

动态规划（二）

时间：2021.7.16 8:00—12:00

（请选手务必仔细阅读此页内容）

题目名称	数字游戏	班级对抗	序列	集合
文件名	digital	class	sequence	set
输入文件名	digital.in	class.in	sequence.in	set.in
输出文件名	digital.out	class.out	sequence.out	set.out
测试点时限	2s	1s	1s	1s
测试点空间限制	512MB	512MB	512MB	512MB
测试点数目	20	20	20	20
每个测试点分值	5	5	5	5
是否有部分分	否	否	否	否
题目类型	传统	传统	传统	传统
结果比较方式	全文比较 忽略行末空格	全文比较 忽略行末空格	全文比较 忽略行末空格	全文比较 忽略行末空格

二. 提交源程序文件名

对于 C++语言	digital.cpp	class.cpp	sequence.cpp	set.cpp
----------	-------------	-----------	--------------	---------

三. 编译命令

对于 C++语言	g++ -o digital digital.cpp	g++ -o class class.cpp	g++ -o sequence sequence.cpp	g++ -o set set.cpp
----------	-------------------------------	---------------------------	---------------------------------	-----------------------

注意事项：

- 1、文件名（程序名和输入输出文件名）必须使用小写。
- 2、C/C++中函数 `main()` 的返回值类型必须是 `int`，程序正常结束时的返回值必须是 `0`。
- 3、题目简单，请认真对待。

数字游戏

【题目描述】

小明和小红在玩一个数字游戏。在一开始他们分别有一个分数 a 和 b ，游戏分轮次进行，每轮会为小明和小红分别生成一个随机整数并加在各自的分数上，生成随机数的范围是 $[-k, k]$ ，这区间上所有数字被生成的概率都是相同的（即 $\frac{1}{2k+1}$ ）。整个游戏会进行 t 轮，现在小明想要知道有多少种可能的游戏使得自己的最终分数大于小红。对于两盘游戏来说，如果存在一个轮次使得两个玩家的分数不完全相同，就可以称这两盘游戏是不同的。由于答案可能非常大，请输出其对 $10^9 + 7$ 取模后的结果。

【输入】

一行输入4个正整数 a, b, k, t ，分别表示小明的初始分数、小红的初始分数、随机数生成范围、以及游戏进行的轮数。

【输出】

一个整数，表示答案。

【样例输入】

```
1 2 2 1
```

【样例输出】

```
6
```

【数据范围】

对于60%的数据： $1 \leq k, t \leq 50$ 。

对于全部的数据： $1 \leq k \leq 1000, 1 \leq t \leq 100, 1 \leq a, b \leq 100$ 。

【样例说明】

游戏只进行一轮，用 $\langle x, y \rangle$ 来表示最后得分结果的话，使得小明大于小红的有以下六种：

$\langle 3, 2 \rangle \langle 3, 1 \rangle \langle 3, 0 \rangle \langle 2, 1 \rangle \langle 2, 0 \rangle \langle 1, 0 \rangle$

班级对抗

【题目描述】

小明是A班和B班两个班的班主任。有一天他心血来潮想在两个班级之间搞一场天文知识竞赛，现在他要从两个班分别选取一些选手参赛，作为比赛的双方进行对抗。已知每个学生的能力都可以用知识熟练度 a_i 以及口才值 b_i 两个指标来衡量，数值越高就代表学生在这一方面越厉害。小明想让这场比赛成为一次势均力敌的对抗，因此他希望两边的参赛选手的总知识熟练度相同，也就是说A班所有选手的知识熟练度的和等于B班所有选手的知识熟练度的和。同时，在保证比赛势均力敌的前提下，小明想使得比赛尽可能精彩，因此他想要所有参赛选手的口才值的和最大（既包括A班也包括B班）。请你求出这个最大的口才值之和。

注意，小明可以选取班上的全部学生，也可以一个都不选。当他无法凑出势均力敌的参赛组、或者凑出的参赛组的最大总口才值为负数，他会认为这场比赛没有价值，就不办了，这种情况下请输出0。

【输入】

第一行输入2个正整数 n, m ，分别表示A班的学生数和B班的学生数。

接下来 $n + m$ 行，每行2个整数 a_i, b_i ，分别代表学生的知识熟练度和口才值。其中前 n 行代表A班的学生，后 m 行代表B班的学生。

【输出】

一个整数，表示最大的口才值之和，或者0。

【样例输入】

```
3 4
4 7
3 8
2 2
1 4
5 8
1 3
4 4
```

【样例输出】

```
30
```

【样例输入】

```
1 2
10 -10
2 3
8 5
```

【样例输出】

0

【数据范围】

对于30%的数据： $1 \leq n, m \leq 20$ 。

对于前60%的数据： $1 \leq a_i \leq 50$ 。

对于全部的数据： $1 \leq n, m \leq 1000, 1 \leq a_i \leq 1000, -10^9 \leq b_i \leq 10^9$ 。

【样例说明】

第一组样例中，A班选取前两个学生，总知识熟练度 $4 + 3 = 7$ ，B班选取前3个学生，总知识熟练度 $1 + 5 + 1 = 7$ ，总的口才值为 30。

第二组样例中，两个班都选择全部学生，可以使得总知识熟练度都等于10，但总口才值为负，输出0。

序列

【题目描述】

给定一个数组 a_1, a_2, \dots, a_n 。当一个序列 p_1, p_2, \dots, p_k 满足以下条件时，我们称这个序列是数组 a 的一个 P 序列：

- $1 \leq p_1 < p_2 < \dots < p_k \leq n$
- 存在一个整数 $t \in [1, n]$ ，使得 $a_{p_1} < a_{p_2} < \dots < a_{p_t}$ 并且 $a_{p_t} > a_{p_{t+1}} > \dots > a_{p_k}$
- 在满足前两个条件的情况下， k 要尽可能大

对于给定的数组 a ，你需要求出其字典序最小的 P 序列以及字典序最大的 P 序列。

【输入】

第一行输入1个正整数 n ，表示数组 a 的长度。

第二行输入 n 个正整数 a_i ，表示数组 a 。

【输出】

第一行输出若干用空格隔开的整数，表示字典序最小的 P 序列。

第二行输出若干用空格隔开的整数，表示字典序最大的 P 序列。

【样例输入】

```
7
1 4 2 5 7 4 6
```

【样例输出】

```
1 2 4 5 6
1 3 4 5 7
```

【数据范围】

对于20%的数据： $1 \leq n \leq 10$ 。

对于40%的数据： $1 \leq n \leq 500$ 。

对于60%的数据： $1 \leq n \leq 2000$ 。

对于全部的数据： $1 \leq n \leq 200000, 1 \leq a_i \leq 10^9$ 。

【样例说明】

序列1, 2, 4, 5, 6对应原数组中的1, 4, 5, 7, 4，序列1, 3, 4, 5, 7对应原数组中的1, 2, 5, 7, 6

集合

【题目描述】

给定一个集合 $S = \{1, 2, \dots, n\}$ 。现在要在 S 上不断地执行以下操作，直到 S 中只剩 k 个元素为止：

1. 首先，从 S 中删除最小的一个数。
2. 然后从 S 中随机地依次删掉 k 个数。

注意：当集合中剩余元素个数小于等于 k 时，立即停止所有操作。

对于所有的 $i = 1, 2, \dots, n$ ，你要求出 i 最后留在 S 中的概率。

如果你最后的答案是一个形如 $\frac{A}{B}$ 的分数，请你输出 $A \times B^{-1} \bmod 998244353$ 的形式，其中 B^{-1} 是 B 在模 998244353 意义下的乘法逆元。

【输入】

一行输入2个正整数 n, k ，分别表示集合 S 的大小和最后剩下的元素个数。

【输出】

一行 n 个整数，其中第 i 个表示数字 i 最后留在 S 中的概率。

【样例输入】

```
5 2
```

【样例输出】

```
0 499122177 499122177 499122177 499122177
```

【数据范围】

对于20%的数据： $1 \leq n, k \leq 15$ 。

对于50%的数据： $1 \leq n \leq 200$ 。

对于全部的数据： $1 \leq n, k \leq 5000$ 。

【样例说明】

1在第一次操作中一定会被删除，因此留下的概率为0. 其余4个元素选取2个删除，剩下2个留下，流程结束，因此剩余4个元素每个被剩下的概率都是1/2。