

动态规划（一）

时间：2021.7.15 8:00—12:00

（请选手务必仔细阅读此页内容）

题目名称	矩阵	排列	树	糖果
文件名	matrix	permutation	tree	candy
输入文件名	matrix.in	permutation.in	tree.in	candy.in
输出文件名	matrix.out	permutation.out	tree.out	candy.out
测试点时限	1s	1s	1s	1s
测试点空间限制	512MB	512MB	512MB	512MB
测试点数目	20	20	10	20
每个测试点分值	5	5	10	5
是否有部分分	否	否	否	否
题目类型	传统	传统	传统	传统
结果比较方式	全文比较 忽略行末空格	全文比较 忽略行末空格	全文比较 忽略行末空格	全文比较 忽略行末空格

二. 提交源程序文件名

对于 C++语言	matrix.cpp	permutation.cpp	tree.cpp	candy.cpp
----------	------------	-----------------	----------	-----------

三. 编译命令

对于 C++语言	g++ -o matrix matrix.cpp	g++ -o permutation permutation.cpp	g++ -o tree tree.cpp -Wl,--stack=9999 9999	g++ -o candy candy.cpp
----------	-----------------------------	--	---	---------------------------

注意事项：

- 1、文件名（程序名和输入输出文件名）必须使用小写。
- 2、C/C++中函数 main() 的返回值类型必须是 int，程序正常结束时的返回值必须是 0。
- 3、题目简单，请认真对待。

矩阵

【题目描述】

给定一个由数组成的 $n \times m$ 的矩阵。你的任务是从每行都挑选若干个数，使得这些数加起来能被 k 整除，并且它们的和最大。对于其中的每一行，你可以从中挑选不超过 $\lfloor \frac{m}{2} \rfloor$ 个数（这里表示 $\frac{m}{2}$ 的下取整），也可以什么都不选，当什么都不选时默认和为0。请输出这个最大的和。

【输入】

第一行输入3个正整数 n, m, k ，分别表示矩阵的行数、列数以及整除的值。

接下来 n 行，每行输入 m 个整数，其中第 i 行第 j 列的数表示矩阵中 a_{ij} 的值。

【输出】

一个整数，表示最大的被 k 整除的和。

【样例输入】

```
3 4 3
1 2 3 4
5 2 2 2
7 1 1 4
```

【样例输出】

```
24
```

【数据范围】

对于20%的数据： $1 \leq n, m \leq 5$ 。

对于另外20%的数据： $n = 1, 1 \leq m \leq 70$ 。

对于全部的数据： $1 \leq n, m, k \leq 70$ 。

【样例说明】

从第一行挑选 2 和 4，第二行挑选 5 和 2，第三行挑选 7 和 4，总和为24，能被3整除且和最大。

排列

【题目描述】

对于一个 $1 \sim n$ 的排列 a_1, a_2, \dots, a_n , 定义 a 的伴随序列 b 如下:

$$b_i = \begin{cases} 1 & a_i > a_{i+1} \\ 0 & a_i < a_{i+1} \end{cases}$$

其中 $i = 1, 2, \dots, n - 1$.

现给定一个长度为 $n - 1$ 的序列 b , 请你计算出伴随序列等于 b 的排列 a 有多少种。

由于这个答案可能非常大, 请输出其对 $10^9 + 7$ 取模后的结果。

【输入】

第一行输入一个正整数 n , 表示排列的长度。

第二行输入 $n - 1$ 个整数, 表示序列 b , 其中 $b_i = 0$ 或 $b_i = 1$

【输出】

一个整数, 表示伴随序列等于 b 的排列 a 有多少种, 答案对 $10^9 + 7$ 取模。

【样例输入】

```
4
1 0 0
```

【样例输出】

```
3
```

【数据范围】

对于20%的数据: $2 \leq n \leq 10$ 。

对于40%的数据: $2 \leq n \leq 500$ 。

对于70%的数据: $2 \leq n \leq 1000$ 。

对于全部的数据: $2 \leq n \leq 5000$ 。

【样例说明】

符合要求的序列有【2, 1, 3, 4】 , 【3, 1, 2, 4】 , 【4, 1, 2, 3】 三种

树

【题目描述】

现有一棵含有 n 个结点的树 T ，它有 $n - 1$ 条无向带权边。对于给定的整数 k ，你需要找到满足以下条件的 T 的子图 G ：

1. G 是一个联通图，也就是说 G 上任意两点之间可以相互到达。
2. G 中度数大于 k 的结点不超过一个。（一个结点的度数就是与这个点相连的边的数目，这里仅计算子图 G 上的点和边）
3. 在满足前两条条件的前提下， G 中所有边的权值之和越大越好。

请你求出这个最大的权值之和。

【输入】

第一行输入2个正整数 n, k ，分别表示树的结点个数，以及给定的整数 k 。

接下来 $n - 1$ 行，每行输入3个整数 u, v, w ，表示连接 u, v 的一条权值为 w 的边。

【输出】

一个整数，表示满足条件的子图 G 的所有边的最大权值和。

【样例输入】

```
6 2
1 2 5
2 3 4
2 4 3
4 5 2
4 6 1
```

【样例输出】

```
14
```

【数据范围】

对于前20%的数据： $1 \leq n \leq 15$ 。

对于前40%的数据： $1 \leq n \leq 1000$ 。

对于全部的数据： $1 \leq n \leq 2 \times 10^5, 0 \leq k < n, 0 \leq w \leq 10^9$ 。

【样例说明】

选择由点1, 2, 3, 4, 5组成的子图，边权总和为 $5 + 4 + 3 + 2 = 14$ ，其中度数超过2的点只有结点2一个。

糖果

【题目描述】

小明买了 n 颗糖果，编号从 1 到 n ，其中每颗糖有一个甜度 a_i （有可能小于等于 0）。他想把这 n 颗糖果分给他的 k 个朋友，每个朋友会被分配一到多颗编号连续的糖果。小明的朋友们都很给他面子，所以他们都会当场吃掉小明分给自己的所有糖果。对于每个朋友来说，其摄入的总糖分就等于他被分到的所有糖果的甜度之和。

出于对朋友们健康的考虑，小明不希望他们摄入过多的糖分，因此他计划使得每个朋友摄入的总糖分的最大值最小。小明会先给他的朋友们分发糖果，然后留下若干颗编号最靠后的糖给自己。注意，小明是个非常无私的人，他在分发糖果时会优先考虑使得每个朋友摄入的总糖分的最大值最小，而不会在意留给自己多少颗糖（甚至可以一颗都不留给自己）。请你输出这个最小的摄入总糖分的最大值。

【输入】

第一行输入 2 个正整数 n, k ，分别表示糖果的总数和朋友的总数。

接下来一行 n 个整数 a_1, a_2, \dots, a_n ，分别代表糖果 i 的甜度。

【输出】

一个整数，表示最小的摄入总糖分的最大值。

【样例输入】

```
5 2
5 -3 4 -2 8
```

【样例输出】

```
2
```

【数据范围】

对于 20% 的数据： $1 \leq n \leq 20$ 。

对于 50% 的数据： $1 \leq n \leq 2000$ 。

对于全部的数据： $1 \leq n \leq 10^5, 1 \leq k \leq n, -10^9 \leq a_i \leq 10^9$ 。

【样例说明】

将编号 1, 2 的糖果分给第一个朋友，其摄入的总糖分为 $5 + (-3) = 2$ ，将编号为 3, 4 的糖果分给第二个朋友，其摄入的总糖分为 $4 + (-2) = 2$ 。两位朋友中摄入的总糖分最大值为 2。最后留下编号 5 的糖果给自己。