

# Introduction à la programmation quantique 2

**Ghislain Lefebvre**

[ghislain.lefebvre2@usherbrooke.ca](mailto:ghislain.lefebvre2@usherbrooke.ca)

Micro-stage - IMACA  
4 octobre 2022

# Attention Prérequis Intro 1

# Plan de l'atelier

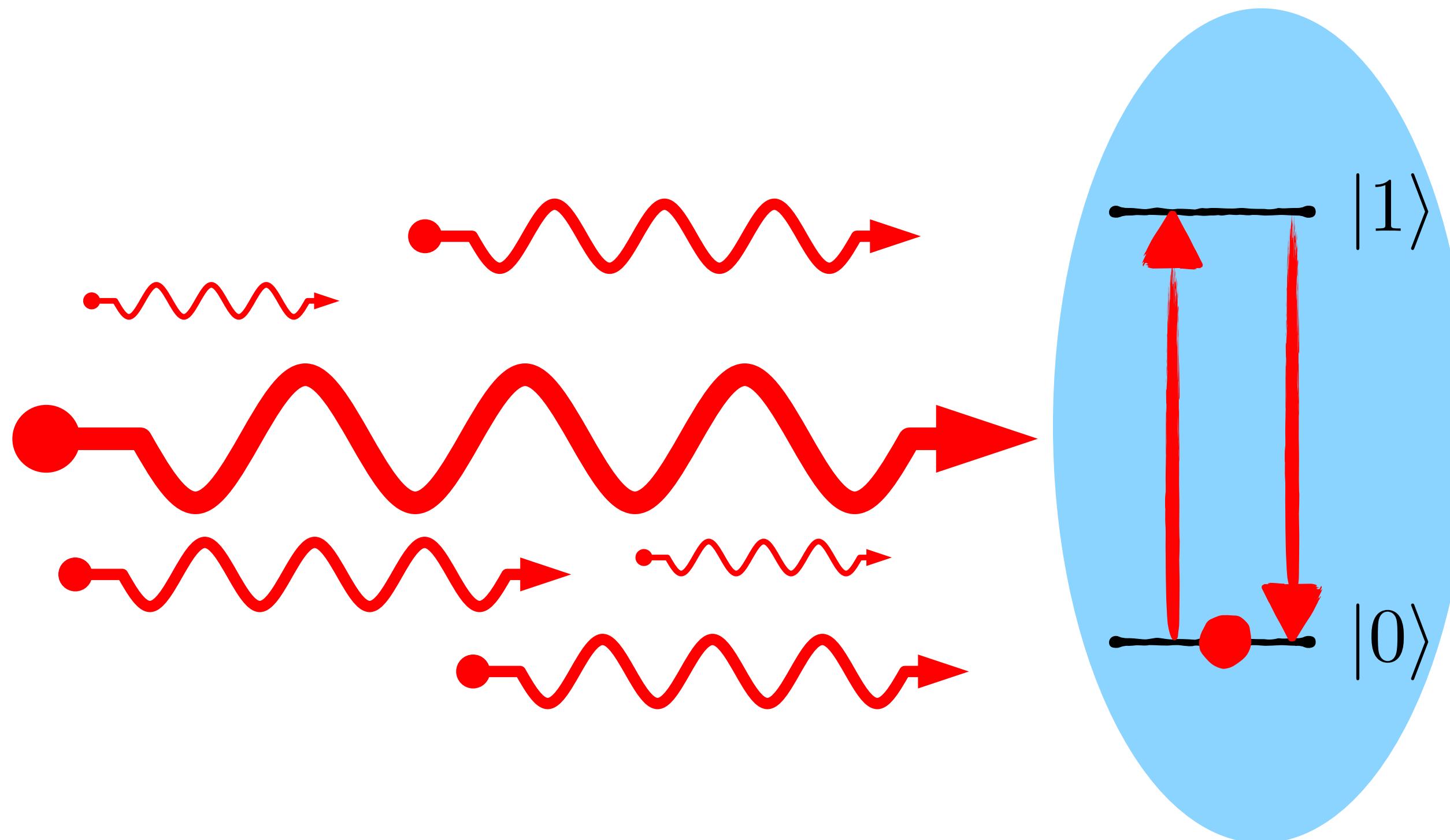
1. Révision des portes logiques quantiques
2. Enigme 001 La porte du trésor
  - Résolution de l'énigme sur la portée
  - Simplification du circuit
3. Notation de Dirac
  - Portes à 1 et 2 qubits
  - Évolution du vecteur d'état de l'énigme 001
4. Enigme 004 Le problème de Monty Hall
  - Résolution de l'algorithme dans le Quantum Lab

# Révision portes logiques quantiques



# Retour sur le premier atelier

## Portes quantiques



# Énigme 001

## La porte du trésor

# Règles de simplification de circuits

1. Les portes NOT, CNOT et Hadamard sont leur propre inverse.
2. La porte SWAP peut être enlevée si les portes suivantes sont appliquées sur les qubits interchangés.
3. Si un CNOT a le même contrôle et la même cible qu'un autre CNOT pour lequel deux portes NOT sont appliquées avant et après le qubit de contrôle, cela peut être simplifié à une seule porte NOT sur le qubit cible, car une porte NOT est appliquée à la cible que le qubit de contrôle soit initialement dans l'état 0 ou 1.

# Vecteur d'état

D'après toi, un  
qubit vit dans un  
espace à combien  
de dimensions ?

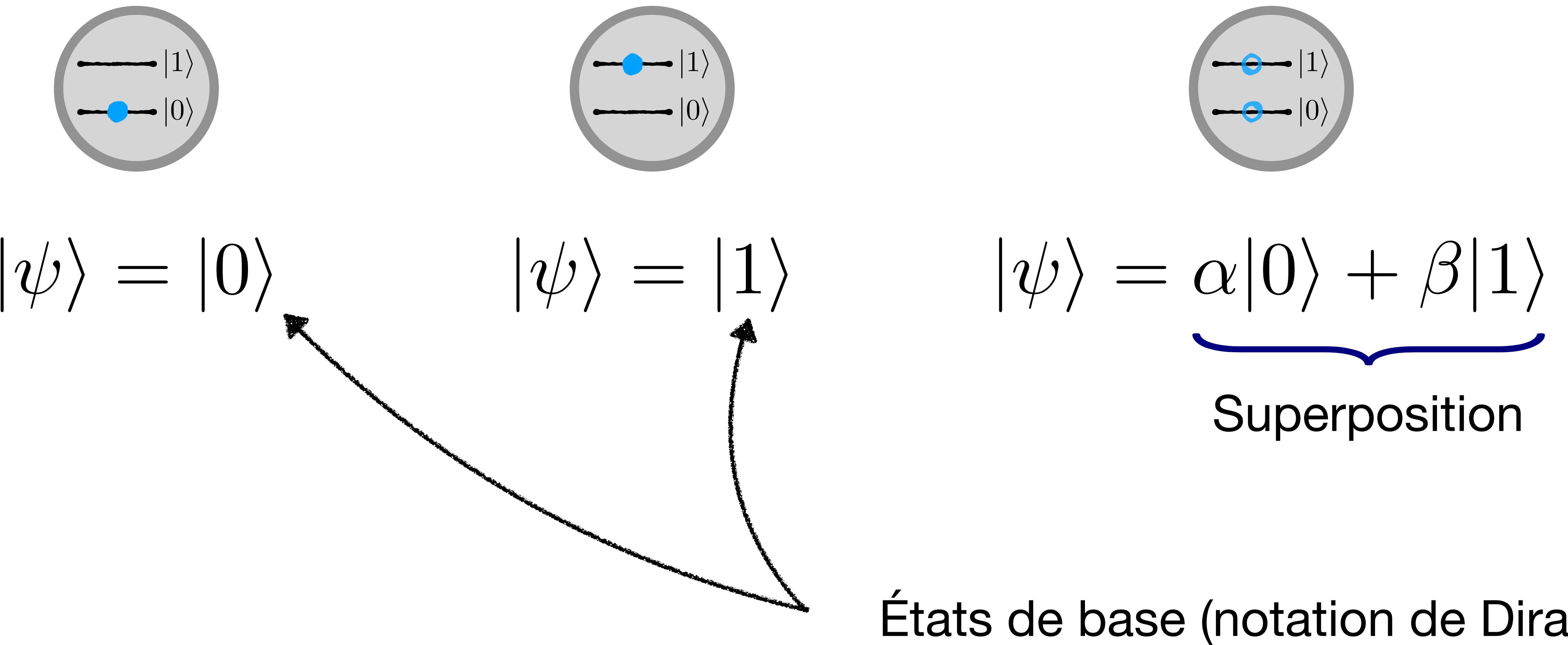
# Pause

# Notation de Dirac

## Évolution du vecteur d'état

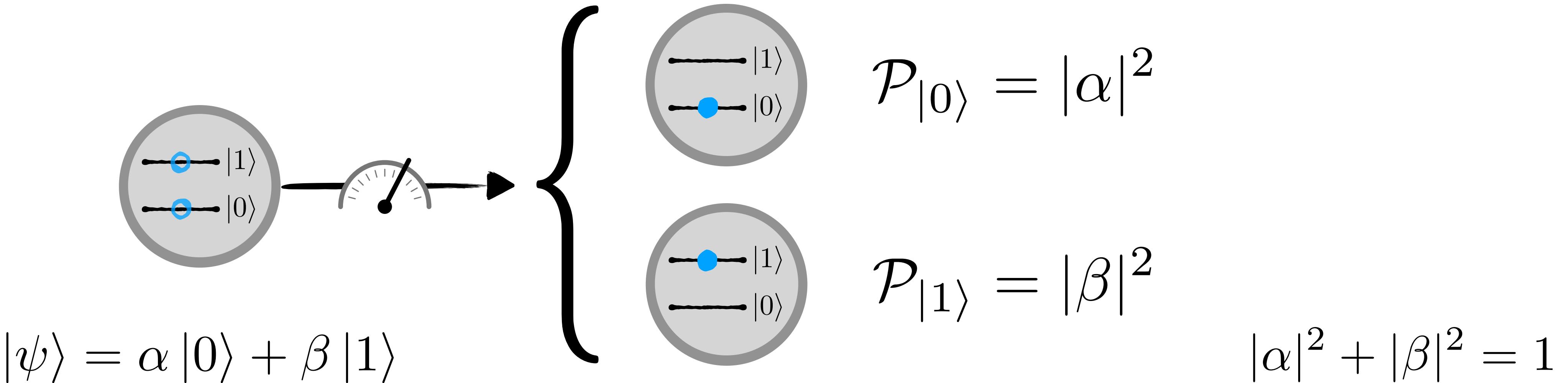
# Retour sur le premier atelier

## Le qubit



# Retour sur le premier atelier

## Mesure d'un qubit



# Retour sur le premier atelier

## Mesure d'un qubit

	$\mathcal{P}_{ 0\rangle}$	$\mathcal{P}_{ 1\rangle}$
$ \psi\rangle =  1\rangle$	0%	100%
$ \psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} 0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} 1\rangle$	50%	50%
$ \psi\rangle = \frac{2\sqrt{2}}{3} 0\rangle - \frac{1}{3} 1\rangle$	8/9	1/9

# Porte X

	État résultant
$\hat{X}  0\rangle$	$ 1\rangle$
$\hat{X}  1\rangle$	$ 0\rangle$
$\hat{X}(\alpha 0\rangle + \beta 1\rangle)$	$\beta 0\rangle + \alpha 1\rangle$

# Porte Z

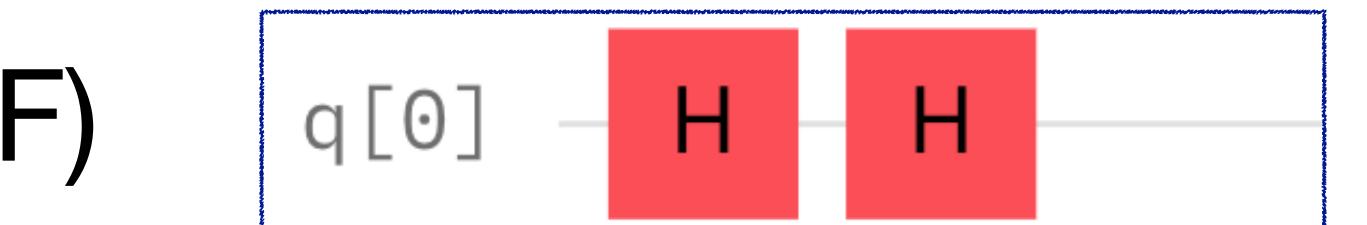
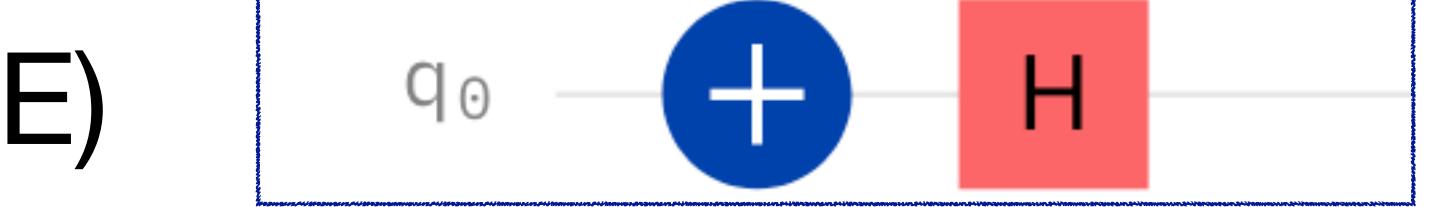
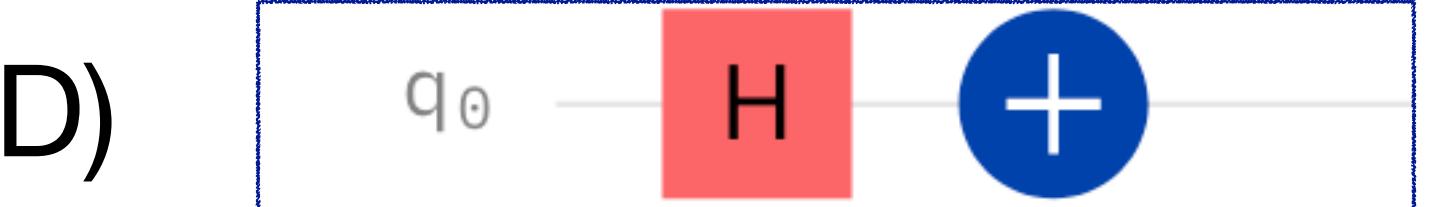
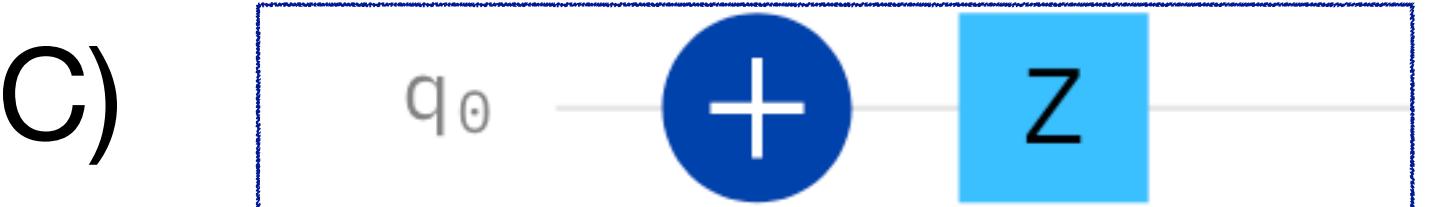
	État résultant
$\hat{Z}  0\rangle$	$ 0\rangle$
$\hat{Z}  1\rangle$	$- 1\rangle$
$\hat{Z}(\alpha  0\rangle + \beta  1\rangle)$	$\alpha 0\rangle - \beta 1\rangle$

# Porte H

	État résultant
$\hat{H}  0\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{2}} 0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} 1\rangle$
$\hat{H}  1\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{2}} 0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} 1\rangle$
$\hat{H}(\alpha 0\rangle + \beta 1\rangle)$	$\frac{\alpha + \beta}{\sqrt{2}} 0\rangle + \frac{\alpha - \beta}{\sqrt{2}} 1\rangle$

# Portes quantiques

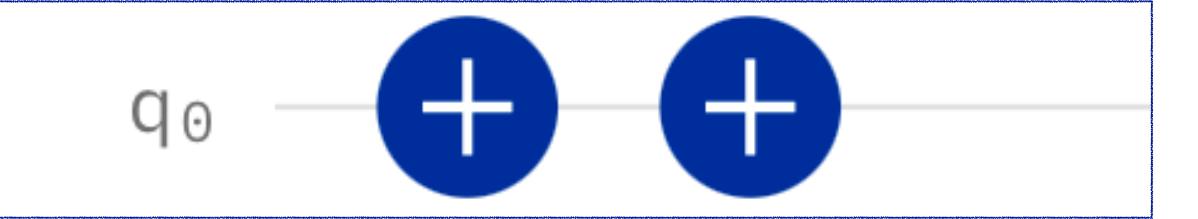
## Représentation d'un circuit à un qubit



# Portes quantiques

Représentation d'un circuit à un qubit

A)



# Portes quantiques

Représentation d'un circuit à un qubit

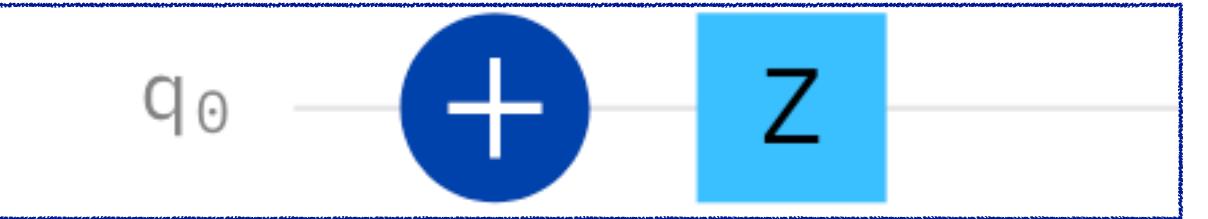
B)



# Portes quantiques

Représentation d'un circuit à un qubit

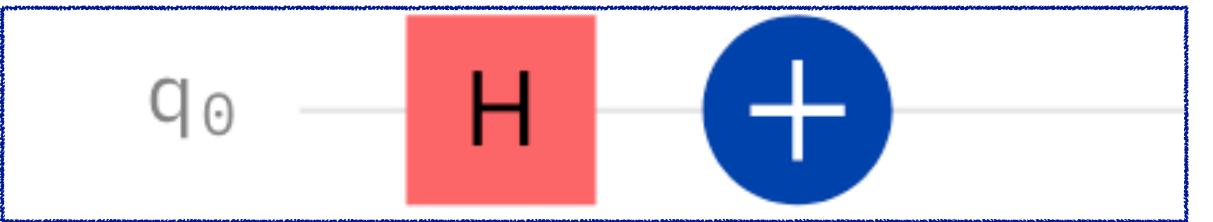
C)



# Portes quantiques

Représentation d'un circuit à un qubit

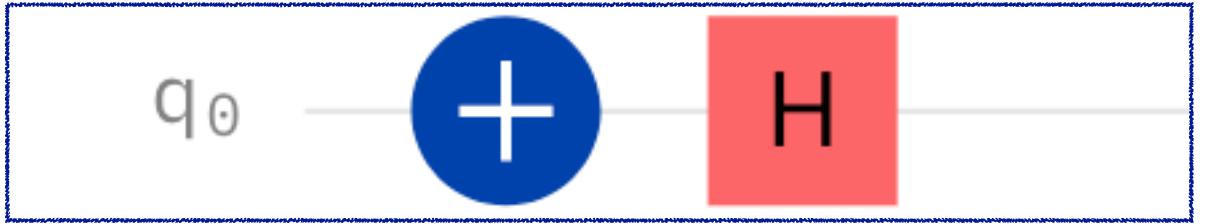
D)



# Portes quantiques

Représentation d'un circuit à un qubit

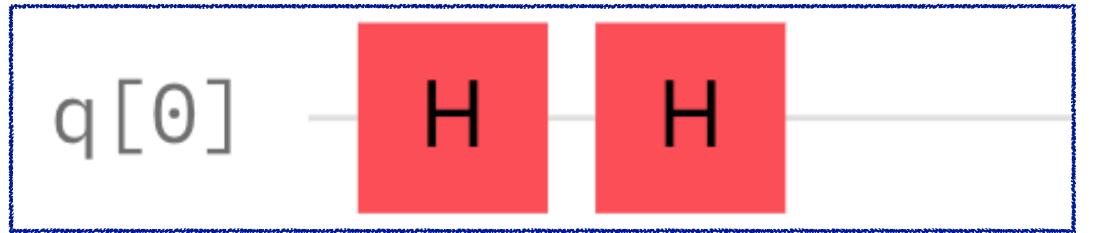
E)



# Portes quantiques

Représentation d'un circuit à un qubit

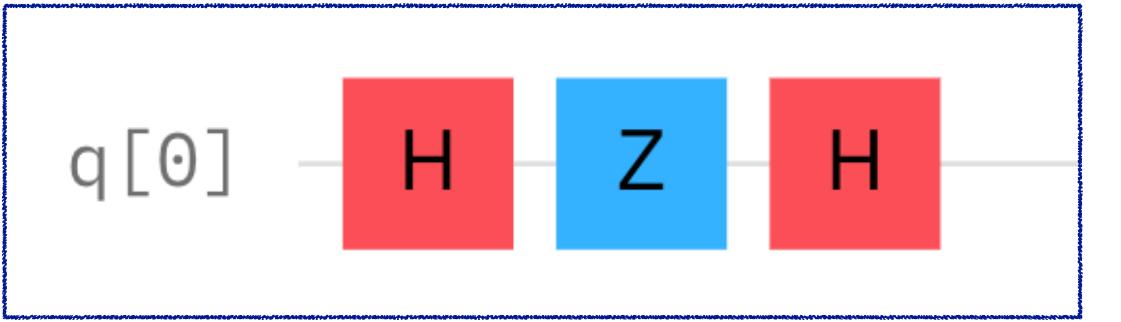
F)



# Portes quantiques

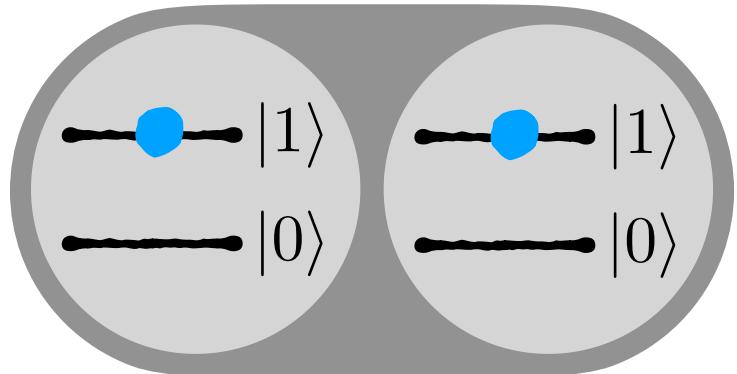
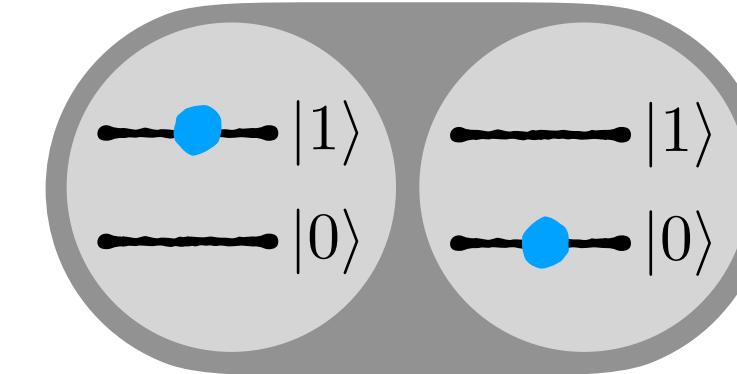
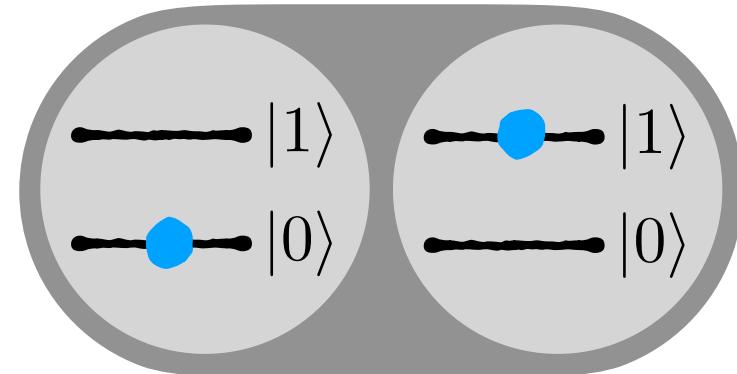
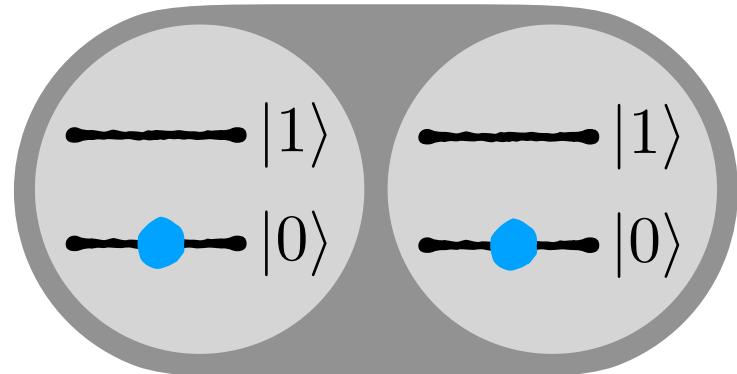
## Exercice

G)



# Retour sur le premier atelier

## Système à deux qubits



$$|\psi\rangle = |00\rangle$$

$$|\psi\rangle = |01\rangle$$

$$|\psi\rangle = |10\rangle$$

$$|\psi\rangle = |11\rangle$$

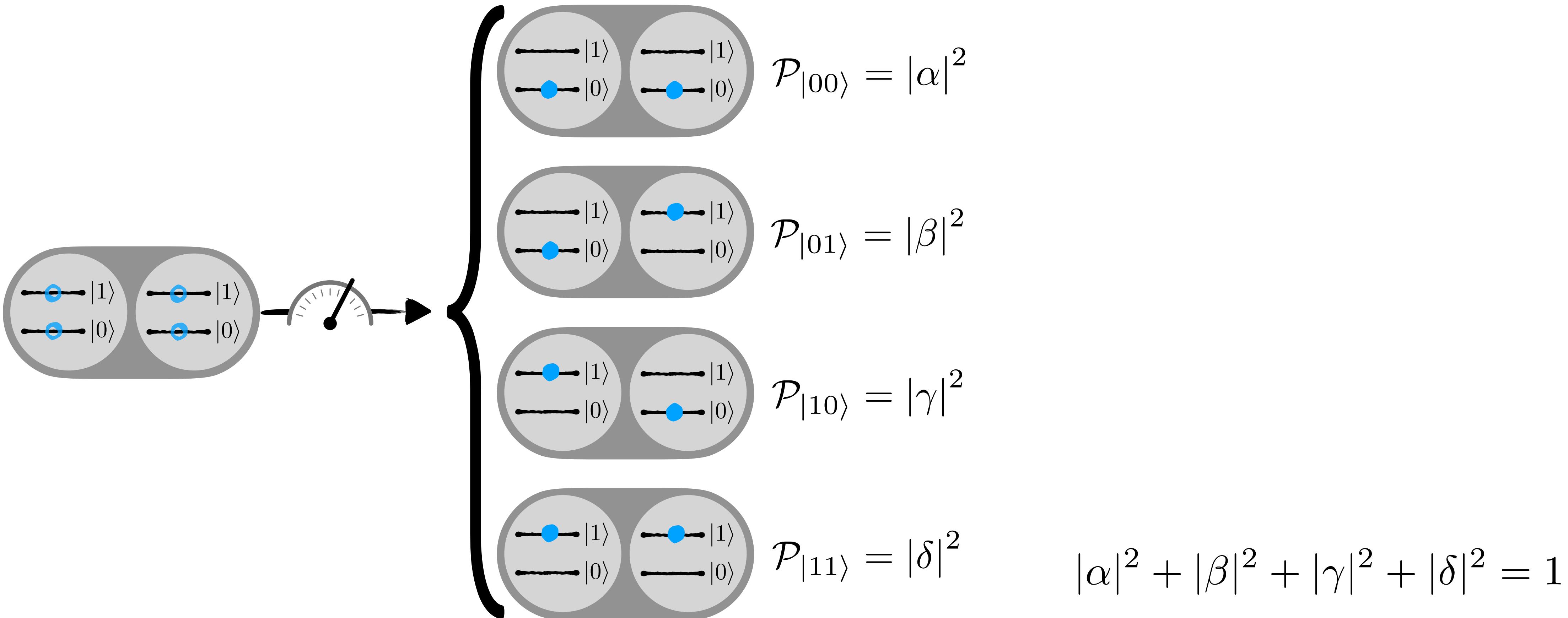


États de base (notation de Dirac)

# Retour sur le premier atelier

## Mesure d'un système à deux qubits

$$|\psi\rangle = \alpha|00\rangle + \beta|01\rangle + \gamma|10\rangle + \delta|11\rangle$$



# Vecteur d'état

## Produit tensoriel de vecteurs d'état

$$|0\rangle_1 \otimes |0\rangle_0 = |0\rangle|0\rangle = |00\rangle$$

# Vecteur d'état

Quel est le vecteur des états suivants?

A)  $|01\rangle$

B)  $|10\rangle$

C)  $|11\rangle$

# Vecteur d'état

Quel est le vecteur des états suivants?

- A)  $|01\rangle$

# Vecteur d'état

Quel est le vecteur des états suivants?

B)  $|10\rangle$

# Vecteur d'état

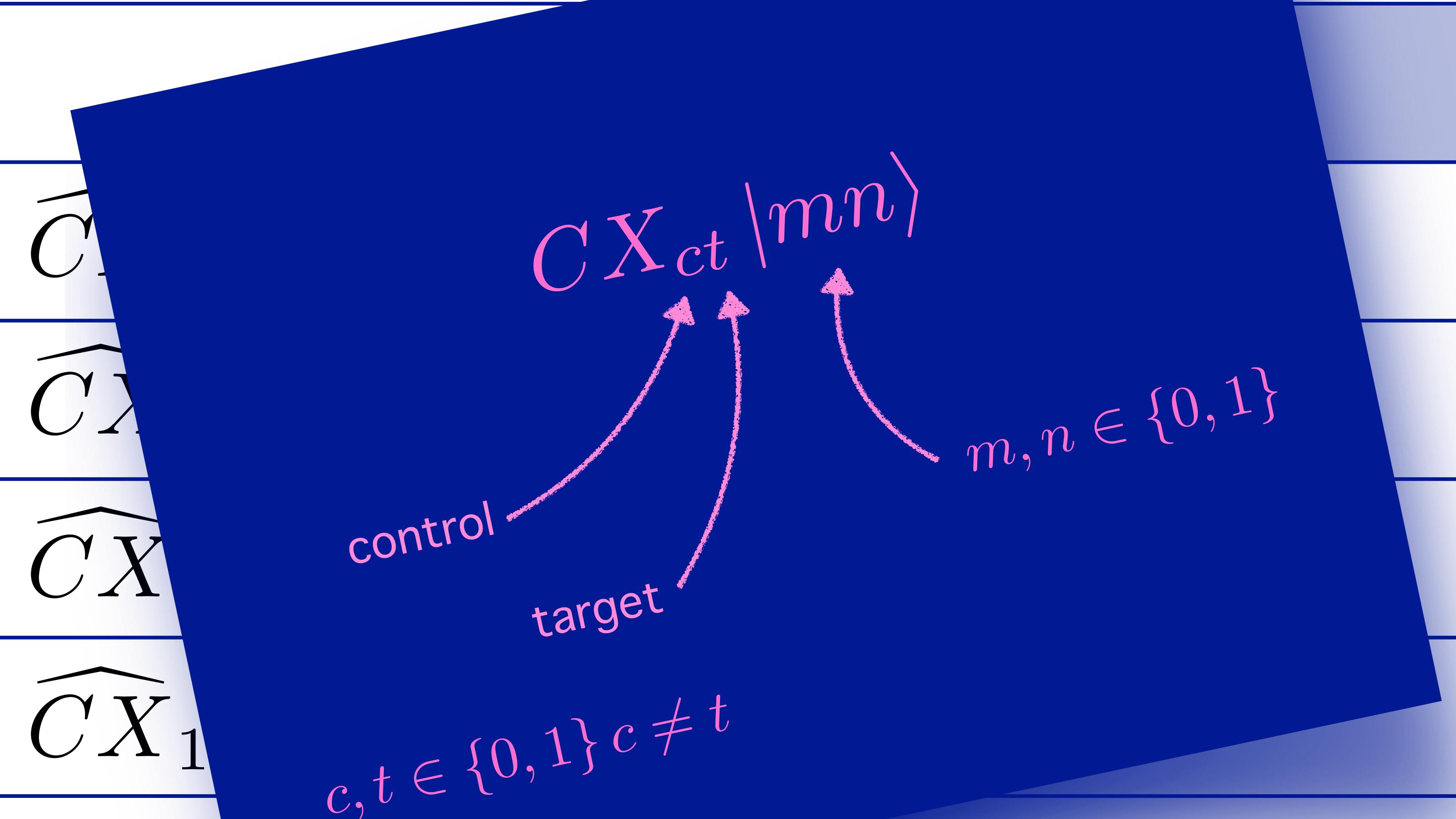
Quel est le vecteur des états suivants?

- C)  $|11\rangle$

# Porte CX (CNOT)

	État résultant
$\widehat{CX}_{01}  00\rangle$	
$\widehat{CX}_{10}  00\rangle$	
$\widehat{CX}_{01}  01\rangle$	
$\widehat{CX}_{10}  01\rangle$	

# Porte CX (CNOT)



# Porte CX (CNOT)

10

	État résultant
$\widehat{CX}_{01}  00\rangle$	$ 00\rangle$
$\widehat{CX}_{10}  00\rangle$	$ 00\rangle$
$\widehat{CX}_{01}  01\rangle$	$ 11\rangle$
$\widehat{CX}_{10}  01\rangle$	$ 01\rangle$

# Porte CX (CNOT)

	État résultant
$\widehat{CX}_{01}  10\rangle$	$ 10\rangle$
$\widehat{CX}_{10}  10\rangle$	$ 11\rangle$
$\widehat{CX}_{01}  11\rangle$	$ 01\rangle$
$\widehat{CX}_{10}  11\rangle$	$ 10\rangle$

# Porte CX (CNOT)

$$\widehat{CX}_{01}(\alpha |00\rangle + \beta |01\rangle + \gamma |10\rangle + \delta |11\rangle )$$

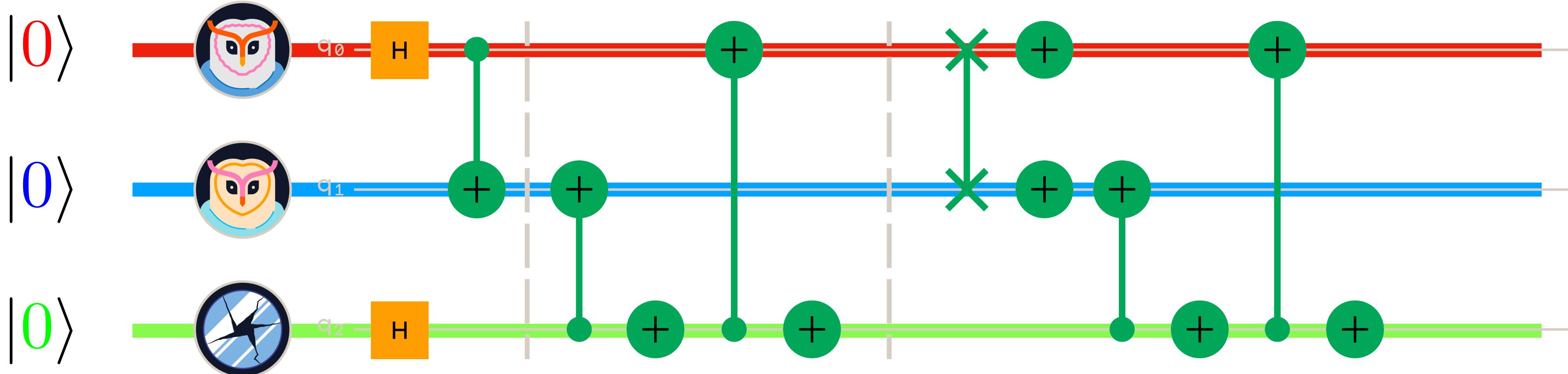
Réponse:  $\alpha |00\rangle + \delta |01\rangle + \gamma |10\rangle + \beta |11\rangle$

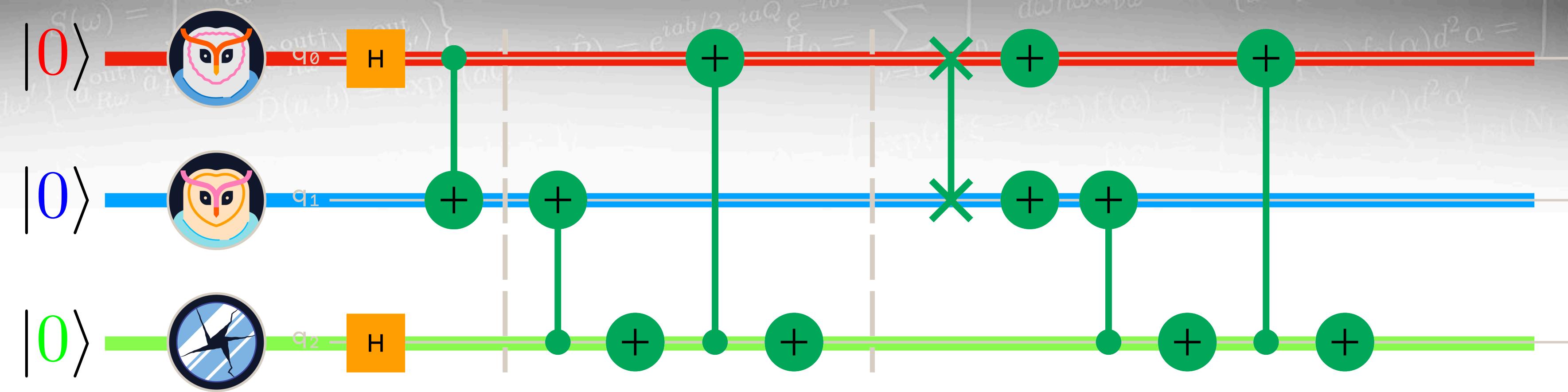
# Porte CX (CNOT)

$$\widehat{CX}_{10}(\alpha |00\rangle + \beta |01\rangle + \gamma |10\rangle + \delta |11\rangle )$$

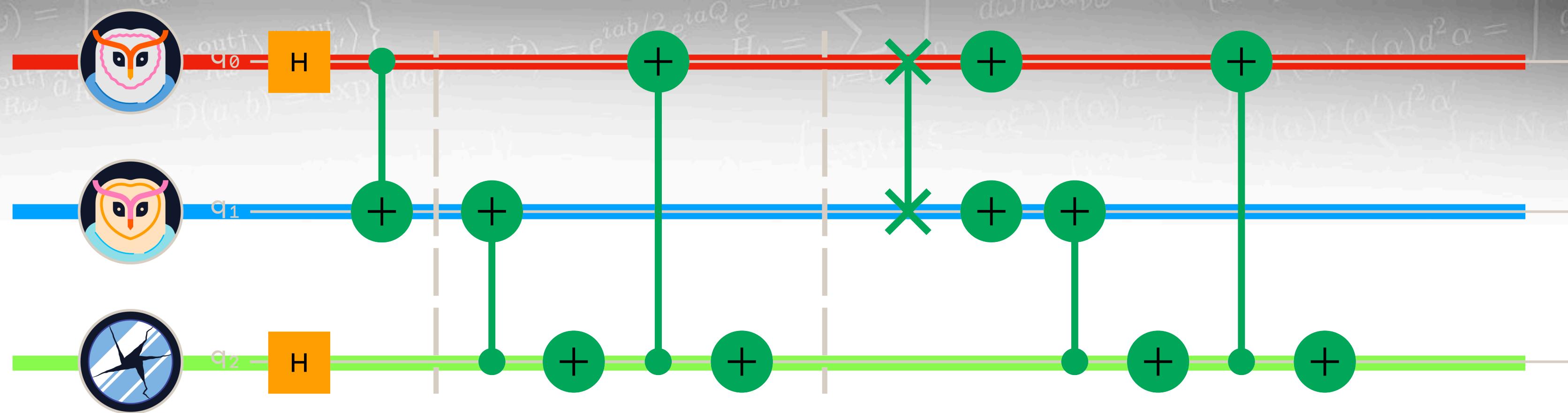
Réponse:  $\alpha |00\rangle + \beta |01\rangle + \delta |10\rangle + \gamma |11\rangle$

# Énigme 001 La porte du trésor

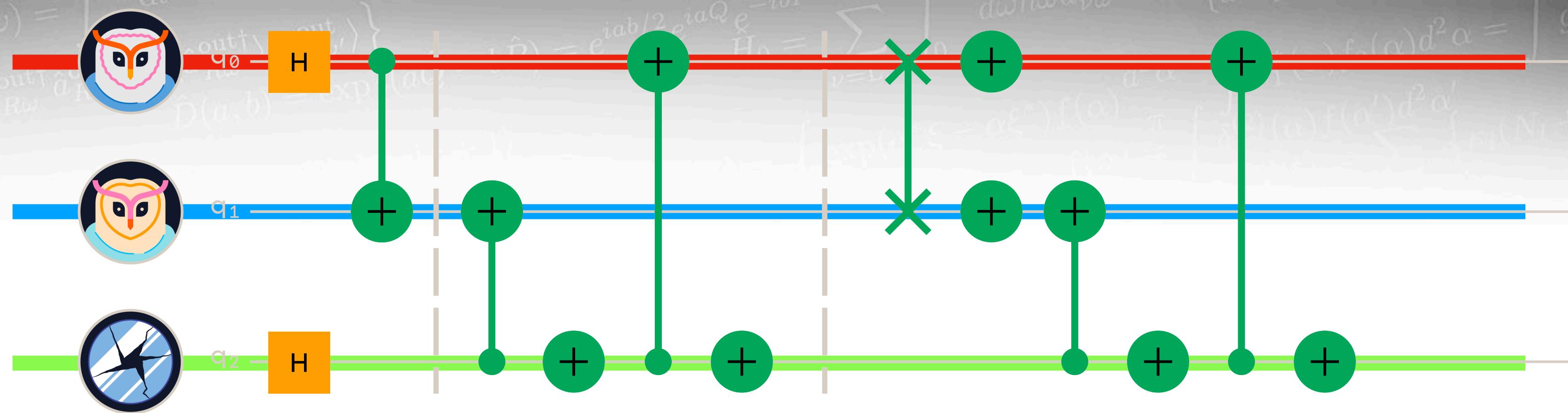




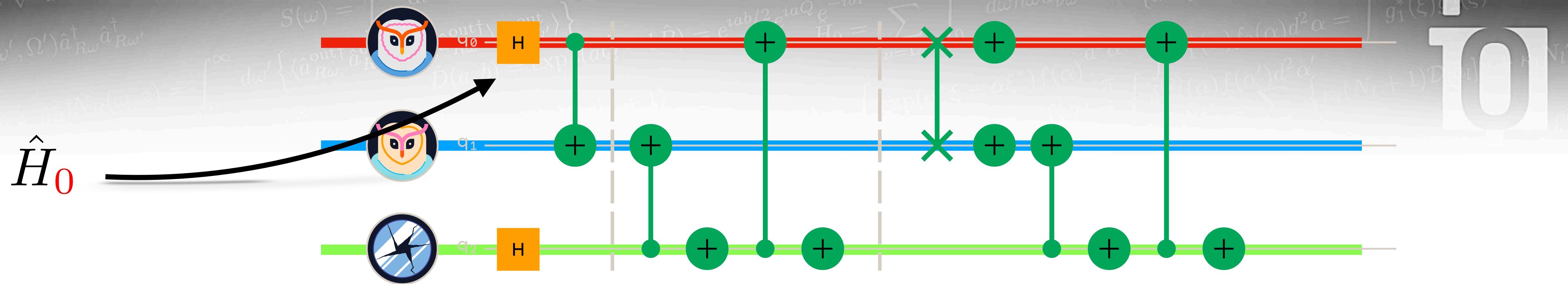
10



$$|\Psi\rangle = |0\rangle \otimes |0\rangle \otimes |0\rangle$$



$$|\Psi_0\rangle = |0\rangle|0\rangle|0\rangle$$



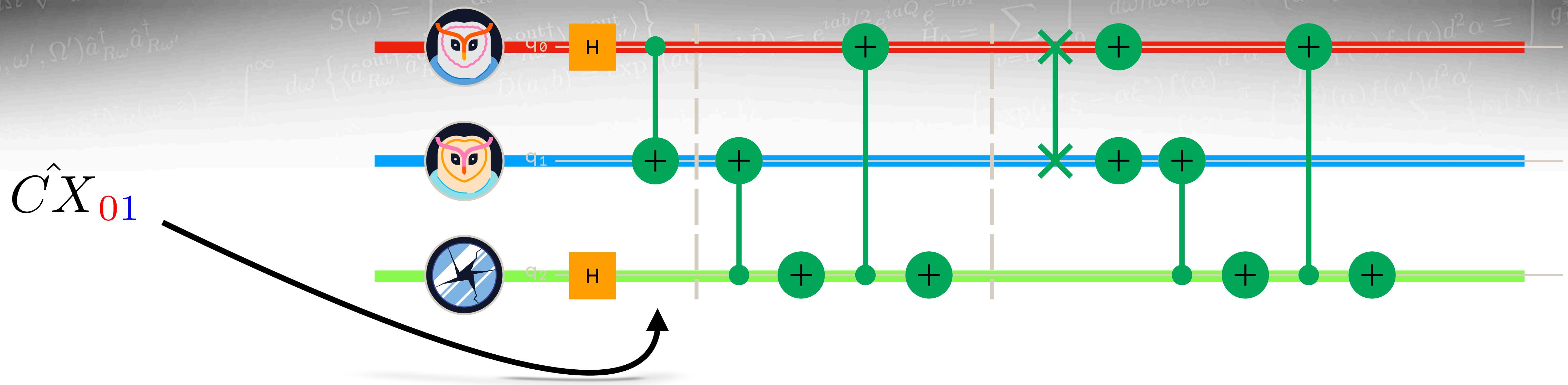
$$|\Psi_0\rangle = |0\rangle|0\rangle|0\rangle$$

$$\hat{H}_0 |\Psi_0\rangle = \hat{H}_0 |0\rangle|0\rangle|0\rangle$$

$$= |0\rangle|0\rangle\hat{H}_0|0\rangle$$

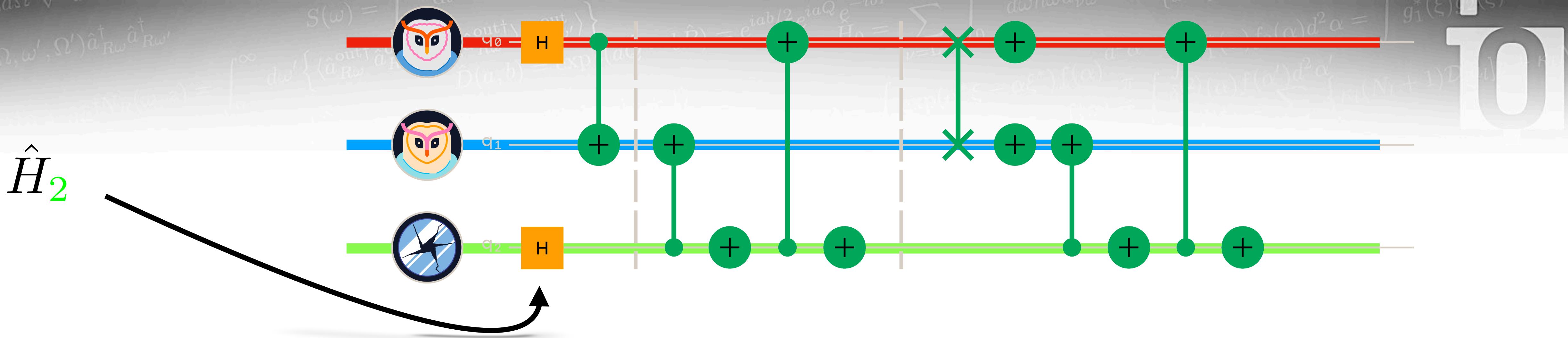
$$= |0\rangle|0\rangle \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|0\rangle|0\rangle + |0\rangle|0\rangle|1\rangle) = |\Psi_1\rangle$$



$$|\Psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|0\rangle|0\rangle + |0\rangle|0\rangle|1\rangle)$$

$$\begin{aligned} \hat{C}X_{01} |\Psi_1\rangle &= \hat{C}X_{01} \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|0\rangle|0\rangle + |0\rangle|0\rangle|1\rangle) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|0\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle|1\rangle) = |\Psi_2\rangle \end{aligned}$$



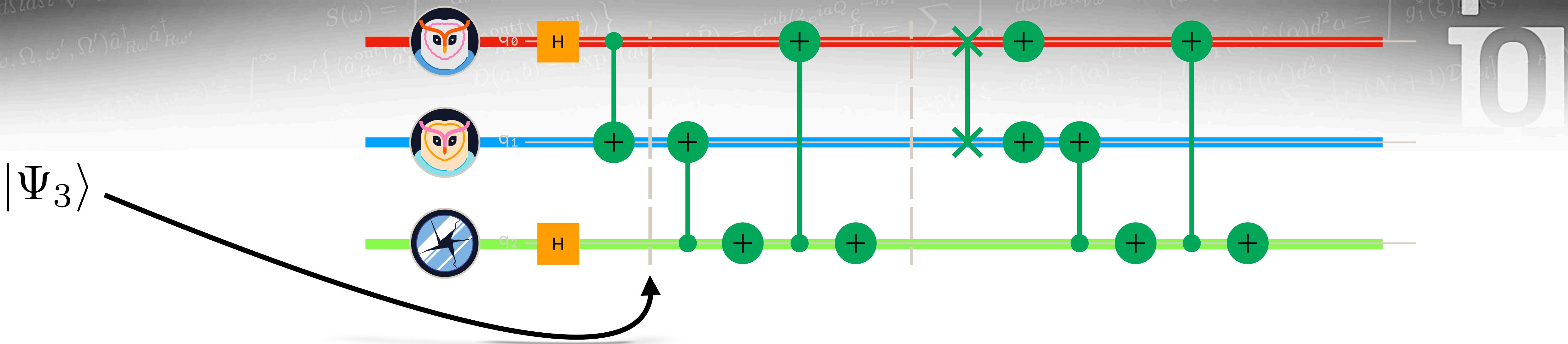
$$|\Psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|0\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle|1\rangle)$$

$$\hat{H}_2 |\Psi_2\rangle = \hat{H}_2 \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|0\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle|1\rangle)$$

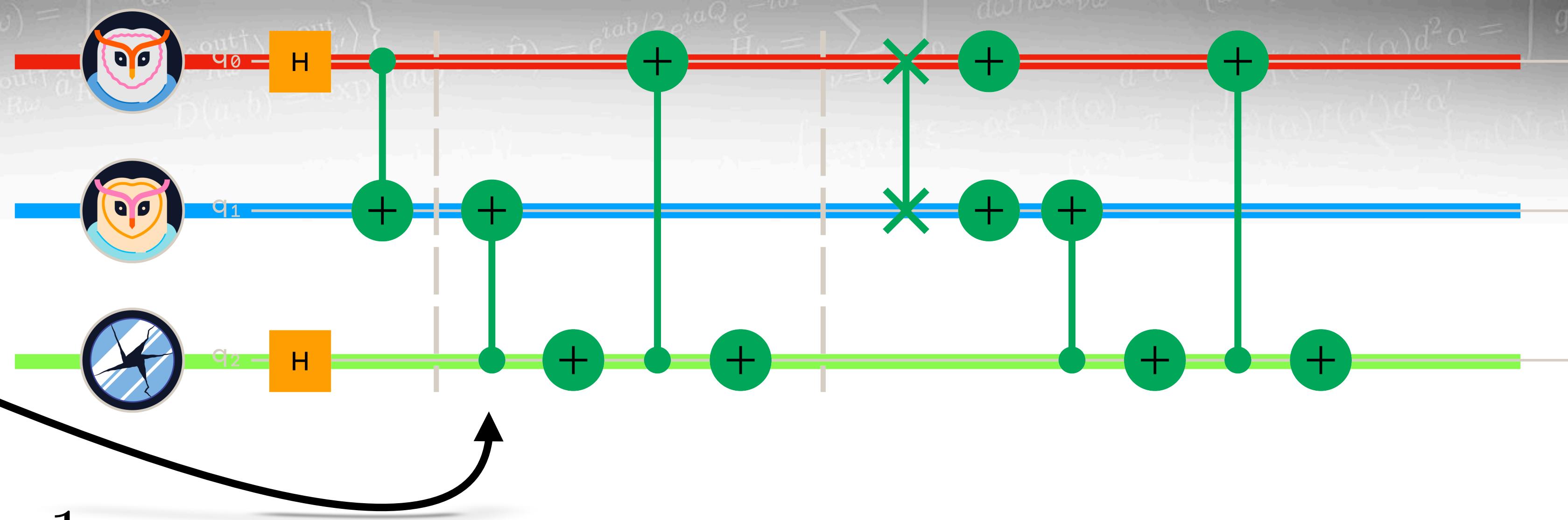
$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|0\rangle|0\rangle + |1\rangle|0\rangle|0\rangle) + \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|1\rangle|1\rangle + |1\rangle|1\rangle|1\rangle)\right)$$

$$= \frac{1}{2}(|0\rangle|0\rangle|0\rangle + |1\rangle|0\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle|1\rangle + |1\rangle|1\rangle|1\rangle)$$

$$= |\Psi_3\rangle$$

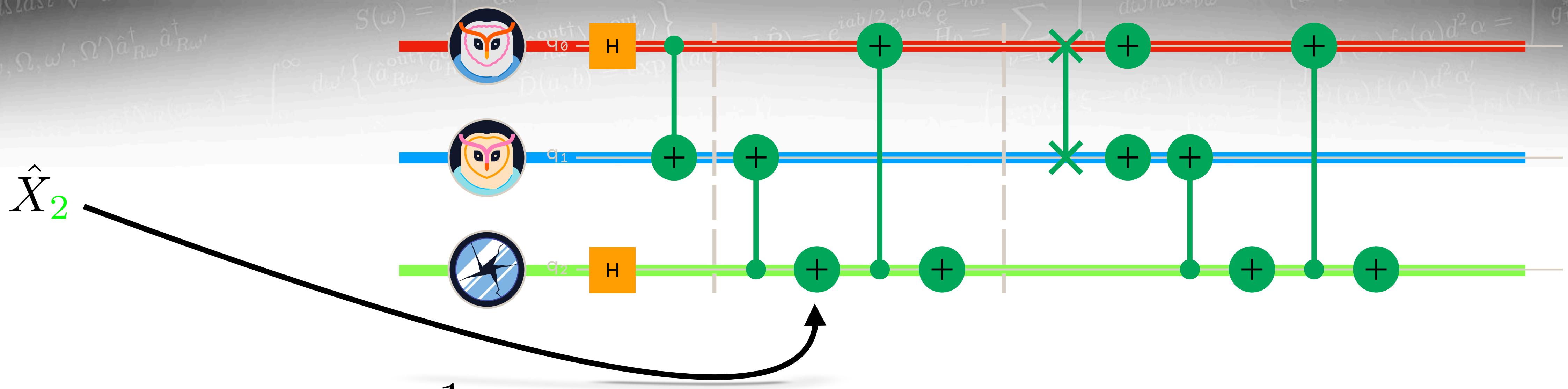


$$|\Psi_3\rangle = \frac{1}{2}(|0\rangle|0\rangle|0\rangle + |1\rangle|0\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle|1\rangle + |1\rangle|1\rangle|1\rangle)$$



$$|\Psi_3\rangle = \frac{1}{2}(|0\rangle|0\rangle|0\rangle + |1\rangle|0\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle|1\rangle + |1\rangle|1\rangle|1\rangle)$$

$$\begin{aligned} \hat{C}X_{21}|\Psi_3\rangle &= \hat{C}X_{21} \frac{1}{2}(|0\rangle|0\rangle|0\rangle + |1\rangle|0\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle|1\rangle + |1\rangle|1\rangle|1\rangle) \\ &= \frac{1}{2}(|0\rangle|0\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle|1\rangle + |1\rangle|0\rangle|1\rangle) \\ &= |\Psi_4\rangle \end{aligned}$$

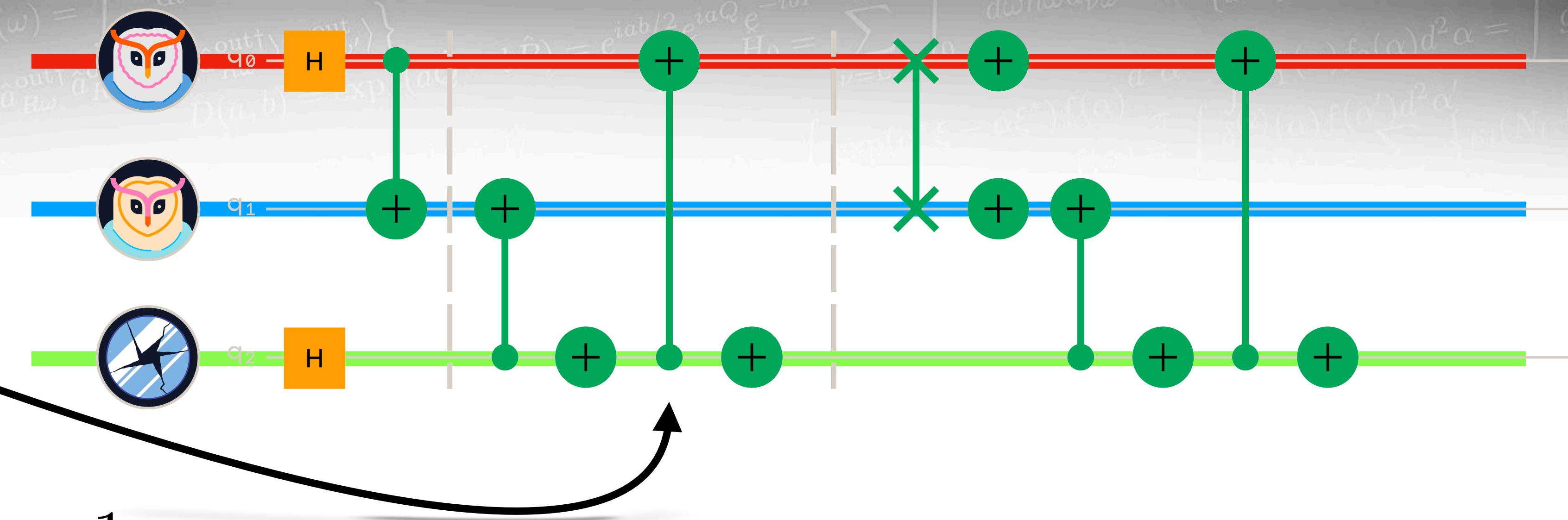


$$|\Psi_4\rangle = \frac{1}{2}(|0\rangle|0\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle|1\rangle + |1\rangle|0\rangle|1\rangle)$$

$$\hat{X}_2 |\Psi_4\rangle = \hat{X}_2 \frac{1}{2}(|0\rangle|0\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle|1\rangle + |1\rangle|0\rangle|1\rangle)$$

$$= \frac{1}{2}(|1\rangle|0\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle|1\rangle + |0\rangle|0\rangle|1\rangle)$$

$$= |\Psi_5\rangle$$

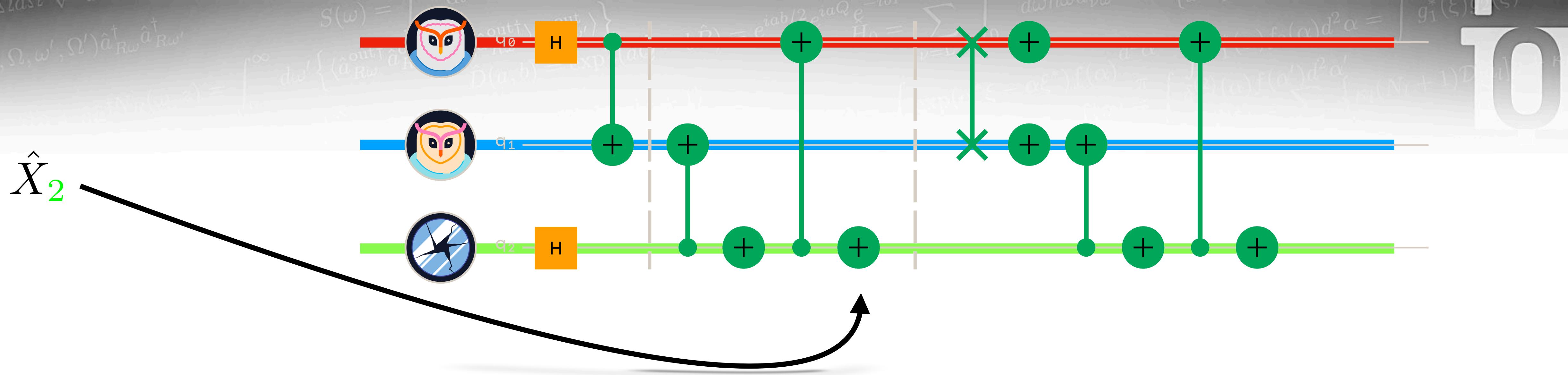
$\hat{CX}_{20}$ 


$$|\Psi_5\rangle = \frac{1}{2}(|1\rangle|0\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle|1\rangle + |0\rangle|0\rangle|1\rangle)$$

$$\hat{CX}_{20} |\Psi_5\rangle = \hat{CX}_{20} \frac{1}{2}(|1\rangle|0\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle|1\rangle + |0\rangle|0\rangle|1\rangle)$$

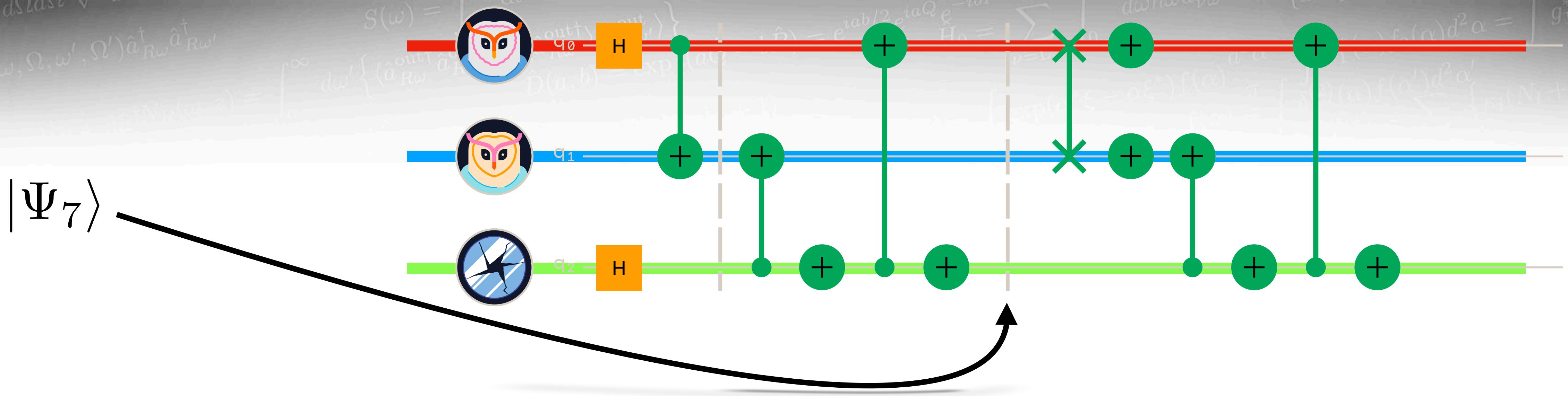
$$= \frac{1}{2}(|1\rangle|0\rangle|1\rangle + |0\rangle|1\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle|0\rangle + |0\rangle|0\rangle|1\rangle)$$

$= |\Psi_6\rangle$

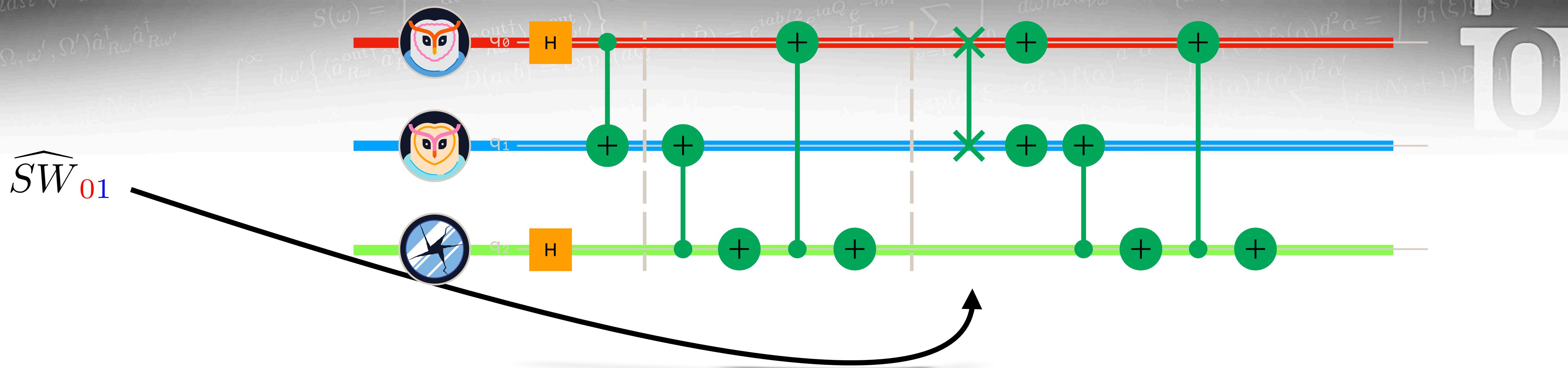


$$|\Psi_6\rangle = \frac{1}{2}(|1\rangle|0\rangle|1\rangle + |0\rangle|1\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle|0\rangle + |0\rangle|0\rangle|1\rangle)$$

$$\begin{aligned} \hat{X}_2 |\Psi_6\rangle &= \hat{X}_2 \frac{1}{2}(|1\rangle|0\rangle|1\rangle + |0\rangle|1\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle|0\rangle + |0\rangle|0\rangle|1\rangle) \\ &= \frac{1}{2}(|0\rangle|0\rangle|1\rangle + |1\rangle|1\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle|0\rangle + |1\rangle|0\rangle|1\rangle) \\ &= |\Psi_7\rangle \end{aligned}$$

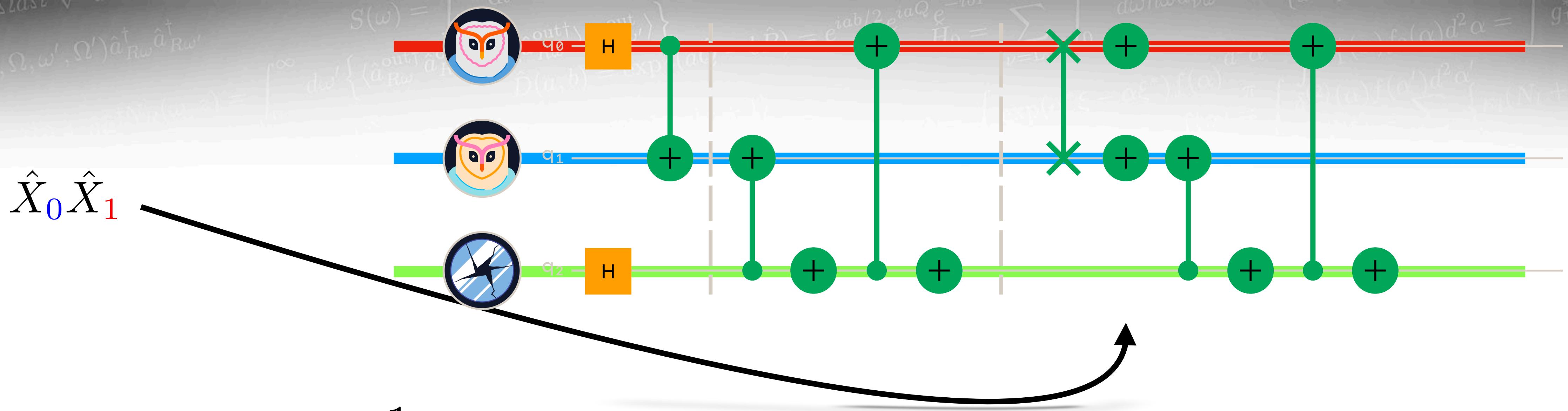

 $|\Psi_7\rangle$ 

$$|\Psi_7\rangle = \frac{1}{2}(|0\rangle|0\rangle|1\rangle + |1\rangle|1\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle|0\rangle + |1\rangle|0\rangle|1\rangle)$$



$$|\Psi_7\rangle = \frac{1}{2}(|0\rangle|0\rangle|1\rangle + |1\rangle|1\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle|0\rangle + |1\rangle|0\rangle|1\rangle)$$

$$\begin{aligned}
 \widehat{SW}_{01} |\Psi_7\rangle &= \widehat{SW}_{01} \frac{1}{2}(|0\rangle|0\rangle|1\rangle + |1\rangle|1\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle|0\rangle + |1\rangle|0\rangle|1\rangle) \\
 &= \frac{1}{2}(|0\rangle|1\rangle|0\rangle + |1\rangle|0\rangle|1\rangle + |0\rangle|0\rangle|1\rangle + |1\rangle|1\rangle|0\rangle) \\
 &= |\Psi_8\rangle
 \end{aligned}$$

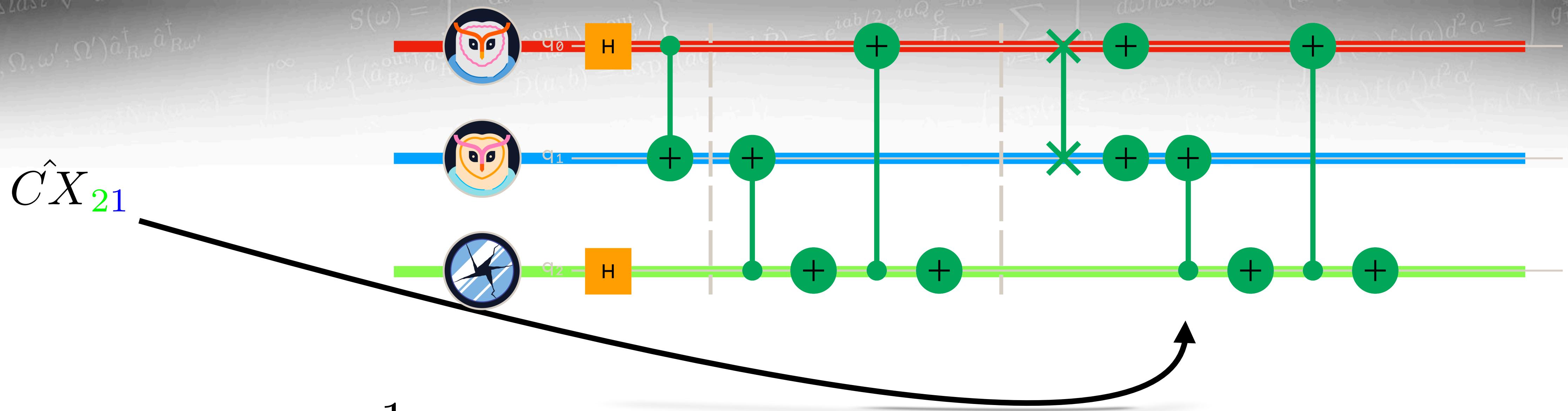


$$\hat{X}_0 \hat{X}_1 | \Psi_8 \rangle = \frac{1}{2} (|0\rangle|1\rangle|0\rangle + |1\rangle|0\rangle|1\rangle + |0\rangle|0\rangle|1\rangle + |1\rangle|1\rangle|0\rangle)$$

$$\hat{X}_0 \hat{X}_1 | \Psi_8 \rangle = \hat{X}_0 \hat{X}_1 \frac{1}{2} (|0\rangle|1\rangle|0\rangle + |1\rangle|0\rangle|1\rangle + |0\rangle|0\rangle|1\rangle + |1\rangle|1\rangle|0\rangle)$$

$$= \frac{1}{2} (|0\rangle|0\rangle|1\rangle + |1\rangle|1\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle|0\rangle + |1\rangle|0\rangle|1\rangle)$$

$$= | \Psi_9 \rangle$$

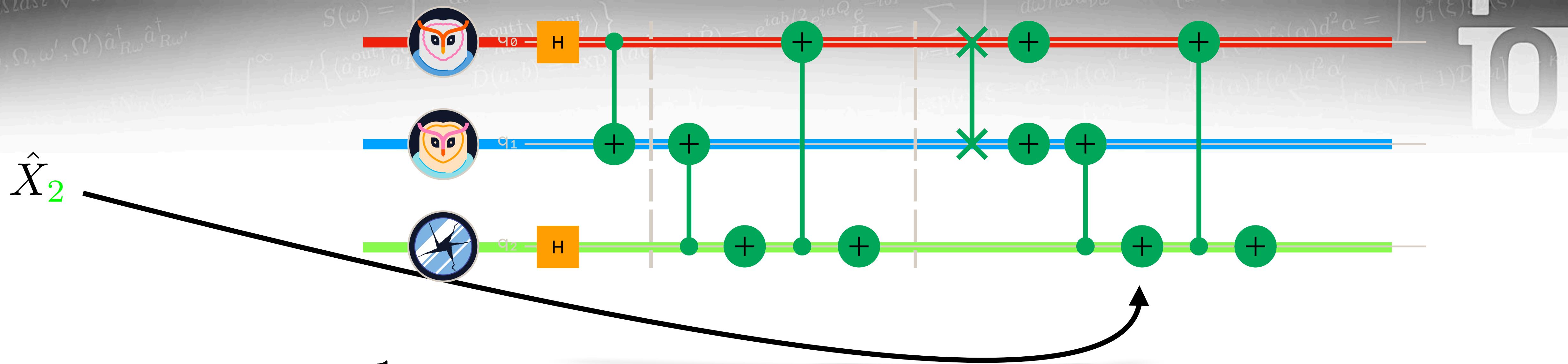


$$\hat{C}X_{21} |\Psi_9\rangle = \frac{1}{2} (|0\rangle|0\rangle|1\rangle + |1\rangle|1\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle|0\rangle + |1\rangle|0\rangle|1\rangle)$$

$$\hat{C}X_{21} |\Psi_9\rangle = \hat{C}X_{21} \frac{1}{2} (|0\rangle|0\rangle|1\rangle + |1\rangle|1\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle|0\rangle + |1\rangle|0\rangle|1\rangle)$$

$$= \frac{1}{2} (|0\rangle|0\rangle|1\rangle + |1\rangle|0\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle|1\rangle)$$

$$= |\Psi_{10}\rangle$$

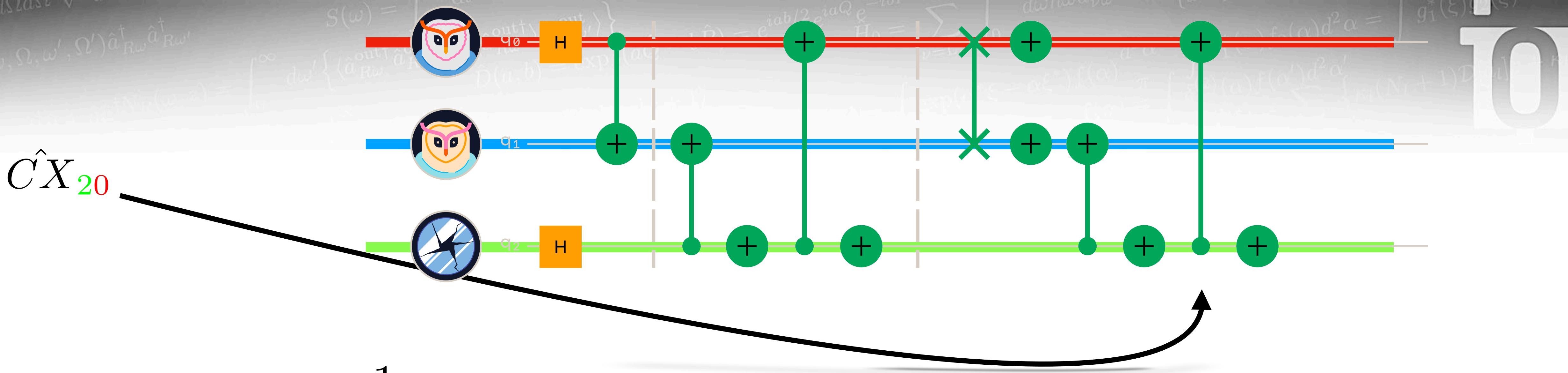


$$|\Psi_{10}\rangle = \frac{1}{2}(|0\rangle|0\rangle|1\rangle + |1\rangle|0\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle|1\rangle)$$

$$\hat{X}_2 |\Psi_{10}\rangle = \hat{X}_2 \frac{1}{2}(|0\rangle|0\rangle|1\rangle + |1\rangle|0\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle|1\rangle)$$

$$= \frac{1}{2}(|1\rangle|0\rangle|1\rangle + |0\rangle|0\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle|1\rangle)$$

$$= |\Psi_{11}\rangle$$

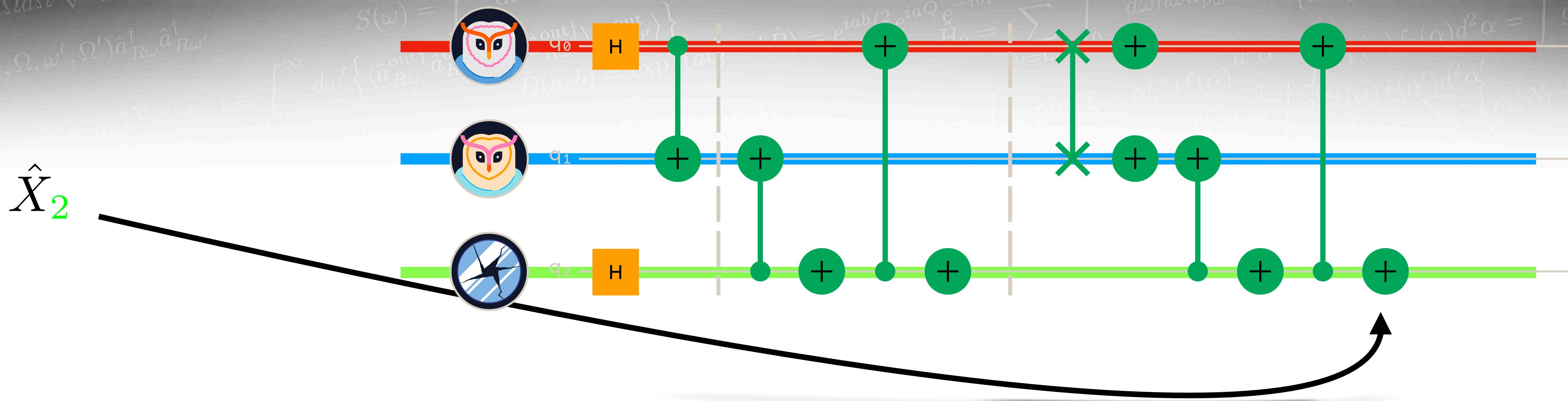


$$|\Psi_{11}\rangle = \frac{1}{2}(|1\rangle|0\rangle|1\rangle + |0\rangle|0\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle|1\rangle)$$

$$\hat{C}X_{20}|\Psi_{11}\rangle = \hat{C}X_{20}\frac{1}{2}(|1\rangle|0\rangle|1\rangle + |0\rangle|0\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle|1\rangle)$$

$$= \frac{1}{2}(|1\rangle|0\rangle|0\rangle + |0\rangle|0\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle|1\rangle + |0\rangle|1\rangle|1\rangle)$$

$$= |\Psi_{12}\rangle$$



$$|\Psi_{12}\rangle = \frac{1}{2}(|1\rangle|0\rangle|0\rangle + |0\rangle|0\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle|1\rangle + |0\rangle|1\rangle|1\rangle)$$

$$\begin{aligned} \hat{X}_2 |\Psi_{12}\rangle &= \hat{X}_2 \frac{1}{2}(|1\rangle|0\rangle|0\rangle + |0\rangle|0\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle|1\rangle + |0\rangle|1\rangle|1\rangle) \\ &= \frac{1}{2}(|0\rangle|0\rangle|0\rangle + |1\rangle|0\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle|1\rangle + |1\rangle|1\rangle|1\rangle) \\ &= |\Psi_f\rangle \end{aligned}$$

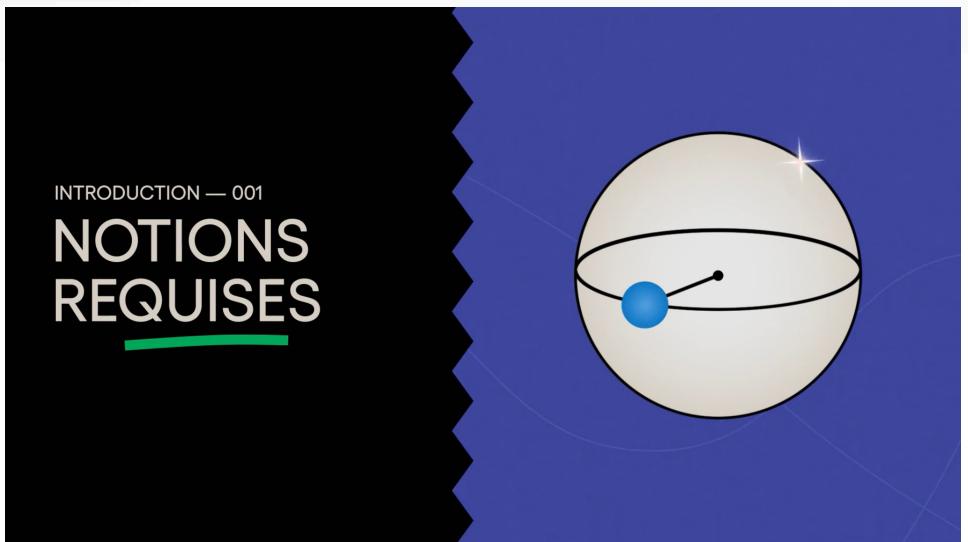
# Pause

# Énigme 004

## Le problème de Monty Hall

# Les énigmes quantiques

10



[enigmesquantiques.com](http://enigmesquantiques.com)

Problem Set



[lien](#)

# Micro-stages en informatique quantique

**Cryptographie quantique** – (niveau intermédiaire) 24 octobre 18h à 21h

Français, Anglais

**Algorithme d'optimisation quantique** - (niveau intermédiaire) 14 novembre 18h à 21h

Français (lien à venir), Anglais (lien à venir)

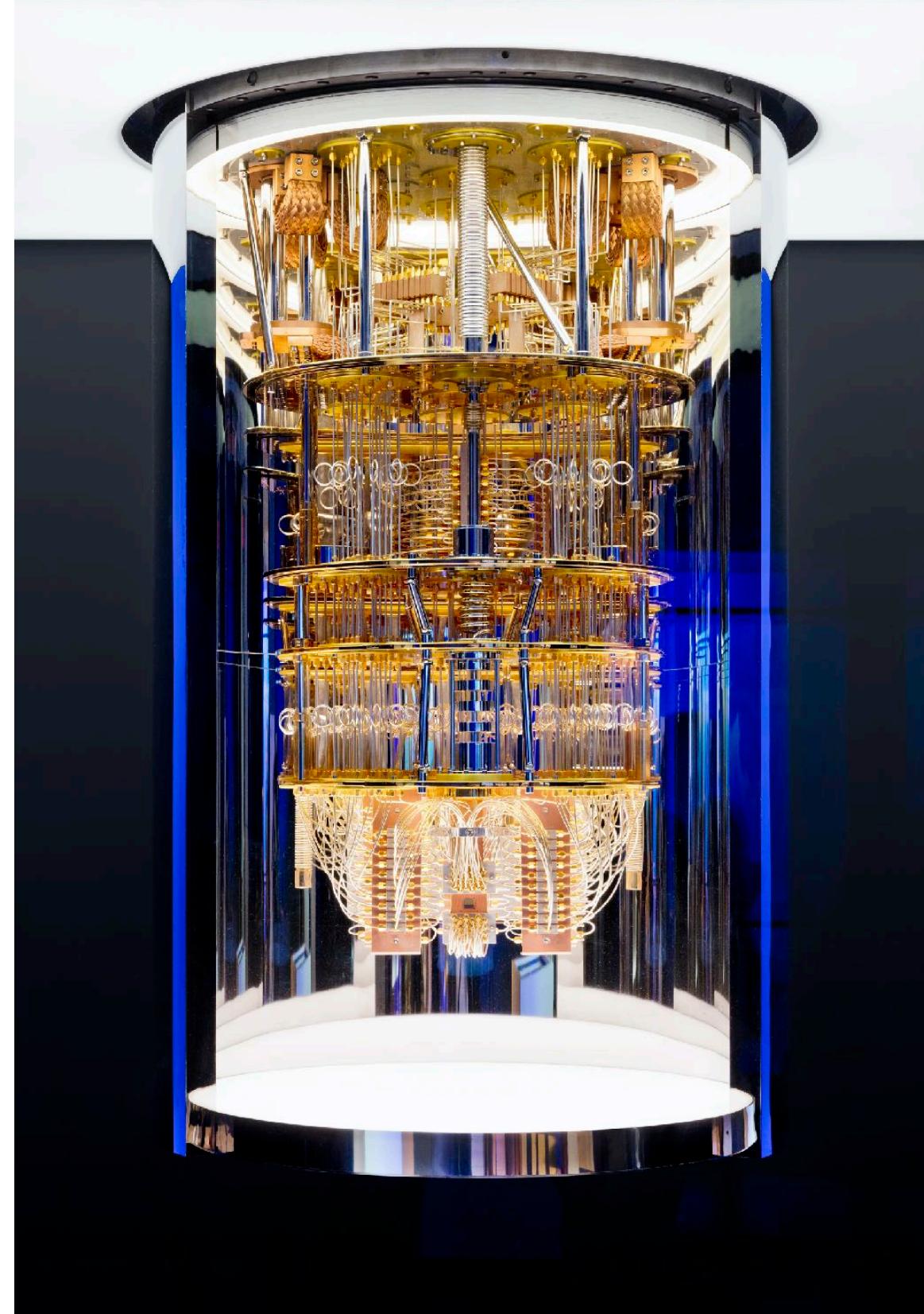
**Algorithme d'apprentissage machine quantique** - (niveau intermédiaire) 28 novembre 18h à 21h

Français, Anglais

# Lien examen

**Examen à écrire d'ici demain à 21h**

[Lien ici](#)



IBM

# Questions?

Ghislain Lefebvre  
[ghislain.lefebvre2@usherbrooke.ca](mailto:ghislain.lefebvre2@usherbrooke.ca)