

磁性物理学的核心内容可以分为两个部分，二、三两章解释物质磁性的起因，重点是几种有序磁性的**自发磁化**理论。**第四章开始讲述强磁体在外场中的行为**，或称**技术磁化**理论，也分两章。技术磁化过程的研究有助于我们了解影响强磁体宏观物理性质的因素，对磁性材料的生产和应用有指导意义，但我们课程更**关注的不是已经得到的具体结论，而是研究技术磁化过程的思路和方法**。

技术磁化理论是以Weiss提出的”**磁畴学说**”为基础的，磁畴的形成原因，结构及其在外磁场中的变化是技术磁化过程研究的核心内容，也是影响强磁体宏观物理性质的关键因素。

第四章 磁畴结构

4.1 影响磁化状态的相关能量

4.2 畴壁结构和畴壁能

4.3 磁畴结构

4.4 磁畴的实验观测

磁畴是磁体中沿某一方向**饱和磁化**的微小区域，低于居里温度自发磁化的磁体，由于退磁能的作用，将分成沿不同方向磁化的许多磁畴，磁矩相互抵消，一般情况无外磁场时，磁体的**宏观磁化强度为零**。铁磁体的磁畴大小一般在**微米**量级。

4.1 影响磁化状态的相关能量

强磁物质中出现磁畴，以及在外磁场中磁畴结构的变化**都是满足平衡状态下自由能最小条件的结果**。所以要了解磁畴结构及其在外磁场中的变化规律，处理与技术磁化过程相关的各种问题，探讨提高材料磁性能的途径，都**必须掌握影响磁畴结构的相关能量**。

$$F = F_{ex} \text{（交换作用能）} + F_k \text{（磁晶各向异性能）} \\ + F_{\sigma} \text{（应力能）} + F_H \text{（外磁场能）} \\ + F_d \text{（退磁能）} + F + \dots\dots$$

第一章曾给出外磁场能

$$F_H = -\mu_0 \vec{M} \cdot \vec{H} = -\mu_0 M H \cos \theta$$

和**均匀**磁化物体的退磁场能

$$F_d = -\mu_0 \int_0^M H_d dM = \frac{1}{2} \mu_0 N M^2$$

本节的目的是给出影响磁矩取向的各种能量表达式。

知道影响一个磁体磁化状态的所有能量后，我们即可用热力学的方法求出能量极小值的位置，确定出该磁体的**稳定磁化状态**，例如确定磁化方向：

$$\frac{\partial F}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} > 0$$

这是确定磁体磁畴分布的常用方法，也是处理技术磁化过程的常用方法，我们在三、四两章中要反复使用，最关键的一步是准确的写出不同情况下，影响磁体磁化状态的所有能量，所以，理解这一节的内容，记住各种能量的表达式，是十分重要的。

一. 交换能

二. 磁晶各向异性能

三. 与磁致伸缩现象相关的磁弹性能和应力能

四. 退磁场能

五. 其它磁各向异性能

1. 磁场退火效应

2. 形状各向异性

3. 交换各向异性

4. 光感生磁各向异性

5. 轧制磁各向异性

一. 交换能

第三章中我们曾引入交换能的表达式

$$E_{ex} = -2 \sum_{i < j} A_{ij} (S_i \cdot S_j) \quad \mathbf{A} \text{ 是交换积分, 很多文献使用 } \mathbf{J}$$

在同种原子组成的体系中我们假定: $|S_i| = |S_j| = |S|, A_{ij} = A$

上式可以改写为: $E_{ex} = -2AS^2 \sum_{i < j} \cos \varphi_{ij}$

设 $A > 0$, 相邻磁距平行时, 交换能最小, 偏离平行会引起交换能的增加, 当相邻磁距不完全平行且夹角很小时, 交换能的增加可以表示为:

$$\Delta E_{ex} \approx AS^2 \sum_{i < j} \varphi_{ij}^2$$

利用近似公式: $\cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2}, |x| < 1$

在讨论相关问题时, 我们感兴趣的是交换能对其基态的偏离。这个表达式意义清楚, 但对大块材料, 求和是困难的。

我们寻求另一种表示方式，在**畴壁**结构中，相邻磁距的偏角很小，可以近似认为自旋取向随格点连续变化，因此可以用连续介质变化给出**交换能增量密度**的一般表达式：

$$F_{ex} = \frac{E_{ex}}{\mathbf{v}a^3} = \frac{\xi AS^2}{a} \left[(\nabla \alpha_x)^2 + (\nabla \alpha_y)^2 + (\nabla \alpha_z)^2 \right]$$

α_i 是自旋取向在直角坐标系中的方向余弦， ξ 的取值和晶体结构有关，对简立方情形 $\xi = 1$ ，体心立方 $\xi = 2$ ，面心立方 $\xi = 4$ ，密堆六方 $\xi = 2\sqrt{2}$ 。

为了计算畴壁中因磁距方向的变化所引起的交换能增加，使用上式会方便得多。交换积分 A 的数值可以根据低温下**Bloch**定律由实验测量给出（见3.3节），或通过居里点测量给出（见3.2节）。

利用上式估算交换能的准确性很大程度上依赖于交换积分 A 的确定，常用做从居里温度估计 A 的公式有：

简立方晶格： $S = \frac{1}{2}, A = 0.54 k_B T_c$

体心立方晶格： $S = \frac{1}{2}, A = 0.34 k_B T_c$

体心立方晶格： $S = 1, A = 0.15 k_B T_c$

见铁氧体物理学P119

重要说明：第三章我们采用姜书的表示方法，用 A 表示交换积分，而不是用 J ，主要是为了避免和角量子数 J 重复。文献中多用 J 表示交换积分，而用 A_1 表示**交换能常数（或称交换劲度常数）**：

$$A_1 = \frac{\xi JS^2}{a}$$

使用中我们要注意这个差别！。

附录： 以bcc结构为例推导公式：从公式 $E_{ex} = -2AS^2 \sum_{i<j} \cos \varphi_{ij}$ 出发

$$\because \cos \varphi_{ij} = \vec{\alpha}_i \cdot \vec{\alpha}_j \quad \text{当方向相差很小时, 即} \quad \alpha_i \approx \alpha_j$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{jx} = \alpha_{ix} + \left(\frac{\partial \alpha_{ix}}{\partial x} \right) x_{ij} + \left(\frac{\partial \alpha_{ix}}{\partial y} \right) y_{ij} + \left(\frac{\partial \alpha_{ix}}{\partial z} \right) z_{ij} + \frac{1}{2} \left(x_{ij}^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + y_{ij}^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \dots \right) \alpha_{ix} \\ \alpha_{jy} = \dots \\ \alpha_{jz} = \dots \end{array} \right.$$

↓

乘以 α 之和是 α^2 微商之和, 等于零。

$$\therefore E_{ex} = -2AS^2 \sum_i \sum_j \left[\alpha_{ix} \cdot \left(\alpha_{ix} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \alpha_{ix}}{\partial x^2} x_{ix}^2 + \dots \right) + \dots \right] \quad \text{去掉常数项后, 单原子的}$$

↓

$$\doteq -2AS^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a}{2} \right)^2 \left[\vec{\alpha}_i \cdot \nabla^2 \vec{\alpha}_i \right] = -AS^2 a^2 \left[\vec{\alpha}_i \cdot \nabla^2 \vec{\alpha}_i \right]$$

以体心原子为原点, 8个顶端近邻, $|x_{ij}| = |y_{ij}| = |z_{ij}| = \frac{a}{2}$
求和后, 还应该再除2, 才是该原子分担的能量增加。

$$\therefore \vec{\alpha}_i \cdot \nabla^2 \vec{\alpha}_i = - \left[(\nabla \alpha_x)^2 + (\nabla \alpha_y)^2 + (\nabla \alpha_z)^2 \right]$$

$$\nabla^2 (\alpha_x^2 + \alpha_y^2 + \alpha_z^2) = 0$$

$$\therefore \Delta E_{ex} = AS^2 a^2 \left[(\nabla \alpha_{ix})^2 + (\nabla \alpha_{iy})^2 + (\nabla \alpha_{iz})^2 \right]$$

单位体积的交换能增量：每个晶胞有 2 个原子。

$$\begin{aligned} \therefore \Delta \mathbf{F}_{ex} &= \frac{2}{a^3} AS^2 a^2 \left[(\nabla \alpha_{ix})^2 + (\nabla \alpha_{iy})^2 + (\nabla \alpha_{iz})^2 \right] \\ &= \frac{2AS^2}{a} \left[(\nabla \alpha_{ix})^2 + (\nabla \alpha_{iy})^2 + (\nabla \alpha_{iz})^2 \right] \end{aligned}$$

如上改正，虽然结果相同，但是否比姜书p209推导更加合理，请自行判别。

这段推导可参照《铁氧体物理学》p117-118

二. 磁晶各向异性能

1. 什么是磁晶各向异性？

在磁性物质中，自发磁化主要来源于自旋间的交换作用，这种**交换作用本质上是各向同性的**，如果没有附加的相互作用存在，在晶体中自发磁化强度应该可以指向任意方向而不改变体系的内能。但在**实际晶状磁性材料中**，自发磁化强度总是处于一个或几个特定方向，该方向称为**易磁化轴**。当施加外场后，磁化强度才能从易轴方向转出，此现象称为**磁晶各向异性**。

这种磁晶各向异性可以通过沿单晶体不同晶体方向的实测磁化曲线的形状来反映，沿不同晶向磁化，达到饱和磁化的难易程度是不同的。

铁晶体的易磁轴是[100]

难磁化轴是[111]

注意：该图和姜书p215
相同图的区别是已经改
为SI单位制。

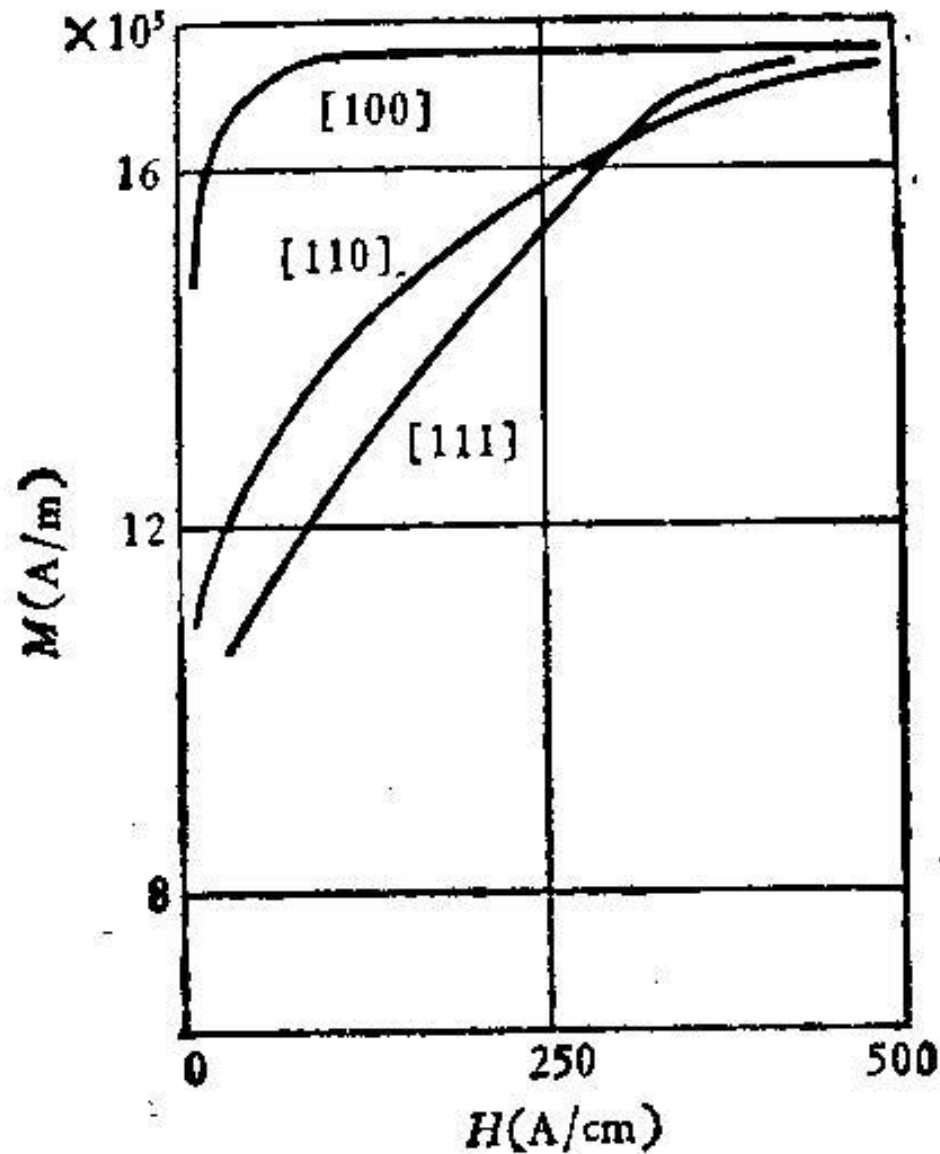


图 7.3 Fe 的单晶体在不同主晶轴上的磁化曲线。

镍晶体的易磁轴是[111]

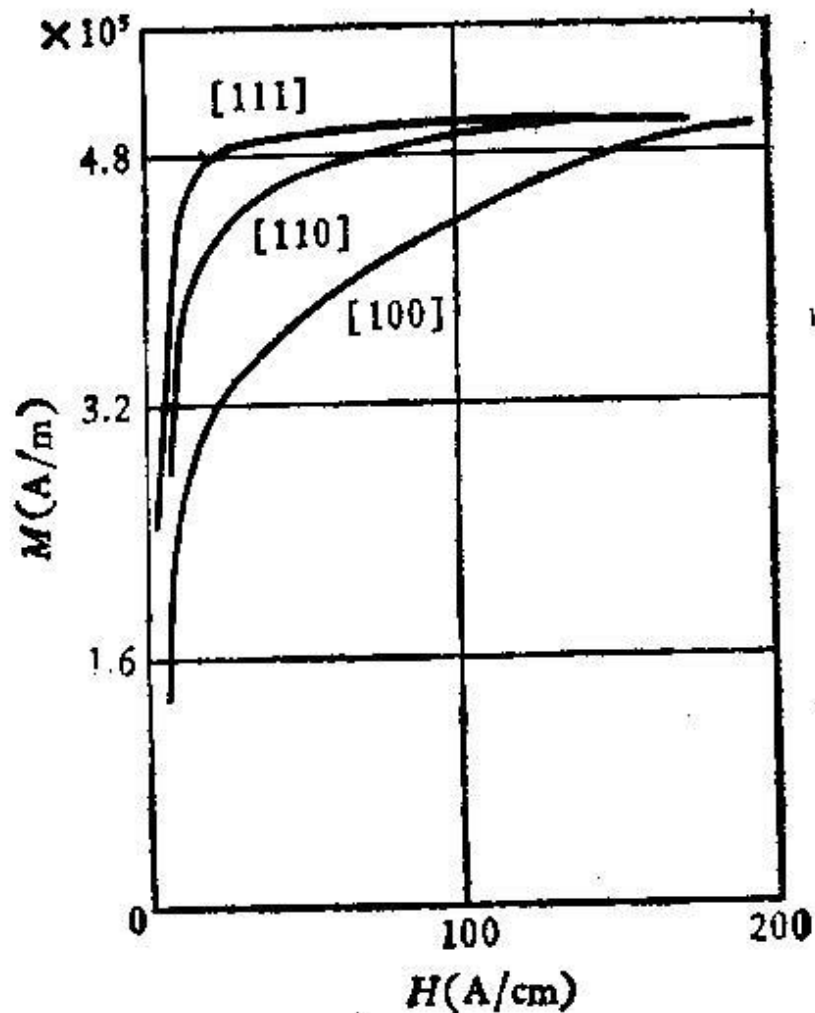


图 7.5 Ni 的单晶体在不同主晶轴上的磁化曲线。

钴晶体的易磁轴是[0001]

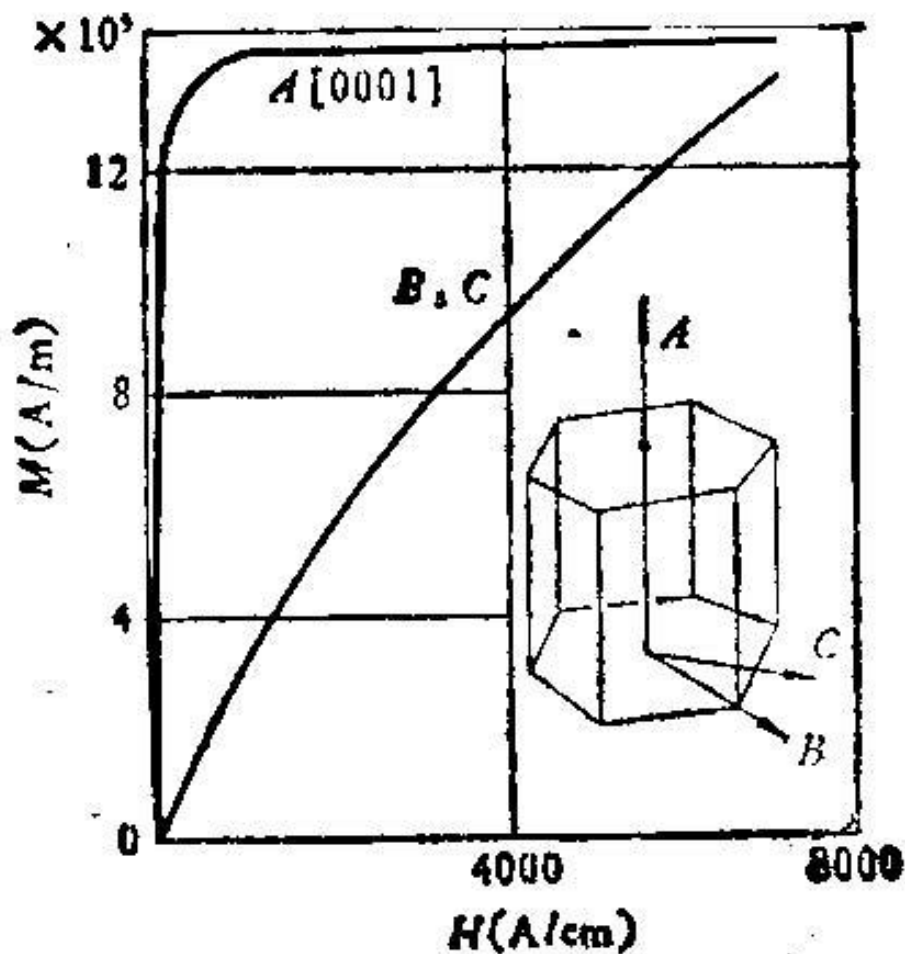


图 7.4 Co 的单晶体在不同主晶轴上的磁化曲线。

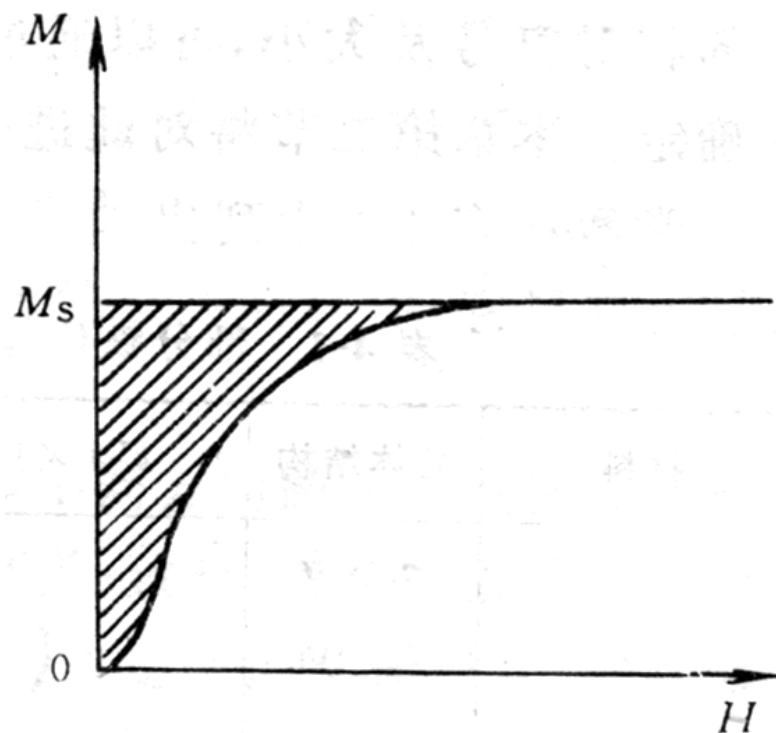
2. 磁晶各向异性能的表示

磁化过程中的磁化功。

$$W = \int_0^M \delta A_m = \int_0^M \mu_0 \vec{H} \cdot d\vec{M}$$

由磁化曲线和 \mathbf{M} 坐标轴之间所包围的面积确定。我们称这部分与磁化方向有关的自由能为**磁晶各向异性能**。显然易磁化方向磁晶各向异性能最小，难磁化方向最大。而沿不同晶轴方向的磁化功之差就是代表不同方向的磁晶各向异性能之差。

由于磁晶各向异性的存在，如果没有其它因素的影响，显然**自发磁化在磁畴中的取向不是任意的，而是在磁晶各向异性能最小的各个易磁化方向上。**



A.立方晶系的磁晶各向异性能

立方晶系各向异性能可用磁化强度矢量相对于三个立方边的方向余弦 $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ 来表示。在该类晶体中，由于**高对称性存在很多等效方向**，沿着这些方向磁化时，磁晶各向异性能的数值相等。从图中看到，在位于八分之一单位球上的点 A_1 、 A_2 、 B_1 、 B_2 、 C_1 、 C_2 所表示的方向上，各向异性能数值均相等。由于立方晶体的高对称性，各向异性能可用一个简单的方法来表示：将各向异性能用含 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ (方向余弦) 的多项式展开。**因为磁化强度矢量对任何一个 α_i 改变符号后均与原来的等效, 表达或中含 α_i 的奇数次幂的项必然为0。**

又由于任意两个 α_i 互相交换，表达式也必须不变，所以对任何 l, m, n 的组合及任何 i, j, k 的交换， **$\alpha_i^{2l}\alpha_j^{2m}\alpha_k^{2n}$ 形式的项的系数必须相等**。因此，第一项 $\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 = 1$ 。 F_k 可表示为

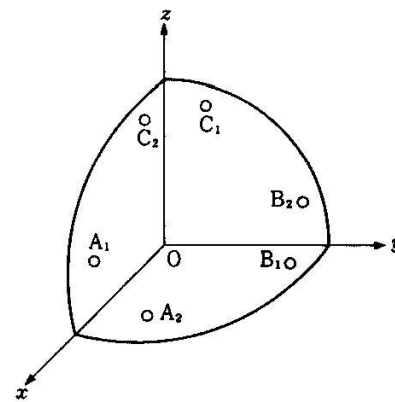
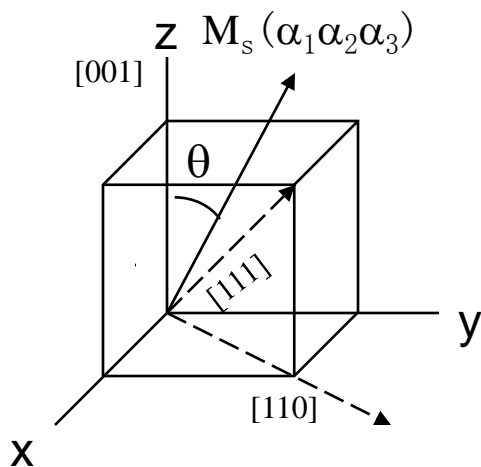


图 12.1 立方晶体中的等效方向

$$F_k = K_0 + K_1(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_3^2\alpha_1^2) + K_2\alpha_1^2\alpha_2^2\alpha_3^2$$

$$F_k \simeq K_1(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_3^2\alpha_1^2)$$

单位体积的磁晶各向异性性能密度。



K_1, K_2 分别为磁晶各向异性常数，求几个特征方向各向异性性能，

(一般设: $K_0=0$)

$$[100] : \alpha_1=1, \alpha_2=0, \alpha_3=0 \quad F_k=0$$

$$[110] : \alpha_1=0, \quad \alpha_2 = \alpha_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$F_k = \frac{K_1}{4}$$

$$[111] : \quad \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$F_k = \frac{K_1}{3} + \frac{K_2}{27}$$

立方晶系 K_1 和 K_2 不同取值范围对易磁化方向的影响。

思考题：自行验证下表结果

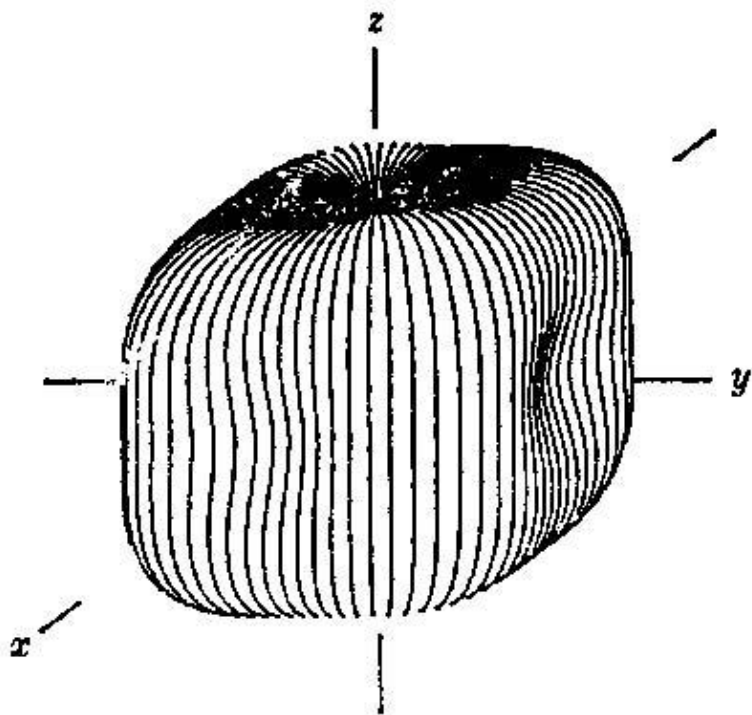
立方晶体各向异性与 K_1 和 K_2 的关系

K_1	+	+	+	-	-	-
K_2	$+\infty$ 至 $-\frac{9}{4}K_1$	$-\frac{9}{4}K_1$ 至 $-9K_1$	$-9K_1$ 至 $-\infty$	$-\infty$ 至 $\frac{9}{4} K_1 $	$\frac{9}{4} K_1 $ 至 $9 K_1 $	$9 K_1 $ 至 $+\infty$
易	[100]	[100]	[111]	[111]	[110]	[110]
较难	[110]	[111]	[100]	[110]	[111]	[100]
最难	[111]	[110]	[110]	[100]	[100]	[111]

Fe

Ni

图中看到当[100]方向为易磁化轴和[111]方向为易磁化轴的各向异性能的空间分布状况。



$K_1 > 0$, $K_2 = 0$ 的立方各向异性能的极坐标图 (径向矢量等于 $E_a + \frac{2}{3} K_1$)

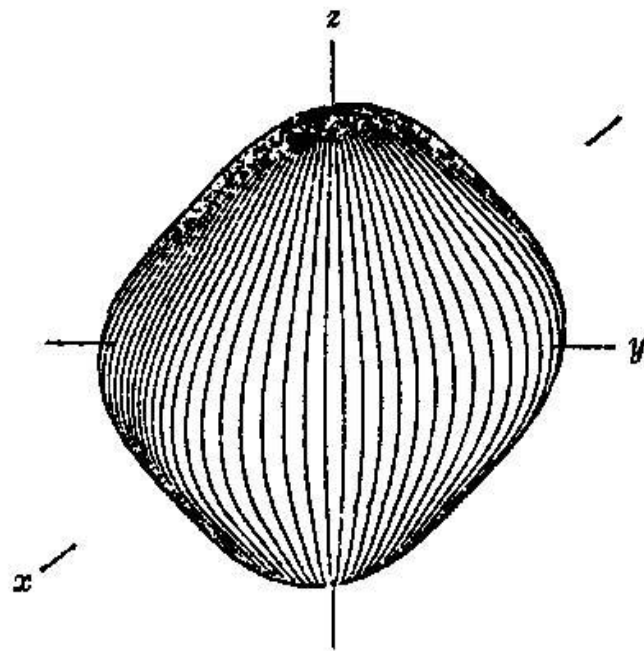


图 12.3 $K_1 < 0$, $K_2 = 0$ 的立方各向异性能的极坐标图 (径向矢量等于 $E_a + 2|K_1|$)

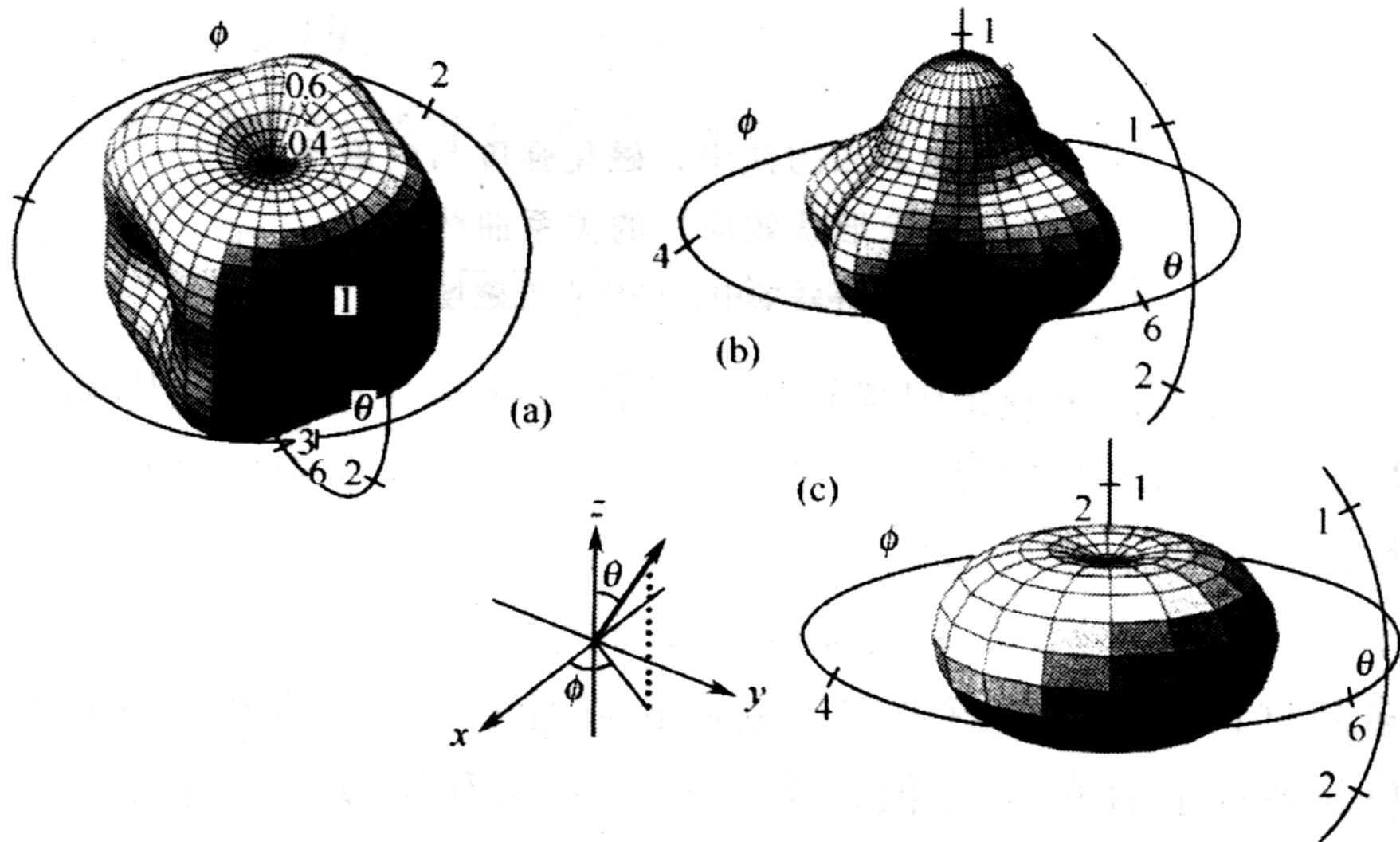


图 6-6 铁(a), 镍(b), 钴(c) 的一级各向异性能量表面
 插图坐标系; 到表面任意一点的矢径的长度定义
 那个方向上 (θ, ϕ) 的各向异性能量密度

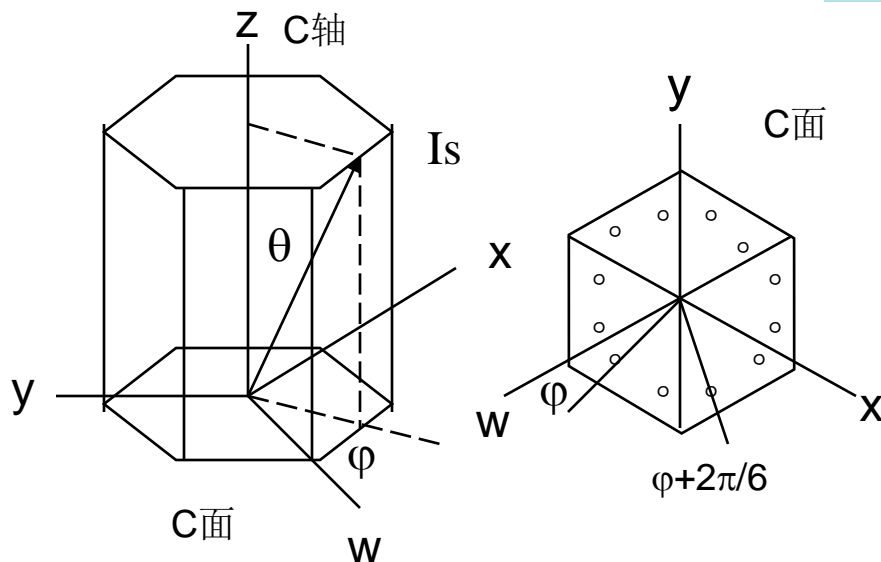
B. 六角晶系的磁晶各向异性能

六角晶系的特点是在 c 面有六次对称轴, φ 与 $\varphi+2\pi n/6$ ($n=0、1、2\dots\dots$) 的方向, 体系的能量是相同的。用 θ, φ 替代 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, 计算磁晶各向异性能更方便。

$$F_k = K_0 + K_1 \sin^2 \theta + K_2 \sin^4 \theta + K_3' \sin^6 \theta + K_3 \sin^6 \theta \cos 6\varphi$$

通常取到四次方项就足够了

$$F_k = K_{u1} \sin^2 \theta + K_{u2} \sin^4 \theta$$



单位体积的磁晶各向异性能密度。

六方晶系 K_1 和 K_2 不同取值范围对易磁化方向的影响，
 可以有三种易磁化方向：①六角晶轴[0001]
 ②垂直于六角轴的晶面 ③与六角轴成一定夹角的锥面。
 易磁向为六角轴的又称**单轴磁晶各向异性**。

表 4-2 六角晶体磁晶各向异性类型

K_{U1}, K_{U2} 范围	易磁化方向	各向异性类型
$K_{U1} > 0, K_{U1} + K_{U2} > 0$	$\theta = 0$	主轴型
$0 \leq K_{U1} < -K_{U2}$	$\theta = 90^\circ$	平面型
$0 < -K_{U1} < 2K_{U2}$	$\theta = \sin^{-1} \sqrt{\frac{-K_{U1}}{2K_{U2}}}$	锥面型

3. 磁晶各向异性等效场: H_k

由于磁晶各向异性性能的存在, 在不施加外磁场时, 磁化强度的方向会处在易磁化轴方向上, 如果磁化强度偏离易磁化轴, 它会受到一个力矩作用, 把它拉回易磁向, 这相当于在易磁化轴方向上存在一个等效磁场 H_k 。

$$F_k = -\mu_0 M_s H_K \cos \theta$$

$$\frac{\partial F_k}{\partial \theta} = \mu_0 M_s H_K \sin \theta$$

$$H_K = \left[\frac{1}{\mu_0 M_s \sin \theta} \left(\frac{\partial F_K}{\partial \theta} \right) \right]_{\theta \rightarrow 0},$$

在很多情况下, 用磁晶各向异性等效场的概念来讨论磁晶各向异性的影响会方便得多。

六角晶系情况: $F_k = K_{u1} \sin^2 \theta + K_{u2} \sin^4 \theta$

a. c 轴为易磁化轴

$$H_K = \left[\frac{1}{\mu_0 M_s \sin \theta} \left(\frac{\partial F_K}{\partial \theta} \right) \right] = \frac{2K_{u1} \sin \theta \cos \theta}{\mu_0 M_s \sin \theta} = \frac{2K_{u1} \cos \theta}{\mu_0 M_s} \Big|_{\theta \rightarrow 0}$$

得到: $H_k = \frac{2K_{u1}}{\mu_0 M_s}$

b. c 面为易磁化面时:

$$H_k = \frac{-2(K_{u1} + 2K_{u2})}{\mu_0 M_s}$$

c. 易磁化为锥面时

$$H_k = \frac{(2K_{u1} / K_{u2})(K_{u1} + 2K_{u2})}{\mu_0 M_s}$$

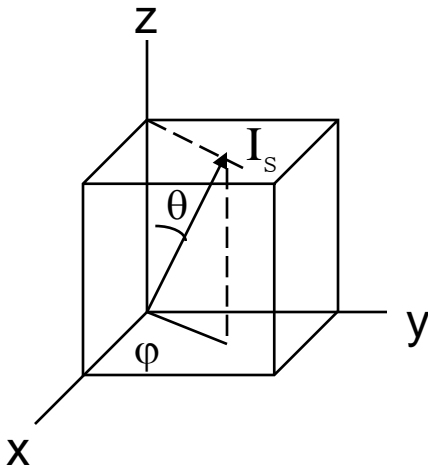
立方晶系磁晶各向异性能为方便讨论也可表示为

$$F_k \simeq K_1(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_3^2\alpha_1^2) + \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \text{ 用 } \theta, \varphi \text{ 表示,}$$

$$\begin{cases} \alpha_1 = \sin \theta \cos \varphi \\ \alpha_2 = \sin \theta \sin \varphi \\ \alpha_3 = \cos \theta \end{cases}$$

$$F_k = K_1(\sin^4 \theta \cos^2 \varphi \sin^2 \varphi + \sin^2 \theta \cos^2 \theta) +$$

a. **<100>易轴** 使用上式可以推出 H_k

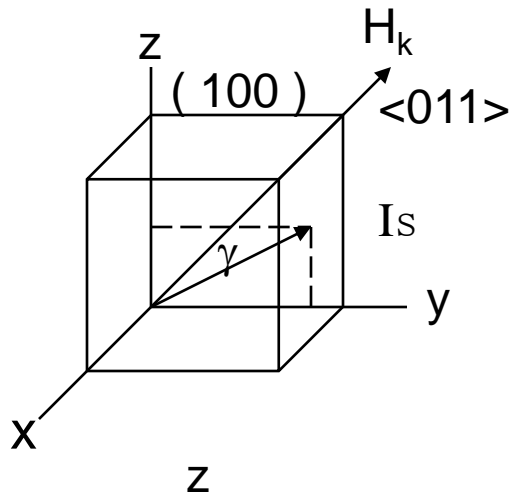


$$H_k = \frac{2K_1}{\mu_0 M_s}$$

b.<110>易轴:

磁化强度的有利转动晶面分别是(100)和(110)面

(1)在(100)面上, \mathbf{M}_s 转动求 \mathbf{H}_k

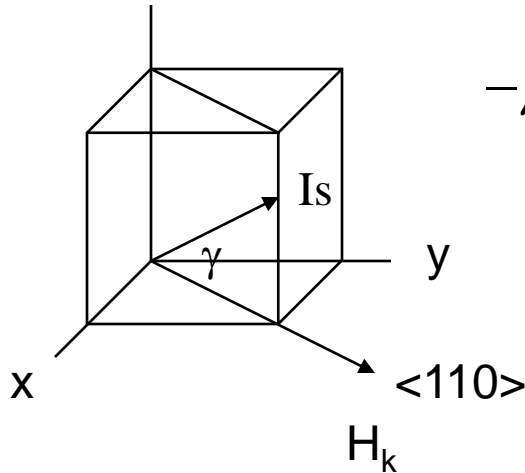


$$-\mu_0 M_s H_k \sin \gamma = -\frac{\partial F_k}{\partial \gamma} = \frac{K_1}{2} \sin 4\gamma$$

得到

$$H_k = -\frac{2K_1}{\mu_0 M_s}$$

(2)在(110)面上, \mathbf{M}_s 转出 γ 角, 用转矩求 \mathbf{H}_k

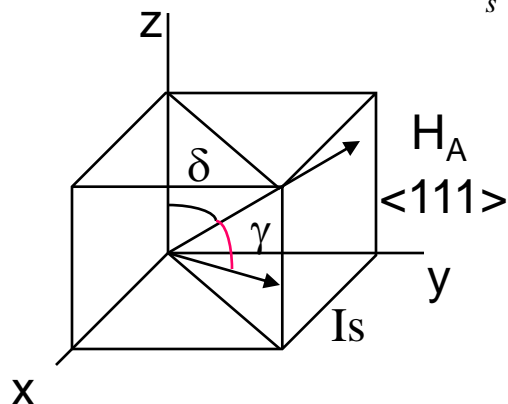


$$-\mu_0 M_s H_k \sin \gamma = -\frac{\partial F_k}{\partial \gamma} = -\frac{K_1}{8} (-2 \sin 2\gamma + 3 \sin 4\gamma)$$

$$-\frac{K_2}{64} (-\sin 2\gamma + 4 \sin 4\gamma + 3 \sin 6\gamma)$$

$$H_k = (K_1 + \frac{1}{2} K_2) / \mu_0 M_s$$

C. <111>为易轴:



$$-M_s H_k \sin \gamma = -\frac{\partial F_k}{\partial \gamma} = \frac{K_1}{8} [2 \sin(2\delta + 2\gamma) + 3 \sin(4\delta + 4\gamma)]$$

$$- \frac{K_2}{64} [\sin(2\delta + 2\gamma) + 4 \sin(4\delta + 4\gamma) - 3 \sin(6\delta + 6\gamma)]$$

$$H_k = -\frac{4}{3} (K_1 + \frac{K_2}{3}) / \mu_0 M_s$$

注意：磁晶各向异性场仅是一种等效场，其含义是当磁化强度偏离易磁化方向时好像会受到沿易磁化方向的一个磁场的作用，使它恢复到易磁化方向。因此，即使对于同一晶轴，当在不同的晶面内接近晶轴时，磁晶各向异性场的大小是不同的。

附录：立方晶系磁晶各向异性场的确定：

前面给出的一般公式，在立方晶系中使用起来并不一定方便，现用其它方法确定： $(K_1 > 0)$

$$F_k \approx K_1(\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_3^2 \alpha_1^2)$$

$$\alpha_1 = \sin \theta \cos \varphi \approx \theta \cos \varphi$$

$$\alpha_2 = \sin \theta \sin \varphi \approx \theta \sin \varphi$$

$$\alpha_3 = \cos \theta = 1 - 2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$$

} θ 角很小时，

$$F_k \approx K_1 \theta^2 \left(\theta^2 \cos^2 \varphi \sin^2 \varphi + \left(1 - \frac{\theta^2}{2} \right)^2 \right) \approx K_1 \theta^2$$

当 θ 很小时，括号内含 θ 诸项都远小于1.

磁场能： $E_H = -\mu_0 M_s H_K \cos \theta$ 为方便讨论，我们重新确定

其零点能，表示为： $E_H = \mu_0 M_s H_K (1 - \cos \theta)$

$\theta = 0, E_H = 0$ 和磁晶各向异性性能是一致。

$$\theta \rightarrow 0,$$

$$E_H = \mu_0 M_s H_K \left(2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \approx \frac{\mu_0 M_s H_K}{2} \theta^2$$

$$\text{令: } E_K = E_H$$

$$\therefore H_K = \frac{2K_1}{\mu_0 M_s}$$

当 $K_1 < 0$ 时, $[111]$ 为易磁向, 改用极坐标表示:

$$\varphi = 45^\circ, \cos \varphi = \sin \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}, \theta_0 = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}}$$

用 $\theta_0 + \delta$ 表示磁矩方向, 则有:

$$\alpha_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(\theta_0 + \delta)$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(\theta_0 + \delta)$$

$$\alpha_3 = \cos(\theta_0 + \delta)$$

$$F_K = K_1 \left[\sin^2(\theta_0 + \delta) - \frac{3}{4} \sin^4(\theta_0 + \delta) \right]$$

和上面类似的步骤可以得到:

$$H_K = -\frac{4}{3} \frac{K_1}{\mu_0 M_s} = \frac{4}{3} \frac{|K_1|}{\mu_0 M_s}, (K_1 < 0)$$

4. 磁晶各向异性常数的测量方法

① 测量单晶体沿主轴方向磁化到饱和时的磁化功 W ,

$$\text{以确定 } K_1, K_2. W_{[110]} - W_{[100]} = \frac{K_1}{4}$$

$$W_{[111]} - W_{[100]} = \frac{K_1}{3} + \frac{K_2}{27}$$

② 测量多晶体在强磁场范围内的饱和磁化曲线,

以确定 K_1, K_2 。(见5.4节)

③ 测量沿不同晶轴方向单晶体的铁磁共振峰以计算 K_1, K_2

(见6.1节)

④ 利用转矩法测量单晶体的磁晶各向异性常数。

这是最常用的方法，其测量原理如后：

转矩磁强计法：

转矩磁强计的原理是，样品（片状或球状）置于强磁场中，使样品磁化到饱和。若易磁化方向不在磁场方向，则磁晶各向异性作用将使样品旋转，以使易磁轴与磁场方向平行。这就产生了一个作用在样品上的转矩。如果测量转矩与磁场绕垂直轴转过的角度关系，就可以得到转矩曲线，并由此可求得磁晶各向异性常数。

右图是用来测量转矩曲线的转矩仪。在自动转矩仪研制出来以前，是用光电方法测量。

其它测量方法见姜书p218

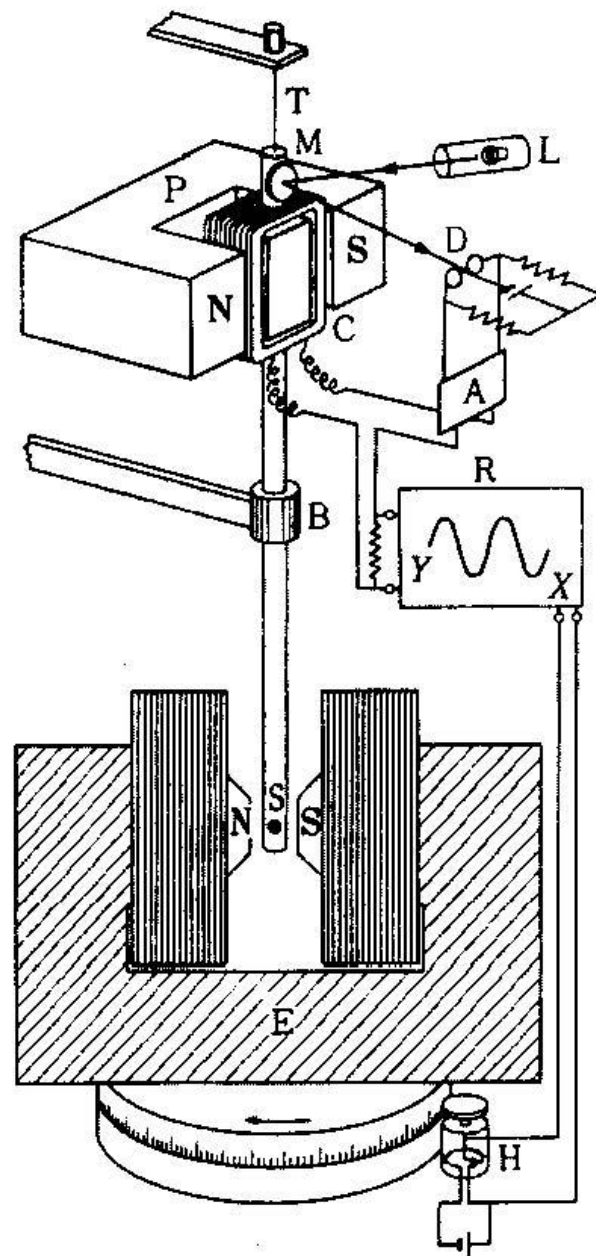


图 12.9 自动记录转矩磁强计

样品吊在一根弹性金属丝上，样品的转动使吊丝产生一个扭力矩 L ，

$$L = k\theta_1$$

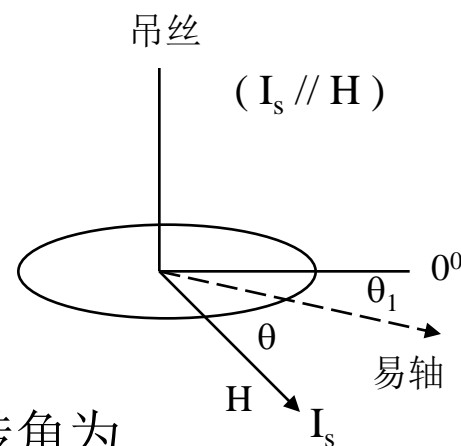
k 是扭力系数(达因.厘米/度)， θ_1 为样品的转动角度。

当磁化强度偏离易磁化轴将引起一个力矩 T ，

$$T = -\frac{\partial E_A}{\partial \theta} \quad \theta \text{是易轴与磁化强度之间的夹角}$$

如果样品的体积为 V ，则平衡条件为 $VT=L=k\theta_1$

适当选择 k ，使 θ_1 在较小的范围内变化。如果磁场的转角为 φ (0到360度)，则 $\theta=\varphi-\theta_1$ ，由于 θ_1 很小，就可简化 $\varphi=\theta$ 。



右图为一个典型的转矩曲线，

$\theta=22.5^\circ$ 时 $\sin 4\theta=1$ 由转矩曲线公式

$$L(\theta) = \frac{1}{2} K_1 \sin 4\theta$$

得到： $K_1=2L(22.5^\circ)$

$\sim 4 \times 10^5 \text{ dyn cm cm}^{-3} (\text{erg cm}^{-3})$

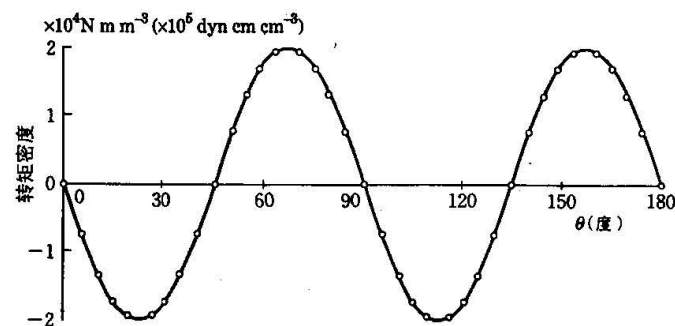


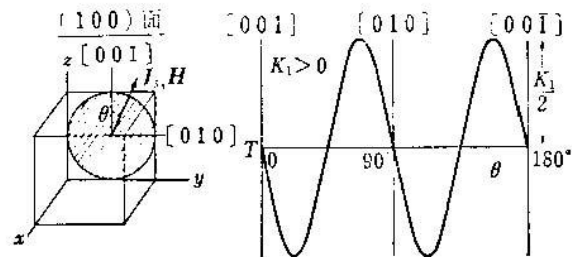
图 12.10 室温下在 4%Si-Fe 单晶的 (001) 面内测得的转矩曲线 (引自 Chikazami 和 Iwata)

A. 立方晶系的转矩曲线

a. (100)面测定

$$E_A = -\frac{K_1}{8} \cos 4\theta$$

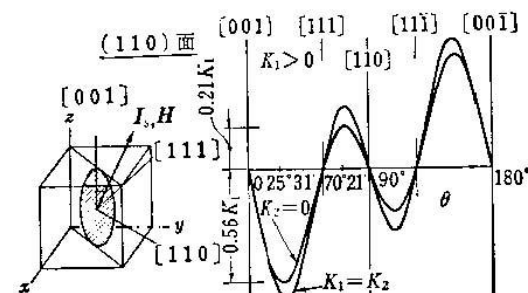
$$T = -\frac{K_1}{2} \sin 4\theta$$



b. (110)面测定

$$T = -\frac{K_1}{8} (2 \sin 2\theta + 3 \sin 4\theta) - \frac{K_2}{64} (\sin 2\theta + 4 \sin 4\theta - 3 \sin 6\theta)$$

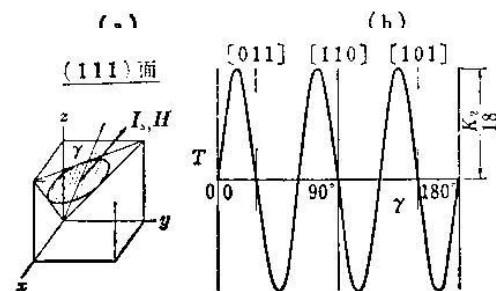
极大 $\theta = 25^\circ 31'$, $-0.561K_1$ 极小 $\theta = 70^\circ 21'$, $+0.210K_1$



c. (111)面测定

$$T = \left(-\frac{K_1}{4} - \frac{K_2}{64} \right) \sin 2\theta + \left(-\frac{3K_1}{8} - \frac{K_2}{16} \right) \sin 4\theta + \frac{3K_2}{64} \sin 6\theta$$

$$E_A = \frac{K_1}{4} + \left(\frac{K_2}{108} \right) (1 + \cos 6\gamma) \quad , \quad T = -\frac{\partial E_A}{\partial \gamma} = \frac{K_2}{18} \sin 6\gamma$$



B. 六角晶系的转矩曲线

$$E_A = K_{u1} \sin^2 \theta + K_{u2} \sin^4 \theta$$

$$T = -(K_{u1} + K_{u2}) \sin 2\theta + \frac{1}{2} K_{u2} \sin 4\theta$$

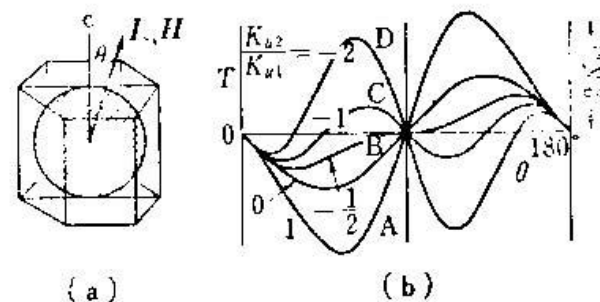


表 7.4 不同材料在室温下的磁晶各向异性常数

材料名称	晶体结构	$K(\times 10^3 \text{ 焦耳/米}^3, \times 10^4 \text{ 尔格/厘米}^3)$	
		K_1	K_2
Fe	立方	+48.1	+12
Ni	立方	-5.48	-2.47
超坡莫合金	立方	+0.15	—
坡莫合金 (70%Ni)	立方	+0.70	-1.7
Fe-4%Si	立方	+32	—
Fe_3O_4	立方	-11.8	-28
$\text{Mn}_{0.45}\text{Zn}_{0.55}\text{Fe}_2\text{O}_4$	立方	-0.38	
MnFe_2O_4	立方	-3.79	≈ 0
$\text{Mn}_{0.52}\text{Zn}_{0.40}\text{Fe}_{2.08}\text{O}_4$	立方	-0.10	
NiFe_2O_4	立方	-7.0	—
CuFe_2O_4	立方	-6.3	—
CoFe_2O_4	立方	+270	+300
MgFe_2O_4	立方	-3.75	—
$\text{Li}_{0.5}\text{Fe}_{2.5}\text{O}_4$	立方	-8.5	—

材料名称	晶体结构	$K (\times 10^3 \text{ 焦耳/米}^3, \times 10^4 \text{ 尔格/厘米}^3)$	
		K_{u1}	K_{u2}
Co	六角	+412	+143
BaFe ₁₂ O ₁₉	六角	+330	—
Co ₂ BaFe ₁₆ O ₂₇	六角	—186	+75
Co ₂ Ba ₃ Fe ₂₄ O ₄₁	六角	—180	$(K_{u1} + 2K_{u2})$
CoMnO ₃	六角	—1400	$(K_{u1} + 2K_{u2})$
NiMnO ₃	六角	—260	$(K_{u1} + 2K_{u2})$
MnBi	六角	+910	+260
YCo ₅	六角	+5700	~0
SmCo ₅	六角	+15500	—
Y ₂ Co ₁₇	六角	—290	3
Sm ₂ Co ₁₇	六角	+3300	—
Gd ₂ Co ₁₇	六角	—300	—

TABLE 6.1 Magnetic Anisotropy Constants K_1 and K_2 for Selected Materials^a

	(T = 4.2 K)		(RT)	
	K_1	K_2	K_1	K_2
<i>3d Metals</i>				
Fe	5.2×10^5	-1.8×10^5	4.8×10^5	-1.0×10^5
Co ^u	7.0×10^6	1.8×10^6	4.1×10^6	1.5×10^6
Ni	-12×10^5	3.0×10^5	-4.5×10^4	-2.3×10^4
Ni ₈₀ Fe ₂₀	—	—	-3×10^3	—
Fe ₅₀ Co ₅₀	—	—	-1.5×10^{5b}	—
<i>4f Metals</i>				
Gd ^u	-1.2×10^6	$+8.0 \times 10^5$	$+1.3 \times 10^5$	—
Tb ^u	-5.65×10^8	-4.6×10^7	—	—
Dy ^u	-5.5×10^8	-5.4×10^7	—	—
Er ^u	$+1.2 \times 10^8$	-3.9×10^7	—	—
<i>Spinel Ferrites</i>				
Fe ₃ O ₄	-2×10^5	—	-0.9×10^5	—
NiFe ₂ O ₄	-1.2×10^5	—	-0.7×10^5	—
MnFe ₂ O ₄	$\approx -4 \times 10^5$	$\approx -3 \times 10^5$	-3×10^4	—
CoFe ₂ O ₄	$+10^7$	—	2.6×10^6	—
<i>Garnets</i>				
YIG	-2.5×10^4	—	1×10^4	—
GdIG	-2.3×10^5	—	—	—
<i>Hard Magnets</i>				
BaO·6Fe ₂ O ₃ ^u	4.4×10^6	—	3.2×10^6	—
Sm ^u Co ₅	7×10^7	—	$1.1 - 2.0 \times 10^8$	—
Nd ^u Co ₅	-4.0×10^8	—	1.5×10^8	—
Fe ₁₄ Nd ₂ B ^u	-1.25×10^{8c}	—	5×10^7	—
Sm ₂ Co ₁₇ ^u	—	—	3.2×10^7	—
TbFe ₂	—	—	-7.6×10^7	—

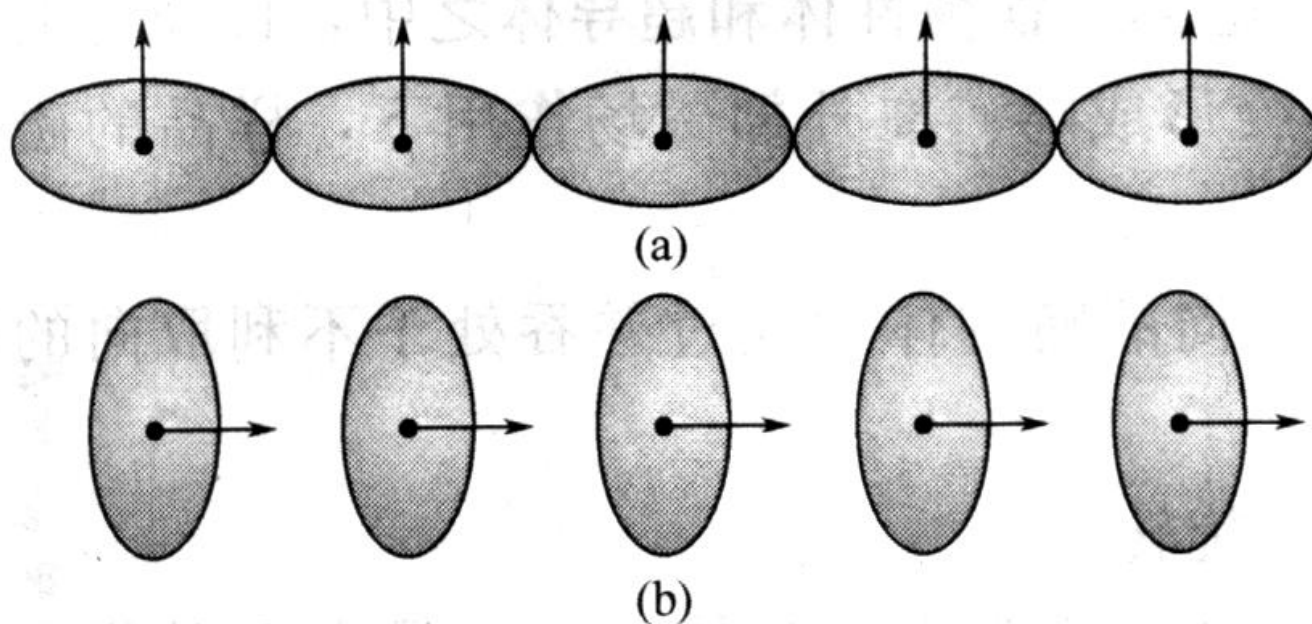
不同文献给出的
数值稍有不同。

(CGS单位制)

5. 磁晶各向异性的机理:

产生磁晶各向异性的来源比较复杂，一直在研究之中。目前普遍认为和**自旋-轨道耦合与晶场效应**有关。经过多年研究，局域电子的磁晶各向异性理论已经趋于成熟，目前有两种模型：**单离子模型和双离子模型**。主要适合于解释铁氧体和稀土金属的磁晶各向异性。而以能带论为基础用于解释过渡族金属的巡游电子磁晶各向异性理论进展迟缓，尚不完备。（见姜书P221-228）

下面介绍 Kittel 的一种简明解释：由于自旋-轨道耦合作用使非球对称的电子云分布随自旋取向而变化，因而导致了波函数的交迭程度不同，产生了各向异性的交换作用，使其在晶体的不同方向上能量不同。



磁晶各向异性机理的一种简明解释

见Kittel p240

图 由相邻离子电子分布交叠的非对称性给出磁晶各向异性的一种机制。由于自旋-轨道相互作用，电荷分布是旋转椭球形，而不是球形。非对称性与自旋方向有密切联系，所以自旋方向相对于晶轴的转动使交换能改变，同时也使一对对原子的电荷分布的静电相互作用能改变。两种效应都会导致各向异性。 (a) 图的能量不同于 (b) 图的能量。

6. 磁晶各向异性常数的温度依赖性

见姜书p220-221

磁晶各向异性是由自发磁化强度和晶格之间的相互作用产生的，因而自发磁化强度的温度关系将导致磁晶各向异性的温度变化。实际上磁晶各向异性对温度的依赖性比自发磁化强度对温度的依赖强的多。在材料中局域自旋的方向余弦($\beta_1, \beta_2, \beta_3$)并不同于总自发磁化强度的方向余弦($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$)，它们的差别随温度的升高而增加。温度为 T 的立方各向异性为：

$$K_a(T) = K_1(0) \langle \beta_1^2 \beta_2^2 + \beta_2^2 \beta_3^2 + \beta_3^2 \beta_1^2 \rangle$$

在 $\langle \rangle$ 为所有自旋簇的角函数的平均值，在 $\langle \rangle$ ，角函数的幂越高，函数 $\langle \rangle$ 随着温度升高降得越快。根据对次幂函数的精确计算得到

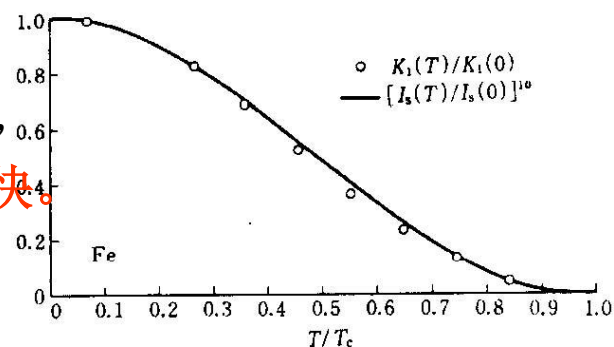
$$\langle K^{(n)} \rangle \propto I_s^{n(n+1)/2}$$

对于单轴各向异性 $n=2$

$$\frac{K_u}{K_{u0}} = \left(\frac{I_s}{I_{s0}} \right)^3$$

对于立方各向异性 $n=4$

$$\frac{K_1}{K_{10}} = \left(\frac{I_s}{I_{s0}} \right)^{10}$$



铁的 K_1 的观测值的温度依赖性与 10 次方规律的比较 (引自 Carr²⁷)

此外，晶格的热膨胀，磁性原子电子态的热激发，化合价态的温度依赖性等，都会影响磁各向异性。

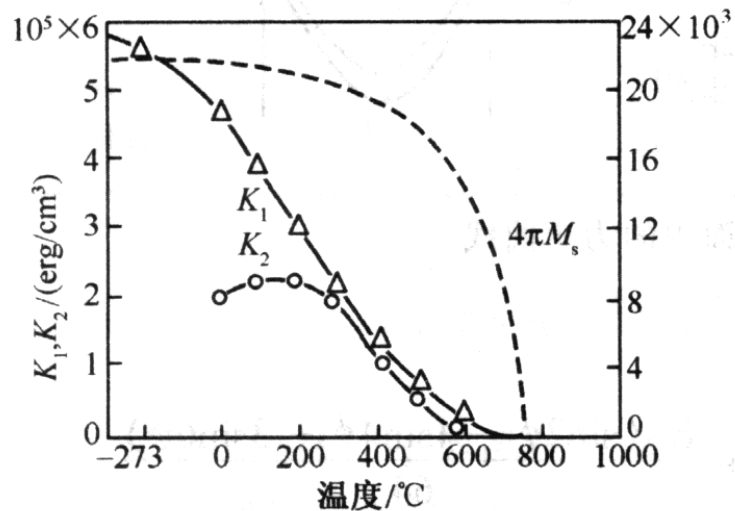


图 4-11 Fe 的 K_1, K_2 随温度的变化 (Bozorth, 1937)

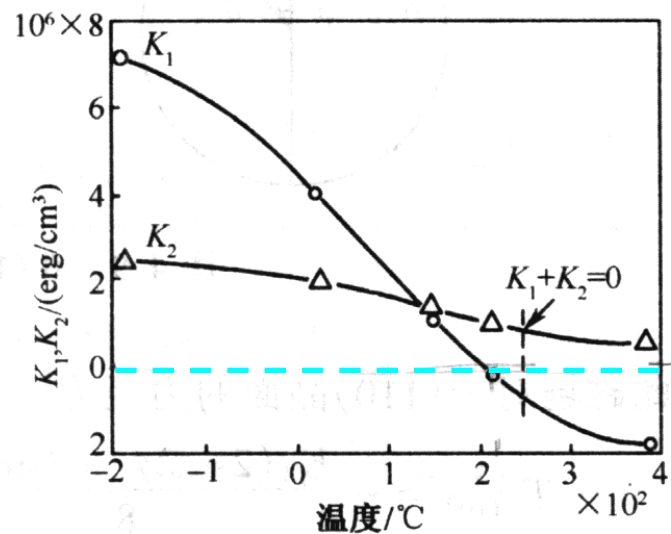


图 4-12 Co 的 K_1, K_2 随温度的变化 (Bozorth, 1937)

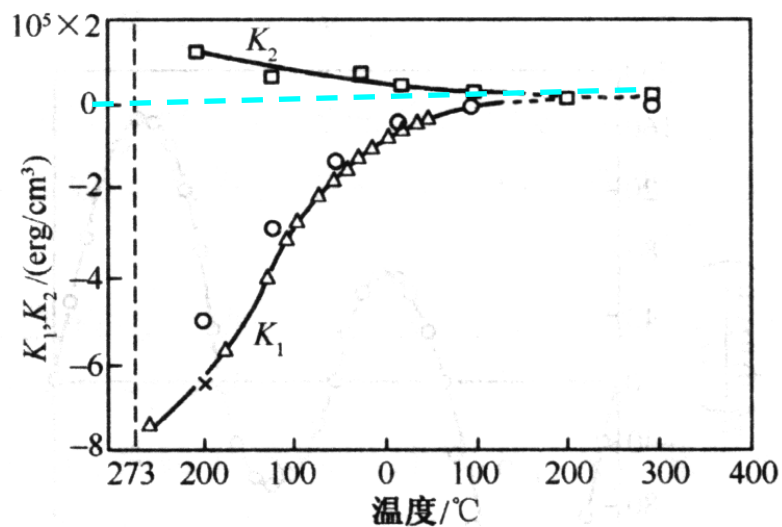


图 4-13 Ni 的 K_1, K_2 随温度的变化

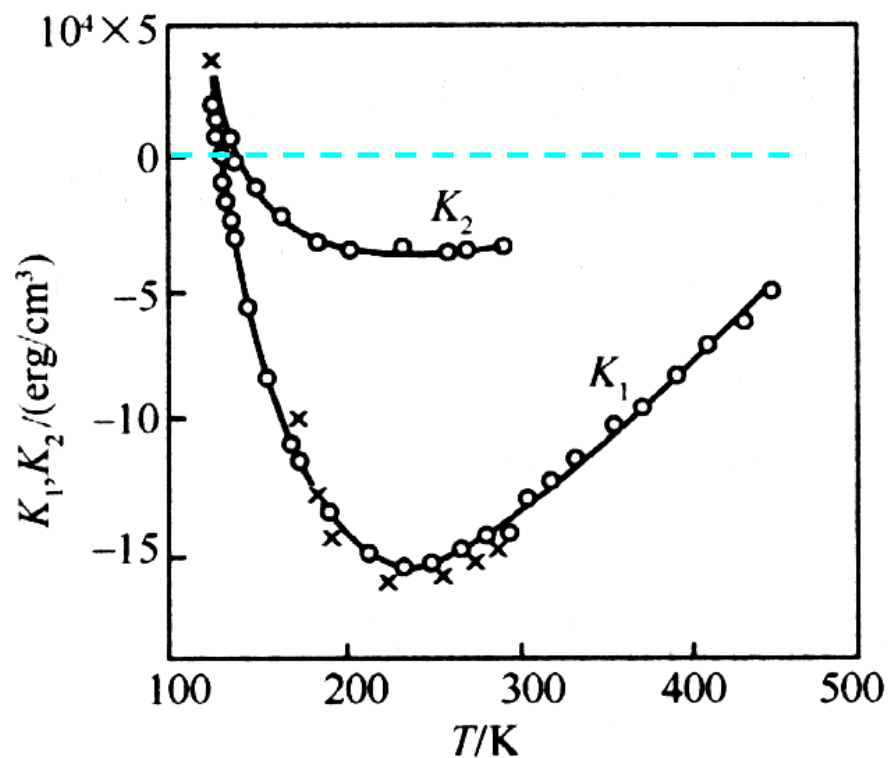


图 4-14 Fe_3O_4 的 K_1, K_2 随温度的变化 (Bickford et al. 1957)

特别注意符号的改变!

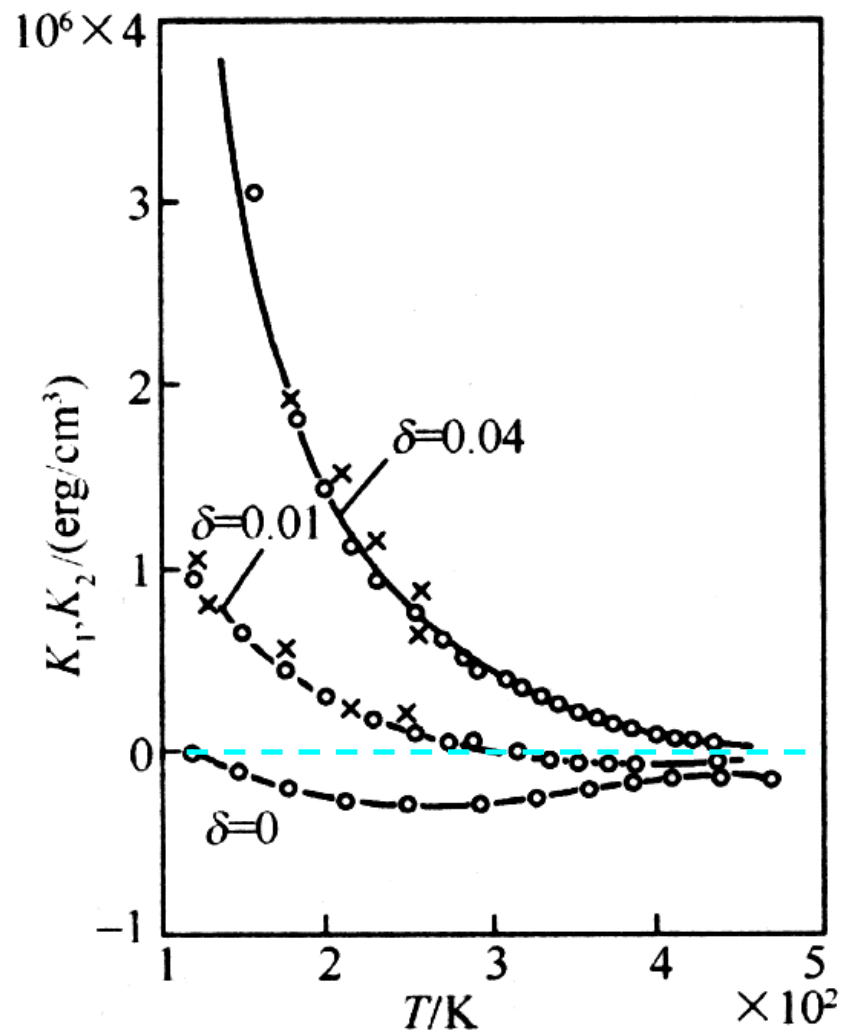


图 4-15 $\text{Co}_\delta\text{Fe}_{3-\delta}\text{O}_4$ 的 K_1 随温度的变化 (Bickford et al. 1957)

三、与磁致伸缩现象相关的磁弹性能和应力能

1. 什么是磁致伸缩现象：铁磁性物质的形状在磁化过程中发生弹性形变的現象，叫磁致伸缩。

由磁致伸缩导致的形变 $\frac{\delta l}{l}$ 一般比较小，其范围在 $10^{-5} \sim 10^{-6}$ 之间。虽然磁致伸缩引起的形变比较小，但它在控制磁畴结构和技术磁化过程中，仍是一个很重要的因素。

饱和磁滞伸缩系数 λ_s

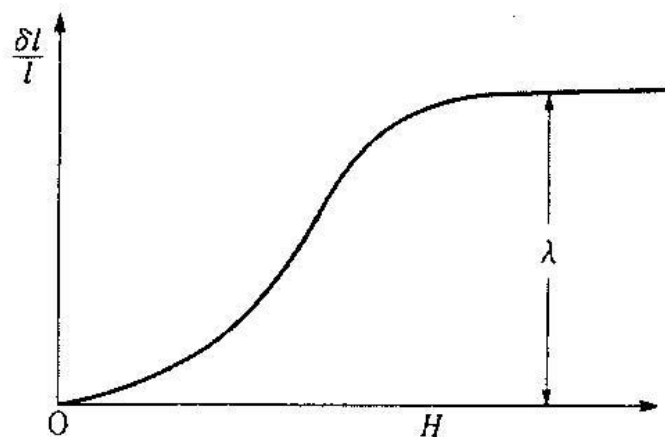


图 14.1 磁致伸长与外加磁场的关系

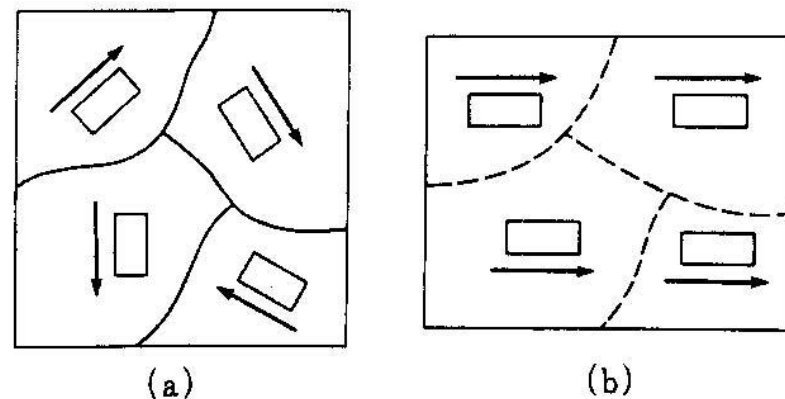


图 14.2 磁畴磁化强度的转动以及伴随着的自发应变轴的转动

磁致伸缩有三种表现：

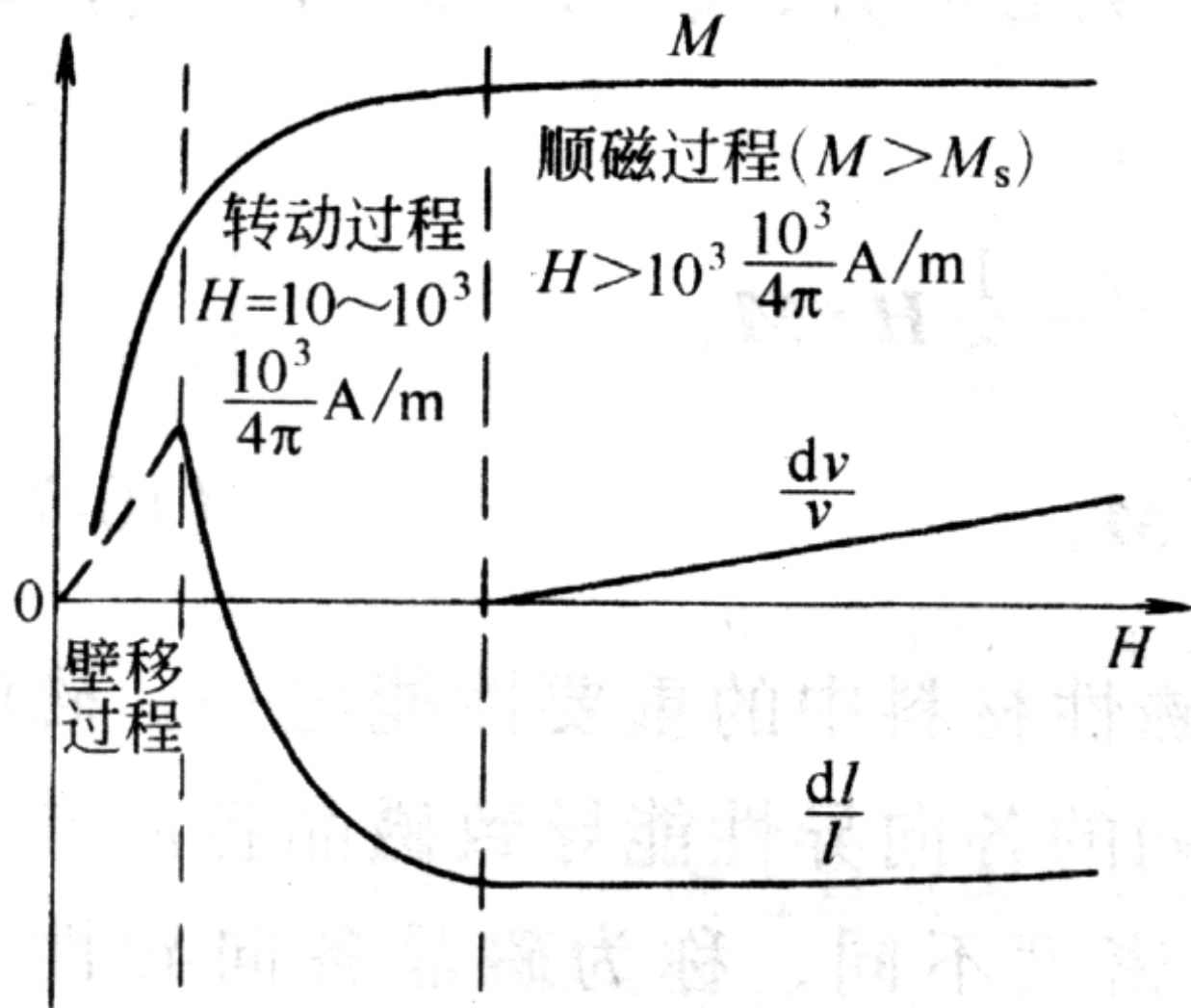
沿外磁场方向（即：磁化方向）磁体尺寸的相对变化，称**纵向磁致伸缩**。

垂直于外磁场方向磁体尺寸的相对变化称**横向磁致伸缩**。

磁体磁化时其体积的相对变化 $\frac{\Delta V}{V}$ 称**体积磁致伸缩**，在磁化过程中体积磁致伸缩一般很小，约为 10^{-10} ，可以忽略。

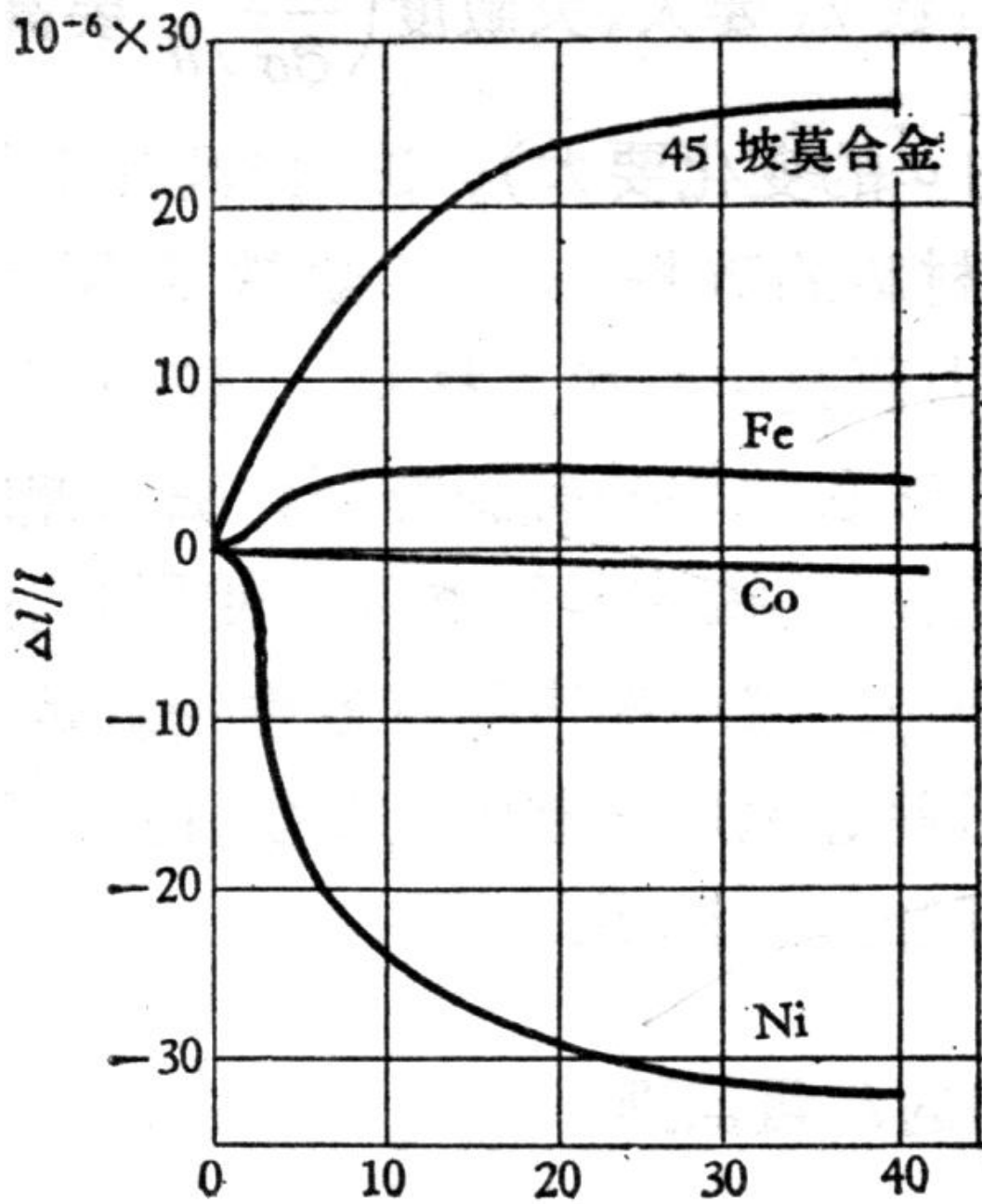
前面两个又称**线性磁致伸缩**，只是磁化过程中的线度变化，一般在 $10^{-5} \sim 10^{-6}$ 之间。除特别说明的以外，我们讨论的磁致伸缩只是指线性磁致伸缩。

反过来，通过对材料施加拉应力或压缩力，材料尺寸的变化也会引起材料磁性能的变化，即所谓**压磁效应**。它是磁致伸缩的逆效应。



体积磁致伸缩只发生高磁场时的顺磁磁化过程。因此，一般磁场下，可以忽略。

图 10-21 铁的磁化曲线与
磁致伸缩的示意图



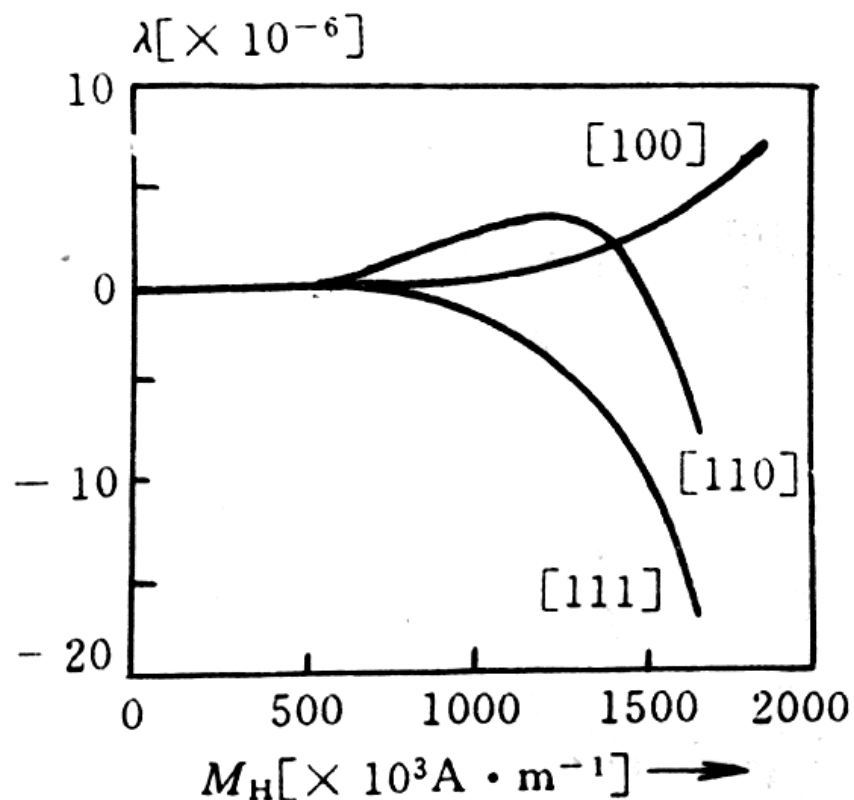
几种多晶材料的磁致伸缩随磁场的变化，

H (奥斯特)

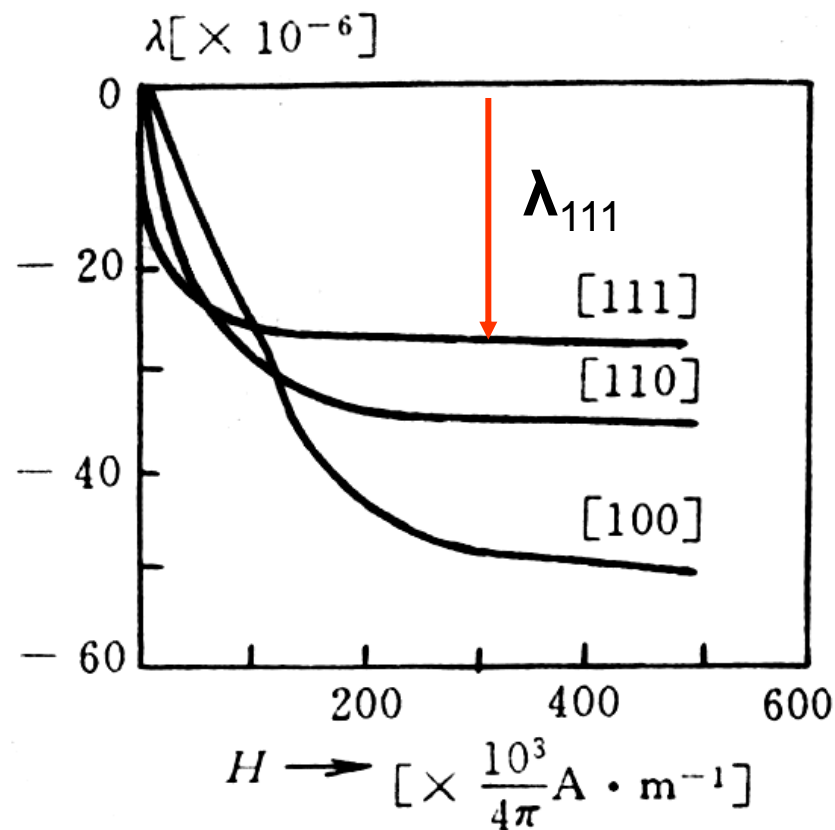
或 $\frac{10^3}{4\pi} \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$

摘自钟文定书p21

单晶磁致伸缩随磁场的变化（磁致伸缩是各向异性的）



(a) Fe 单晶由于磁化引起的磁致伸缩变化



(b) Ni 单晶

2. 磁致伸缩的唯象说明:

磁致伸缩现象来源于伴随自发磁化而产生的自发形变，因此磁致伸缩有饱和现象。

自发磁致伸缩(体积磁致伸缩)的机理：对于一个单畴晶体的球，在居里温度以上是顺磁球，当温度低于居里温度，由于交换相互作用产生自发磁化，与此同时晶体也改变了形状和体积，成为椭球，产生自发形变，即自发磁致伸缩。

为什么自发磁化就要产生自发形变？由于交换作用与原子间距离有关，Slater-Bethe曲线。若 T_C 以上原子间距离为 d_1 ，当冷至 T_C 以下，距离仍为 d_1 交换积分为 A_1 ，若距离增至 d_2 则交换积分为 A_2 ($A_2 > A_1$)，交换积分愈大则交换能小，由于系统在变化过程中总是要求自由能极小，系统处于稳定态。因此原子间距离不会保持在 d_1 ，必须变为 d_2 ，因而晶体尺寸变大。

如果在曲线 3 的位置(曲线下降段)，则尺寸收缩。

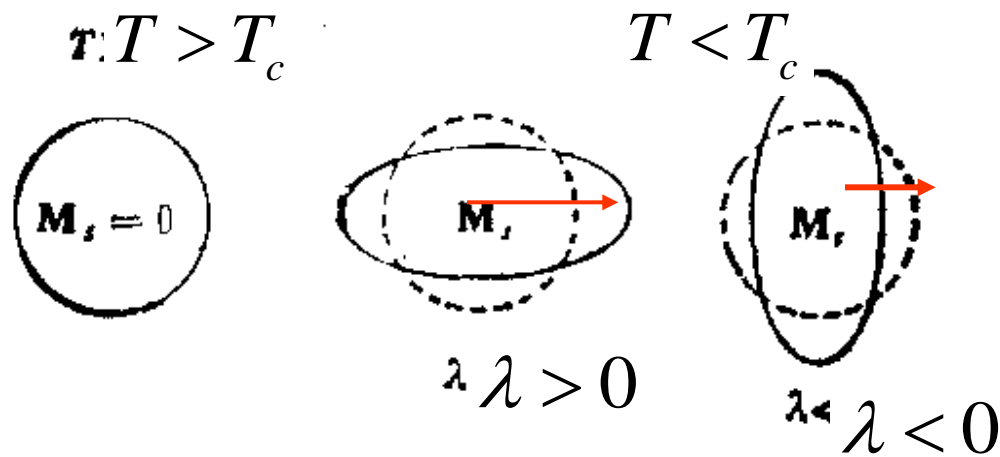


图 7.14 解释自发形变的图形。

曲线左侧的元素，温度降至 T_c 后，交换作用使原子间产生排斥力，原子间距离变大。

各向异性→椭球

沿外场排列→线效应

（饱和）顺磁区→体效应

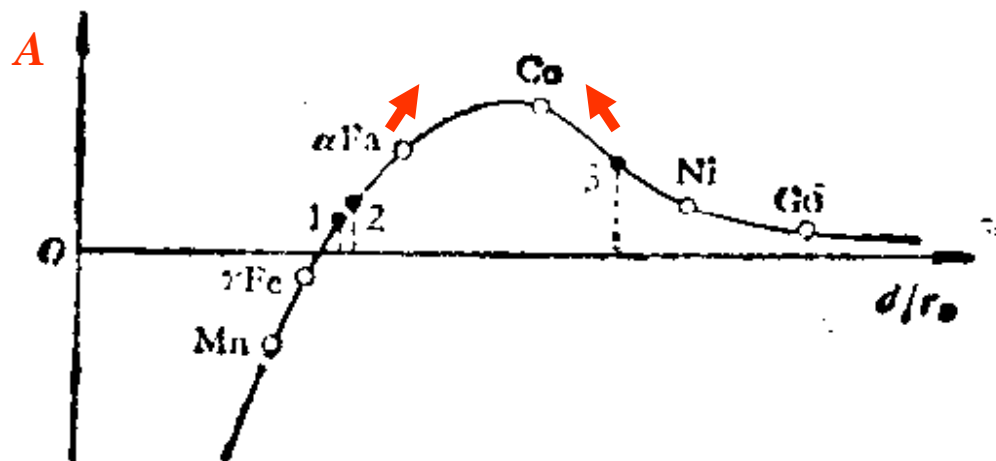


图 7.15 交换积分与晶格原子结构的关系 (Slater 曲线).
 d : 晶格常数; r_o : 未满壳层的半径.

该图摘自钟文定书 p27

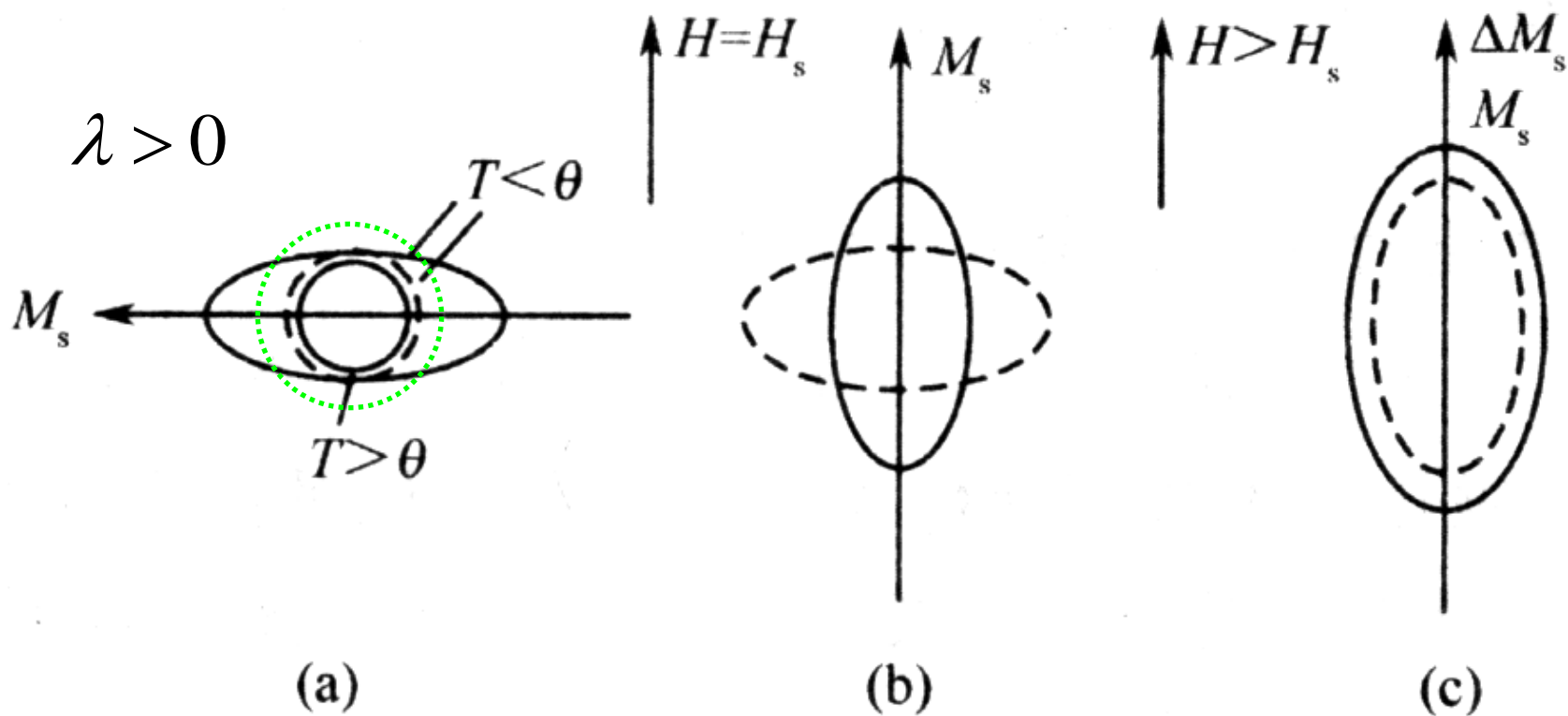


图 4-16 单畴球体在不同磁化状态下的磁致伸缩效应

各畴自发磁化的形变伸长方向都排列在磁场方向。

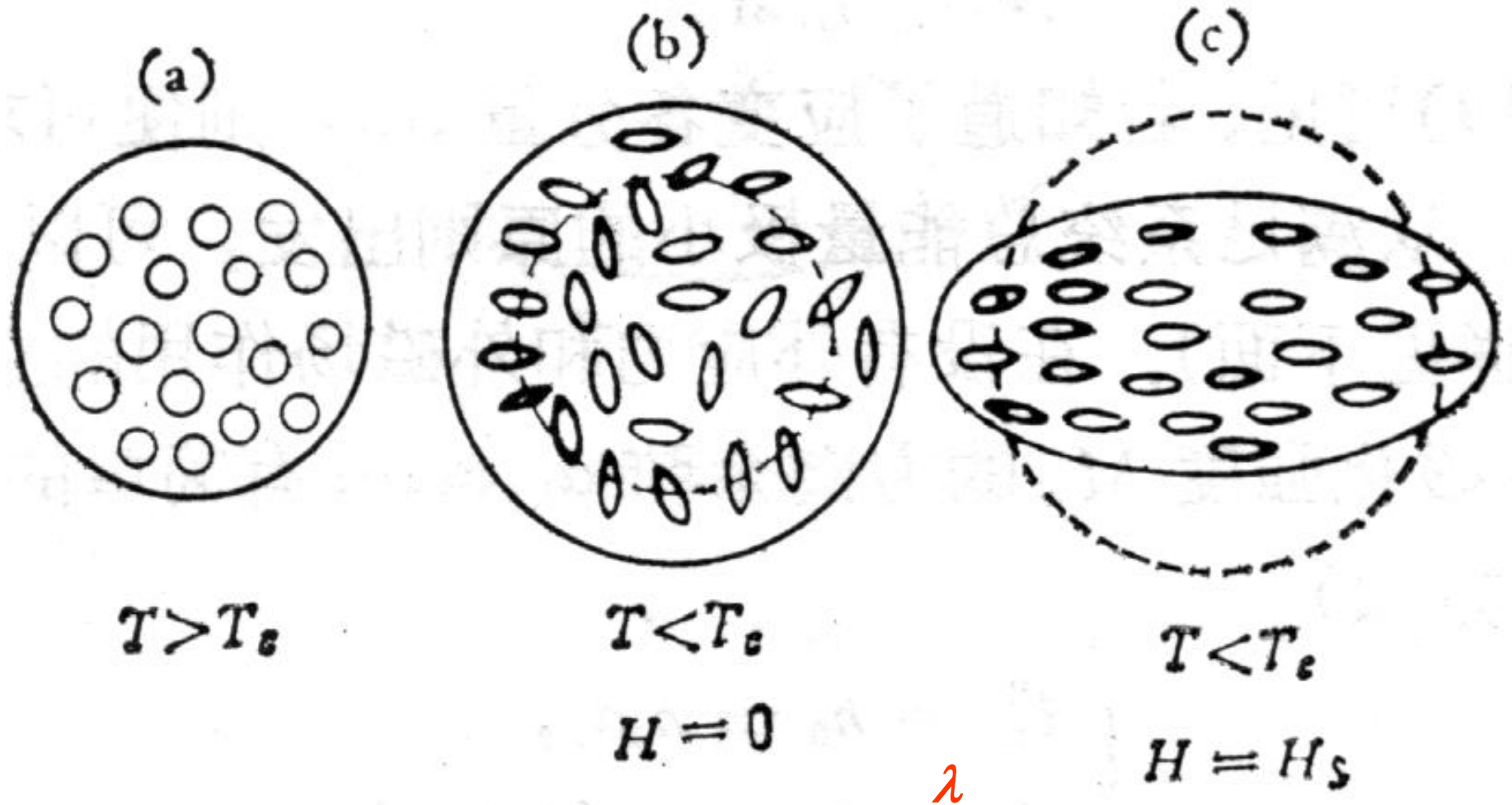


图 7.18 多畴的球形晶体磁致伸缩示意图。

磁畴变形引起的材料外形变化（单晶）

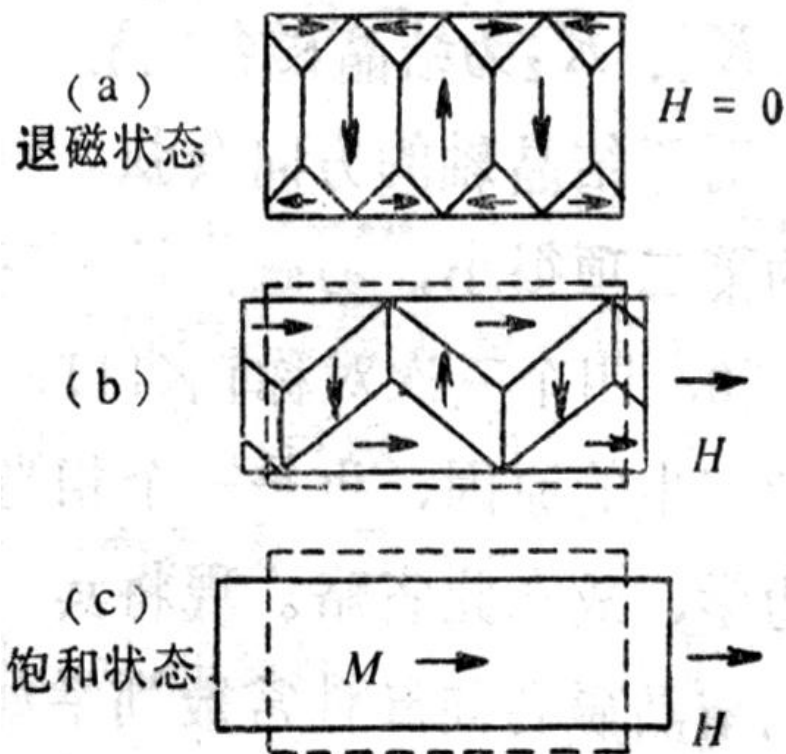
以各畴**顺磁状态**为基点，
设自发磁化后的伸缩量为 e ，则
多晶材料中处在**铁磁退磁状态**
下的伸缩量：

$$\left(\frac{\delta l}{l}\right)'_{\text{dem}} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e \cos^2 \varphi \sin \varphi d\varphi = \frac{e}{3}$$

磁化到饱和状态后以**退磁状态**
为基点的伸缩量，即通常意义
下的饱和磁滞伸缩系数：

$$\lambda = \left(\frac{\delta l}{l}\right)_{\text{Sat}} = \left(\frac{\delta l}{l}\right)'_{\text{Sat}} - \left(\frac{\delta l}{l}\right)'_{\text{dem}} = \frac{2}{3}e$$

公式 $e = \frac{3}{2}\lambda$ 是我们在
磁滞伸缩研究中常见到的。



相对顺磁态： $\left(\frac{\delta l}{l}\right)'_{\text{Sat}} = e$

磁致伸缩现象的简单模型：

小磁针不同取向，作用能发生变化，因而能量最小的平衡距离也发生变化。 $r_0 \rightarrow r_1$

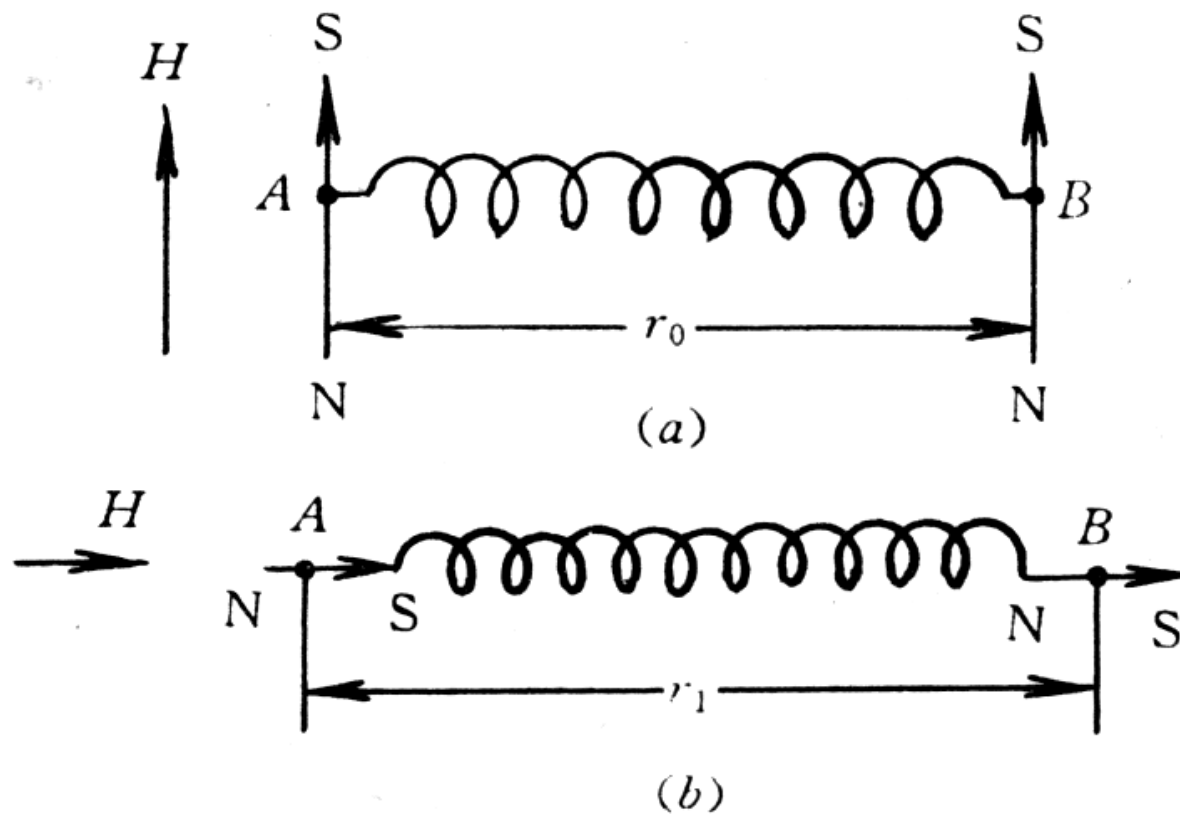


图 4-28 线磁致伸缩模型

3. 磁致伸缩的唯象表示:

立方晶系, 磁化强度方向 $(\alpha_1\alpha_2\alpha_3)$, 测量方向 $(\beta_1\beta_2\beta_3)$

$$\frac{\delta l}{l} = \frac{3}{2}\lambda_{100}(\alpha_1^2\beta_1^2 + \alpha_2^2\beta_2^2 + \alpha_3^2\beta_3^2 - \frac{1}{3}) + 3\lambda_{111}(\alpha_1\alpha_2\beta_1\beta_2 + \alpha_1\alpha_3\beta_1\beta_3 + \alpha_3\alpha_2\beta_3\beta_2)$$

在**各向同性**情形, 令测量方向和磁化方向夹角为 θ 时,

上式可以表示为:

$$\lambda_{100} = \lambda_{111} = \lambda$$

$$\frac{\delta l}{l} = \frac{3}{2}\lambda(\cos^2 \theta - \frac{1}{3})$$

λ 称等向磁致伸缩系数。

多晶情形仍然可用此式, 但 λ 需用 $\bar{\lambda}$ 替代。

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{5}(2\lambda_{100} + 3\lambda_{111})$$

对称性低的晶系, 表达式要复杂的多。

4. 磁弹性能： 指磁致伸缩过程中，磁性与弹性之间的耦合作用能，分析表明，计入磁致伸缩后，在对形变张量只取线性项的近似下，磁晶各向异性能的形式并未发生变化，仅是各向异性常数的数值稍有变化。

5. 应力能： 当铁磁晶体受到外应力作用或其内部存在内应力时，还将产生由应力引起的形变，从而出现应力能，在简单张（压）力情况下：

$$F_{\sigma} = -\frac{3}{2}\lambda_{100}\sigma(\alpha_1^2\beta_1^2 + \alpha_2^2\beta_2^2 + \alpha_3^2\beta_3^2 - \frac{1}{3}) - 3\lambda_{111}\sigma(\alpha_1\alpha_2\beta_1\beta_2 + \alpha_1\alpha_3\beta_1\beta_3 + \alpha_3\alpha_2\beta_3\beta_2)$$

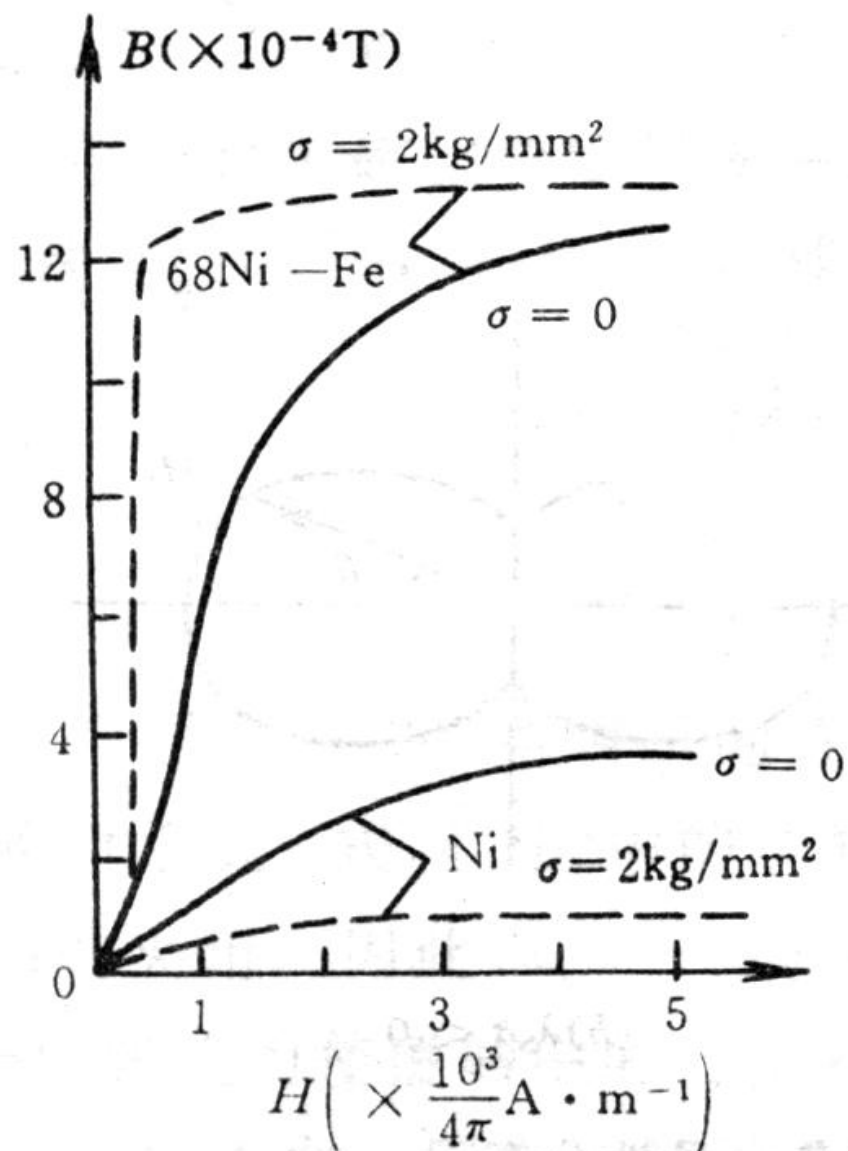
张（压）力方向：

$(\beta_1\beta_2\beta_3)$

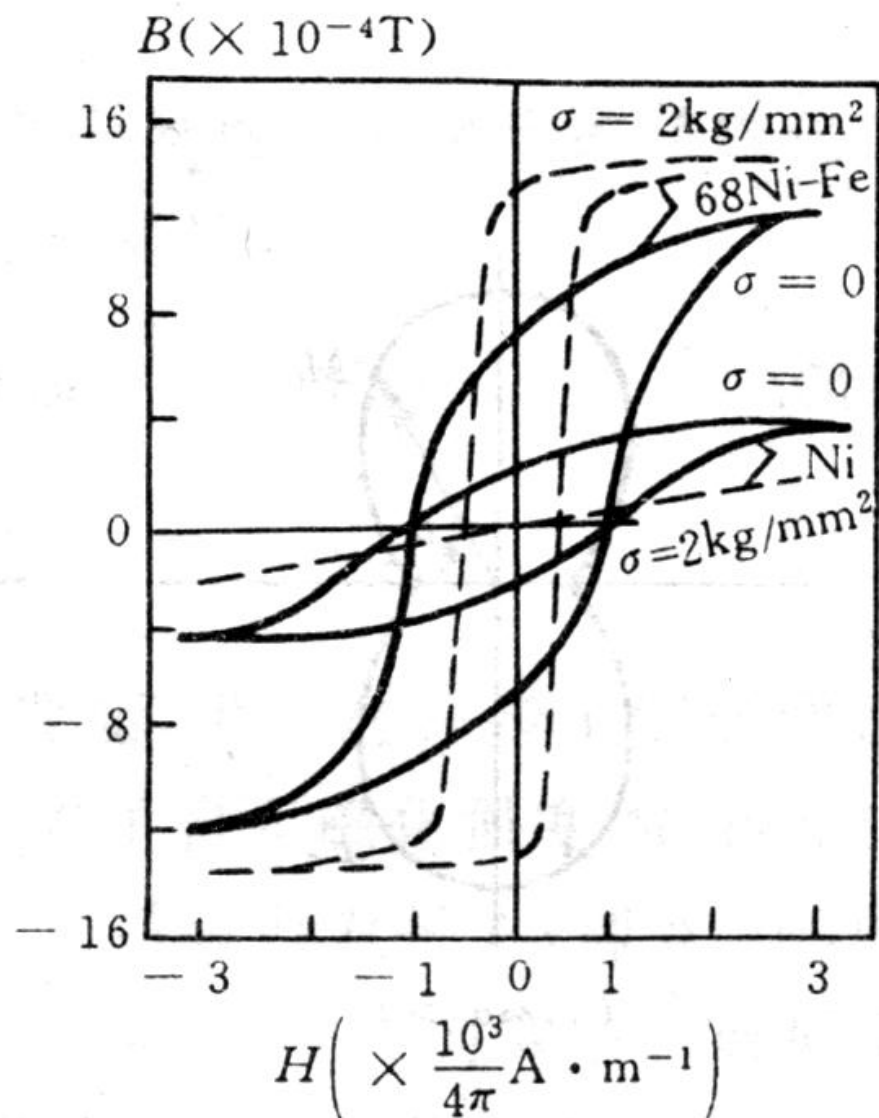
立方晶系

磁致伸缩各向同性情形，上式可以简化为：

$$F_{\sigma} = -\frac{3}{2}\lambda\sigma\cos^2\theta$$



(a) 磁化曲线 ($\sigma > 0$)



(b) 磁滞回线 ($\sigma > 0$)

图 4-38 应力对 Ni-Fe 合金和镍的磁性影响

6. 磁致伸缩的应用：

研究铁磁体的磁致伸缩，一方面可以了解铁磁体内部各种相互作用的本质，以及磁化过程与物体形变之间的关系，另一方面也有很多实际应用：利用铁磁材料在交变磁场作用下长度的伸长和缩短，可以制成超声波发生器和接受器，以及力、加速度、速度的传感器，延迟线，滤波器，稳频器，和超声存储器。

利用铁磁物质在居里温度附近，随着温度提高、自发磁化强度下降，体积磁致伸缩会减小的情况，可以用来抑制热膨胀的发生。例如：含**35%**的**Fe-Ni**合金在室温附近，热膨胀系数几乎为零。

磁致伸缩效应对实际应用也有不利的一面，例如用硅钢片制成的变压器等电器产品中的噪声就来源于磁致伸缩。

附录：磁致伸缩（物理所课件）

铁磁性物质的形状在磁化过程中发生形变的现象，叫磁致伸缩。由磁致伸缩导致的形变 $\delta l / l$ 一般比较小，其范围在 $10^{-5} \sim 10^{-6}$ 之间。虽然磁致伸缩引起的形变比较小，但它在控制磁畴结构和技术磁化过程中，仍是一个很重要的因素。

应变 $\delta l / l$ 随外磁场增加而变化，最终达到饱和 λ 。产生这种行为的原因是材料中磁畴在外场作用下的变化过程。每个磁畴内的晶格沿磁畴的磁化强度方向自发的形变 \mathbf{e} 。且应变轴随着磁畴磁化强度的转动而转动，从而导致样品整体上的形变。

$$\frac{\delta l}{l} = e \cos^2 \varphi$$

式中： \mathbf{e} 为磁化饱和时的形变， φ 观察方向(测试方向)与磁化强度方向之间的夹角。

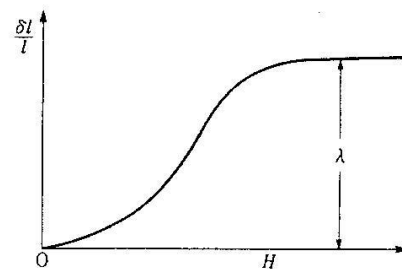


图 14.1 磁致伸长与外加磁场的关系

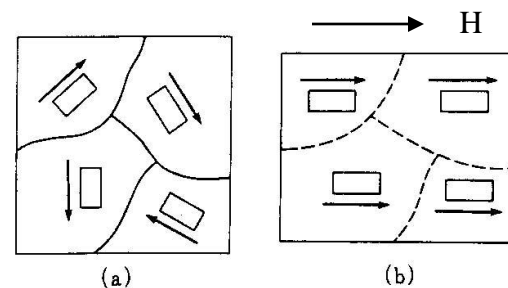


图 14.2 磁畴磁化强度的转动以及伴随着的自发应变轴的转动

在退磁状态，磁畴磁化强度的方向是随机分布，其平均形变为

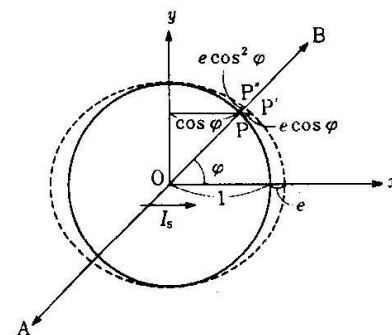
$$\left(\frac{\delta l}{l}\right)_{dem} = \int_0^{\pi/2} e \cos^2 \varphi \sin \varphi d\varphi = \frac{e}{3}, \quad \text{饱和状态时} \quad \left(\frac{\delta l}{l}\right)_{sat} = e$$

则饱和磁致伸缩为 $\lambda = \left(\frac{\delta l}{l}\right)_{sat} - \left(\frac{\delta l}{l}\right)_{dem} = \frac{2}{3}e$

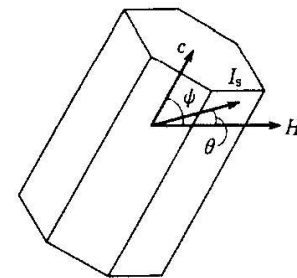
这样在磁畴中的自发应变可以用 λ 表示： $e = \frac{3}{2}\lambda$

因子3/2经常出现在公式中，是因为 λ 定义为相对于退磁状态的形变。以上的讨论是假设自发形变 $3\lambda/2$ 是一个常数，与自发磁化强度的晶体学方向无关。这种性质的磁致伸缩被称为各向同性磁致伸缩(Isotropic magnetostriction)。

各向同性的磁致伸缩的伸长量是随磁化强度的大小而改变。以Co为例，钴是六角晶系，C-轴为易磁化轴。磁化是通过180°畴壁位移来完成的。假设磁场方向与C-轴的夹角为 φ ，位移完成的磁化强度 $I = I_s \cos \varphi$ 。



与自发应变轴成角 φ 方向上的单位球半径的伸长的示意图



在单晶体中由外加磁场 H 引起的自发磁化强度 I_s 的转动

在磁场比较小时，畴壁位移完成，但是磁化强度方向仍然在易轴C方向，因而没有磁致伸长。在高磁场下，磁化强度向外场方向转动，此时伸长量变化

$$\Delta\left(\frac{\delta l}{l}\right) = \frac{3}{2}\lambda(1 - \cos^2 \varphi)$$

显然，当 $\varphi=0$ 时， $\Delta(\delta l/l)=0$ ；也就是说，在易轴方向加磁场，从退磁状态到饱和状态样品的长度没有变化。如果磁场H与易轴垂直 $\varphi=\pi/2$ ，则 $\Delta(\delta l/l)=3/2\lambda$ 。 φ 从0到 $\pi/2$ 时，见右图，不同角度 φ ， $\delta l/l - I/I_s$ 的变化曲线都不一样。

对于 $K_1>0$ 的立方晶体，在退磁状态下，每个磁畴的磁化强度方向平行于 $\langle 100 \rangle$ 方向中的一个方向，因此平均伸长为 $(\delta l/l)_{\text{dem}}=\lambda/2$ ，而与观察方向无关。如果沿 $[100]$ 方向磁化到饱和，则 $(\delta l/l)_{\text{sat}}=3\lambda/2$ 。因此

$$\Delta\left(\frac{\delta l}{l}\right) = \left(\frac{3}{2}\lambda\right) - \frac{\lambda}{2} = \lambda$$

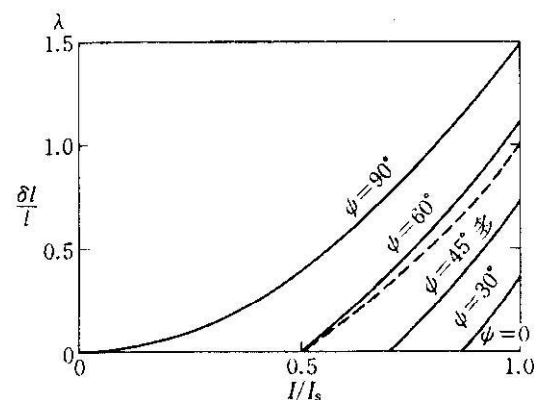
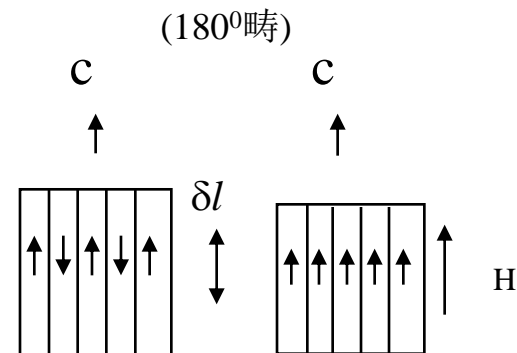


图 14.5 单轴晶体的磁致伸缩与磁化强度之间的函数关系

整个磁化过程中完全通过畴壁位移进行。磁畴壁有 90° 和 180° 两种畴壁。在低场下，与单轴Co的情况一样 180° 畴壁位移对伸长没有贡献。 90° 畴壁位移对伸长起作用。第一种情况，在磁化过程中，首先是 180° 壁位移，当 I 增加到 $I_s/3$ 时,对伸长没有影响。 90° 畴壁位移开始，样品长度才会改变。

因此就有： 对于 $\frac{I}{I_s} \leq \frac{1}{3}$, $\frac{\delta l}{l} = 0$

对于 $\frac{I}{I_s} \geq \frac{1}{3}$, $\frac{\delta l}{l} = \frac{3}{2} \lambda \left(\frac{I}{I_s} - \frac{1}{3} \right)$

第二种情况， 90° 和 180° 壁移同时进行，则

$$\frac{\delta l}{l} = \lambda \frac{I}{I_s}$$

当晶体沿着 $\langle 111 \rangle$ 方向磁化时，首先发生 180° 壁移，与 $\langle 100 \rangle$ ， $\langle 010 \rangle$ ， $\langle 001 \rangle$ 相反的磁畴全部消失，此时磁化强度 $I = I_s/\sqrt{3} = 0.557 I_s$ 。然后磁化强度向H方向转动。

在该过程中， $I = I_s \cos \theta$ ， θ 为 I_s 与H之间夹角，

$$\frac{\delta l}{l} = \frac{3}{2} \lambda (\cos^2 \theta - \frac{1}{3})$$

因此有： $\frac{I}{I_s} \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$ 时 $\frac{\delta l}{l} = 0$

$\frac{I}{I_s} \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$ 时 $\frac{\delta l}{l} = \frac{3}{2} \lambda \left[\left(\frac{I}{I_s} \right)^2 - \frac{1}{3} \right]$

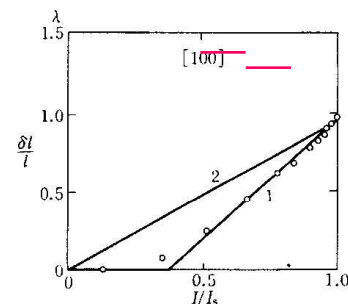


图 14.6 铁单晶的磁致伸缩与 $[100]$ 方向的磁化强度之间的函数关系。直线是根据下列的假设画出的：
(1) 180° 壁移优先于 90° 壁移，(2) 180° 壁移和 90° 壁移同时发生。实验点引自 Webster 的工作¹

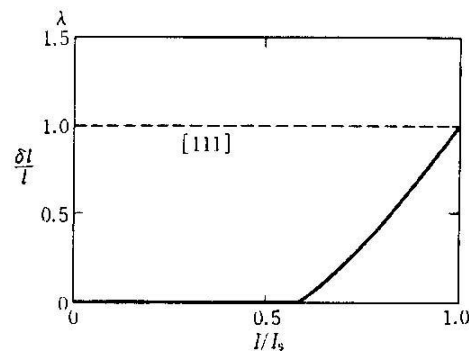
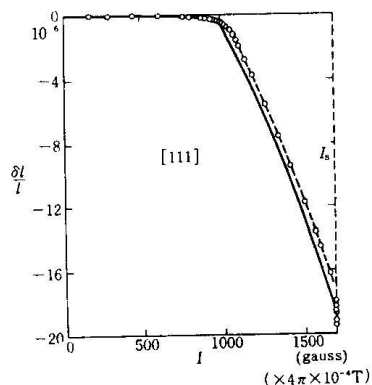
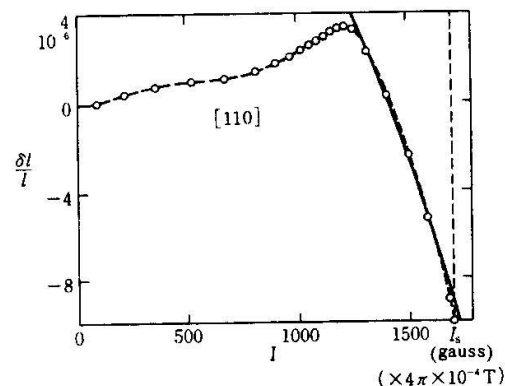


图 14.7 在各向同性磁致伸缩的假设下，预期的由 $\langle 111 \rangle$ 方向磁化引起的磁致伸缩



铁在 $\langle 111 \rangle$ 方向磁化时的磁致伸缩的实验数据（图引自 Becker 和 Döring 的书²；实验点引自 Kaya 和 Takaki 的数据⁵）



铁在 $\langle 110 \rangle$ 方向磁化时的磁致伸缩的实验数据（图引自 Becker 和 Döring 的书²；实验点引自 Kaya 和 Takaki 的数据⁵）

实验结果： $\langle 111 \rangle$ 方向磁化，磁致伸缩为负值，因此符号和大小均依赖于磁化强度的晶体学方向，称为各向异性磁致伸缩(anisotropic magnetostriction)。沿 $\langle 110 \rangle$ 方向磁化实验结果，在磁化过程初期，由 90° 壁移导致一个轻微的正的伸长，而在随后的转动磁化过程中，观察到相当大的一个收缩。

沿着 $[100]$ 方向磁化时，观察不到各向异性磁致伸缩效应，因为 I_s 在整个磁化过程中，总是平行于 $\langle 100 \rangle$ 方向中的一个。

四. 退磁场能

均匀磁化下, $F_d = -\frac{1}{2} H_d \cdot M_s = \frac{1}{2} N M_s^2$

一般分畴磁化, 举平行反向的磁化区域(下端至无限)为例来计算退磁场能。由图可见, 在上端XY表面上的磁极分布表示为

当 $2md < x < (2m+1)d$ 时, 表面磁极密度 $\sigma = +M_s$; (m 为整数)

当 $(2m+1)d < x < (2m+2)d$, 表面磁极密度为 $\sigma = -M_s$ 。

设静磁势为 $\phi(x, y)$ 。在 $z \neq 0$ 的区域, $\phi(x, y)$ 适合拉普拉斯方程:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

依据边界条件可得到: $\left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_{z=0} = +2\pi\sigma$

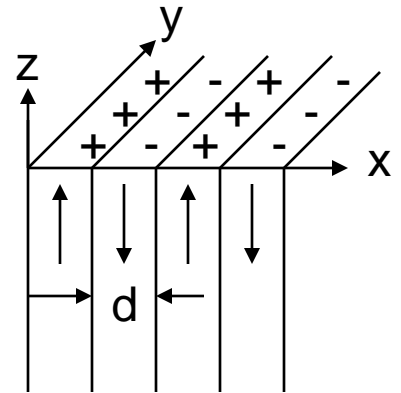
解拉普拉斯方程, 求得 ϕ 为:

$$\phi = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n \left(\frac{\pi}{d} \right) x \cdot e^{\mp n \left(\frac{\pi}{d} \right) z}, \quad A_n = \frac{8I_s d}{n^2 \pi} \quad (n \text{ 为奇数}), \quad \phi(z=0) = \frac{8I_s d}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin n \left(\frac{\pi}{d} \right) x$$

在XY平面的每单位面积下的静磁能为:

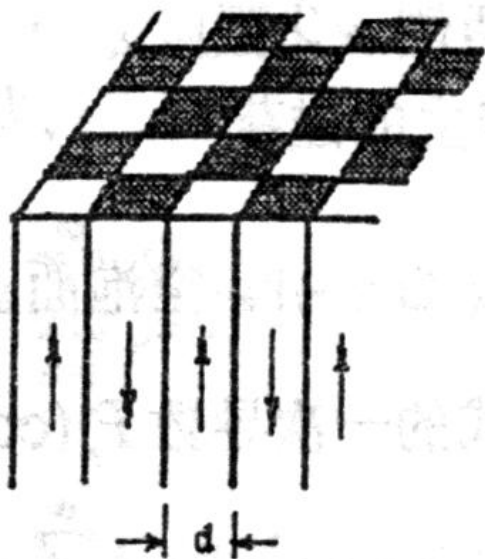
CGS单位: $F_d = \frac{1}{2} \cdot \frac{8M_s^2 d}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 d} \int_0^d \sin n \left(\frac{\pi}{d} \right) x dx = \frac{8M_s^2 d}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} = 0.8525 M_s^2 d$

条形畴

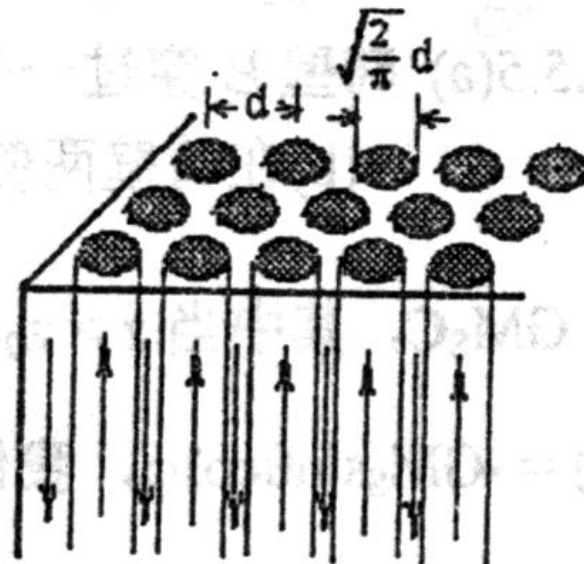


按 SI 单位制:

$$F_d = 0.8525 \times 10^{-7} M_s^2 d$$



方棋盘格形的磁畴结构



银嵌在反向磁化的基体内的正向磁化的圆柱状畴

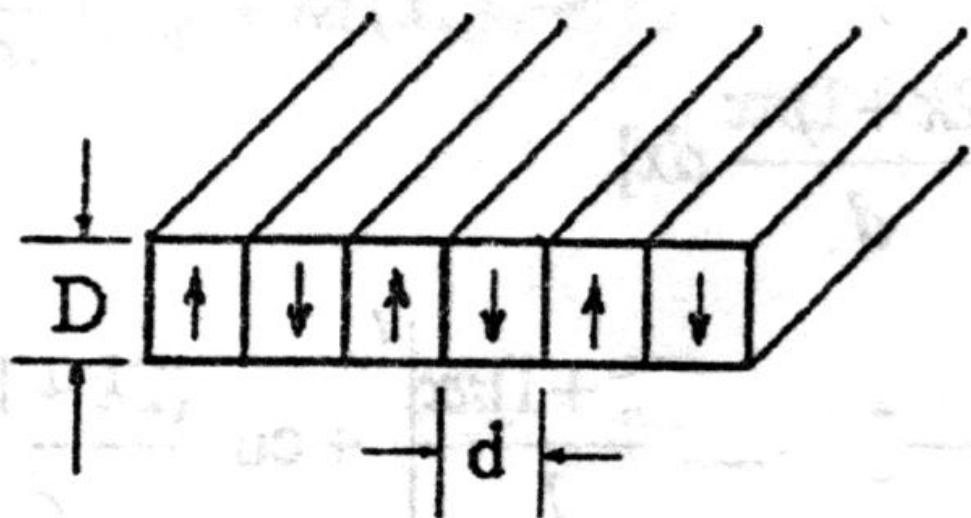
$$F_d = 0.53 \times 10^{-7} M_s^2 d$$

$$F_d = 0.37 \times 10^{-7} M_s^2 d$$

F_d 单位是: $\text{J} \cdot \text{m}^{-2}$

Kooy 等^[33]对图 所示的钡铁氧体单晶片，算得

$$F_D = \frac{4\mu_0 M_s^2 d}{\pi^3} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^3} [1 - e^{-(2k+1)\pi D/d}]$$



以上三图取自南大讲义

$\text{BaFe}_{12}\text{O}_{19}$ 单晶薄片中的条状畴

五. 其它磁各向异性性能

1、磁场退火效应：

在外磁场下将磁性材料进行加热或退火，即可获得磁场退火效应。

对Fe-Ni合金可以观察到这种效应。曲线A和C是经过磁场退火处理，A是平行于磁场方向的磁化曲线，C是垂直方向磁化曲线，B是没有经过磁场热处理的磁化曲线。从曲线C的平均磁化率，估计感生的单轴各向异性常数为 $1 \times 10^2 \text{Jm}^{-3}$ 。

在Fe-Ni合金系中，富镍相(21.5wt%Fe)有高导磁率，称**坡莫合金**。

磁场退火行为很特殊，即只有高温下淬火，才能得到高磁导率。

解释其机理：

(1)超晶格的形成，即有序相的产生。有序-无序转变温度大约 490°C

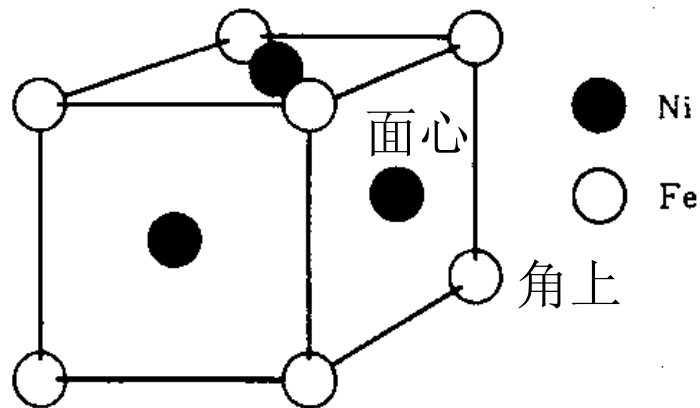
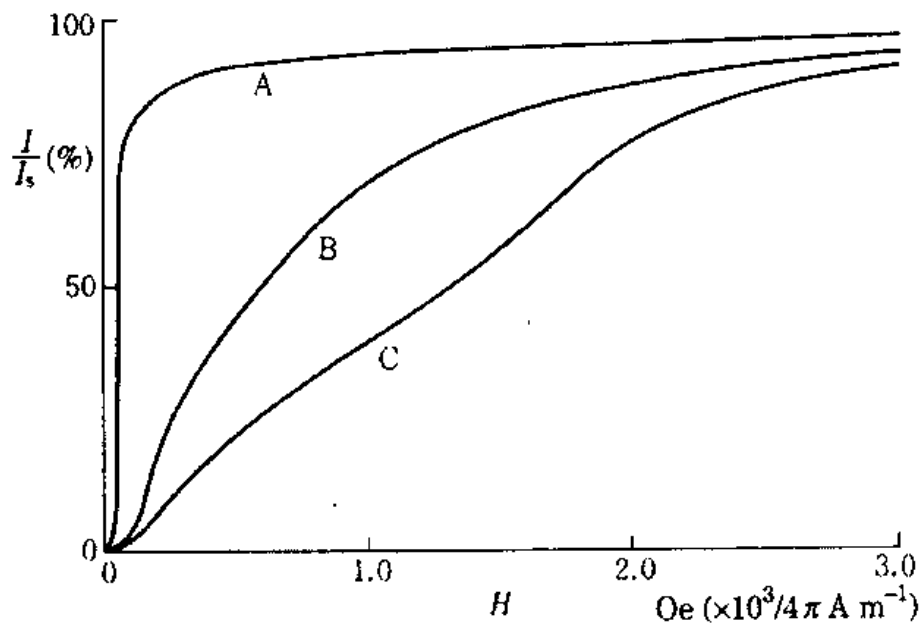
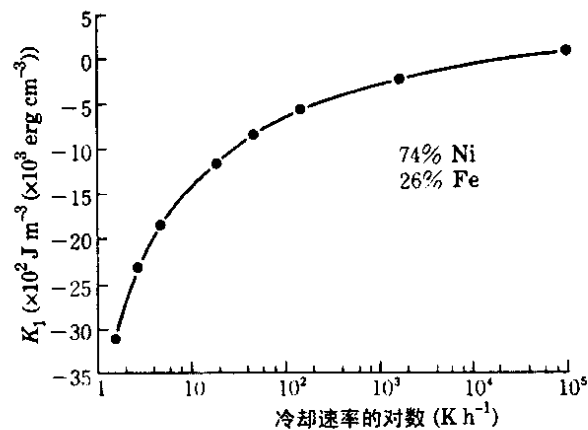


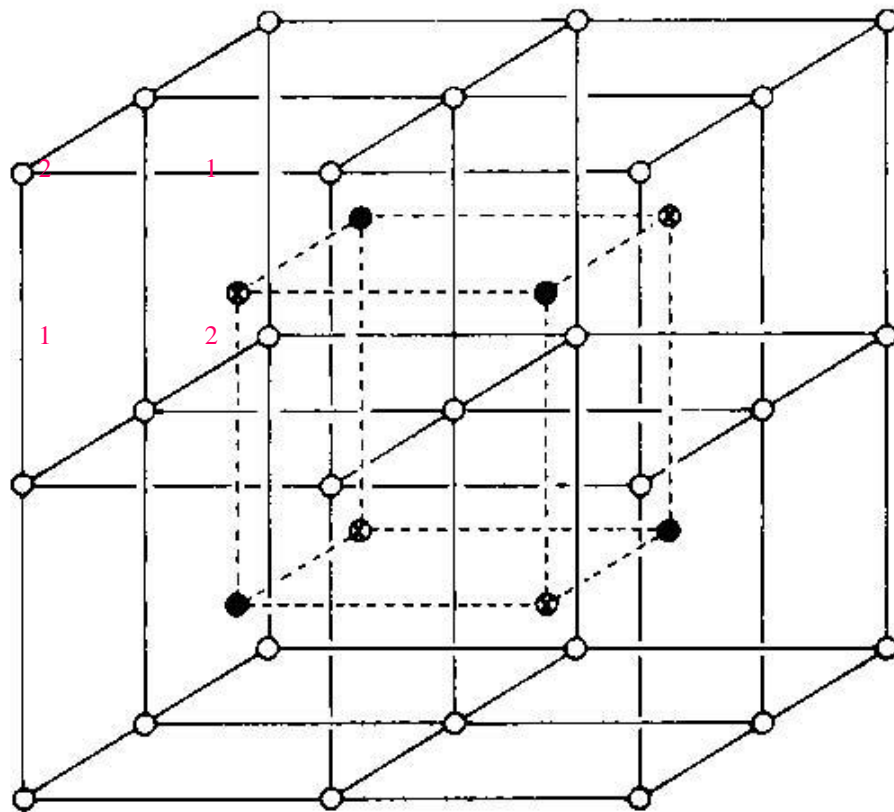
图 12.33 Ni_3Fe 超晶格示意图



21.5 坡莫合金的磁化曲线，该合金从 600°C 冷却下来：（A）在纵向磁场中冷却，
（B）冷却时无磁场；（C）在垂直或圆磁场中冷却⁷



Ni₃Fe 合金在 600—300°C 范围冷却时， K_1 与冷却速度的对数的变化关系（室温）
（引自 Bozorth⁵⁶）

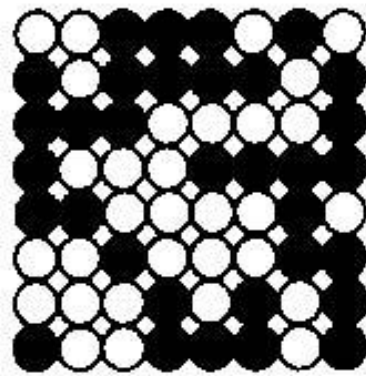


Atomic sites of bcc-based structures of Fe-Al alloys: (○) α ; (\odot) β_1 ; (●) β_2 .

Fe-Al合金是典型的有序相，50%Al占据体心晶位。如果是随机占位是无序态，如果分别占据1-Fe和2-Al位则是有序态。通过适当的退火处理就可以得到有序态。

(2) 方向有序-原子对模型:

近角观察到完全有序态时，感生各向异性反而趋于消失。因此试图用方向有序来解释。假定铁镍合金中有各向异性分布的Ni-Ni, Fe-Fe 和Ni-Fe原子对，而且Ni-Fe原子对的键长短。这样方向有序引起晶格畸变，通过磁弹性能产生感生各向异性。

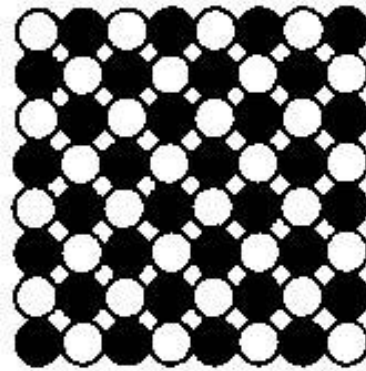


$$\text{vertical ellipsis} = 15$$

$$\text{horizontal ellipsis} = 14$$

无序

(a)

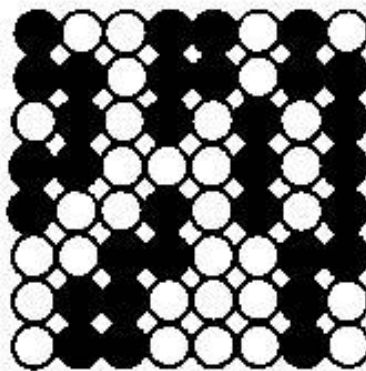


$$\text{vertical ellipsis} = \text{None}$$

$$\text{horizontal ellipsis} = \text{None}$$

完全有序

(b)



$$\text{vertical ellipsis} = 20$$

$$\text{horizontal ellipsis} = 9$$

方向有序

(c)

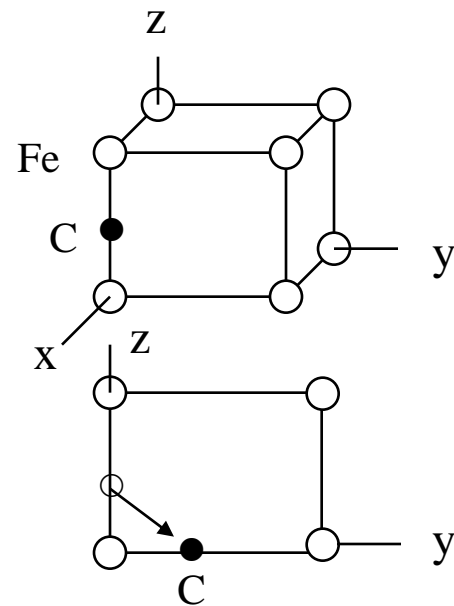
(3) Kaya 假设，有序化是通过不同体积的有序相的长大来进行，并且用第二相的形状各向异性解释了这种感生各向异性。设第二相磁化强度为 I_s' ，不同于基体 I_s 。退磁因子为 N_z ($N_z < 1/3$)，静磁能表示为

$$U = \frac{1}{4\mu_0} (I_s - I_s')^2 v (3N_z - 1) \cos^2 \theta$$

不管 I_s' 相对于 I_s 有多大，这种感生各向异性的易轴总是在磁场退火的磁场方向。 v 为第二相的体积分数。(AlNiCo₅)

另外：磁场冷却效应的机理还有单原子模型，例如最常见的在铁中加入微量的碳原子，碳原子不是替代铁原子晶格位置，而是在间隙位置。在磁场作用下，由于磁致伸缩碳原子将处在能量最低的位置，而感生出各向异性。

以上几种模型可以帮助了解磁场退火效应。



2. 形状各向异性

如果样品是非球形的，各个方向的退磁场不一样，导致各方向磁性能量不一样。设样品在 x, y, z 方向的退磁场系数为 N_x, N_y, N_z ，退磁场为

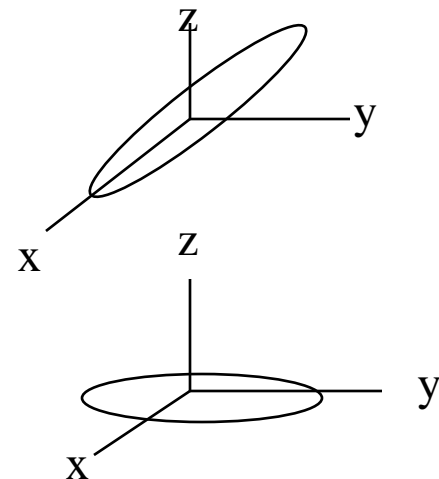
$$H_{di} = -N_i/\mu_0 I_{si} = -N_i/\mu_0 I_s \alpha_i$$

退磁能为

$$E_d = -\frac{1}{2} I_s H_d = \frac{I_s^2}{2\mu_0} (N_x \alpha_1^2 + N_y \alpha_2^2 + N_z \alpha_3^2)$$

例如，对 x 方向的细长针形： $N_x=0, N_y=N_z=1/2$

$$E_d = \frac{I_s^2}{4\mu_0} (\alpha_2^2 + \alpha_3^2) = \frac{I_s^2}{4\mu_0} (1 - \alpha_1^2) = \frac{I_s^2}{4\mu_0} \sin^2 \varphi$$



单轴各向异性的表达式： $E_A = K_u \sin^2 \theta$ ，与 E_d 比较得： $K_u \rightarrow \frac{I_s^2}{4\mu_0}$

对于薄板(xy 面)，退磁场系数： $N_z=1, N_x=N_y=0$

$$E_d = \frac{I_s^2}{2\mu_0} \alpha_3^2 = \frac{I_s^2}{2\mu_0} \cos^2 \theta \quad K_u \rightarrow \frac{I_s^2}{2\mu_0}$$

$\theta=0$ ，垂直 $x-y$ 面，能量最高； $\theta=\pi/2$ ，平行 $x-y$ 面时能量最低。因而面内磁化是最容易的方向。如果 I_s 比较小时，垂直和面内退磁能的差也比较小。

利用形状各向异性的一个典型例子就是AlNiCo₅永磁合金。该合金除了Fe以外，含有Al、Ni和Co。在1300°C以上是体心立方结构的均匀固溶体，但在900°C以下，脱溶成两相。通过磁场冷却，感生出一种易轴平行于冷却时所加磁场方向的各向异性。由电镜照片看到**针状脱溶物**，针状相是含较多Fe和Co的强铁磁相，基体是含较多Al和Ni的弱磁相。

$$K_u = \frac{1}{4\mu_0} (I_s - I'_s)^2 v(1-v)(1-3N_z)$$

其中 I_s 与 I'_s 分别为基体和析出相的饱和磁化强度， v 为析出颗粒的体积分数， N_z 是单个孤立析出粒子沿长轴方向的退磁因子。这种脱溶称为斯皮诺答尔 (spinodal) 分解。

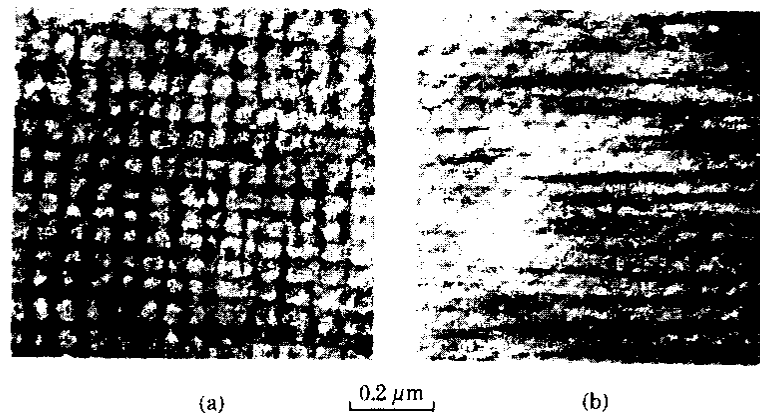


图 13.15 在 0.13MAm^{-1} (1600Oe) 的磁场下，在 810°C 退火 10 分钟的 AlNiCo₈ (36wt%Co、14wt%Ni、6.6wt%Al、5wt%Ti、3wt%Cu、0.1wt%Si、其余为 Fe) 的电子显微图：(a) 横截面图，(b) 伸长的脱溶粒子的侧面图 ³⁹

3、交换各向异性

Maiklejohn与Bean发现，颗粒直径为10-100 nm的轻微氧化的Co粉，在磁场下从室温冷却到 77 K时，表现出单向各向异性 (**unidirectional anisotropy**)。这种各向异性，驱使磁化强度沿着冷却时所加的外场方向。

CoO是反铁磁性，在冷却过程中，反铁磁自旋结构在奈尔点 (低于室温) 形成时，由于在外场作用下，表面处的 Co^{2+} 的自旋与颗粒中Co的自旋必定平行排列。这样产生的各向异性能可表示为

$$E_a = -K_d \cos \theta$$

K_d 的值为 $1 \times 10^5 \text{ Jm}^{-3}$ 的数量级，它取决于颗粒的总表面积，因而依赖颗粒尺寸。在该材料中，磁滞回线偏移原点，这是因为Co粒子的磁化强度趋向于外磁场的正向，在反向磁化时，为了使磁化强度反转到负方向，必须在负方向施加一个额外的场，也就是交换各向异性产生的交换场。

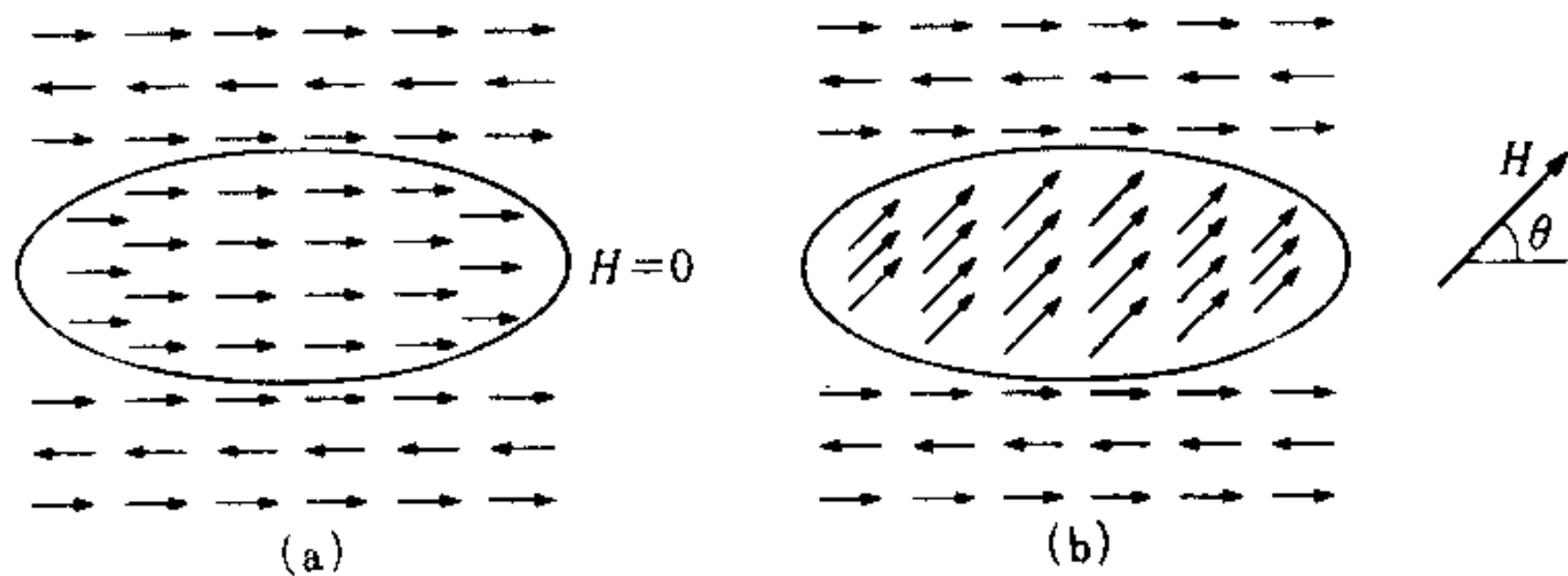
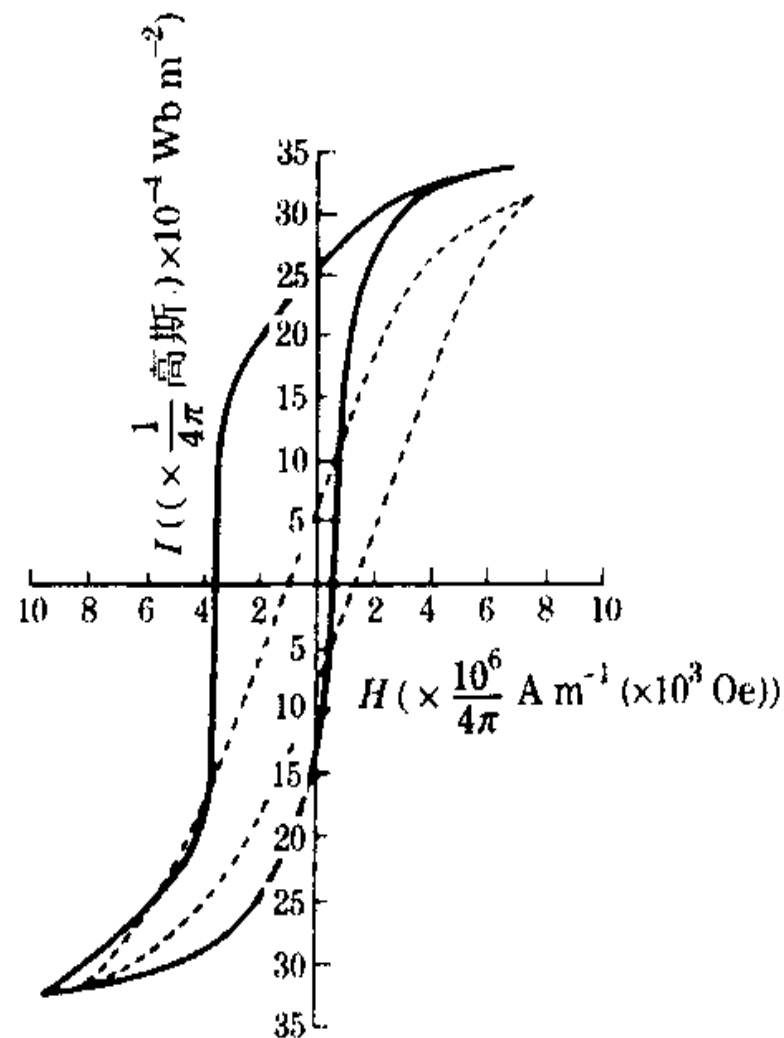


图 13.21 表面复盖 CoO 的 Co 颗粒中的自旋排列



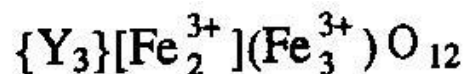
在 77K 下观测到的，轻微氧化的 Co 粉的磁滞回线实线：在磁场中冷却；虚线：无外场下冷却⁶⁵

4、光感生磁各向异性

在磁场下用光照射一些透明的铁磁体，会感生出一种各向异性，称为光感生磁各向异性(**photoinduced magnetic anisotropy**)。频率为 ν 的光能量为 $h\nu$ ，对于波长为600nm的可见光，光量子能量 $h\nu$ 为 $3.3 \times 10^{-19} \text{ J} = 2.1 \text{ eV}$ 。相当于24000K。因此，如果电子吸收了这种光子，它就有足够多的能量来克服将电子束缚于原子中的结合能。

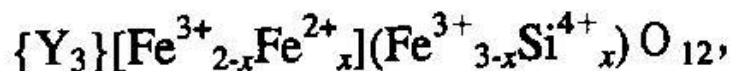
光磁效应之一为光磁退火(photomagnetic annealing)，这种退火是用非偏振光照射一种合适材料，**形成一种新的离子分布**，从而使自发磁化强度稳定下来。另外一种光磁效应为偏振相关光感应效应(polarization-dependent photoinduced effect, 在该效应中，偏振光可以选择性的激发某些晶位上的离子中的电子。

在YIG中， Fe^{3+} 占据24d和16a晶位，比例为3: 2，且自旋反平行，表现出亚铁磁性。非磁性 Y^{3+} 离子占据24c位。这种分布可用下式表示



{ }24C, []16A, ()24d

当Si 离子(x)进入YIG中后，会有选择的占据24d位离子分布为



在光磁场退火中，从 Si^{4+} 离子周围的 Fe^{2+} 离子激发出的电子，将聚集于最稳定的位置，从而增加了易轴平行于磁化强度方向的 Fe^{2+} 离子数。换句话说，通过光照，沿磁化强度方向感生出了各向异性。激发出电子的晶位，称之为光磁中心(photomagnetic center)。

在高温下，16a位上的 Fe^{2+} 和 Fe^{3+} 离子随机分布，随着温度的降低， Fe^{2+} 离子由于静电相互作用的降低，被吸引向24d位上的 Si^{4+} 。 Fe^{2+} 所处的八面体中心，由于前面讲的静电相互作用，而发生畸变，平行于(111)面的边长为2.68，而其它边长为2.99。从而 Fe^{2+} 这个特殊的16a位，[111]轴是一个特殊轴，就是该位上 Fe^{2+} 的易轴。

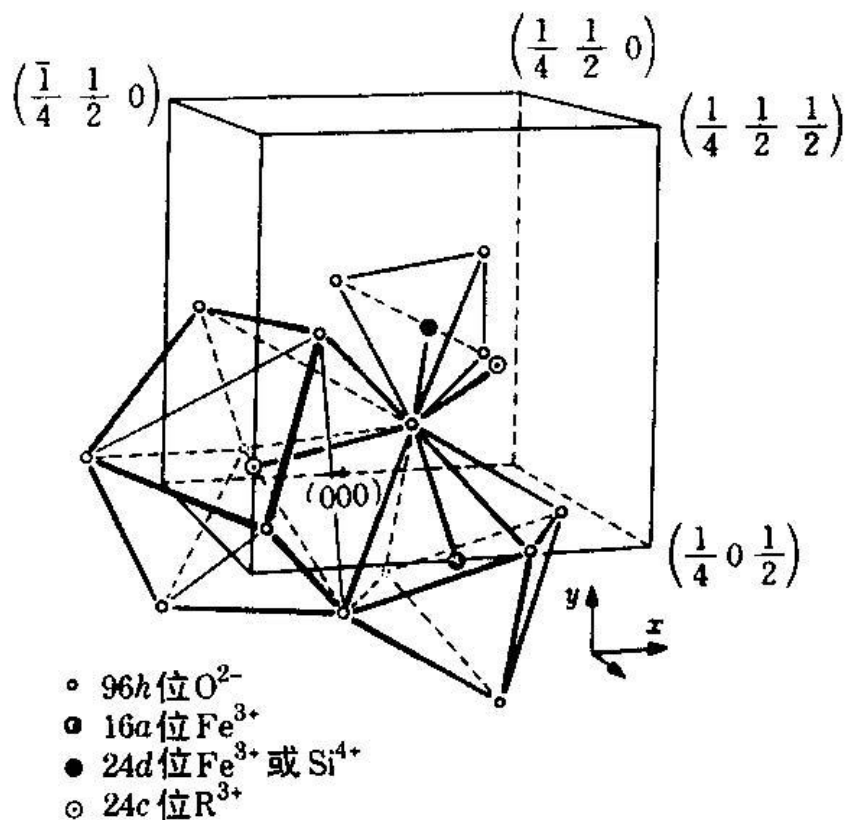


图 13.23 石榴石结构中每个次晶格格点的位置⁷³

5、轧制磁各向异性

恒磁导率铁镍钴合金，成分为50%Fe-50%Ni，首先经过强冷轧，然后再结晶产生(001)[100]的晶体织构，最后再次冷轧，厚度减少50%。这样制成的片材，呈现出大的单轴磁各向异性，其易轴位于轧制面内，但垂直于轧制方向。平行于冷轧方向磁化完全通过磁畴转动未实现，从而导致线性磁化曲线。

轧制磁各向异性的大小，要比磁场退火产生的大**50倍**。其机理，近角提出《滑移感生各向异性》。一般发生弹性形变时，晶体的一部分会沿着某个特定的晶面和晶向相对于另一部分滑移，这个特定的晶面和晶向，称为滑移面和滑移方向。例如 A_3B 型超晶格中，通过滑移面出现了许多BB原子对，未滑移的部分没有BB对，故BB对的分布构成了各向异性，即方向有序。

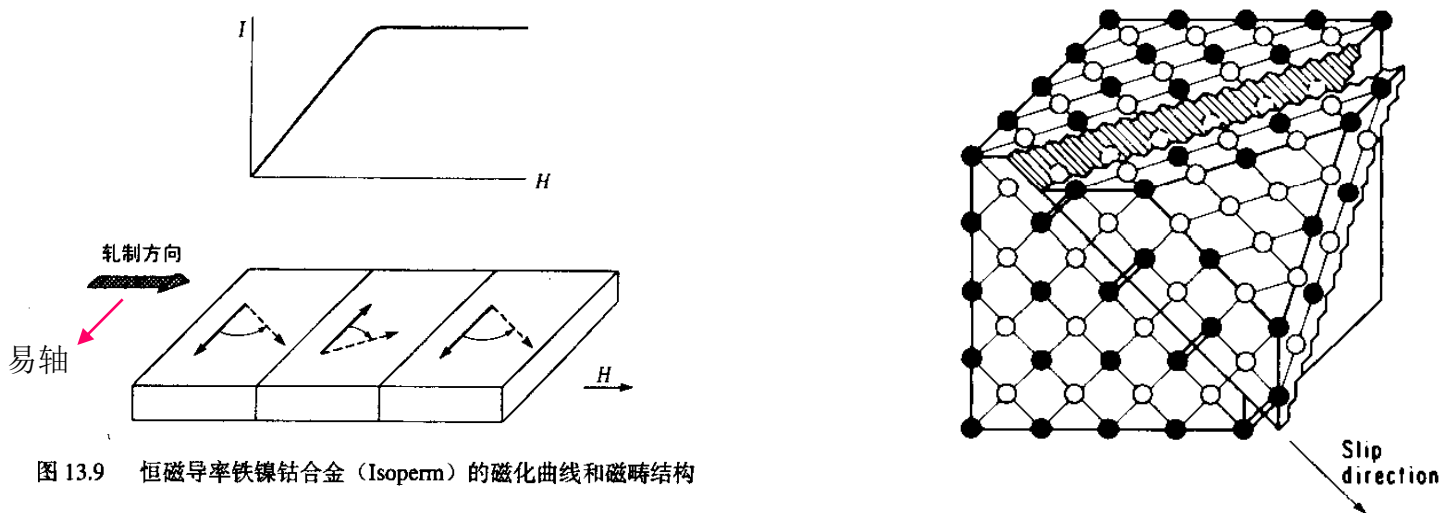


图 13.9 恒磁导率铁镍钴合金 (Isoperm) 的磁化曲线和磁畴结构

习题四

- 4.1 试证明磁晶单轴各向异性等效场： $H_k = \frac{2K_{u1}}{\mu_0 M_s}$
并估算出金属**Co**的磁晶各向异性等效场的数值。