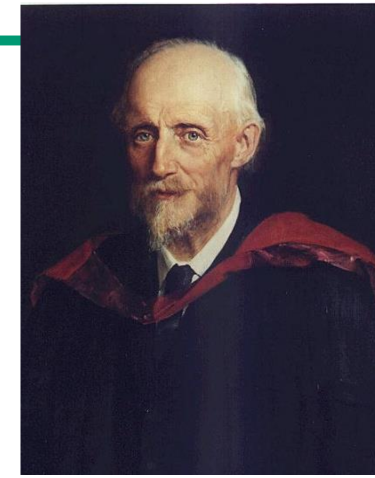
第九章：
湍流

湍流的发现



◆雷诺圆管实验(Osborne Reynolds，1883)

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho U d}{\mu}$$

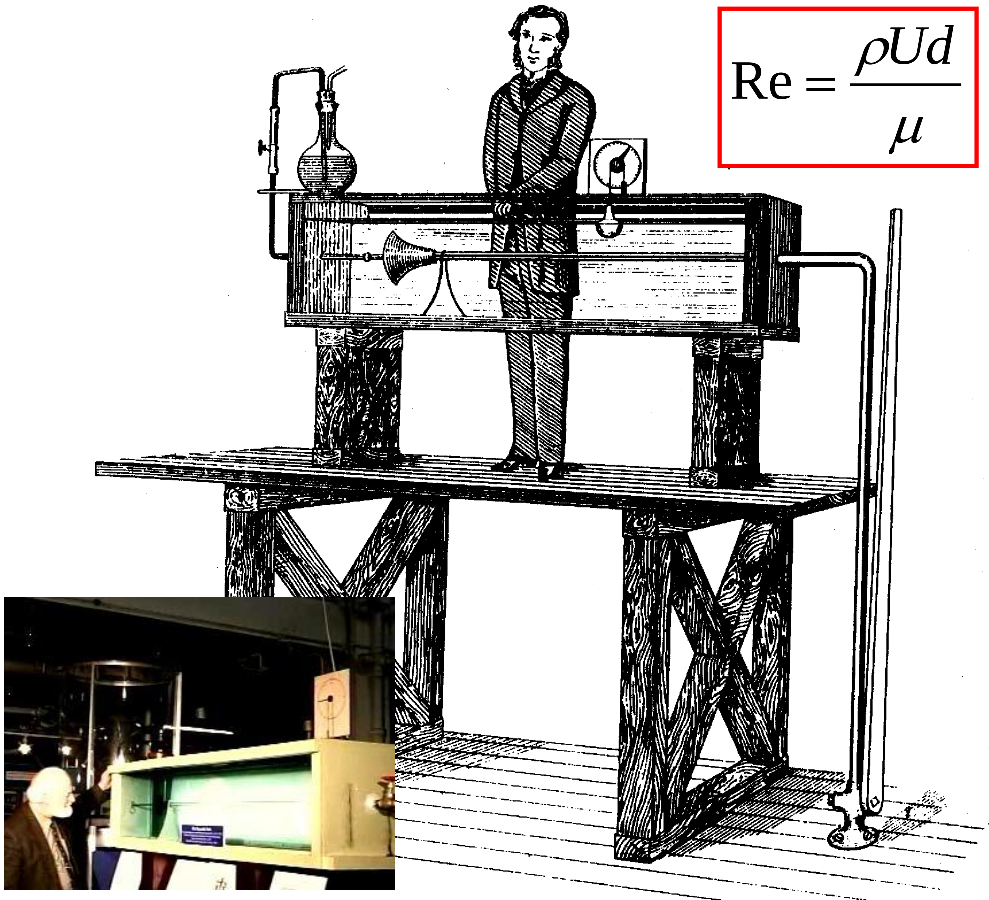
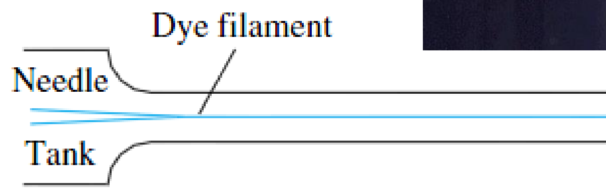


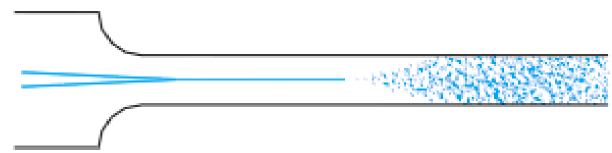
Fig. 9.1. Sketch of Reynolds's dye experiment, taken from his 1883 paper



(a)

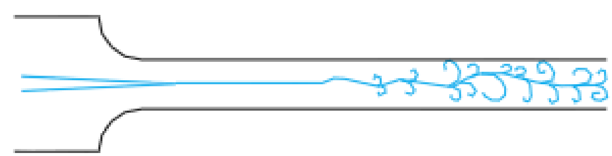
层流

临界雷诺数:Re_{crit}=2300



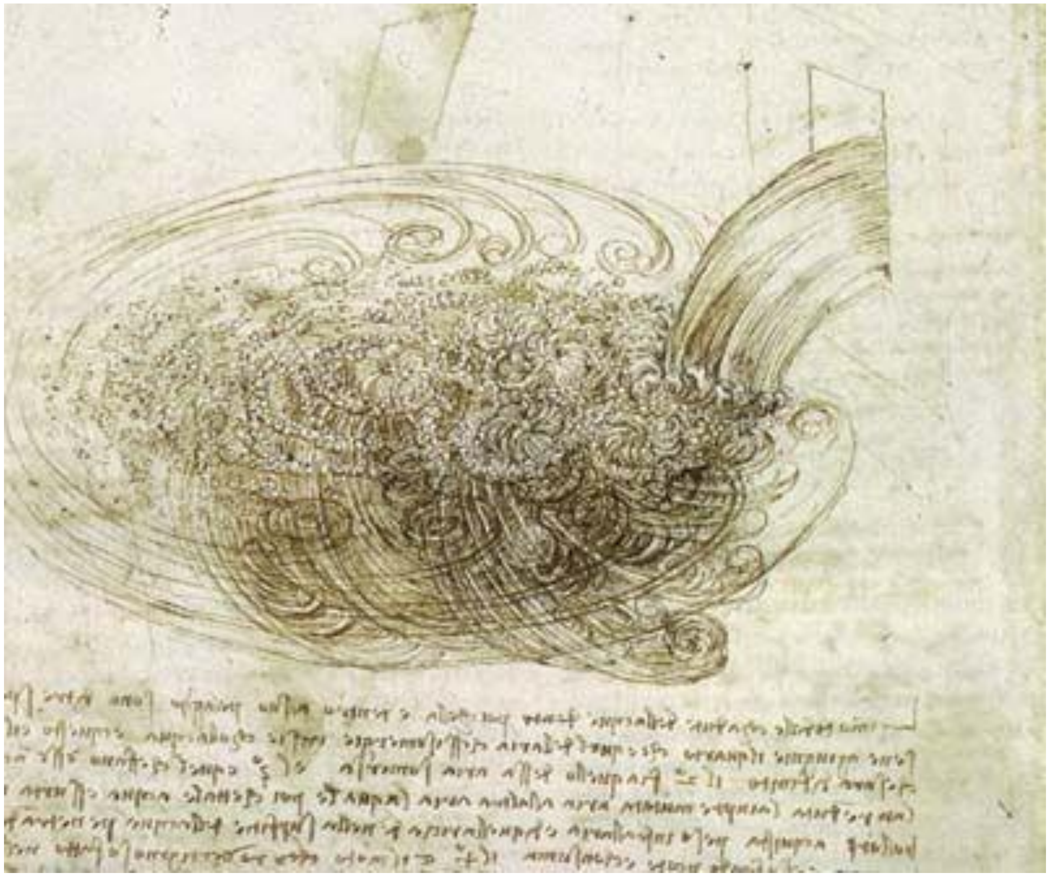
(b)

湍流



(c)

早期的湍流观察者

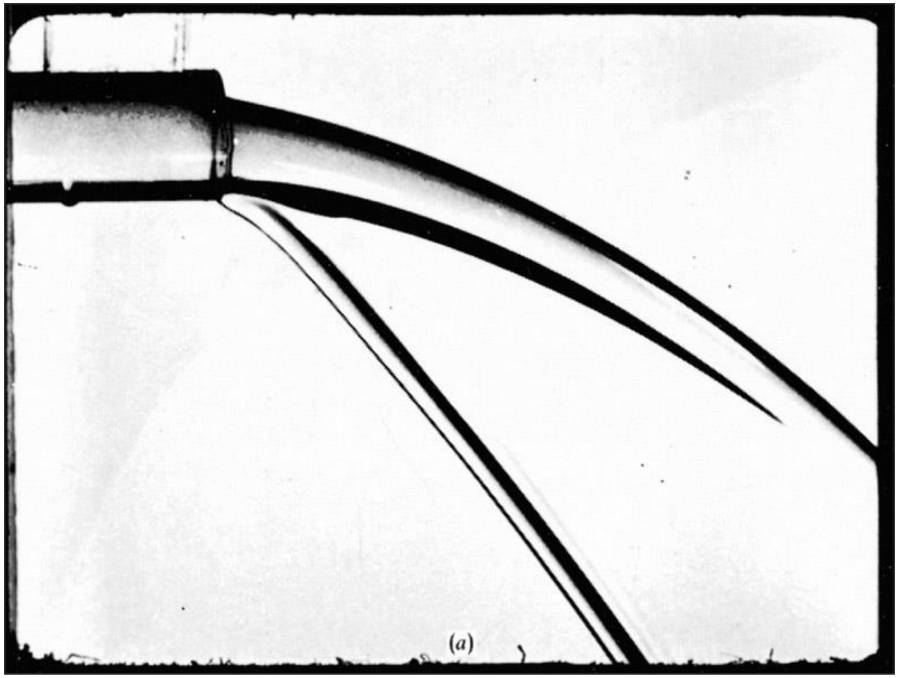


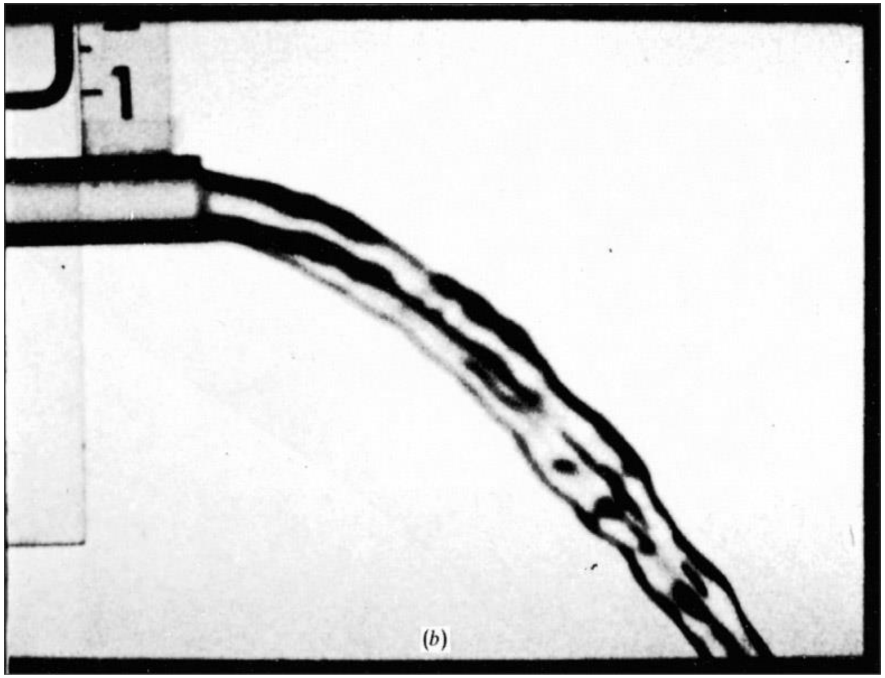
第一个认真观察湍流的人

Leonardo da Vinci
1452 - 1519

湍流现象

- ◆日常生活中随处可见
  - ●不同粘度的流体


(a)


(b)

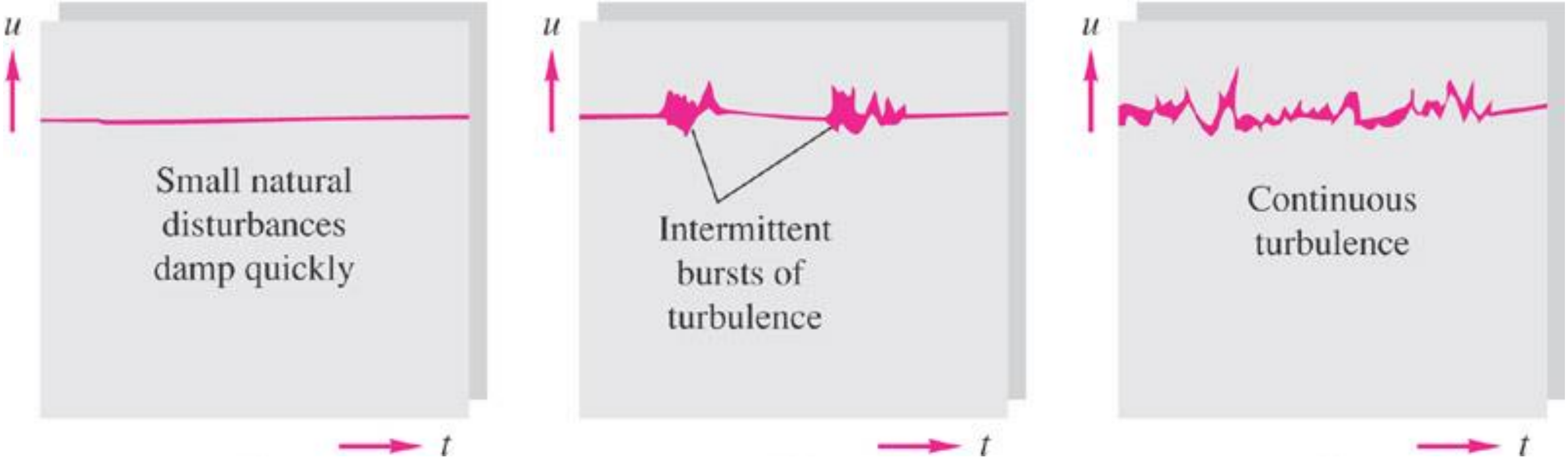
湍流研究的意义

- ◆虽然1883年英国物理学家雷诺由实验提出湍流这一基本流动形态距今已经一百多年了，但其基本的机理和规律至今还不是完全清楚。
- ◆湍流研究对于认识和改造自然，解决众多工程技术难题，促进科学技术进步具有重大的意义。
  - ●湍流的随机性、扩散性、漩涡性和耗散性

2. 流体中的不稳定性

◆稳定性基本概念

- 已知某运动状态,在此基础上施加微小扰动,如扰动随时间（或空间）衰减，则称系统稳定，否则为不稳定。

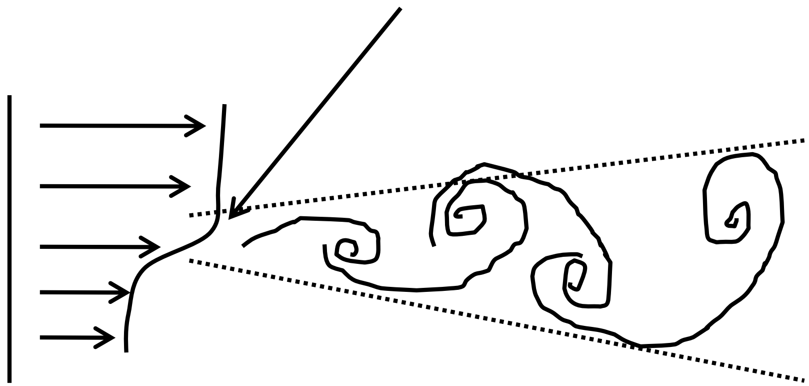


K-H(Kelvin-Helmholtz）不稳定性

◆K-H（Kelvin-Helmholtz）不稳定性

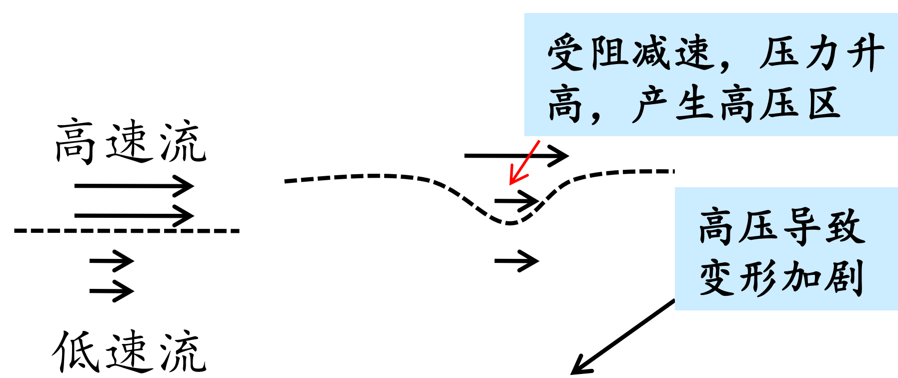
● **自由剪切流**的**无粘**不稳定性

必要条件：速度剖面有拐点



产生机理：

自由剪切层受到扰动界面变形后的情况

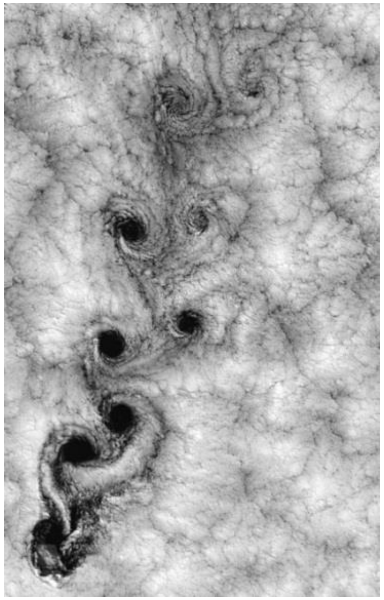


自然界中 K-H不稳定性图片

澳大利亚Duval山上空的

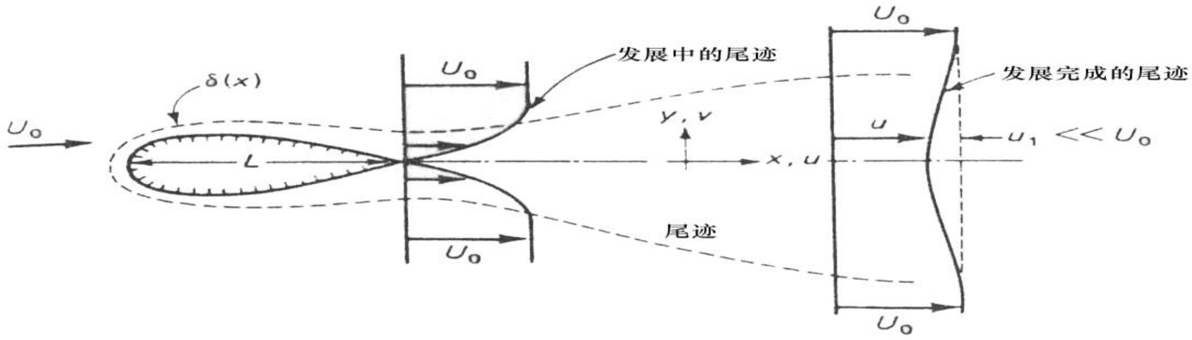
旧金山上空的

佛兰格尔岛周围的
卡门涡街

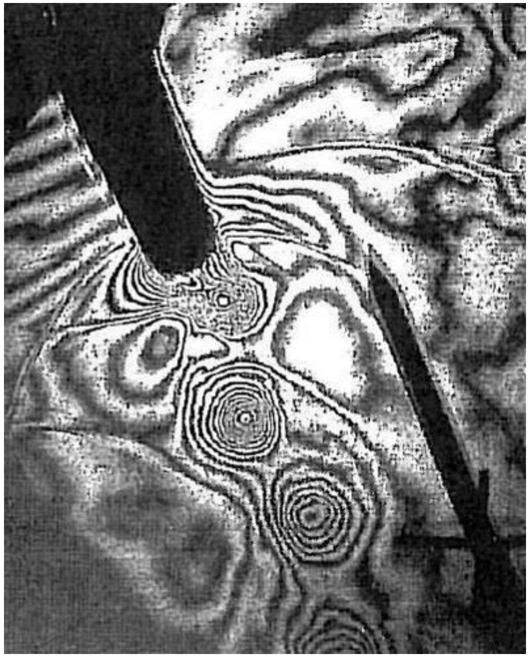


智利塞尔扣克
岛的卡门涡街

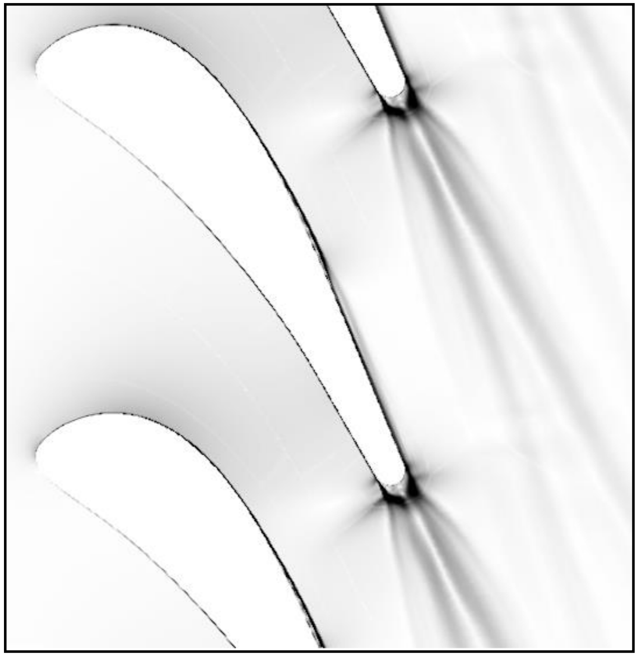
尾迹涡



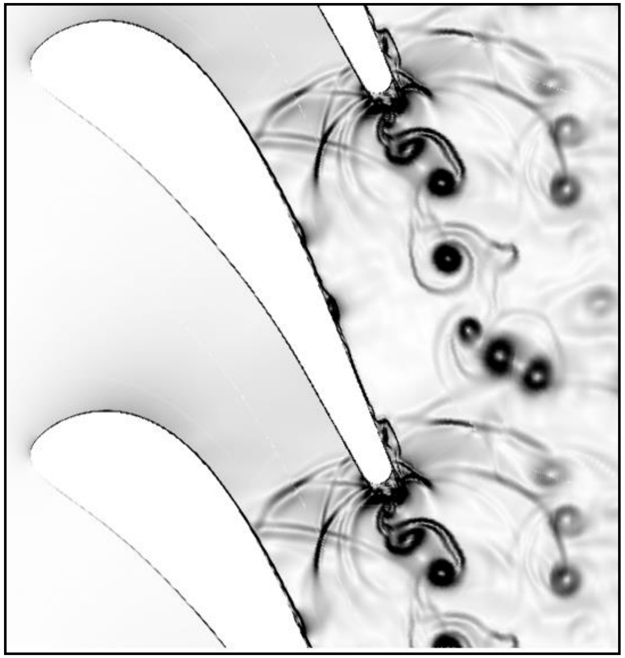
EXP*



RANS



LES

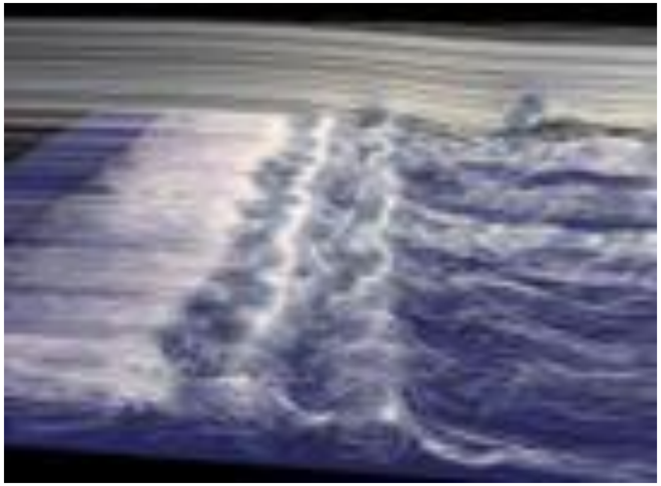


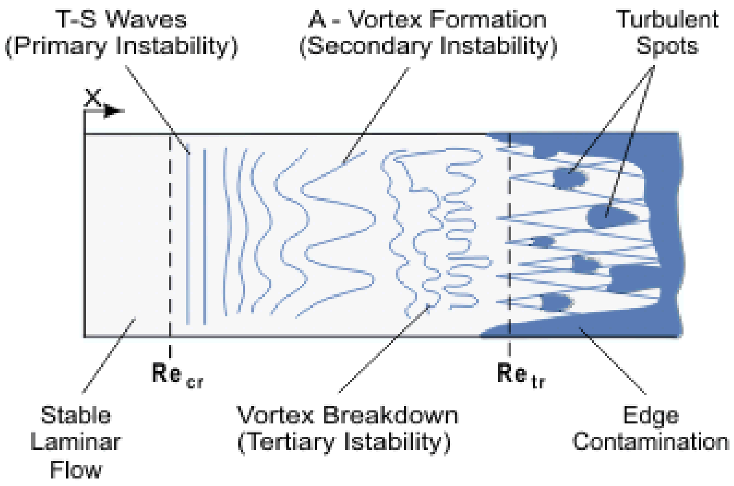
自由射流的K-H不稳定性

T-S不稳定性

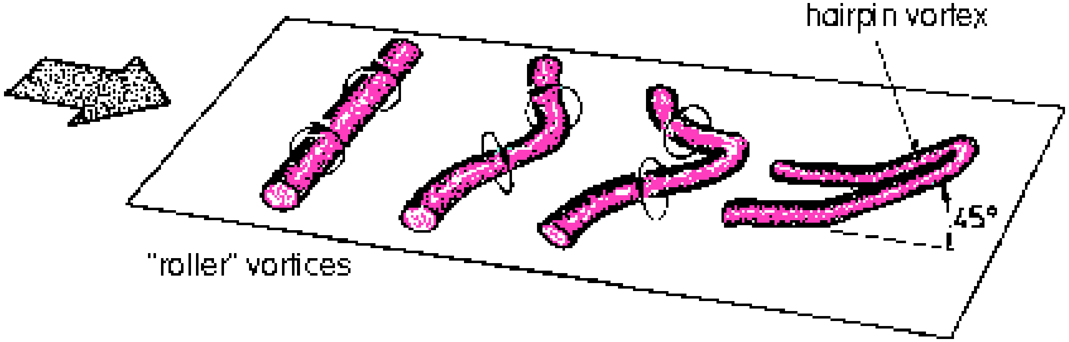
◆Tollmien-Schlichting不稳定性

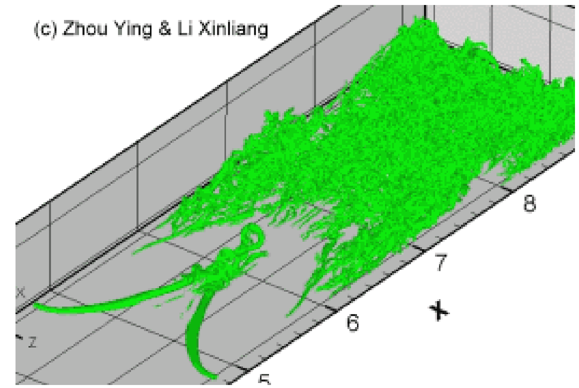
●不可压壁面剪切流的粘性不稳定性

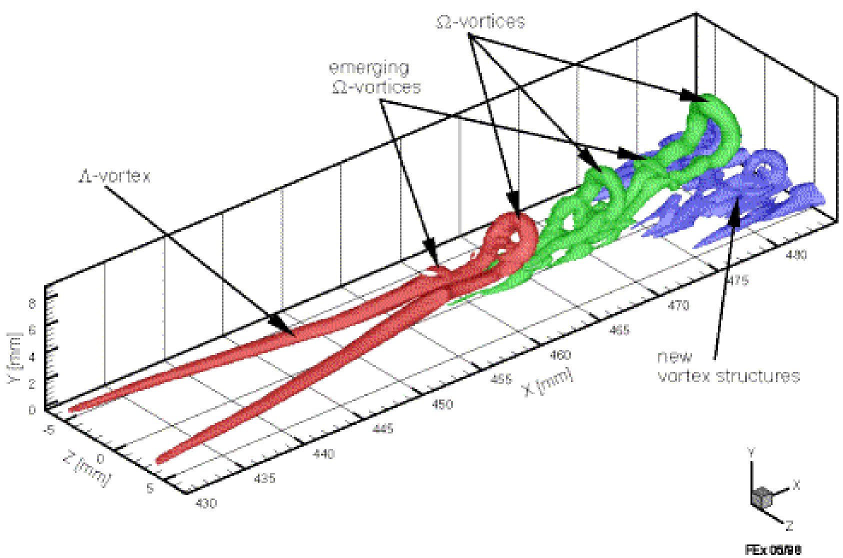


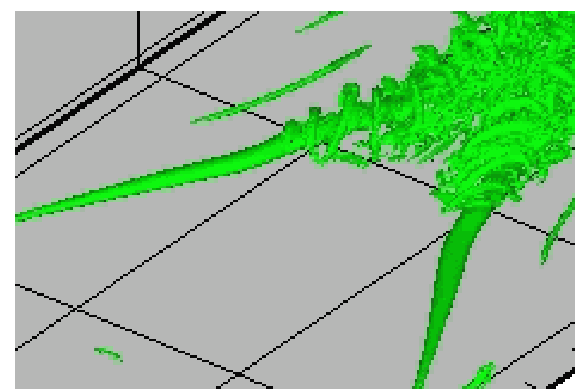


湍流边界层

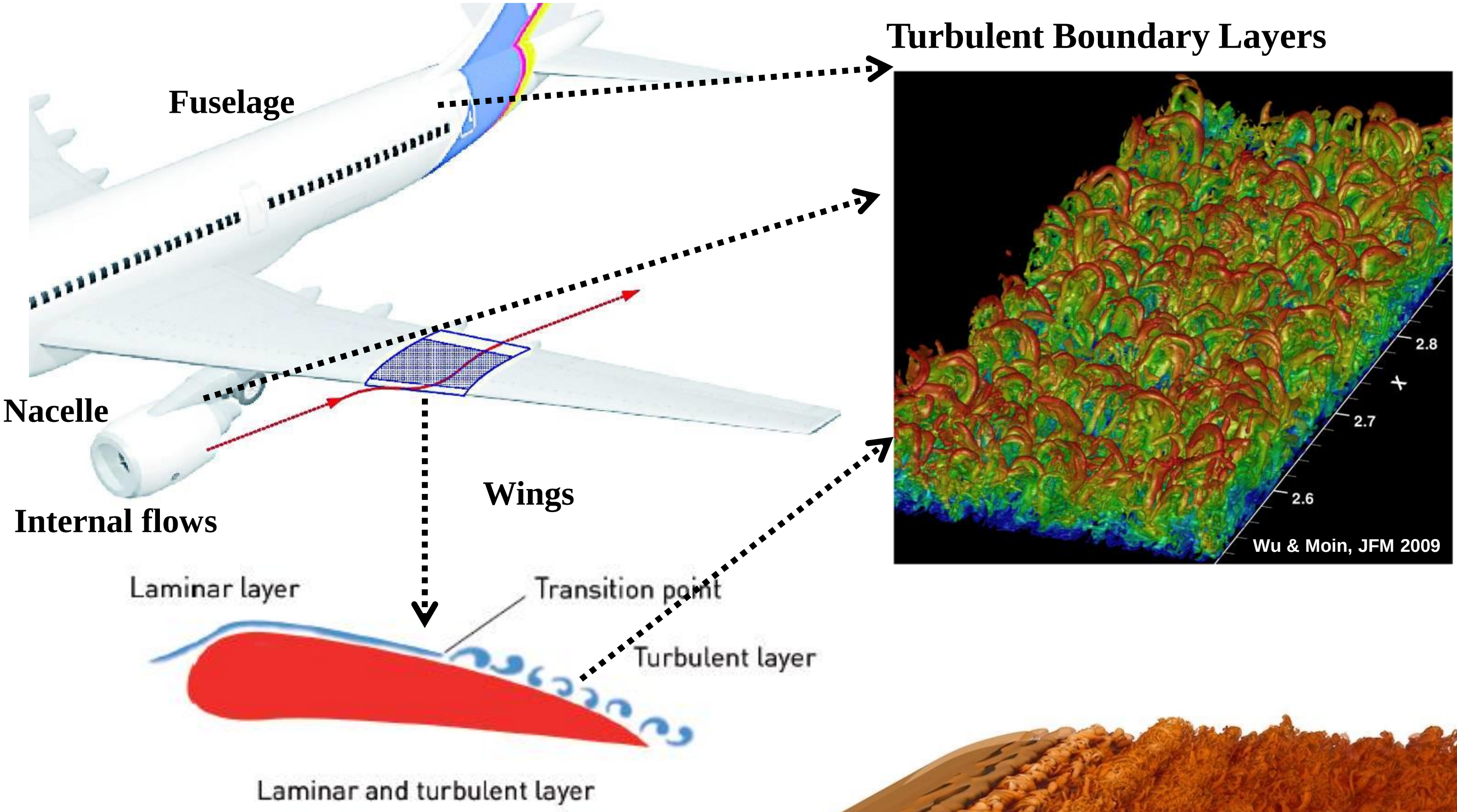

hairpin vortex
45°
"roller" vortices


(c) Zhou Ying & Li Xinliang
8
7
6
X


Ω-vortices
emerging
Ω-vortices
Λ-vortex
new
vortex structures
Y [mm]
X [mm]
Z [mm]



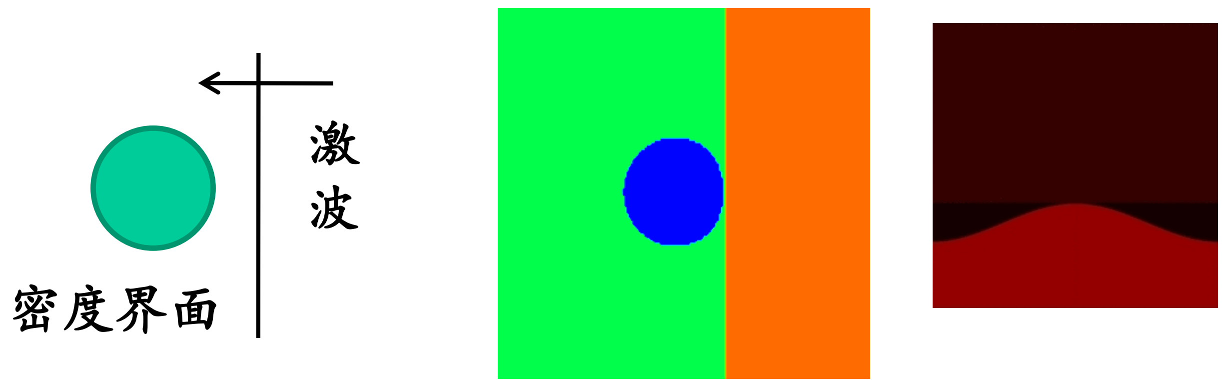
湍流边界层


Turbulent Boundary Layers
Fuselage
Nacelle
Internal flows
Wings
2.8
x
2.7
2.6
Wu & Moin, JFM 2009
Laminar layer
Transition point
Turbulent layer
Laminar and turbulent layer

R-M不稳定性

◆Richtmyer-Meshkov不稳定性

●激波与密度界面作用的**斜压**效应



涡的产生机制：

粘性、 斜压、有旋的外力

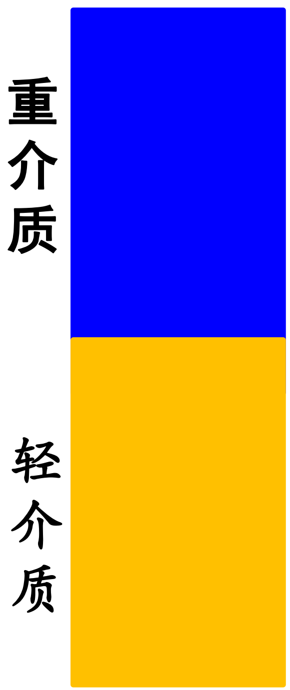
$$\nabla p \times \nabla \rho \neq 0$$

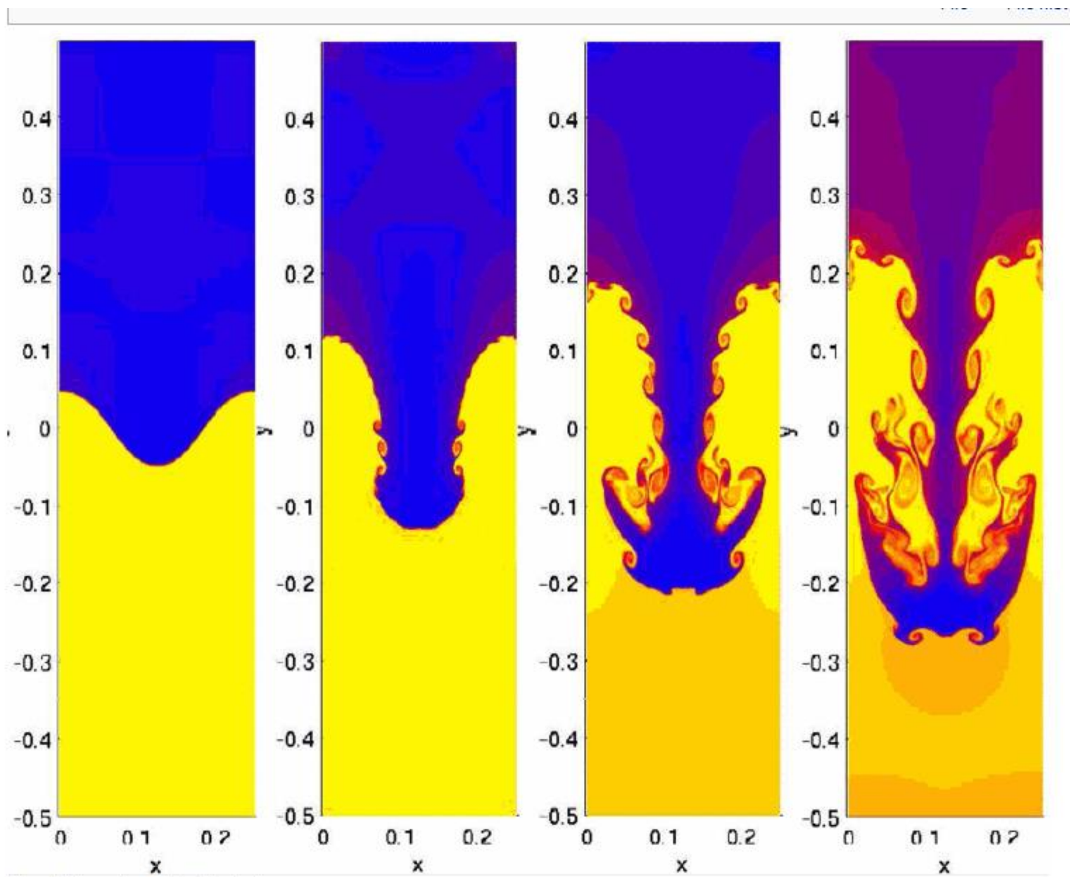
斜压项

$$\frac{d\Omega}{dt} - (\Omega \cdot \nabla)\mathbf{v} + \Omega(\nabla \cdot \mathbf{v}) = \nabla \times \mathbf{F} + \frac{1}{\rho^2}\nabla\rho \times \nabla p + \nabla \times (\nu \Delta \mathbf{v}) + \frac{1}{3}\nabla \times (\nu \nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}))$$

R-T不稳定性

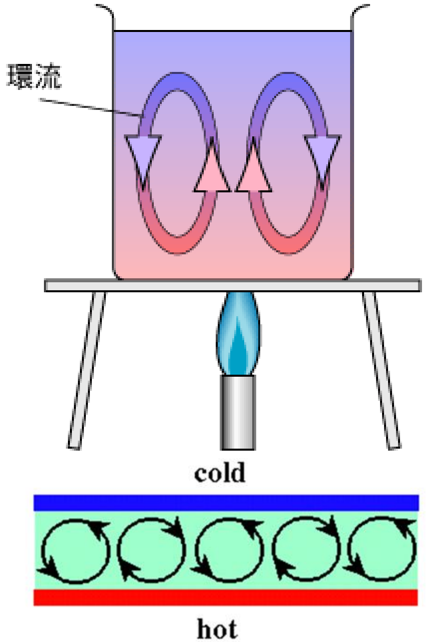
- ◆Reyleigh-Taylor不稳定性
  - ●重力或惯性力作用下的界面不稳定性

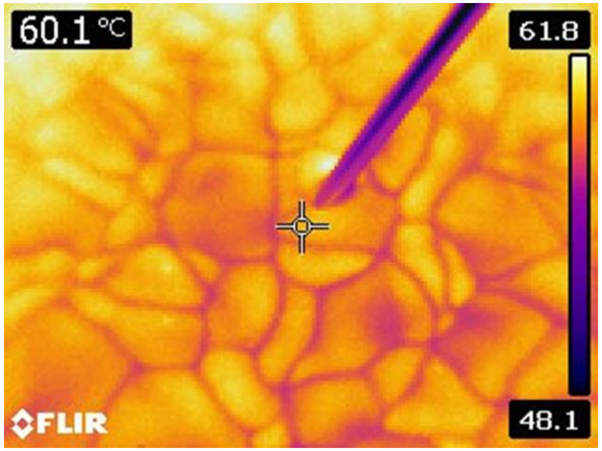


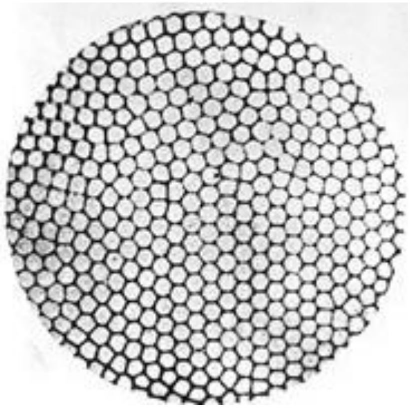


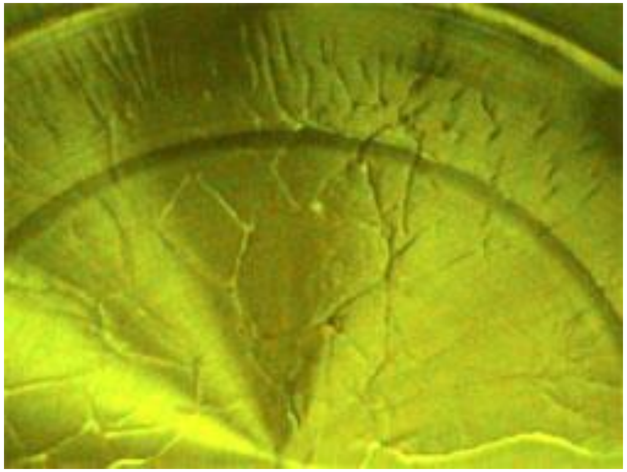
Barnard热对流不稳定性

◆Barnard热对流的胞格结构

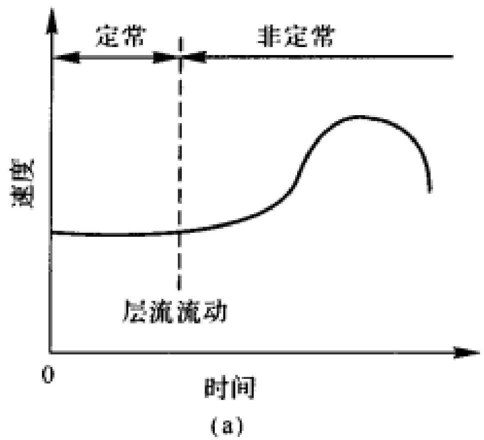


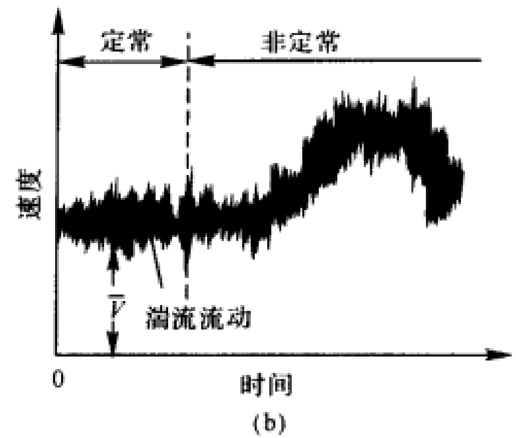






3. 湍流平均运动方程





◆**湍流运动 = 平均运动 + 脉动运动**

● 湍流运动同样满足连续方程及纳维斯托克斯方程，但由于其随时间、空间的剧变性（脉动性），考虑细致的真实运动几乎是不可能的，实际意义也不大。

● 通常采用**平均运动方程组**来描述湍流运动。

平均值

◆考虑一维流体运动为例，对于物理量 $\boldsymbol{A(x,t)}$

① 时间平均值

对于任意空间点 x ，以某一瞬时 t 为中心，在时间间隔 T内求平均，即：

$$\overline{A}_{时}(x,t)=\frac{1}{T}\int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}}A(x,t')dt'$$

其中， T为平均周期，它的选取一般要求大于脉动周期，而小于流体的特征时间尺度。

② 空间平均值

对于任意时间 t ，以某一空间点 x 为中心，对一定的空间尺度求平均，即：

$$\overline{A}_{空}(x,t)=\frac{1}{X}\int_{x-\frac{X}{2}}^{x+\frac{X}{2}}A(x',t)dx'$$

平均值

③ 系统平均（统计平均）值

通常用概率密度函数来表示，又称（统计）概率平均。

概率密度函数通常记为：$f(A)$

它表示了A值在区间$A \sim A + dA$的概率为$f(A)dA$。

显然，概率密度函数满足：$\int_{-\infty}^{\infty} f(A)dA = 1$

系统平均值表示为：$\overline{A}_{系}(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} Af(A)dA$　$\overline{A}_{系}(x,t) = \int_{-A_1}^{A_1} Af(A)dA$

◆ 以上就是处理湍流运动将经常用到的平均值的定义，尤其是**时间平均用得最多**。

平均运动和脉动运动

◆定义平均值后，可以将湍流运动表示为：

- 湍流运动 = 平均运动+脉动运动
- 物理量表示为：

$$A=\overline{A}+A' \quad 或 \quad A'=A-\overline{A}$$

- $\overline{A}$表示有规律的流体运动，反映物理量变化的主要趋势；而 A' 为叠加于平均值之上的脉动或涨落，它体现了无规则的湍流运动。
- 研究湍流运动的基本方法
  - ➢把实际物理量分解为两部分：有规则的平均运动和极不规则的脉动部分。

平均化运算法则

$(a)\ \overline{\overline{A}} = \overline{A}$

$(b)\ \overline{A'} = 0$

$(c)\ \overline{cA} = c\overline{A}$ （c是常数）

$(d)\ \overline{\overline{A}B} = \overline{A}\,\overline{B}$

$(e)\ \overline{A \pm B} = \overline{A} \pm \overline{B}$

$(f)\ \overline{A} = \overline{\overline{A} + A'} = \overline{A}$

$(f)\ \overline{A \cdot B} = \overline{(\overline{A} + A')(\overline{B} + B')}$

$= \overline{\overline{A}\,\overline{B} + \overline{A}B' + A'\overline{B} + A'B'}$

$= \overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{A'B'}$

$(h)\ \overline{\left(\frac{\partial A}{\partial t}\right)} = \left(\frac{\partial \overline{A}}{\partial t}\right) \qquad \overline{\left(\frac{\partial A}{\partial s}\right)} = \left(\frac{\partial \overline{A}}{\partial s}\right)$

$(i)\ \overline{\int A ds} = \int \overline{A} ds$

$$\overline{V^2} - \overline{V}^2 = ? \quad = \overline{\left(\overline{V} - V'\right)^2} - \overline{V}^2 = \overline{\overline{V}^2 - 2\overline{V}V' + V'^2} - \overline{V}^2 = \overline{V'^2}$$

平均速度、脉动速度和湍流度

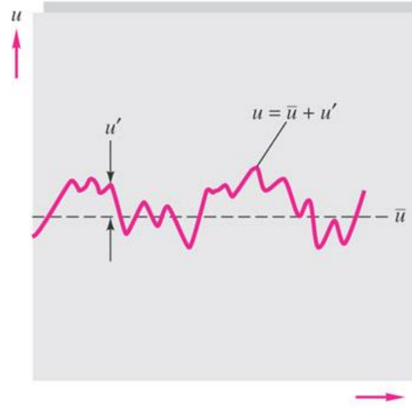
◆速度 $u=\bar{u}+u'$

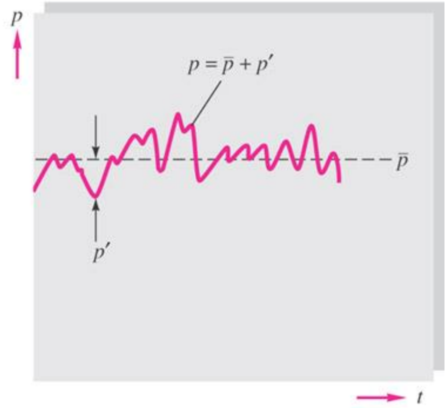
●平均速度 $\bar{u}$

●脉动速度 u'

➢脉动速度的平均值为0

➢通常用脉动速度的均方根 $\sqrt{\overline{u'^2}}$ 表示湍流脉动速度的大小



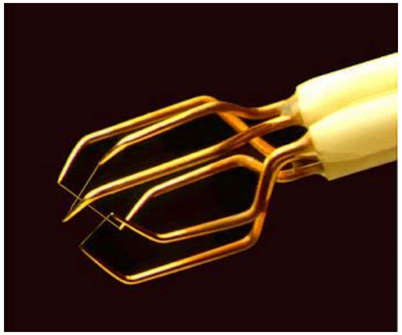


◆湍流度

$$\varepsilon=\frac{1}{\bar{V}}\sqrt{\frac{1}{3}\left(\overline{u'^2}+\overline{v'^2}+\overline{w'^2}\right)}$$

●各向同性湍流 $\overline{u'^2}\approx\overline{v'^2}\approx\overline{w'^2}$

●各向异性湍流



思考：平均速度和压力的测量？

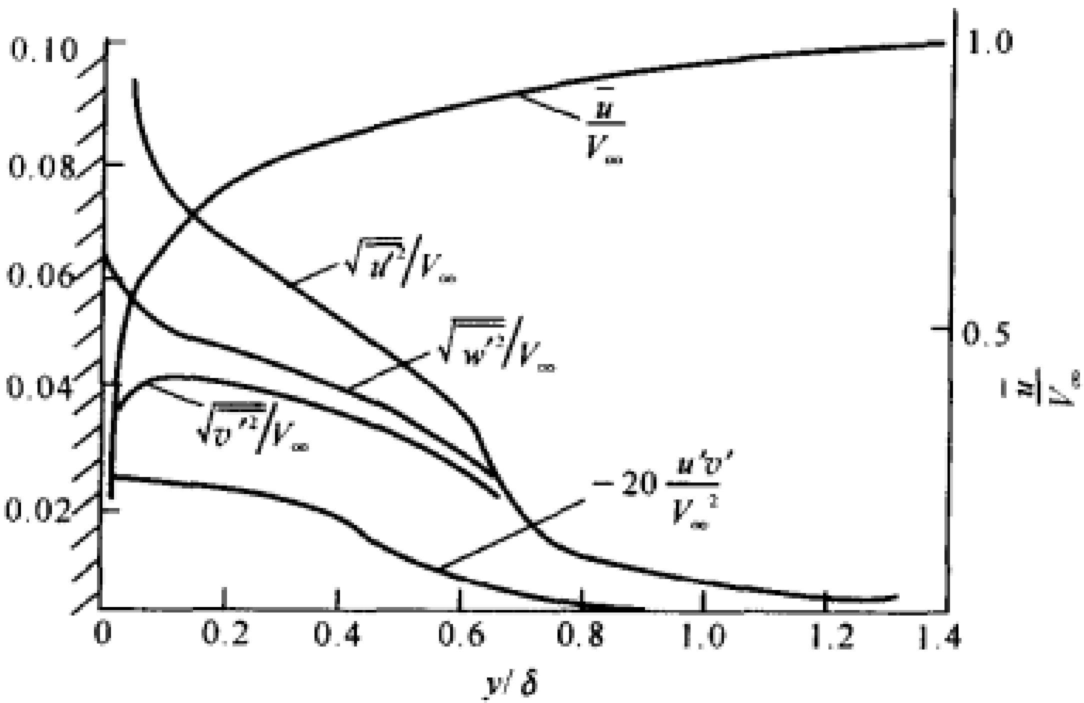
◆脉动速度的测量

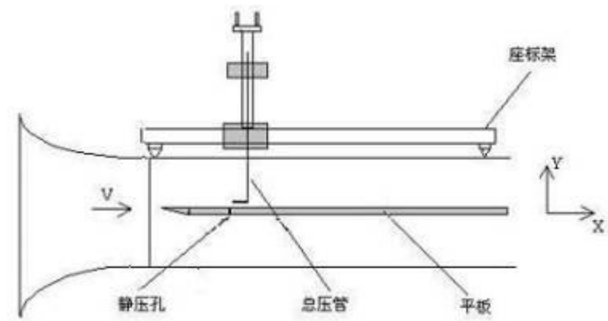
●精密的热线风速仪，激光测速仪，粒子图像测速法

平板边界层的脉动速度测量结果

◆低湍流度来流，边界层中脉动速度测量

Re_x=4. 2x10^6

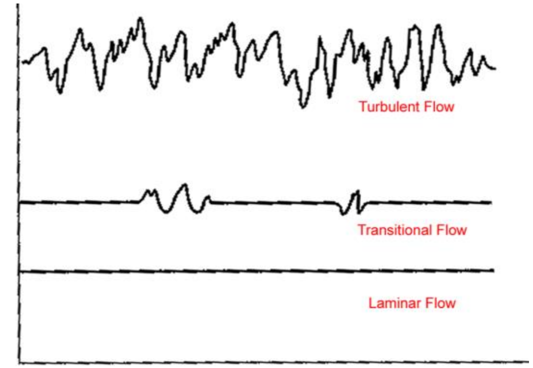




间歇因子

◆湍流和层流的间歇现象

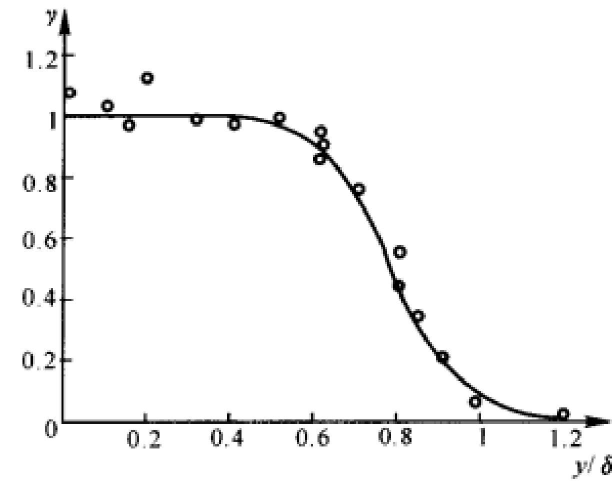
●边界层外缘(0.5~1.2)存在间歇现象



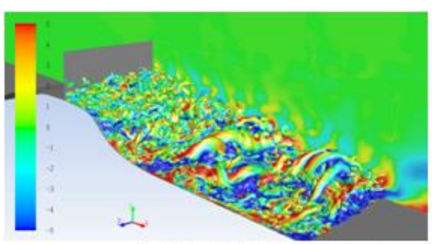
●间歇因子γ

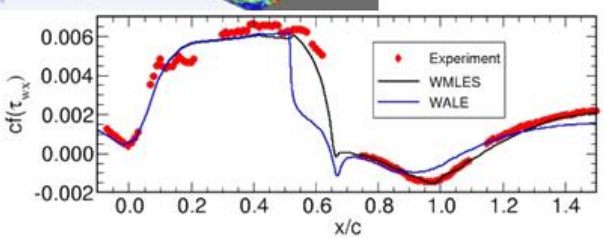
$$\begin{cases} \sqrt{\langle u'^2 \rangle} > (u_{rms})_\infty, & I = 1(\text{湍流}) \\ \sqrt{\langle u'^2 \rangle} < (u_{rms})_\infty, & I = 0(\text{非湍流}) \end{cases}$$

$$\bar{\delta} = \sum_{i=1}^{N} I_i / N$$



➢边界层转捩模型γ--θ模型





相关函数

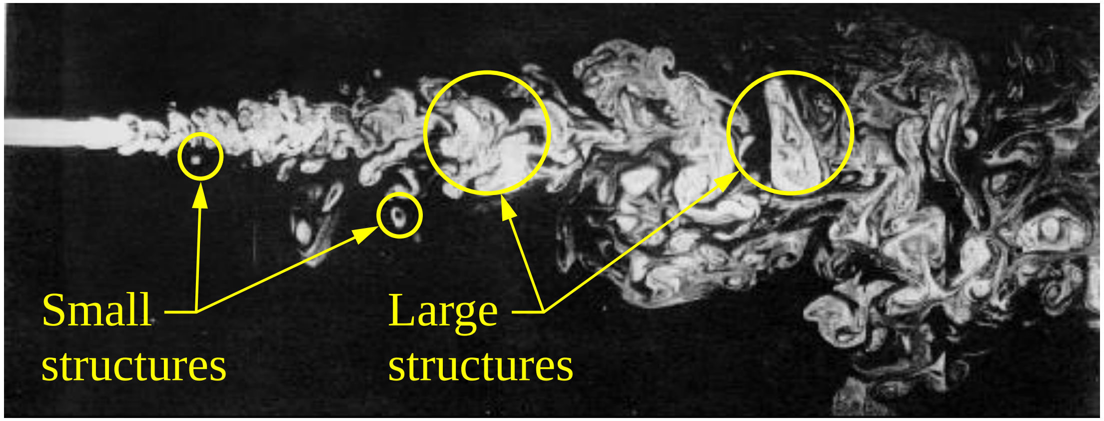
◆相关函数

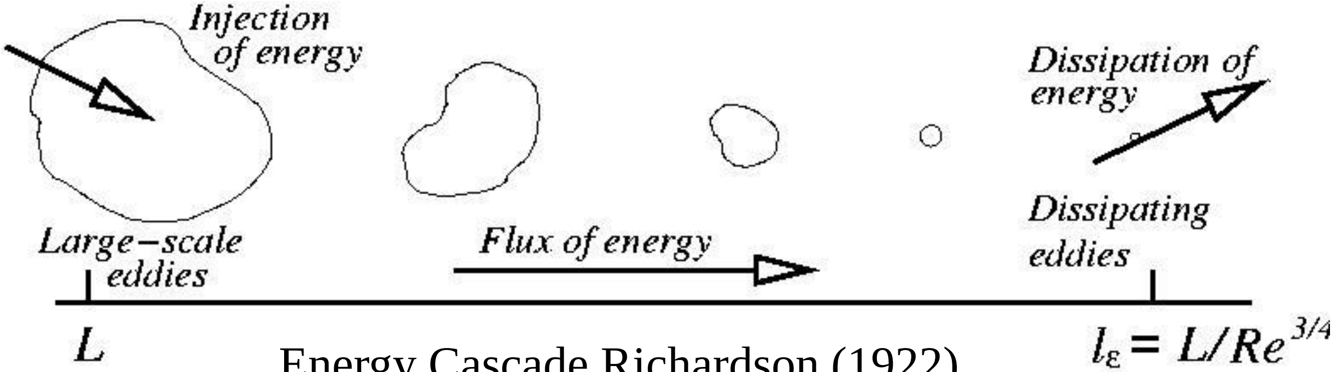
- 几个不同时间–空间点上的若干个湍流脉动量的乘积统计量
  - 单点关联、多点关联、空间关联、时间关联、时空关联、自相关和互关联

$$R=\overline{u_1'u_2'} \qquad R=\overline{u_1'v_1'} \qquad R=\overline{u_1'v_2'}$$

- 湍流拟序结构研究的重要手段

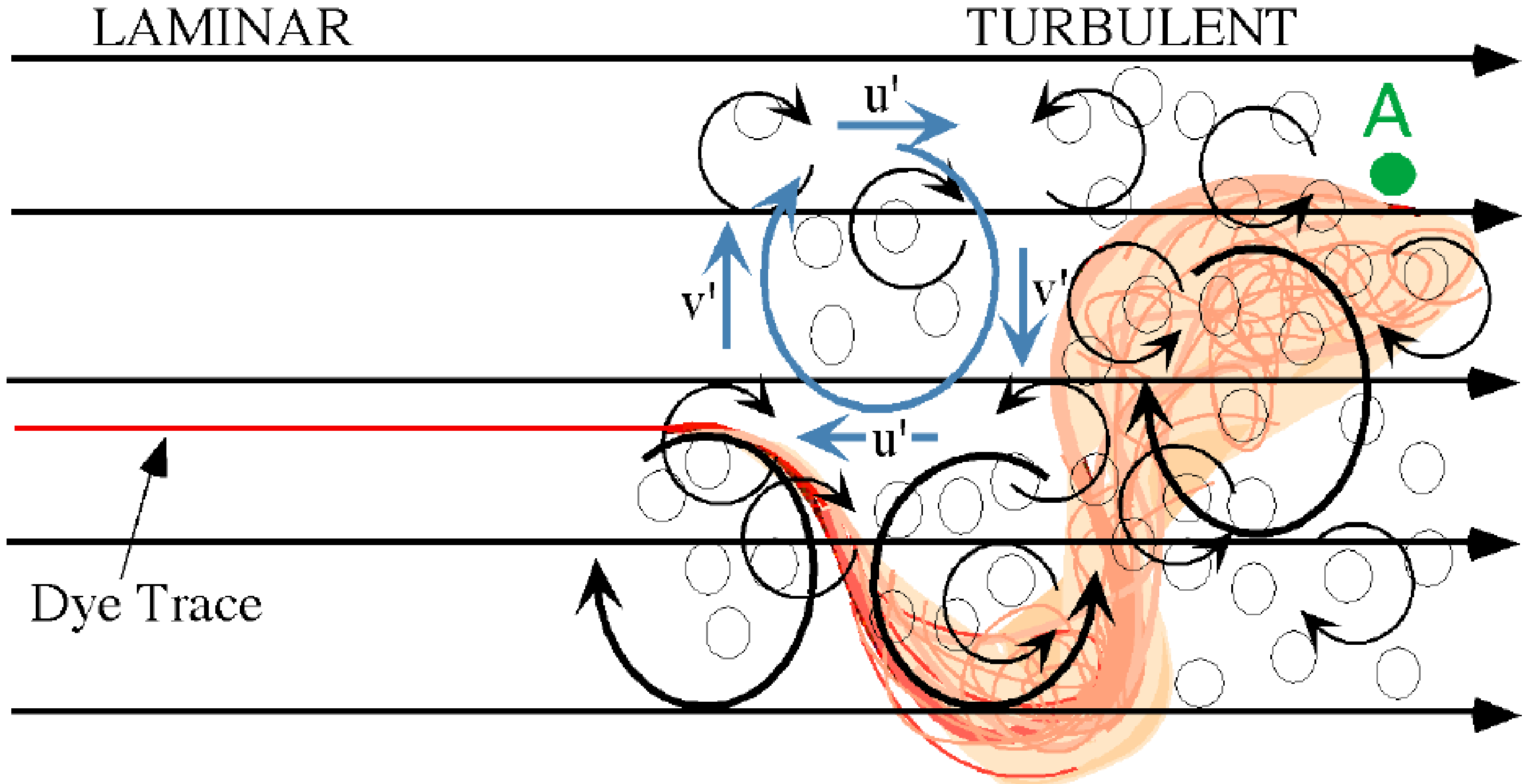
湍流拟序结构





Energy Cascade Richardson (1922)

湍流流动的物理机制



连续方程

◆不可压缩流体的连续方程：

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0$$

◆根据前面的讨论，将速度分量表示为：

$$u=\bar{u}+u';v=\bar{v}+v';w=\bar{w}+w'$$

◆于是，流体的连续方程可以变为：

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}+\frac{\partial \bar{v}}{\partial y}+\frac{\partial \bar{w}}{\partial z}+\frac{\partial u'}{\partial x}+\frac{\partial v'}{\partial y}+\frac{\partial w'}{\partial z}=0$$

平均流动和脉动速度的连续性方程

◆对上式求平均，得平均速度的连续方程：

$$\frac{\partial \overline{u}}{\partial x}+\frac{\partial \overline{v}}{\partial y}+\frac{\partial \overline{w}}{\partial z}=0$$

◆进一步，有脉动速度的连续方程：

$$\frac{\partial u'}{\partial x}+\frac{\partial v'}{\partial y}+\frac{\partial w'}{\partial z}=0$$

◆表明不可压缩流体作湍流运动时，平均速度和脉动速度的散度均为零，即：

$$div\overline{\vec{V}}=0,\ div\vec{V}'=0$$

运动方程

◆不可压缩流体，不受质量力作用，流体运动方程为：

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\vec{V}$$

◆以x方向为例：

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\nabla^2 u$$

●为了平均化运算的方便，进行适当变换得：

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial (uu)}{\partial x} + \frac{\partial (uv)}{\partial y} + \frac{\partial (uw)}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\nabla^2 u + u\underbrace{\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)}_{0}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial (uu)}{\partial x} + \frac{\partial (uv)}{\partial y} + \frac{\partial (uw)}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\nabla^2 u$$

平均运动方程—雷诺方程

◆将任意物理量表示为 $\boldsymbol{A}=\overline{\boldsymbol{A}}+\boldsymbol{A}'$，即

$$\boldsymbol{u}=\overline{\boldsymbol{u}}+\boldsymbol{u}';\boldsymbol{v}=\overline{\boldsymbol{v}}+\boldsymbol{v}';\boldsymbol{w}=\overline{\boldsymbol{w}}+\boldsymbol{w}';\boldsymbol{p}=\overline{\boldsymbol{p}}+\boldsymbol{p}'$$

（其中参数 $\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\nu}$ 为常数）

◆代入方程，并对方程式求平均，可以得到：

$$\frac{\partial\overline{(\bar{u}+u')}}{\partial t}+\frac{\partial\overline{(\bar{u}+u')(\bar{u}+u')}}{\partial x}+\frac{\partial\overline{(\bar{u}+u')(\bar{v}+v')}}{\partial y}+\frac{\partial\overline{(\bar{u}+u')(\bar{w}+w')}}{\partial z}$$

$$=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial\overline{(\bar{p}+p')}}{\partial x}+\nu\nabla^2\overline{(\bar{u}+u')}$$

雷诺方程

◆根据平均化规则

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t}+\frac{\partial \overline{uu}}{\partial x}+\frac{\partial \overline{uv}}{\partial y}+\frac{\partial \overline{uw}}{\partial z}+\boxed{\frac{\partial \overline{u'u'}}{\partial x}+\frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y}+\frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z}}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x}+\nu\nabla^2\bar{u}$$

◆将上式展开，利用平均化的连续方程，进行简化，可得**x方向的平均运动方程（雷诺方程）**：

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}+\bar{v}\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}+\bar{w}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x}+\nu\nabla^2\bar{u}-\frac{\partial \overline{u'u'}}{\partial x}-\frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y}-\frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z}$$

雷诺方程

◆同理可得 y，z方向的平均运动方程，最终得到形式如下的平均运动（雷诺）方程：

$$
\begin{cases}
\rho\left(\dfrac{\partial \bar{u}}{\partial t}+\bar{u}\dfrac{\partial \bar{u}}{\partial x}+\bar{v}\dfrac{\partial \bar{u}}{\partial y}+\bar{w}\dfrac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right)=-\dfrac{\partial \bar{p}}{\partial x}+\mu\nabla^2\bar{u}+\dfrac{\partial(-\rho\overline{u'u'})}{\partial x}+\dfrac{\partial(-\rho\overline{u'v'})}{\partial y}+\dfrac{\partial(-\rho\overline{u'w'})}{\partial z} \\
\rho\left(\dfrac{\partial \bar{v}}{\partial t}+\bar{u}\dfrac{\partial \bar{v}}{\partial x}+\bar{v}\dfrac{\partial \bar{v}}{\partial y}+\bar{w}\dfrac{\partial \bar{v}}{\partial z}\right)=-\dfrac{\partial \bar{p}}{\partial y}+\mu\nabla^2\bar{v}+\dfrac{\partial(-\rho\overline{v'u'})}{\partial x}+\dfrac{\partial(-\rho\overline{v'v'})}{\partial y}+\dfrac{\partial(-\rho\overline{v'w'})}{\partial z} \\
\rho\left(\dfrac{\partial \bar{w}}{\partial t}+\bar{u}\dfrac{\partial \bar{w}}{\partial x}+\bar{v}\dfrac{\partial \bar{w}}{\partial y}+\bar{w}\dfrac{\partial \bar{w}}{\partial z}\right)=-\dfrac{\partial \bar{p}}{\partial z}+\mu\nabla^2\bar{w}+\dfrac{\partial(-\rho\overline{w'u'})}{\partial x}+\dfrac{\partial(-\rho\overline{w'v'})}{\partial y}+\dfrac{\partial(-\rho\overline{w'w'})}{\partial z}
\end{cases}
$$

①平均压力梯度力；

②平均运动的粘性力；

③由于流体中存在脉动的附加应力，类似于粘性应力称为湍流（雷诺）应力，它是一个二阶张量。

雷诺应力

◆雷诺应力（湍流应力）的定义

$$\boldsymbol{p}' = \begin{pmatrix} p'_{xx} & p'_{xy} & p'_{xz} \\ p'_{yx} & p'_{yy} & p'_{yz} \\ p'_{zx} & p'_{zy} & p'_{zz} \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} -\rho\overline{u'u'} & -\rho\overline{u'v'} & -\rho\overline{u'w'} \\ -\rho\overline{v'u'} & -\rho\overline{v'v'} & -\rho\overline{v'w'} \\ -\rho\overline{w'u'} & -\rho\overline{w'v'} & -\rho\overline{w'w'} \end{vmatrix}$$

◆对于湍流平均运动而言，应力包括三部分：**正压力、分子粘性力和湍流应力**，即：

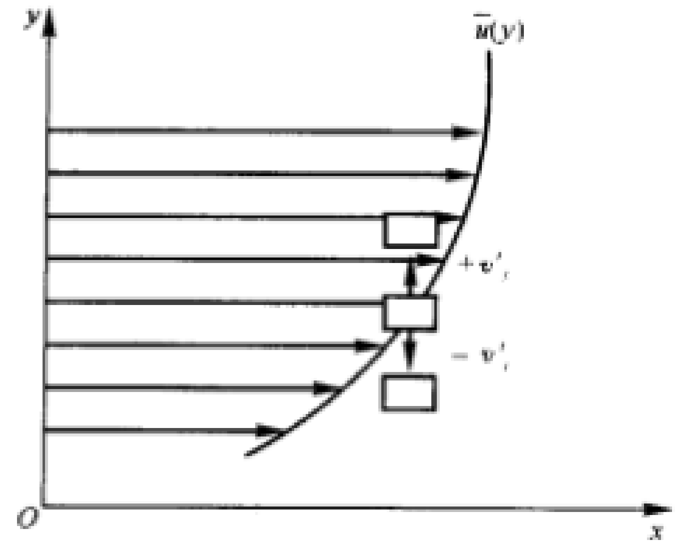
$$\boxed{\overline{\sigma}_{i,j} = -\overline{p}I + 2\mu\overline{\varepsilon}_{i,j} - p'_{i,j}}$$

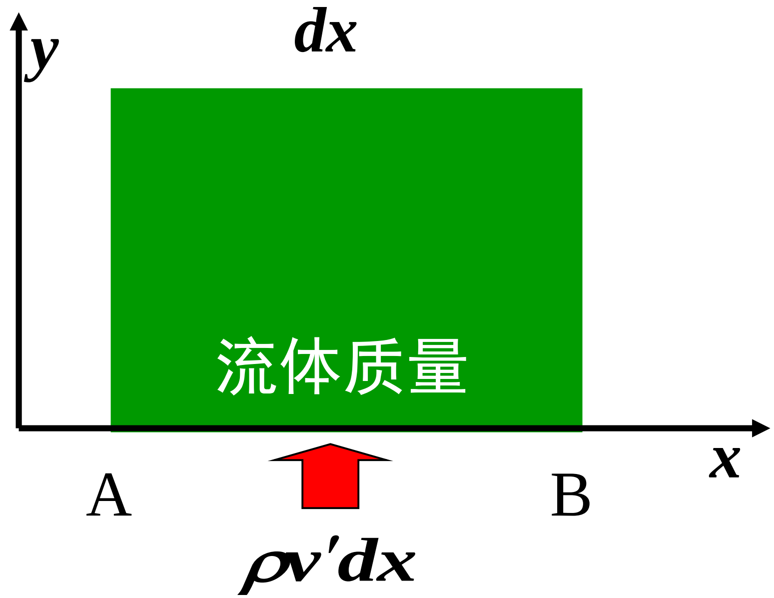
其中平均运动的形变率张量为 $\overline{\varepsilon}_{i,j} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i}\right), (i, j = 1, 2, 3)$

雷诺应力的物理意义

◆ $p'_{xy} = -\rho\overline{v'u'}$ **的物理解释**

- 由于脉动（速度扰动），单位时间内通过AB的流体质量为 $\rho v'dx$，带入的 x 方向的动量流为：$\rho v'u'dx$
- 其时间平均值为：$\rho\overline{v'u'}dx$
- 相当于AB下部的流体通过AB面元对AB上部的流体的作用力。
- p'_{xy} 与层流剪切应力 $\mu(du/dy)$ 同符号





雷诺应力的物理意义

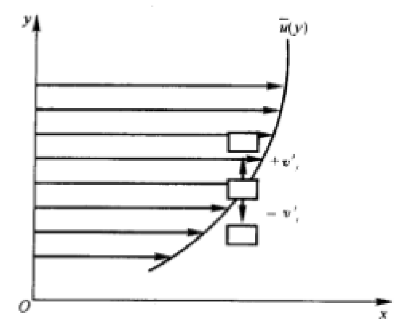
◆单位时间通过单位面积的动量流量，可以看作该面积元上所受的应力。

◆考虑应力符号：$p'_{-yx}=\rho\overline{v'u'}$ $p'_{-yx}=-p'_{yx}$ $p'_{yx}=-\rho\overline{v'u'}$

与流体脉动状态有关。

◆**物理成因**是平均速度不同的两层流体之间由于速度脉动而引起的动量交换。

- 雷诺应力的实质是湍流脉动所引起的单位时间单位面积上的动量的统计平均值，也就是脉动运动产生的附加力。



湍流流动的雷诺平均NS方程

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial \bar{u}}{\partial x}+\dfrac{\partial \bar{v}}{\partial y}+\dfrac{\partial \bar{w}}{\partial z}=0 \\
\rho\left(\dfrac{\partial \bar{u}}{\partial t}+\bar{u}\dfrac{\partial \bar{u}}{\partial x}+\bar{v}\dfrac{\partial \bar{u}}{\partial y}+\bar{w}\dfrac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right)=\dfrac{\partial \bar{\sigma}_{xx}}{\partial x}+\dfrac{\partial \bar{\sigma}_{yx}}{\partial y}+\dfrac{\partial \bar{\sigma}_{zx}}{\partial z} \\
\rho\left(\dfrac{\partial \bar{v}}{\partial t}+\bar{u}\dfrac{\partial \bar{v}}{\partial x}+\bar{v}\dfrac{\partial \bar{v}}{\partial y}+\bar{w}\dfrac{\partial \bar{v}}{\partial z}\right)=\dfrac{\partial \bar{\sigma}_{xy}}{\partial x}+\dfrac{\partial \bar{\sigma}_{yy}}{\partial y}+\dfrac{\partial \bar{\sigma}_{zy}}{\partial z} \\
\rho\left(\dfrac{\partial \bar{w}}{\partial t}+\bar{u}\dfrac{\partial \bar{w}}{\partial x}+\bar{v}\dfrac{\partial \bar{w}}{\partial y}+\bar{w}\dfrac{\partial \bar{w}}{\partial z}\right)=\dfrac{\partial \bar{\sigma}_{xz}}{\partial x}+\dfrac{\partial \bar{\sigma}_{yz}}{\partial y}+\dfrac{\partial \bar{\sigma}_{zz}}{\partial z}
\end{cases}
$$

$$\bar{\sigma}_{xx}=-\bar{p}+2\mu\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}-\rho\overline{u'^2}$$

$$\bar{\sigma}_{yy}=-\bar{p}+2\mu\frac{\partial \bar{v}}{\partial y}-\rho\overline{v'^2}$$

$$\bar{\sigma}_{zz}=-\bar{p}+2\mu\frac{\partial \bar{w}}{\partial z}-\rho\overline{w'^2}$$

$$\bar{\sigma}_{xy}=\bar{\sigma}_{yx}=\mu\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}+\frac{\partial \bar{v}}{\partial x}\right)-\rho\overline{u'v'}$$

$$\bar{\sigma}_{yz}=\bar{\sigma}_{zy}=\mu\left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z}+\frac{\partial \bar{w}}{\partial y}\right)-\rho\overline{v'w'}$$

$$\bar{\sigma}_{zx}=\bar{\sigma}_{xz}=\mu\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x}+\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right)-\rho\overline{u'w'}$$

◆方程封闭的问题—湍流模型

布辛涅斯克假设

◆对应层流切应力

$$\tau_l = \mu \frac{du}{dy}$$

◆湍流涡粘度假定

●Boussinesq，1897年

●引入旋涡粘度 μ_t

$$\tau_t = -\rho \overline{u'v'} = \mu_t \frac{d\bar{u}}{dy}$$

➢旋涡粘度不是流体的物理特性，而是湍流的流动特性

➢由湍流的时均速度场和具体湍流流动的几何边界条件

➢提供了构造湍流流模型的基础，但使模拟湍流应力问题转化为确定的分布。

(Joseph Valentin Boussinesq, 1842-1929)

4. 湍流模型

- 时均化的湍流控制方程的封闭问题
  - **雷诺方程多出了六个未知的雷诺应力项**
- **引入湍流模型**
  - 零方程（代数方程）模型
    - 湍流模型只用到了时均方程
    - 普朗特混合长度模型

$$\boxed{\mu_t = \overline{\rho} l_m^2 \left|\widetilde{S}\right|}$$

  - 一方程模型——引入湍流脉动动能方程
  - 两方程模型——引入湍流脉动动能和耗散率方程
    - k-epsilon 模型

$$\boxed{\mu_t = \overline{\rho} C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\overline{\rho} k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{\rho}\widetilde{u}_i k) &= \frac{\partial}{\partial x_i}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_i}\right] + P_k - \overline{\rho}\varepsilon \\ \frac{\partial}{\partial t}(\overline{\rho}\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{\rho}\widetilde{u}_i \varepsilon) &= \frac{\partial}{\partial x_i}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i}\right] + C_{\varepsilon 1}\frac{\varepsilon}{k}P_k - C_{\varepsilon 2}\overline{\rho}\frac{\varepsilon^2}{k} \end{aligned}$$

  - ……

更多的湍流模型

◆RANS、LES、DNS

RANS Eddy-viscosity Models:

1) Zero Equation model.

2) Standard k-ε model.

3) RNG k-ε model.

4) Standard k-ω model.

5) Baseline (BSL) zonal k-ω based model.

6) SST zonal k-ω based model.

7) $(k\text{-}\varepsilon)_{1E}$ model.

RANS Reynolds-Stress Models:

1) LRR Reynolds Stress

2) QI Reynolds Stress

3) Speziale, Sarkar and Gatski Reynolds Stress

4) SMC-ω model

5) Baseline (BSL) Reynolds' Stress model

Eddy Simulation Models:

1) Large Eddy Simulation (LES) [transient]

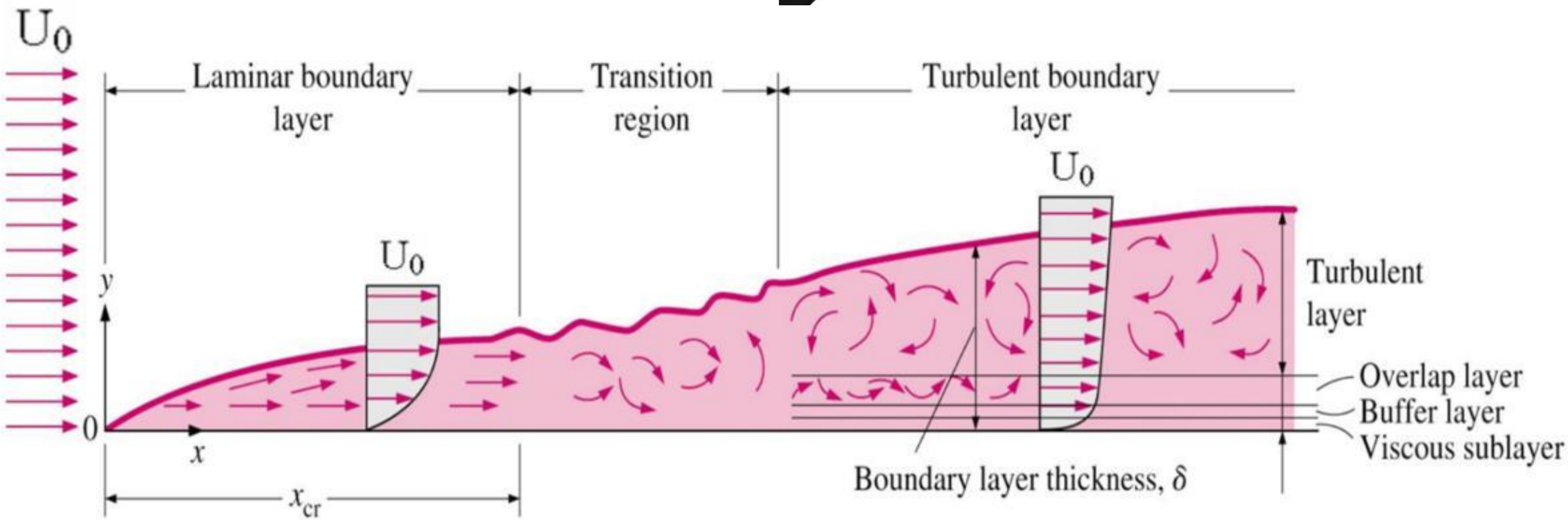
2) Detached Eddy Simulation (DES)* [transient]

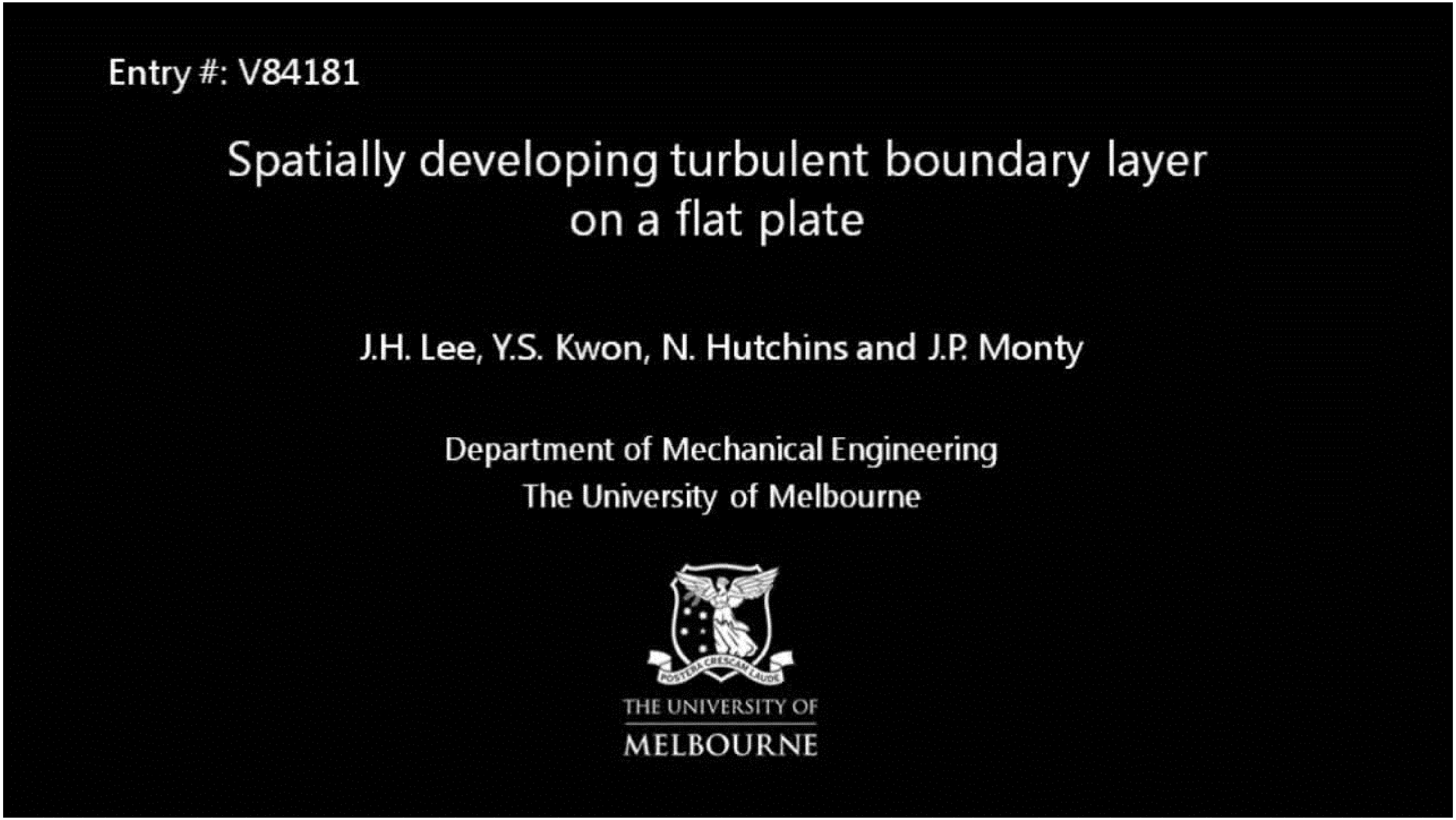
3) Scale Adaptive Simulation SST (SAS)* [transient]

5. 湍流平板边界层

◆边界层发展

- ●层流边界层
- ●转捩
- ●湍流边界层




Entry #: V84181
Spatially developing turbulent boundary layer
on a flat plate
J.H. Lee, Y.S. Kwon, N. Hutchins and J.P. Monty
Department of Mechanical Engineering
The University of Melbourne
POSTERA CRESCAM LAUDE
THE UNIVERSITY OF
MELBOURNE

[redacted]

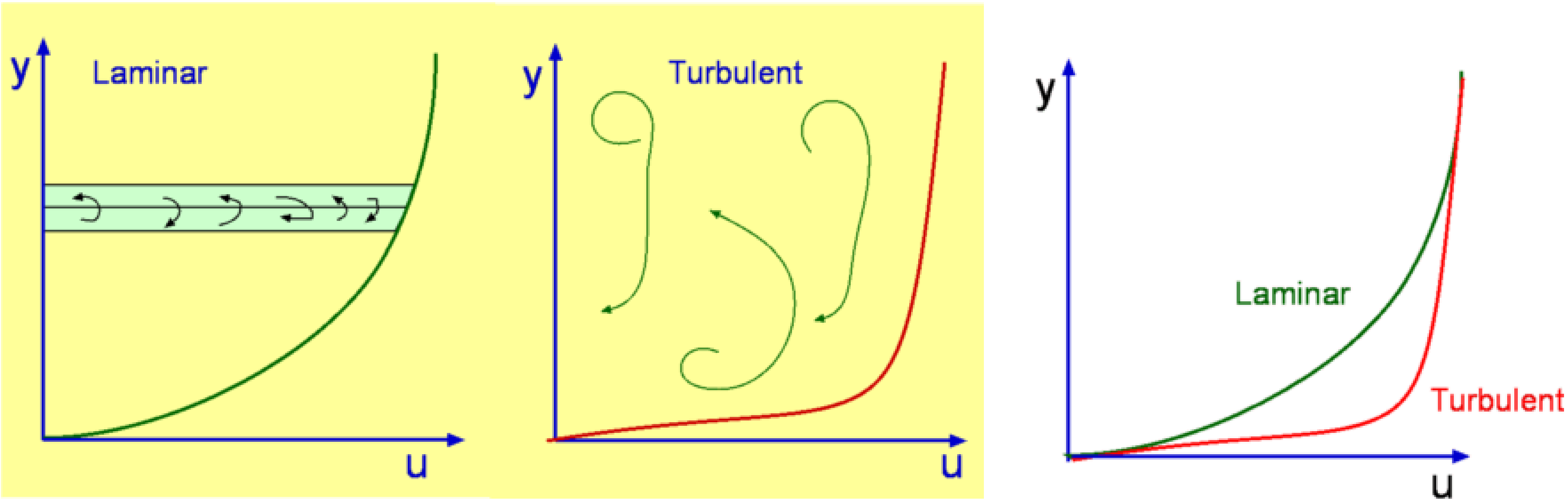
湍流边界层

◆层流

$$\frac{\delta}{x} = \frac{5.0}{\sqrt{Re_x}} \qquad C_f = \frac{0.664}{Re_x^{0.5}} \qquad C_D = \frac{1.328}{Re_L^{0.5}}$$

◆湍流

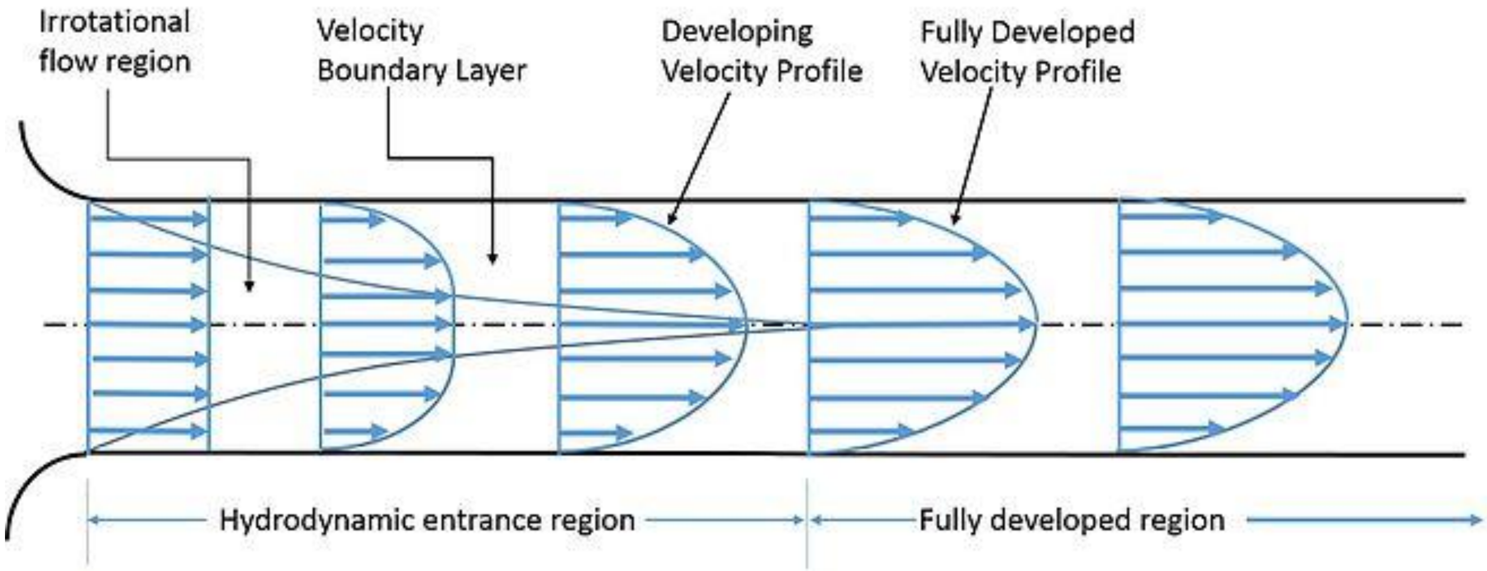
$$\frac{\delta}{x} = \frac{0.385}{{Re_x}^{0.2}} \qquad C_f = \frac{0.0576}{Re_x^{0.2}} \qquad C_D = \frac{0.074}{Re_L^{0.2}}$$



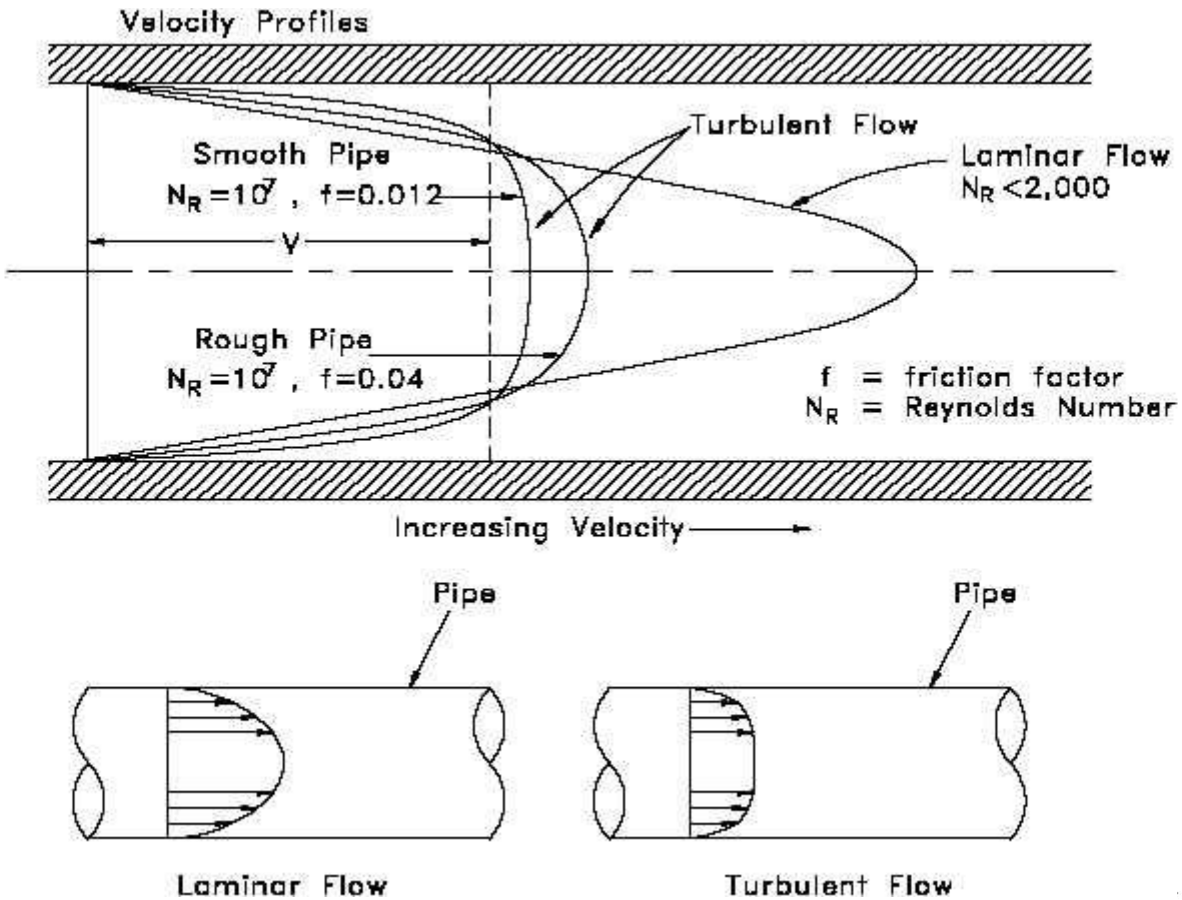
6. 圆管内的湍流流动

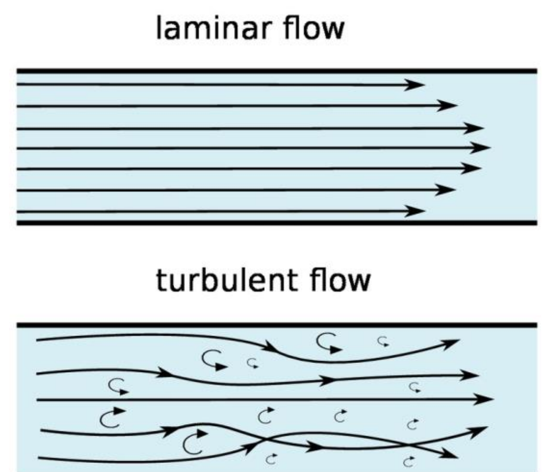
◆充分发展湍流

●离入口界面大约50−100倍直径后，速度分布不再变化



圆管流的速度分布


Velocity Profiles
Turbulent Flow
Smooth Pipe
N_R =10^7 , f=0.012
Laminar Flow
N_R <2,000
V
Rough Pipe
N_R =10^7 , f=0.04
f = friction factor
N_R = Reynolds Number
Increasing Velocity
Pipe
Pipe
Laminar Flow
Turbulent Flow


laminar flow
turbulent flow

圆管内的湍流流动

◆尼古拉兹(Nikuradse)，发现速度分布函数公式

$$\frac{u}{u_{\max}} = \left(\frac{y}{R}\right)^{1/n}$$

- y是离开壁面的距离
- 指数n随Re数变化

Re	$4\text{x}10^3$	$110\text{x}10^3$	$3240\text{x}10^3$
n	6	7	10

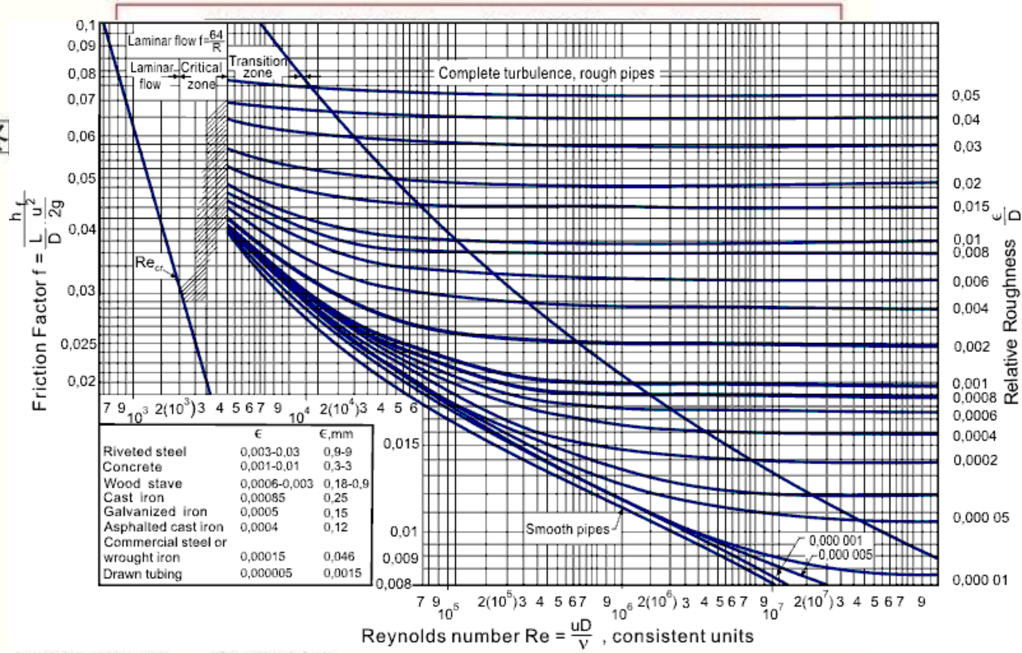
圆管流动的阻力系数

I. 层流区(Re<2320)

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$

ε/d对λ无影响，对数图中为一斜直线。

$$h_f \propto v$$



II. 过渡区(2320<Re<4000)

不稳定区域，无一定规律

III.紊流光滑管区

(4000<Re<26.98(*d*/*ε*)^8/7^)

各种不同相对粗糙度的管流，实验点落在同一条倾斜直线上，但它们在该线上所占的区段大小不同。

勃拉修斯公式（$4\times10^3<Re<10^5$ ）

$$\lambda = \frac{0.3164}{Re^{0.25}}$$

h_f与$v^{1.75}$成正比，又称**1.75次方阻力区**。

卡门—普朗特公式

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2\lg(Re\sqrt{\lambda}) - 0.8$$

尼古拉兹经验公式($10^5<Re<3\times10^6$)

$$\lambda=0.0032+0.221Re^{-0.237}$$