

תרגיל בית 6 – פתרון מד"ר stiff

שאלה 1 – משוואת האש

בהרצאה למדנו על המשוואה המתארת את הגדילה של להבת אש:

$$\dot{y} = \alpha y^2 - \beta y^3$$

סעיף א – Explicit and Implicit Euler

1. כתבו את אלגוריתם Explicit-Euler עבור המשוואה.
2. כתבו את אלגוריתם Semi-Implicit-Euler (של משוואה לא לינארית) עבור המשוואה.

סעיף ב – דוגמת ריצה

נגדיר $\alpha = \beta = 1$, ותנאי התחלה $y(0) = 0.99$. בנוסף, נגדיר $h = 3$.

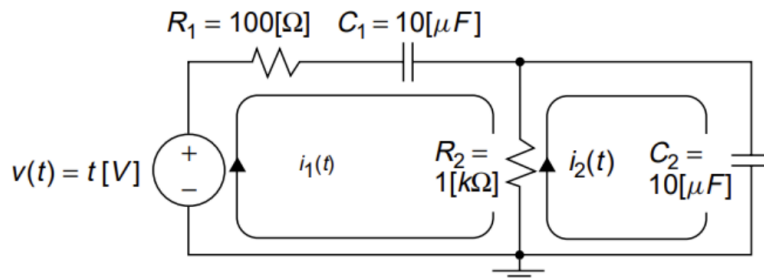
עבור כל אחד מהאלגוריתמים בסעיף א, בצעו שלושה צעדים של הריצה (ניתן לעשות זאת באופן ידני או באמצעות קוד, לבחירתכם).

כלומר: חשבו את $y(3), y(6), y(9)$ בשתי דרכים: באמצעות Explicit-Euler ובאמצעות Semi-Implicit-Euler.

שימו לב שהאלגוריתם השני מתכנס ל-1, ואילו האלגוריתם הראשון לא.

שאלה 2 – מעגל RC

נתון המעגל החשמלי הבא:



סט המשוואות עבור הזרמים הוא:

$$\begin{cases} (R_1 + R_2)\dot{I}_1 - R_2\dot{I}_2 + \frac{I_1}{C_1} = 1 \\ -R_2\dot{I}_1 + R_2\dot{I}_2 + \frac{I_2}{C_2} = 0 \end{cases}$$

תנאי ההתחלה הם:

$$\begin{pmatrix} I_1(0) = 0 \\ I_2(0) = 0 \end{pmatrix}$$

הפרמטרים הם:

$$R_1 = 100, R_2 = 1000, C_1 = C_2 = 10^{-5}$$

טווח הזמנים שנבדוק הוא $t \in [0, 0.05]$.

א. הגעה לצורת מערכת משוואות

$$\begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} : \text{כתבו את מערכת המשוואות המצומדות בצורה וקטורית:}$$

ב. פתרון בעזרת פונקציות מובנות

1. פתרו את מערכת המשוואות בעזרת שיטת Runge-Kutta 45, באמצעות הפונקציות המובנות בפייתון או במטלב, וציירו גרף של I_1, I_2 כפונקציה של הזמן t . האם אתם מזהים מאפיינים של stiffness?
2. פתרו את מערכת המשוואות בעזרת ode15s (במטלב) או 'Radau' (בפייתון), וציירו גרף של הפתרונות כפונקציה של הזמן.

ג. פתרון באמצעות Explicit / Implicit Euler

1. פתרו את מערכת המשוואות בעזרת שיטת Explicit-Euler, וציירו גרף של הפתרונות כפונקציה של הזמן. השתמשו ב- $h = 0.001$.
2. פתרו את מערכת המשוואות בעזרת שיטת Implicit-Euler עבור מערכת משוואות לינאריות, וציירו גרף של הפתרונות כפונקציה של הזמן. השתמשו ב- $h = 0.001$.