

## NOIP2024 模拟赛

长郡中学

2024.9

题目名称	数数题	造树题	博弈题	直线题
可执行文件名	a	b	c	d
输入文件名	a.in	b.in	c.in	d.in
输出文件名	a.out	b.out	c.out	d.out
时间限制	1.0 秒	1.5 秒	1.5 秒	2.0 秒
内存限制	512 MB	512 MB	512 MB	512 MB
子任务数目	10	4	4	10
是否捆绑测试	否	是	是	否

提交源程序文件名

对 C++ 语言	a.cpp	b.cpp	c.cpp	d.cpp
----------	-------	-------	-------	-------

编译选项

对 C++ 语言	-O2 -std=c++14
----------	----------------

## 【注意事项（请仔细阅读）】

1. 选手提交的源程序请**直接放在个人目录下**，无需建立子文件夹；
2. 文件名（包括程序名和输入输出文件名）必须使用英文小写。
3. C++ 中函数 `main()` 的返回值类型必须是 `int`，值必须为 `0`。
4. **对于因未遵守以上规则对成绩造成的影响，相关申诉不予受理。**
5. 若无特殊说明，结果比较方式为**忽略行末空格、文末回车后的全文比较**。
6. 程序可使用的栈空间大小与该题内存空间限制一致。
7. 在终端中执行命令 `ulimit -s unlimited` 可将当前终端下的栈空间限制放大，但你使用的栈空间大小不应超过题目内存空间限制。

8. 若无特殊说明，每道题的**代码长度限制为 100KB**。
9. 若无特殊说明，输入与输出中同一行的相邻整数、字符串等均使用一个空格分隔。
10. 输入文件中可能存在行末空格，请选手使用更完善的读入方式（例如 `scanf` 函数）避免出错。
11. 直接复制 PDF 题面中的跨页样例，数据将带有页眉页脚，建议选手直接使用对应目录下的样例文件进行测试。
12. 使用 `std::deque` 等 STL 容器时，请注意其内存空间消耗。
13. 请务必使用题面中规定的编译参数，保证你的程序在本机能够通过编译。此外**不允许在程序中手动开启其他编译选项**，一经发现，本题成绩以 0 分处理。
14. 如果不出意外的话，评测使用 LemonLime 软件在最新版的 NOI Linux 下进行。机器配置为：Intel® Core™ i5-10500 CPU @ 3.10GHz × 12，内存 7.5 GiB。
15. 题目难度不高，请 AK 的选手不要大声喧哗。如果有发现原题可以闷声发大财。
16. 题目按照出题人主观难度顺序排列，大家可以按照自己的喜好选择开题顺序。
17. 对于开启捆绑测试的题目，在正式评测时**子任务之间存在合理依赖关系**，题面中不会进行额外声明。

# 数数题 (a)

【题目描述】

给定  $n, m$ , 一个区间序列  $\{[L_1, R_1], [L_2, R_2] \dots, [L_n, R_n]\}$  被称为好的当且仅当:

- 1. 长度为  $n$ 。
- 2.  $\forall i \in [1, n], 1 \leq L_i \leq R_i \leq m$ 。
- 3.  $\forall i \in [1, n - 1], [L_i, R_i] \cap [L_{i+1}, R_{i+1}] \neq \emptyset$

输出好的序列个数对给定质数  $p$  取模的结果。

【输入格式】

从文件 **a.in** 中读入数据。

一行三个整数  $n, m, p$ , 表示序列长度, 区间值域和模数。

【输出格式】

输出到文件 **a.out** 中。

输出一行一个整数表示答案对  $p$  取模的结果。

【样例输入】

3 2 100000007

【样例输出】

17

【测试点约束】

注意下方如果  $n, m$  间没有逗号表示相乘。

对于所有数据, 都有  $1 \leq nm \leq 10^7, 10^8 \leq p \leq 10^9$ 。

对于前 10% 的数据  $n, m \leq 4$ 。

对于前 20% 的数据  $nm^4 \leq 10^7$ 。

对于前 40% 的数据  $nm^2 \leq 10^7$ 。

对于另外 10% 的数据  $\min(n, m) = 1$ 。

对于另外 10% 的数据  $m \leq 15$ 。

# 造树题 (b)

## 【题目描述】

有一个  $n$  个点的无向带权完全图，对于每两个点  $(i, j)$  之间都有一条长度为  $w_{i,j}$  的无向边。

给你一个点  $t$ ，你需要构造一棵以  $t$  为根的生成树，使得  $\sum_{i=1}^n s(i, t)$  尽量小。 $s(i, t)$  为  $i \rightarrow t$  的树上路径上的边最小权值。

你需要对于从 1 到  $n$  的每个  $t$  都求出答案。

## 【输入格式】

从文件 **b.in** 中读入数据。

第一行一个正整数  $n$  表示点数。

后面  $n - 1$  行，其中的第  $i$  行输入  $n - i$  个整数，第  $j$  个整数表示  $w_{i,i+j}$ 。

## 【输出格式】

输出到文件 **b.out** 中。

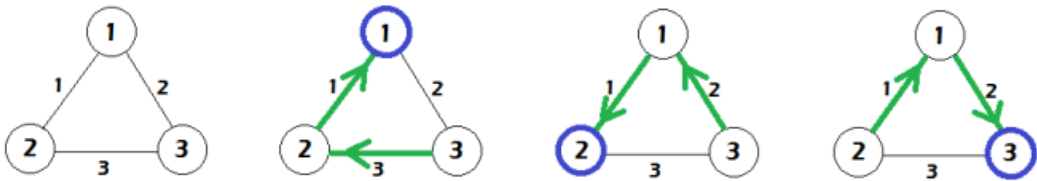
输出  $n$  行，每行一个整数表示以  $t$  为根的答案。

## 【样例输入】

```
3
1 2
3
```

## 【样例输出】

```
2
2
3
```



【测试点约束】

对于所有数据  $1 \leq n \leq 2000, 1 \leq w_{i,j} \leq 10^9$ 。

(subtask 1):  $n \leq 8$ , 20 分。

(subtask 2):  $w_{i,j} \in \{1, 10^9\}$ , 15 分。

(subtask 3):  $n \leq 300$ , 30 分。

(subtask 4): 无特殊限制, 35 分。

## 博弈题 (c)

### 【题目描述】

$n$  个人站成一个环，按照顺时针编号为 1 到  $n$ 。这些人绕着一块黑板玩游戏，这块黑板上一开始写着从 1 到  $n + 1$  的所有整数。

这  $n$  个人每个人心中对于这  $n + 1$  个数有自己的喜好程度，第  $i$  个人对于  $j$  这个数的喜好程度是  $a_{i,j}$ ，而且这个游戏是完全信息的，即所有人都知道所有的  $a_{i,j}$  具体是多少。

接下来这  $n$  个人将从某个人开始按照顺时针方向依次操作，轮到一个人操作时这个人会从黑板上擦掉一个数。最终，黑板上只会剩下一个数字。

每个人都绝顶聪明，都会让最终黑板上剩下那个数在他的喜好程度中尽可能大。  
现在对于每一个人，你都要求出如果这个人第一个操作最后剩下来的数字是多少。

### 【输入格式】

从文件 `c.in` 中读入数据。

输入两个数  $n, seed$ 。

如果  $seed = 0$ ，那么接下来  $n$  行每行  $n + 1$  个整数，表示  $a_{i,j}$ 。

否则你需要用下发文件中 `gen.cpp` 中提供的函数生成  $a$  数组。即使用给定的种子初始化的 mt19937 随机数生成器 `rng`，先令  $a_{i,j} = j$ ，然后按照  $(i, j)$  二元组从小到大的顺序，交换  $a_{i,j}$  与  $a_{i, rng() \bmod j + 1}$ 。

### 【输出格式】

输出到文件 `c.out` 中。

输出一行  $n$  个数第  $i$  个数表示从第  $i$  个人开始顺时针操作最后剩下来的数字是多少。

### 【样例输入】

```
2 0
1 2 3
1 3 2
```

### 【样例输出】

```
3 2
```

**【测试点约束】**

对于所有数据，有  $1 \leq n \leq 5000, 0 \leq seed \leq 10^9$ 。

保证所有  $a_i$  是一个长度为  $n + 1$  的排列。

保证对于所有  $n > 2000$ ，都满足  $seed \neq 0$ 。

(subtask 1):  $n \leq 8$ , 15 分。

(subtask 2):  $n \leq 16$ , 20 分。

(subtask 3):  $n \leq 500$ , 35 分。

(subtask 4): 无特殊限制, 30 分。

## 直线题 (d)

### 【题目描述】

给定一个长度为  $n$  的数组  $x$ ，接下来你有  $q$  次询问。

第  $i$  次询问给出一个区间  $l, r$ ，设  $k = r - l + 1$ ，你提取出  $x$  数组下标在  $l, r$  之间的区间  $y_i = x_{i+l} (0 \leq i < k)$ 。你需要用直线去拟合这个区间。

考虑  $k$  个点  $(0, y_0), (1, y_1) \dots (k-1, y_{k-1})$ 。你需要找到这条直线的两个非负整数参数  $a, b$  和正整数参数  $c$ ，满足  $\forall 0 \leq i < k, y_i = \lfloor \frac{ai+b}{c} \rfloor$ 。若有多条这样的直线，输出  $(c, a, b)$  三元组字典序最小的。

### 【输入格式】

从文件 `d.in` 中读入数据。本题单个测试点有多组测试数据。

第一行读入一个整数  $T$  表示测试数据组数。

每一组数据第一行输入一个正整数  $n$ 。接下来一行输入一个长为  $n$  的数组  $x$ 。

第三行一行一个正整数  $q$ 。接下来  $q$  行每行两个数  $l, r$ ，表示你询问的区间。

### 【输出格式】

输出到文件 `d.out` 中。

对于每次询问输出一行三个整数，依次表示你求出的直线  $a, b, c$  的三个参数。

你无需考虑无解的情况，具体原因请参阅测试点约束。

### 【样例输入】

```
3
5
1 1 2 2 2
4
1 5
1 1
3 5
2 3
5
1 2 3 4 6
3
```



```
1 5
2 4
3 5
3
0 3 5
1
1 3
```

【样例输出】

```
1 4 3
0 1 1
0 2 1
1 1 1
5 4 4
1 2 1
3 6 2
5 1 2
```

【测试点约束】

对于所有测试数据  $n, q \geq 1, \sum n, \sum q \leq 10^5, 0 \leq x_i \leq 10^9$ 。

保证对于整个数组，即  $l = 1, r = n$  的询问一定存在一组合法的解。从而你可以确定每一组询问都是有解的。

测试点 1 满足：  $\sum n, \sum q \leq 20$  且保证答案的  $a, b, c$  不超过 10。

测试点 2 满足： 保证答案的  $c = 1$ 。

测试点 3,4 满足：  $T = 1, n \leq 50$ 。

测试点 5,6 满足：  $q = 1$ 。

剩余测试点无特殊性质。