

NOIPsim Day1 solution

demerzel

2018 年 8 月 15 日

1 朝圣

设 $f[i][j]$ 表示在 i 号点，总重量为 j ，直接做就可以了。

2 宴会

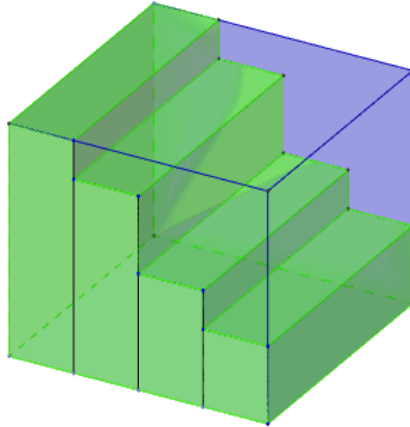
假设固定 m 那么答案 ans_m 为

$$\begin{aligned} & \sum_{i=0}^n [i \text{ is prime}] \binom{n}{i} \binom{m}{k-i} \\ &= \sum_{i=0}^n [i \text{ is prime}] \binom{n}{i} \frac{m!}{(k-i)!(m-k+i)!} \\ & \quad \text{设 } f_i = [i \text{ is prime}] \binom{n}{i} \frac{1}{(k-i)!}, \quad g_i = \frac{1}{(-i)!}. \text{ 那么上式} \\ &= m! \sum_{i=0}^n f_i * g_{k-m-i} \end{aligned}$$

令 $h = f * g$ ，那么 $ans_m = m! \cdot h_{k-m}$ ，NTT 即可，需要处理一下负数幂次项。

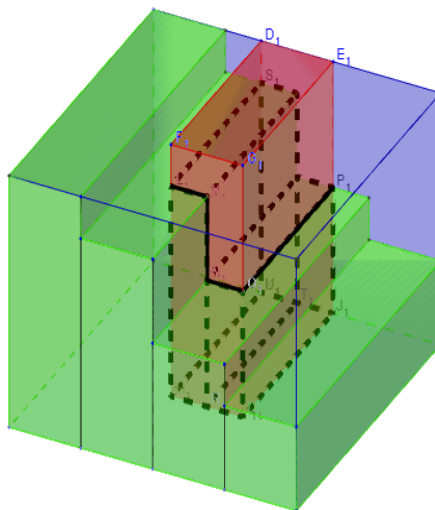
3 雕刻

我们可以将三种切割分开考虑，每种切割先分别求并。这样的话，会形成一个阶梯状。

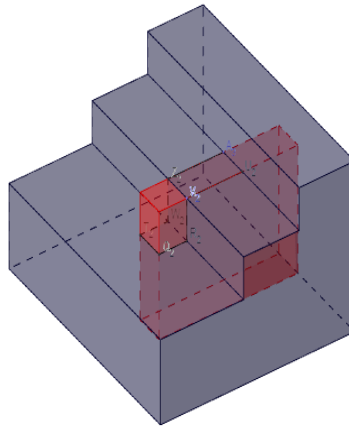


只要求这三部分的并就可以了，根据容斥原理，三个集合的并只要求两两集合的交集，以及三个集合的交集，就可以计算。

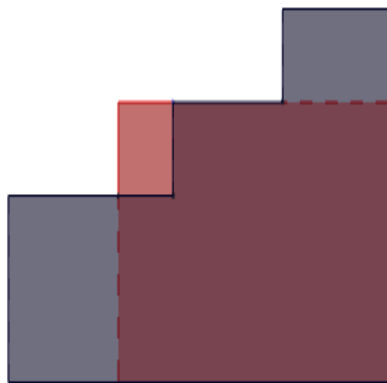
现在考虑按照上图中的黑色线把阶梯切成一块一块的，那么两个阶梯的交就等于一个阶梯的每一块与另一个阶梯的交的并。假如我们拿其中一块与另一个阶梯求交，那么如下图所示，黑色线标示的就是交的部分。



那么就可以求两个阶梯的交了，三个阶梯的交也可以这么做，将两个阶梯的交一块一块地去和第三个阶梯求交，再并起来。用上图中的一个交来举例，如图。



那么可以看出只需要实现一个二维求交问题就能够解决了，如图。



那么就可以了，需要考虑一些细节。