简单赛

（请选手务必仔细阅读本页内容）

一、题目概况

中文题目名称	序列	淘金	最古的遗迹	末日魔法少女计划
英文题目名称	mex	gold	ruin	matrix
可执行文件名	mex	gold	ruin	matrix
输入文件名	mex.in	gold.in	ruin.in	matrix.in
输出文件名	mex.out	gold.out	ruin.out	matrix.out
提交文件名	mex.cpp	gold.cpp	ruin.cpp	matrix.cpp
每个测试点时限	1秒	1秒	1秒	2秒
测试点数目	20	20	20	20
每个测试点分值	5	5	5	5
内存限制	512MB	512MB	512MB	512MB
题目类型	传统题	传统题	传统题	传统题

二、编译命令

题目名称	mex	gold	ruin	matrix
对于C++语言	-o mex mex.cpp -lm -std=c++14 -O2 -Wl,--stack=2147483647	-o gold gold.cpp -lm -std=c++14 -O2 -Wl,--stack=2147483647	-o ruin ruin.cpp -lm -std=c++14 -O2 -Wl,--stack=2147483647	-o matrix matrix.cpp -lm -std=c++14 -O2 -Wl,--stack=2147483647

三、注意事项

1. 文件夹名、文件名(程序名和输入输出文件名)必须使用英文小写。
2. C/C++中函数main()的返回值类型必须是int,程序正常结束时的返回值必须是0。
3. 统一评测时采用的机器配置为：windows下lemon评测。
4. 请尽力优化，会收获更多的部分得分。
5. **AK 了不要大声喧哗，没AK也不要。**

序列(mex)

题目描述

对于一个由有限个非负整数构成的数列 X，定义 $\operatorname{mex}(X)$ 为梳理中不包含的最小非负整数。例如：$\operatorname{mex}(\{0,0,1,3\})=2$，$\operatorname{mex}(\{1\})=0$，$\operatorname{mex}(\{\})=0$。

给定一个长度为 N 的数列 $S=\{S_1,S_2,\ldots,S_N\}$，其中每元素均为 0 或 1。

要求计算满足以下条件的长度为 N 的数列 $A=\{A_1,A_2,\ldots,A_N\}$ 的数量，并对 998244353 取模：

- $0\le A_i\le M$。
- 对于所有 $1\le i\le N$，如果 $S_i=1$，则 $A_i=\operatorname{mex}(\{A_1,A_2,\ldots,A_{i-1}\})$；如果 $S_i=0$，则 $A_i\ne\operatorname{mex}(\{A_1,A_2,\ldots,A_{i-1}\})$。

输入格式

输入共两行。

第一行包含两个数 N,M。

第二行包含 N 个数 $S_1,S_2,\ldots S_N$。

输出格式

输出一行，表示答案。

样例

样例1输入

```
4 2
1 0 0 1
```

样例1输出

```
4
```

样例1解释

满足条件的序列由四个：$\{0,0,0,1\}$，$\{0,0,2,1\}$，$\{0,2,0,1\}$，$\{0,2,2,1\}$。

样例2输入

```
10 1000000000
0 0 1 0 0 0 1 0 1 0
```

样例2输出

```
587954969
```

数据范围

对于所有数据，满足：$1\le N\le 5000$，$0\le M\le 10^9$

测试点编号	特殊性质
$1 \sim 4$	$N, M \le 5$
$5 \sim 7$	$N, M \le 10$
$8 \sim 10$	$N, M \le 20$
$11 \sim 13$	$N, M \le 100$
$14 \sim 15$	$N \le M$
$16 \sim 20$	无特殊限制

淘金(gold)

题目描述

小 X 在玩一个叫做《淘金者》的游戏。游戏的世界是一个二维坐标。X 轴、Y 轴坐标范围均为$1 \dots N$。初始的时候，所有的整数坐标点上均有一块金子，共 N^2 块。

一阵风吹过，金子的位置发生了一些变化。细心的小 X 发现，初始在 (i, j) 坐标处的金子会变到 $(f(i), f(j))$ 坐标处。其中 $f(x)$ 表示 x 各位数字的乘积，例如 $f(99) = 81$，$f(12) = 2$，$f(10) = 0$。

如果金子变化后的坐标不在 $1 \dots N$ 的范围内，我们认为这块金子已经被移出游戏。同时可以发现，对于变化之后的游戏局面，某些坐标上的金子数量可能不止一块，而另外一些坐标上可能已经没有金子。这次变化之后，游戏将不会再对金子的位置和数量进行改变，玩家可以开始进行采集工作。

小 X 很懒，打算只进行 K 次采集。每次采集可以得到某一个坐标上的所有金子，采集之后，该坐标上的金子数变为 0。

现在小 X 希望知道，对于变化之后的游戏局面，在采集次数为 K 的前提下，最多可以采集到多少块金子？ 答案可能很大，小 X 希望得到对 $10^9 + 7$ 取模之后的答案。

输入格式

输入仅一行，包含两个正整数 N, K。

输出格式

输出仅一行，表示答案。

样例

样例1输入

```
12 5
```

样例1输出

```
18
```

数据范围

对于所有数据，保证 $N \le 10^{12}$，$K \le \min(N^2, 10^5)$。

测试点编号	约束
$1 \sim 4$	$N \le 10^3$
$5 \sim 8$	$N \le 10^6$
$9 \sim 12$	$K = 1$
$13 \sim 16$	$K \le 10^3$
$17 \sim 20$	无特殊限制

最古的遗迹(ruin)

题目描述

JOI 教授是一名研究 IOI 王国的历史学家。

他发现了一行古代石柱的废墟及一份古代文献。

古代文献上的记载如下：

- 刚建造完成的时候，有 $2 \times N$ 个石柱，对于 $1 \le k \le N$ 均有两个石柱高度为 k，同时记第 i 个石柱的高度为 h_i。
- 会发生 N 次地震，每次地震会使一些石柱的高度 -1，其他石柱高度不变。
- 石柱 i 地震时高度不变，当且仅当 $h_i \ge 1$ 并且对于 $j > i$ 都要有 $h_i \ne h_j$
- N 次地震后，恰好只剩下了 N 个石柱。

现在 JOI 教授找出了仅存的 N 个石柱的位置 $A_1, A_2, \dots, A_N$，他想让你求出，最初 $2 \times N$ 个石柱高度的修建方案数 $\bmod\ 10^9+7$ 的值。

输入格式

第一行为一个整数 N。

接下来一行 N 个数，表示 $A_1, A_2, \dots, A_N$。

输出格式

仅一行一个整数，表示最初 $2 \times N$ 个石柱高度的建造方案数 $\bmod\ 10^9+7$ 的值。

样例

样例1输入

```
3
3 4 6
```

样例1输出

```
5
```

样例1解释

一种可行的解为 $(2,2,3,3,1,1)$。

- 第一次地震后，变为 $(1,2,2,3,0,1)$。
- 第二次地震后，变为 $(0,1,2,3,0,1)$。
- 第三次地震后，变为 $(0,0,2,3,0,1)$。

另外四种解如下：

- $(2,3,2,3,1,1)$。
- $(2,3,3,2,1,1)$。
- $(3,2,2,3,1,1)$.
- $(3,2,3,2,1,1)$。

样例2输入

```
1
1
```

样例2输出

```
0
```

样例3输入

```
10
5 8 9 13 15 16 17 18 19 20
```

样例3输出

```
147003663
```

数据范围

对于所有测试数据：$1 \le N \le 600$，$1 \le A_i \le 2 \times N$。

每个测试点的具体限制见下表：

测试点编号	特殊性质
$1 \sim 4$	$N \le 5$
$5 \sim 8$	$N \le 20$
$9 \sim 12$	$N \le 50$
$13 \sim 16$	$N \le 200$
$17 \sim 20$	无特殊性质

末日魔法少女计划(matrix)

题目描述

对于给定的 n, k，你需要构造一个只含 $0, 1$ 的矩阵 $A_{i,j}$，$0 \le i, j \le n$，满足：

1. $A_{i,i} = 1$;
2. $A_{i,i+1} = 1$;
3. 对 $i > j$ 有 $A_{i,j} = 0$;
4. 若 $A_{i,j} = 1$，$j - i > 1$，则存在 $i < t < j$，满足 $A_{i,t} = A_{t,j} = 1$;
5. 对 $i \le j$ 有 $(A^k)_{i,j} > 0$。

你需要输出满足 $A_{i,j} = 1$ 且 $j - i > 1$ 的每个 (i, j)，设这样的 (i, j) 共有 m 个。

若输出不满足要求，则不能得到该测试点的任何分数。若输出满足要求，则根据 m 进行评分。

输入格式。

一行，两个整数 n, k。

输出格式

第一行一个整数 m，接下来 m 行，每行两个整数 i, j，依次表示每个满足 $A_{i,j} = 1$ 且 $j - i > 1$ 的二元组 (i, j)。

样例

样例1输入

```
3 2
```

样例1输出

```
1
0 2
```

数据范围

对于所有测试点：$1900 \le n \le 2000$，$2 \le k \le 15$。

k	$f(k)$	$s(k)$
2	7.9870	22
3	3.8085	14
4	2.3960	11
5	1.9610	9
6	1.6065	7
7	1.4515	6
8	1.2540	5
9	1.1980	5
10	1.0995	4
11	1.0705	4
12	1.0345	4
13	1.0120	3
14	1.0015	3
15	0.9940	3

每个 $2 \le k \le 15$ 对应一个总分为 $s(k)$ 的子任务，每个子任务的得分是子任务中每个测试点的得分的最小值。

每个测试点的得分为所在子任务的总分的 $\max\left(0, 1-\sqrt{\max\left(0, \frac{m}{n\cdot f(k)}-1\right)}\right)$ 倍。