win5i.com 最新最全源分享上传 拼吾爱

4.2 夜宵 1 号（难度：★★★★☆）

4.2.1 试题

题目描述

Z 镇有一对十分有名的兄妹，哥哥是一个编程狂，而妹妹圆圆则是个机器人迷。众所周知，圆圆十分崇拜哥哥，她最大的梦想就是将来和哥哥一起研发“智能型家务通机器人”。

最近，圆圆觉得很苦恼。因为哥哥为了迎接一年一度的编程比赛而日夜做题，到了废寝忘食的地步。为了哥哥的健康， 圆圆决定每天做夜宵送给哥哥。然而，哥哥对人的脚步声很敏感，以至于有时候会被圆圆的脚步声打断解题思路。圆圆冥思苦想，她把自己关在工作室一天一夜，终于成功制作出“夜宵快送机器人 1 号”（简称“夜宵 1 号”）。这个机器人拥有最长为 r 米的可伸缩手臂，而且走路无声，甚至还具有食物保温功能，简直是圆圆的最高杰作！但是，这个机器人有一个最大的缺点：它只能按照仅有的几种移动方式来移动，而且每种移动方式要么不执行，要么最多执行一次。对每次移动，先转动任意角度，然后再向前走一段固定距离。为了让“夜宵 1 号”成功地完成送夜宵的使命，圆圆找到了你——哥哥的编程好友，请你帮机器人设计出最短的行进路线吧！

输入格式

第 1 行为一个整数 n，表示机器人一共有 n 种移动方式。
第 2 行为 n 个实数，每个实数表示一种移动方式的移动距离。
第 3 行为一个实数 r，表示机器人手臂的最长长度。
第 4 行为两个实数 x、y，表示的是哥哥的二维坐标位置。
假设机器人的初始位置在(0,0)点。

输出格式

输出第 1 行为一个实数，表示在每种移动方式最多只能用一次的前提下，“夜宵一号”最少要移动的距离（即机器人的最终位置与哥哥的距离小于等于 r）。假如机器人不能将夜宵送到哥哥手中，则表示当离哥哥最近的时候所移动的距离。

接下来一行有若干个整数，表示最优路径所执行的移动方式编号（根据输入的顺序，第 n 种移动方式的编号为 n）。如果解答不唯一，则输出任意一种即可。编号不能重复，顺序由小到大。

输入样例

```
5
3.1 5.4 8.9 7.1 3.3
0.6
15.0 0.0
```

输出样例

```
15.300
1 3 5
```

pin5i.com 最新最全源分享 拼吾爱

样例解释

使用第 1, 3, 5 种移动方式，移动距离为 3.1+8.9+3.3=15.3。

数据范围

所有输入的实数最多有 3 位小数，绝对值小于 10^{20}，输出答案保留 3 位小数，误差在 0.001 以内均算正确。所有数据 $1 \leqslant n \leqslant 100$。

4.2.2 题目分析和算法实现

本题考查选手深度优先搜索加剪枝的能力。

题面虽然包含了很多内容，但是最后转化为解决一个背包问题：

给出一个实数集合，从中选出一个真子集，使得子集中的实数和超过一个给定常数，并且最小。

假如目标离原点距离为 d=sqrt(x*x+y*y)，手臂距离为 r。如果只使用一种移动方式，假设距离为 d_0，能送达的条件显然为 $d-r \leqslant d_0 \leqslant d+r$。而超过一种移动方式，则显然，它们能组合出来的最长距离为 Sum(d_i)，而最短距离为 Max{0, $2d_{max}$−Sum(d_i)}，其中 d_{max} 为当前移动方式中最长的一条的距离，Sum(d_i)为当前行动方式的总长度。于是我们知道送达条件为 $d-r \leqslant$ Sum(d_i)且 $d+r \geqslant 2d_{max}-$Sum(d_i)，即 Sum(d_i)≥Max{$d-r$,$2d_{max}-d-r$}。可以看出，当选取的移动方式的最大值 d_{max} 确定后，这个问题就转化为上述背包问题了。

我们知道，背包问题是一个 NPC 问题。在某些特殊情况下，比如数域比较小，可以使用动态规划解决。但是本题的长度是实数，有效数字达 23 位之多，这一方法并不凑效。

那么，经过去冗化简后，我们面对这个光秃秃的搜索题目应该怎么处理呢？

基本思路就是采用深度优先搜索，加上若干剪枝。

- 长度和大于全局最优值。
- 长度和加上剩余的长度和小于 $d-r$（当 $d \geqslant d_{max}$）或 $2d_{max}-d-r$（当 $d<d_{max}$）。
- 全局最优值不可能更优，best=$d-r$。

除此之外，调整搜索顺序也能减少搜索时间。一种比较好的方式是将长度按由大到小排序。只要再增加一些特殊解的判断，就能通过评委设定的所有数据了。

4.2.3 参考程序及程序分析

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
#include <string.h>

const int maxn = 100;

double a[maxn];                 //移动方式的长度
double sum[maxn];               //剩余距离和
double best;                    //最优解
double d;                       //欧拉距离减半径
double mind;                    //搜索下界
```

pin5i.com 最新最全源分享下载站 拼吾爱

```
double x, y, r;                    //目标圆的直角坐标和半径

int ans[maxn];                     //最优结果
int mrk[maxn];                     //标记某种移动方式是否被使用
int seq[maxn];                     //递归使用的当前结果
int n;                             //移动方式种类数


//从文件读取数据
void readdata()
{
    freopen("gogogo.in" , "r" , stdin);
    freopen("gogogo.out" , "w" , stdout);
    scanf("%d", &n);
    for (int i = 0; i < n; ++i) {
        scanf("%lf", &a[i]);
    }
    scanf("%lf%lf%lf", &r, &x, &y);
}

//深度搜索最优解，只搜索超过一种移动方式的方案
//dep: 深度，表示当前决策的移动方式编号
//count: 当前使用的移动方式个数
//cur: 当前长度和
void search(int dep, int count, double cur)
{
    if (cur >= best) {
        return;                                          //当前长度和大于最优解，剪枝
    }
    if (cur >= mind && count > 1) {                      //符合距离条件
        best = cur;
        memcpy(ans, mrk, sizeof(mrk));
        return;
    }
    if ((dep >= n)                                       //没有更多的移动方式
        || (cur + sum[dep] < mind)) {  //当前长度和加上剩余长度和仍然不能符合条件
        return;
    }
    mrk[dep] = true;
    search(dep + 1, count + 1, cur + a[dep]);    //尝试使用第 dep 种移动方式
    mrk[dep] = false;
    if (best - d + r < 0.001) {
        return;                                          //不可能有更优解出现
    }
```

pin5i.com 最新最全 拼吾爱 下载站

```
    search(dep + 1, count, cur);
}

/*对移动方式进行冒泡排序，长度由大到小，并且将排序出来对应的编号存进 seq 数组，供输出解的时
候使用*/
void sort()
{
    int i , j , k;
    double t;
    for (i = 0; i < n; ++i) {              //初始化排列顺序
        seq[i] = i;
    }
    for (i = 0; i < n; ++i)
    for (j = i + 1; j < n; ++j)            //冒泡排序
    if (a[i] < a[j]) {
        t = a[i];
        a[i] = a[j];
        a[j] = t;
        k = seq[i];
        seq[i] = seq[j];
        seq[j] = k;
    }
}
//求解函数
void solve()
{
    int i;
    sort();
 //计算剩余长度和
    sum[n - 1] = a[n - 1];
    for (i = n - 2; i >= 0; --i) {
        sum[i] = sum[i + 1] + a[i];
    }
    double tot = sum[0];                   //总长度
    d = sqrt(x * x + y * y);
   if (tot < d - r) {
//所有移动方式都用了还是不能达到目标圆，则使用所有的移动方式
        printf("%.3lf\n", tot);
        for (i = 0; i < n; ++i) {
            printf("%d ", i + 1);
        }
        printf("\n");
        return;
```

pin5i.com 最新最全源分享 拼吾爱

```
    }
    if (d <= r) {                          //出发点在目标圆内，不需要移动
        printf("%.3f\n", 0.0);
        return;
    }


    best = 1e30;                           //初始最优值足够大
//枚举只有一种移动方式时的解
    for (i = 0; i < n; ++i) {
        if (a[i] >= d - r && a[i] <= d + r && a[i] < best) {
                                           //如果通过第 i 种移动方式一次就能到达
            memset(ans, 0, sizeof(ans));
            ans[i] = true;
            best = a[i];
        }
    }

    memset(mrk, 0, sizeof(mrk));
    for (i = 0; i < n - 1; ++i) {
         mrk[i] = true;
         if (a[i] > d) mind = 2*a[i] - d - r; else mind = d - r;
                                           //用于第二个剪枝条件
         search(i+1, 1, a[i]);
         mrk[i] = false;
     }
     //输出最优解
    printf("%.3lf\n", best);               //最优的移动距离
    memset(mrk , 0 , sizeof(mrk));
    for (i = 0; i < n; ++i)
    if (ans[i]) {
        mrk[seq[i]] = true;
    }
    for (i = 0; i < n; ++i) {              //使用的移动方式
        if (mrk[i]) {
            printf("%d ", i + 1);
        }
    }
    printf("\n");

}

//主函数
int main()
```

pin5i.com 最新最全源分享 拼吾爱

```
{
    readdata();
    solve();
    return 0;
}
```

4.2.4 部分测试数据和输出结果

测试数据

```
5
3.1 5.4 8.9 7.1 3.3
0.8
15 0
```

输出结果

```
14.300
2 3
```

4.3 天堂之花（难度：★★★★☆）

4.3.1 试题

题目描述

除了装一双翅膀拿一根荧光棒去参加哄小孩的表演外，天使其实是一个蛮悠闲的职业，于是无聊的时候她们便常在天堂散步。天使们散步的时候有一个很奇怪的习惯，她们从天堂任意一个很远的尽头沿东西方向或南北方向直线行走，一直走到对面一个很远的尽头。

可是天堂太平淡了，上帝为了给天使们的生活添加点缀，于是决定在天堂种一些玫瑰花，有红玫瑰和白玫瑰，好让天使们一边散步一边欣赏。上帝为了体现一种凌乱美，于是便在天堂随手挖了一些坑洞，打算用来种玫瑰。每个坑洞只能种一棵植物，而且每棵植物只开一朵花——永不凋零的天堂之花。

天堂一片烂漫，真是妙不可言!

不过伤脑筋的事情来了。由于天使走的是直线，她们只会慢慢欣赏自己路线上遇到的花（由于天使很轻盈敏捷，而且很爱惜这些花，所以不必担心她们会损坏这些漂亮的精灵）。可是有些天使喜欢红玫瑰，有的更爱白玫瑰。上帝为了公平，希望能实现一个种花的方案，使得任何一个天使在任何可能的散步路线上欣赏到的红玫瑰和白玫瑰的总数量之差不会超过 1。不过上帝太忙了，于是他把这个任务交给你——人间非常聪明的程序员。

输入格式

输入文件的第 1 行为整数 $T(1 \leqslant T \leqslant 10)$表示下面有 T 组测试数据。

每组测试数据第 1 行为一个整数 n ($n \leqslant 1\,000$)，表示坑洞的数目。紧接下来的 n 行每行各有两个用空格隔开的整数 $X, Y(|X| \leqslant 1\,000\,000, |Y| \leqslant 1\,000\,000)$。假设天堂是一个坐标平面，而且 Y 轴指向正北方向，X 轴指向正东方向，(X, Y)表示各个坑洞的坐标。