对近代物理（特别是固体物理）的贡献十分巨大**，他年仅23岁时所发表的学位论文《金属的传导理论》，已提供了金属与绝缘体结构的近代图象，成为当代许多半导体器件的理论基础。他的独创性与多样性的固体物理的研究工作，**使得他的名字至少与五个定律或概念联系在一起，那就是：布洛赫波函数、布洛赫自旋波、布洛赫壁，布洛赫方程、布洛赫 $T^{3/2}$ 定律等。**他的研究总是用各个方面的观点来详细地考察每一个问题，他从来不写“草率完成”的文章。作为一位大学教师——他深受学生的尊敬，多年来他担任斯坦福大学一、二年级的普通物理课程，他的体会是“**教大学生是令人高兴的——但不是容易的、这意味着要把复杂的内容变为最简单的形式。有时候迫使人们去澄清自己的见解——这不是个坏事情。**