美食家(las)

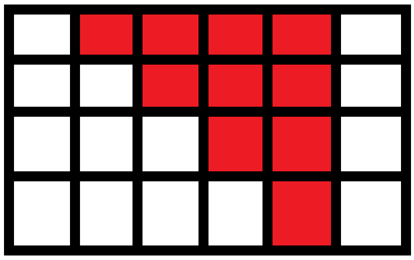
考虑 DP，记 $f_{i,0/1,0/1}$ 表示第 $i-1$ 个人选择吃左/右侧的，第 i 个人选择吃左/右侧的是否可行。

由于是环状的，我们可以固定 1 和 n 的状态来进行 4 次DP。

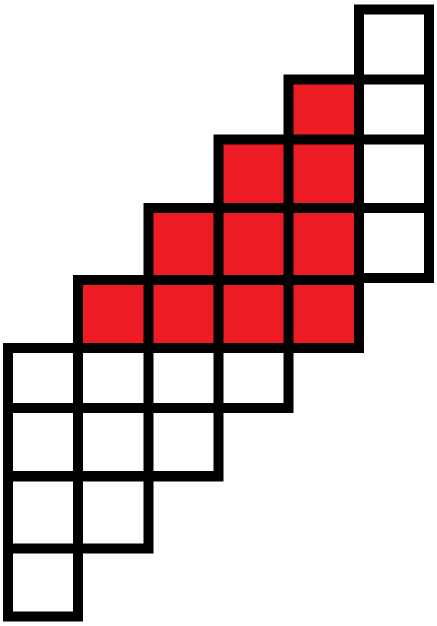
时间复杂度 $O(N)$。

寻找宝藏(treasure)

站在 p 列扫描的格子结构如下：



我们讲表格的第 i 列向上偏移 $i-1$ 格，将表格变形如下：



在下面这张图中，从 p 移动到 $p+1$ 的过程之中，就是添加右边一列，然后删去下面一行。

记录状态 $f_{i,S}$ 表示当前处理到第 i 列，当前上 $k-1$ 行的状态为 S 的方案数。总状态量为 $nk!$

转移的过程中，只需要枚举新的那一列有哪些点有魔法少女。时间复杂度 $O(n2^kk!)$。

网络收费(cost)

考虑这个贡献的计算是什么，对于 u 和 v，它们每有一个和 lca 的众数不同，就会对答案做 $F_{u,v}$ 的贡献。

我们可以在每一个叶子提前处理出来祖先的值分别是多少，对于这 2^N 种状态提前计算出贡献。

记 $f_{i,S,j}$ 表示对于某一个节点，有 j 的儿子叶子的值为 1，它的祖先状态的众数值为 S 的最小代价。

使用类似搜索的方式实现 DP 即可。

时间复杂度 $O(2^{2n}n)$。

最小积和(sum)

发现一个矩阵的权值之和其每行以及每列的最小值有关。

不妨设计状态 $dp_{A,i,j}$ 表示，已经确定了最小值 $\le A$ 的行和列，其中有 i 行最小值 $\le A$，j 列最小值 $\le A$ 的以确定 f 值部分的积的和。

那么枚举权值为 A 的行和列的数量 k,l。那么就有转移：

$$f_{A,i+k,j+l} \leftarrow f_{A,i,j} \times {\color{red}A^{k(M-j)+(N-i-k)l}} \times {\color{blue}\binom{i+k}{k}\binom{j+l}{l}} \times {\color{green}val(i,j,k,l)}。$$

其中红色部分为新的已经确定了 f 值的部分的系数，蓝色部分为确定新的这 k 行 l 列位置的系数，绿色部分为确定这那 $(i+k)(j+l)-ij$ 的系数。

发现对于这个类似“L”形的部分，每个数都 $\ge A$，同时的每一行和每一列至少要有一个数 $=A$，这样的数量是可以通过容斥得到的：

$$val(i,j,k,l)=\sum_{p=0}^{k}\sum_{q=0}^{l}(-1)^{p+q}\binom{k}{p}\binom{l}{q}(K-A)^{(i+p)(j+q)-ij}(K-A+1)^{(i+k)(j+l)-(i+p)(j+q)}$$

。

令 $r=k-p, s=l-q$，则有对于一组 (p,q,r,s)，将其带入到上面的转移之中有：

$$\begin{aligned} f_{A,i+p+r,j+q+s} \leftarrow & f_{A,i,j} \times A^{(p+r)(M-j)+(N-i-p-r)(q+s)} \times \binom{i+p+r}{p+r}\binom{j+q+s}{q+s}\binom{p+r}{p}\binom{q+s}{q} \\ & \times (K-A)^{(i+p)(j+q)-ij}(K-A+1)^{(i+p+r)(j+q+s)-(i+p)(j+q)}(-1)^{p+q} \end{aligned}$$

整理一下可得，发现对于 p,q,r,s，并不需要同时枚举，可以依次转移，因为通过改写上面的转移可知：

$$\begin{aligned} f_{A,i+p+r,j+q+s} \leftarrow & f_{A_i,j} \\ & \times A^{p(M-i)}\binom{i+p}{p}(K-A)^{pj}(-1)^p \\ & \times A^{(N-i-p)q}\binom{j+q}{q}(K-A)^{(i+p)q}(-1)^q \\ & \times A^{r(M-j-q)}\binom{i+p+r}{r}(K-A+1)^{r(j+q)} \\ & \times A^{(N-i-p-r)s}\binom{j+q+s}{s}(K-A+1)^{(i+p+r)s} \end{aligned}$$

因此，对这个四个部分依次进行转移即可。

时间复杂度 $O(NMK(N+M))$。