1 a

不难发现如果 $x \le 10^{18}$, $f(x) \le 17 * 9 = 153$.
那么在枚举满足条件的 x 的时候，只需要从 $n - 200$ 枚举到 n 即可。

2 Typeset

1.1 30pts

枚举排列并判断是否合法，时间复杂度 $O(T \times n \times n!)$

1.2 100pts

由于要求相邻的数的积是 2 的次幂，所以每个数对相邻的数的积能产生贡献的质因子只有 2 。

考虑把每个数转换成 2 的多少次方，例如 $16 = 2^4$ 变成 4，$192 = 3 \times 2^6$ 变成 6。问题转换成了找到一种排列方式使任意相邻两数之和都大于 m。

转换之后一小一大排列，不难证明其正确性。设转换后并排序的序列为 $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$，则构造方式为 $a_1, a_n, a_2, a_{n-1}, \ldots, a_{\frac{n}{2}}, a_{\frac{n}{2}+1}$，假设 n 为偶数。时间复杂度 $O(Tn \log n)$

3.GGo

首先看 60 分的部分，没有特殊牌，也就是双方手中的牌都可以视 为力量值不变的单位牌。

在这个情况下，30 分的部分没有间谍，策略就是就是俗称的按费 拍怪，二分一下所使用牌稀有值的最大值，然后选取力量前 k 大的求 和并与对方比，难度直逼第一题。

60 分中存在间谍，仍然沿用二分稀有度确定自己可用牌堆的，不 过此处加入了间谍牌，应该考虑如何使用。首先我们仍然先打出前 k 大的非间谍牌，然后假设换掉最后打出的一张单位牌改为打出一张间 谍牌，抽取原来被换掉的那张和一张新的单位牌。这样就相当于每多 打出一张间谍牌就能多打出一张非间谍牌。那么按间谍牌力量递增的 顺序不断打出间谍牌直到牌堆中力量最小的间谍牌比力量最大的非 间谍牌大就行了。

80 分数据范围比较小但是出现了特殊牌，特殊牌会影响单位的， 这个时候我们就要把牌的位置和属性加入考虑范围内。依然二分出可 用牌堆，然后我们可以观察到我们最多只会打出八张特殊牌：五张天 气牌（天晴用于驱散对方已施加的天气）和三张领导号角。只需要枚 举我们所使用的特殊牌情况然后重新计算单位力量值再按 60 分的算 法进行即可，复杂度 O(2^8*nlog^2n)（二分，枚举，排序）。这个算 法还有优化的空间，那就是影响单位力量值的只有每排是否有负面天 气/是否有领导号角，这样可以去掉一些重复的枚举，枚举量变为 O(2^6)。

100 分算法数据范围比较大，但是枚举特殊牌是不可避免的，我 们考虑能否减少一次排序：我们将手上的所有牌分为间谍/非间谍和 近战/远程/攻城/敏捷/英雄（英雄放在哪里力量值都不受影响）一共 十种，而相同种类的牌不会因为特殊牌影响而改变排序。这样一来我 们就可以将排序和枚举天气变为平行的关系，然后每次从五种间谍的 力量值（经过特殊牌修正）取最小值，五种非间谍取最大值比较即可， 时间复杂度 O(logn*(2^6*n+nlogn))。

4.GKK

这题看似是无尽的加边，可以发现一次操作加完**至多**两轮（取决于点数奇偶性）之后就失去了意义，因为之后加进来的边完全是重边，并且权值更大。

3.1 30pts

考虑到上面的性质，可以暴力模拟加边，之后做最小生成树的算法。时间复杂度 $O(nm\log(nm))$。

3.2 10pts

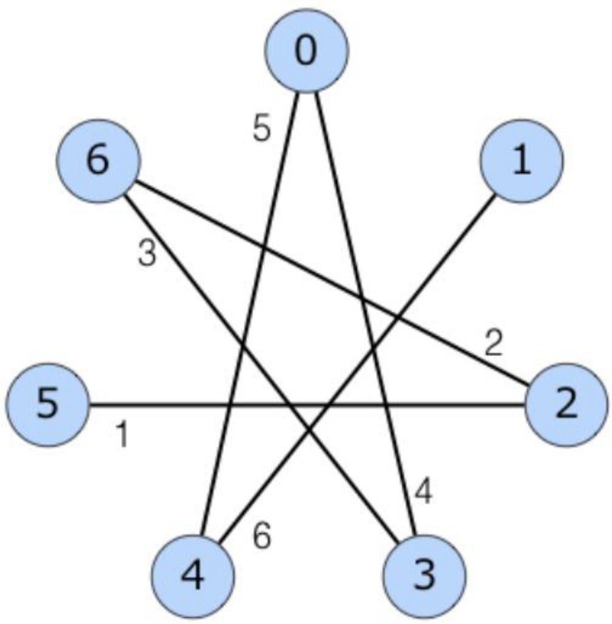
所有边权都相等，从中随便选 $n-1$ 条边就好了。

3.3 20pts

没有这一档的做法，旨在将选手向正解的方向引导。~~公差为2算是个很大的提示子~~

3.4 40pts

考虑 $Kruskal$ 求最小生成树的过程，其本质是用权值尽量小的边将当前联通块大小不断扩大至 n，并且**当前联通块的形态对后续没有影响**，观察样例解释的图。



对于这个样例，将边权排序之后先加入的两条边是 $(5,2)$, $(2,6)$，当前的联通块的点为 $2,5,6$，考虑上面加黑字体的意思，即在并查集合并时，实际上是把两个联通块抽象成两个点来实现的（其实已经忽略了联通块内的具体连边情况）。那么对于联通块 $(2,5,6)$，内部的**任意一条边**与另一条**仍使联通块联通**且**权值相等**的边是**等价**的，举个例子，边 $(5,2,1),(2,6,2)$ 和边 $(2,5,1),(5,6,2)$ 在联通块 $2,5,6$ 中是完全等价的。

那么这个每一轮加边的 (a,b,c) 可以转换为 $(a,a+1,c+1)$ 和 $(b,b+1,c+2)$，相当于把每次操作**除去自己本来的那条边**都强行掰到环的边上，这样可以把边数降成 n 条。但这无法求得转换后的边的权值的最小值。

考虑无尽加边的过程，形如 $(x,x+1)$ 的边的权值为 $\min\{Val_{(x,x+1)},Val_{(x-1,x)}+2\}$，~~不理解的话看图~~。

这样做两轮前缀最小值就可以得出每条 $(x,x+1)$ 的边的最小值，最后做一次 $Kruskal$。时间复杂度 $O(n\log n)$