团队竞技

我们必然是选择 X,Y,Z 最大的三个人最优,但是如果其中有一个人在两项中作为的最大值,则它必然不可能作为合法的答案出现,我们就可以将其删除,这样就变成了一个子问题。

不断重复删除的过程,使用优先队列维护当前最大值即可,时间复杂度 $O(n \log n)$ 。

甲虫

记
$$val(l,r) = \max_{i=l}^r S_i$$
。我们有 $f_i = \max_{j=i-k}^{i-1} (f_j + val(j+1,i))$ 。

根据贪心,只有 j=i-k 和满足 $val(j+1,i)\neq val(j,i)$ 的 j 才有可能去进行转移,而这些点可以使用单调栈维护。

发现就是需要一个支持如下操作的数据结构:维护一个序列,支持从开头和末尾删除,末尾加入,查询序列内的最大值。

使用可删堆可以做到 $O(n \log n)$ 。

但这个东西是可以做到 O(n) 的。

考虑维护两个栈,相当于将这个双端队列分成两个部分。同时每一个元素同时维护前缀最大值,此时维护头尾的插入和删除以及查询最大值都是容易的。

但是如果有一个队列被删空了,考虑直接 O(siz) 暴力重构,由于在进行这次重构之前,至少会进行 O(siz) 次加入或者删除,因此总时间复杂度为 O(n)。

两种货币

假设需要使用金币,根据贪心,那么必然是在需要银币数量最多的那些检查站中使用,因此用银币的将会是路径上银币代价前 k 小的检查站。

如果只有单个询问,考虑二分答案 k,只有在全局 c_j 前 k 小的那些检查站才使用银币,可以通过二分来得到 k 至多为多少的时候,银币的数量还是足够的。此时可以计算还剩多少个站点需要用金币支付,依次来得到答案。

对于这个值的查询,可以使用重链剖分加线段树维护,时间复杂度 $O(q\log^2 n\log m)$ 。

长途巴士

将所有人按照 D_i 排序之后重标号,则每一次下车的人必然是编号的连续区间,而且这个区间内的最后一个人 i 必须要满足存在一个服务站 S 使得 $D_i < (S \bmod T) < D_{i+1}$ 。

同时由于司机不能下车,所以对应的区间必然是 [l,r],而不会出现 $[1,r] \cup [l,m]$ 的结构。

由此,我们可以设计 DP f_i 表示处理了前 i 个人的最小代价。

我们考虑每一个人是被赶下车还是留在车上。

如果留在车上就有
$$f_i \leftarrow f_{i-1} + W(\left\lfloor \frac{X}{T} \right\rfloor + [X \bmod T > D_i])$$
。

否则,我们枚举这一次下车的区间 [j+1,i], $f_i \leftarrow \min_{j < i} (f_j + (sum_i - sum_j) + W(i-j)sd_i)$ 。 其中 sum_i 为前 i 个人的 C_i 的和, sd_i 为 $\min_{D_i < S_j \bmod T < D_{i+1}} \left\lfloor \frac{S}{T} \right\rfloor$,表示将 i 赶下车之前需要喝水的次数。

对于前者,可以直接暴力转移,对于后者,其等于 $\min_{j < i} (f_j - sum_j - Wjsd_i) + sum_i + Wisd_i$,可以使用斜率优化,具体的就是二分栈。