

T1

- subtask 1($n \leq 6$):

暴力枚举每一个树然后判断，复杂度 $O(n^{n-2})$

- subtask 2($n \leq 3000$):

不难注意到可以把树转换成括号序列之后处理， a_i 即表示 i 之前还有多少个未匹配的上括号。那么每一段连续的 -1 对答案的贡献是独立的，可以分开处理然后合并。问题转换成一个序列， $x_0 = a$ 接下来有 x 个 -1 , y 个 1 ，前缀和不存在负数的排列方案数。简单 $O(n^2)$ DP 即可。

- subtask 3($n \leq 2000000$):

这里涉及到卡特兰数的经典证明。我们可以把问题变成 m 个 -1 , n 个 1 排列，不存在小于 $-a$ 的前缀和。

所有的方案数是 $\binom{n+m}{m}$ ，考虑不合法的方案数。以 $a=0$ 为例。将放一个 1 视为 $(+1, +1)$ 一个 -1 视为 $(+1, -1)$ ，下图描述了一个不合法的方案，考虑将它第一次越过 $y=0$ 的位置，将那个位置之前的折线以直线 $y=-1$ 轴对称变换，就可以得到一个从 $(0, -2)$ 走到 $(n+m, n-m)$ 的方案。容易证明每一个从 $(0, -2*a)$ 走到

$(n+m, n-m)$ 的方案都存在恰好一个不合法的方与之对应。

所以只需要组合数预处理，每次的贡献就是 $\binom{n+m}{m} - \binom{n+m}{m-a-1}$ ，复杂度

$O(n)$

T2

算法一

好绝望啊这个题怎么做啊!

贪心吧! 枚举新的虫洞, 看看加在哪里增益最大……

诶? 30 分辣!

算法二

假设有一个虫洞(a, b), 那么 a 向 b 之后第一个端口连边, b 向 a 之后第一个端口连边。答案就是第一个端口开始的路径长度辣!

图分成了若干连通块。有一个连通块是一条起点到终点的链, 其它的是环。现在加一个虫洞, 分三种情况:

1. 两个端口后面第一个端口属于不同连通块:

两个连通块合并, 变成一条“边数+边数+2”的链。

2. 两个端口后面第一个端口是同一个点:

新出来一个连通块是自环, 原来的链长+1。

3. 两个端口后面第一个端口属于同一连通块但不是同一个点:

设这两个点后面的第一个端口是 x, y , 设 x, y 之间有 K 条边, 那么

链长减少 $K - 1$, 新建一个 $K + 1$ 条边的环。

可以发现第3种情况没有前两种优, 可以不管。

这样好像就证明了贪心的正确性呢, 而且线性复杂度模拟也很轻松嘛~

T3

我们可以把一个节点 i 的糖果稠密度 $C[i]$ 分成两部分，第一部分是 $A[i]$ 对 $C[i]$ 的贡献 $E[A[i]]$ ，第二部分是剩下的点对 i 的贡献 $C[i] - E[A[i]]$ ，设 $F[i] = C[i] - E[A[i]]$ 。

对于一个节点 i ，我们维护两个信息，一个是 $E[i]$ ，另一个是所有连向 i 的点的 F 值所构成的集合（也可以用两个堆来维护），设这个集合为 $Son[i]$ 。

对于全局我们维护一个集合 S ， S 的构成如下：我们把每个节点 i 的 $\min(Son[i]) + E[i]$ 和 $\max(Son[i]) + E[i]$ 两个值加到集合 S 中。

显然，操作 2 的答案就是 $E[A[i]] + F[i]$ ，而操作 3 的答案就是 $\min(S)$ 和 $\max(S)$ 。

考虑操作 1 怎么维护，把 $A[i]$ 的值改成了 j ，这个操作会影响的节点是 i 、 j 、 $A[i]$ 、 $A[j]$ 、 $A[A[i]]$ 、 $A[A[j]]$ 、 $A[A[A[i]]]$ ，其中 i 的 A 发生了改变， $A[i]$ 和 j 的 D 、 E 、 F 和 Son 发生了改变，于是 $A[A[i]]$ 和 $A[j]$ 的 F 和 Son 也随之改变，于是 $A[A[A[i]]]$ 和 $A[A[j]]$ 的 Son 也改变了。

所以分别对这七个节点维护即可，顺便再维护一下 S ，常数超级大。

总复杂度是 $O(N \log N)$

【题目来源】CF643D