1. Izjavni račun

<u>Izjava</u> je poved, ki bodisi resnična
bodisi lažna.

<u>Zgledi</u>.
1. Ena in ena je tri. lažna izjava
2. Ena in ena je dva. resnična izjava
3. Koliko je ena in ena? ni izjava
4. Ta poved ni resnična. ni izjava

Izjave po vsebini:
- resnične (imajo resničnostno vrednost $\underline{1}$ ali $\top$ (vrh) ali true)
- lažne (imajo r. vr. 0 ali $\perp$ (dno) ali false)

Izjave po obliki:
- osnovne (ne vsebujejo izj. veznikov)
- sestavljene (vsebujejo izj. veznike)

<u>Zgledi</u>.
1. Vreme je lepo. ... osnovna
2. Peter gre v hribe. ... osnovna
3. Vreme je lepo in Peter gre v hribe. ... sestavljena
4. Če je vreme lepo, ~~tako~~ (potem) Peter v hribe. ... sestavljena
5. Peter ne gre v hribe. ... sestavljena

<u>Zahteva</u> za izj. veznike:
Resničnost sest. izjave je enolično določena ~~z~~ resn. vrednostjo sestavnih delov.

<u>Def</u>. Naj bo $n \in \mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$.
<u>n-mestni izj. veznik</u> je funkcija,
ki vsaki urejeni n-terici ničel in enic

ki vsaki urejeni n-terici ničel in enic priredi vrednost 0 ali 1.

Zgledi:

1. enomestni: negacija   simbol: $\neg$

$\neg p$ ... ne p; ni res, da velja p

p	$\neg p$
1	0
0	1

2. dvomestni:

ime	simbolni zapis sest. izjave	preberemo
konjunkcija	$p \wedge q$	p in q
disjunkcija	$p \vee q$	p ali q
implikacija	$p \Rightarrow q$	če p, potem q iz p sledi q p implicira q p je zadosten pogoj za q q je potreben pogoj za p
ekvivalenca	$p \Leftrightarrow q$	p natanko tedaj, ko q p, če in samo če q p je ekvivalentno q

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1

0-mestna veznika: 1 ... resnična izjava

0 ... lažna "

Koliko je vseh n-mestnih izj. veznikov?
Odg.: 2^{2^n}

n	0	1	2	3	4	6
2^n	1	2	4	8	16	64
2^{2^n}	2	4	16	256	65536	$\sim 18.4 \times 10^{18}$

$$p \Rightarrow q$$

antecedens (p) — konsekvens (q)

1.2. Izjavni izrazi

Def.

O_1. Vsaka izj. konstanta (0 ali 1) je izj. izraz.

O_2. Vsaka izj. spremenljivka $p_1, p_2, p_3, \ldots$ je izj. izraz.

S_1. Če je f enomesten izj. v. in A izj. izraz, je
$(f A)$ izj. izraz.

S_2. Če je f dvomesten izj. v. in sta A, B izj. izraza,
je $(A f B)$ izj. izraz.

S_3. Če je f n-mesten izj. v. in so $A_1, A_2, \ldots, A_n$ izj. izrazi, je $f(A_1, A_2, \ldots, A_n)$ izj. izraz.

Namesto $p_1, p_2, p_3, \ldots$ pišemo tudi $p, q, r, \ldots$

Zgled konstrukcijskega zaporedja za $((p \Rightarrow q) \wedge (\neg r))$:

1. p ... O_2
2. q ... O_2
3. $(p \Rightarrow q)$ ... S_2 iz 1, 2
4. r ... O_2
5. $(\neg r)$ ... S_1 iz 4

5. $(\neg r)$ ... S_1 iz 4

6. $\underline{((p \Rightarrow q) \wedge (\neg r))}$ ... S_2 iz 3, 5

✓

Dogovor o prednostnem redu veznikov:

1. $\neg$ ima prednost pred dvomestn. vezniki
2. veznik iz $(\wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow)$ ima prednost pred vezniki desno od sebe
3. Če isti veznik nastopi večkrat zapored, ima levi nastop prednost pred desnim.

<u>Zgledi:</u> $p \Rightarrow q \wedge r$ pomeni $(p \Rightarrow (q \wedge r))$

$p \Rightarrow q \Rightarrow r \Rightarrow s$ pomeni $(((p \Rightarrow q) \Rightarrow r) \Rightarrow s)$

$(p \Rightarrow q) \wedge r$ pomeni $((p \Rightarrow q) \wedge r)$

4. Zunanji oklepaj izpuščamo.

Vsak izj. izraz določa resn. tabelo in s tem tudi neki izj. veznik.

<u>Zgled.</u> $f(p, q, r) = (p \Rightarrow q) \wedge \neg r$

p	q	r	$(p \Rightarrow q)$	$\wedge$	$\neg r$
1	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1
0	1	1	1	0	0
0	1	0	1	1	1
0	0	1	1	0	0

0 1 0		1	1		1
0 0 1		1	0		0
0 0 0		1	1		1

1.3. Tavtologije in enakovredni izrazi

Def. Izjavni izraz je:

1. *tavtologija*, če je resničen pri vseh naborih vrednosti svojih spremenljivk.
2. *protislovje*, če je lažen pri vseh " ...
3. *kontingenten*, sicer.

Zgledi.

1.

p	q	$p \Rightarrow q$	$\Leftrightarrow$	$\neg p$	$\vee\, q$	p	$\wedge$	$\neg$	$(q$	$\Rightarrow$	$\neg p)$
1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1
1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0

tavtologija protislovje

2. 1, $p \vee \neg p$, $p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$ so tavtologije
3. 0, $p \wedge \neg p$, $p \wedge \neg(q \Rightarrow p)$ so protislovja

Def. Izj. izraza A, B sta *enakovredna*, če je $A \Leftrightarrow B$ tavtologija. Pišemo: $A \sim B$.

Zgled. $p \Rightarrow q \sim \neg p \vee q$