签到题

斐波那契数列公式为 $f_{n+2}=f_{n+1}+f_n$ ，而辗转相减求 gcd 为 $gcd(a,b)=gcd(b,a-b)$ 。不难发现 $gcd(f_{n+2},f_{n+1})=gcd(f_{n+1},f_n)$ ，即斐波那契数列相邻两项互质。

再考虑 $gcd(f_n,f_m)$ ，不妨假设 $n>m$ ，根据递推公式不难归纳发现 $f_n=f_mf_{n-m+1}+f_{m+1}f_{n-m}$ 。

用辗转相除法可以发现 $gcd(f_n,f_m)=gcd(f_mf_{n-m+1}+f_{m+1}f_{n-m},f_m)=gcd(f_{m+1}f_{n-m},f_m)$ 。

又因为 f_{m+1} 和 f_m 没有公因数，所以 $gcd(f_n,f_m)=gcd(f_{n-m},f_m)$ 。

观察发现下标的变化规律和辗转相减的变化一致。故得 $gcd(f_n,f_m)=f_{gcd(n,m)}$ 。

当 $gcd(n,m)$ 较大时，用矩阵快速幂即可。

总复杂度 $O(T\log n)$ 。

狗窝

对原序列建线段树，则每个区间可以被线段树上的不超过 $\log n$ 个结点恰好覆盖。

将区间信息记录在线段树结点上。每次操作是单点修改。一旦把某个结点的子树全部修改掉了，那就更新它所记录的区间的计数器。一旦某个区间的计数器清零了，那么答案就 $+1$ 。

总复杂度 $O((n+m)\log n)$ 。

牛棚

若将从 1 号点到 2 号点的路径称为好路径，那么题目等价于问 1 号图的好路径集合是否包含 2 号图的。

若是，则输出 `No` ，否则输出 `Yes`。

不妨记二维数组 $f_{i,j}$ 表示 1 号图的 i 号结点出发到 2 号点的路径集合是否包含 2 号图的 j 号结点出发到 2 号点的路径集合。

答案就是 $f_{1,1}$ 。

考虑逆向思维，一开始认为全部的 $f_{i,j}=1$ ，然后尝试将它们更新为 0 。

显然有 $f_{i,2}=0,(i\neq 2)$ ，因为 2 号点包含一条空路径，而其他点没有。

若 1 号图中有从 i 连向 j 的蓝边， 2 号图中有从 u 连向 v 的蓝边，而 $f_{j,v}=0$ ，则可得 $f_{i,x}=0$ 。

红边同理。

从 $f_{i,2}$ 开始不断反向 dfs 即可求出 f 数组。

总复杂度 $O(Tn^2)$ 。

鸟巢

对序列求前缀和 $s_n=\sum_1^n a_i$ ，则要求的就是所有 s_i-s_j 的异或值。

对二进制每一位分别求答案。若对第 k 位计算，则高于 k 位的值都没有意义，则每个数都在 0 到 2^k-1 范围中。

考虑什么才会对答案产生贡献。对于 s_i 和 s_j ，当且仅当 $i>j$ 且 s_i-s_j 的第 k 位是 1 ，这样的 (i,j) 才会对第 k 位产生 1 的贡献。

分类讨论：若 s_i 和 s_j 第 k 位相同，则该条件等价于 $s_i<s_j$ 。若 s_i 和 s_j 第 k 位不同，则条件等价于 $s_i \operatorname{xor} 2^{k-1} \geq s_j$ 。

不难发现这两种情形可以化归成求逆序对。

但我们不需要真正求出逆序对数量，只要求出奇偶性即可。注意到排列中交换任意两个元素，逆序对奇偶性一定改变。故逆序对奇偶性等于 排列长度加环数 的奇偶性。

只需 $O(n)$ 求出排列环数，即可得到逆序对奇偶性。

要将原 s_i 序列转为排列，可以从低位向高位。每次加入一位时，将该位是 1 的数放到整个序列的后面，然后用桶离散化即可。

总复杂度 $O(n\log w)$ 。