

תרגיל בית 12 – התמרת פורייה

שאלה 1 – התמרת פורייה בדידה (שאלה ידנית)

נתונה שלוש נקודות שהן דגימה מתוך סיגנל:

$$y(0) = 1, y(2) = 3, y(4) = 2$$

סעיף א

מהם שלושת התדרים f אליהם תתייחס התמרת פורייה?

תזכורת: התדרים (במקרה ש- N אי זוגי) נתונים ע"י:

$$f_k = \frac{k}{N\Delta}, \quad k = -\frac{N-1}{2} \dots \frac{N-1}{2}$$

סעיף ב

חשבו את התמרת פורייה הבדידה DFT של הדגימות (כלומר: שלוש הנקודות A_k).

$$A_k = \sum_{m=0}^{N-1} a_m e^{-i2\pi \frac{mk}{N}}, \quad k = 0 \dots N-1$$

שאלה 2 – סינון תדרים

צרו סיגנל המורכב מ:

$$u(t) = \sin(2\pi \cdot t) + \sin(2\pi \cdot 3 t) + \sin(2\pi \cdot 5 t)$$

בטווח בין $t = 0 \dots 2$

באמצעות התמרת פורייה, סננו ממנו את התדרים הגבוהים והנמוכים, כך שישארו בו רק התדרים המקיימים $2 \leq |f| \leq 4$.

ציירו את הסיגנל המקורי ואת הסיגנל המסונן כפונקציה של t .

בנוסף, באמצעות `fftshift`, ציירו את אמפליטודות התדרים, לפני הסינון ואחריו, כאשר הם ממורכזים סביב ה-0.

שימו לב: בבניית הסיגנל, יש לשים לב לדגום מספיק נקודות, כך שכל התדרים מהם הסיגנל המקורי מורכב יהיו מיוצגים בהתמרת פורייה.

שאלה 3 – פתרון משוואת הדיפוזיה

דמיינו עולם חד מימדי מעגלי (כלומר: מחזורי) בהיקף 10 יחידות, בו האנשים מרוכזים בצפיפות לא אחידה. אם נגדיר $x \in [-5, 5]$, הצפיפות נתונה ע"י $\rho(x, 0) = e^{-x^2/2}$.

האנשים נעים ומתפזרים בעולם לפי משוואת הדיפוזיה $\frac{\partial \rho}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2}$. נתון: $D = 0.2$.

מה תהיה צפיפות האנשים בעולם כפונקציה של x כעבור זמן $T = 10$?

פתרו בשתי דרכים: באמצעות שיטת Crank-Nicholson, ובאמצעות התמרת פורייה.