

# 关于照度的计算问题

518030910150 方泓杰

Dec. 20th, 2019

## 1 问题简述

如题主的图所示，光源平面和接受物平面平行且对中。已知光源半径 $R$ ，光源和接收物之间距离 $z$ 和亮度 $B$ ，求接收方的照度 $E$ 。

## 2 问题解答

设接收物的面积 $S$ ，则由照度定义，有

$$E = \frac{\Phi}{S} \quad (1)$$

又，设 $dS$ 为光源上的小面元， $d\Omega$ 为接收物对小面元处所形成的立体角，所以

$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} d\Omega = B \cdot 2\pi\rho d\rho \cdot \frac{z}{\sqrt{\rho^2 + z^2}} \cdot \frac{S}{\rho^2 + z^2} \cdot \frac{z}{\sqrt{\rho^2 + z^2}}$$

注意，上式选用的面元 $dS$ 为环形面元（由于整个光源是圆形，环形具有很好的对称性）。因此，对上式积分有

$$\Phi = \int_0^R d\Phi = \int_0^R (B \cdot 2\pi\rho \cdot \frac{Sz^2}{(\rho^2 + z^2)^2}) d\rho \quad (2)$$

化简式(2)，有

$$\Phi = \frac{\pi BR^2}{R^2 + z^2} \cdot S \quad (3)$$

于是，联立式(1), (3)，有

$$E = \frac{\pi R^2}{R^2 + z^2} B \quad (4)$$

即得答案。