

## Лабораторная работа № 6

**Сбалансированные и цифровые деревья**

**Цель работы:** изучить основные принципы построения сбалансированных и цифровых деревьев, их свойства и назначение, закрепить навыки структурного программирования.

**Общие сведения**

Существует большое количество способов поддержания сбалансированности деревьев, основное назначение которой состоит в обеспечении гарантированно высокой производительности операций поиска, причем базовые операции добавления и удаления ключей должны оставаться достаточно эффективными, а дополнительные затраты памяти быть небольшими. Цифровые деревья поиска не обеспечивают сбалансированности в строгом смысле, однако их свойства в среднем достаточно хороши. В следующей таблице приведены некоторые из используемых способов построения сбалансированных и цифровых деревьев.

Таблица 1

Сбалансированные и цифровые деревья поиска

Название дерева поиска (метода построения)	Краткое описание
Рандомизированное дерево (randomized tree)	Основано на классическом бинарном дереве поиска (БДП). Вставка новых ключей осуществляется с вероятностью $p = N^{-1}$ в корень дерева, иначе – в лист ( $N$ – текущее количество узлов).
АВЛ-дерево (AVL tree)	Разность высот поддеревьев любого узла в таком БДП не должна превышать 1. Балансировка дерева осуществляется при вставке новых ключей и удалении за счет операций одинарных и двойных левых и правых поворотов.
Красно-черное дерево (red-black tree)	Каждый узел такого БДП считается либо красным, либо черным. Если узел красный, то его потомки обязательно черные. Количество черных узлов, встречающихся на пути из корня к листьям («черная» высота), должно быть одинаковым. Из последнего следует, что все фиктивные NULL-узлы (внешние узлы) должны быть черными. Поддержание свойств осуществляется путем изменения цвета узлов и/или одинарных поворотов при выполнении операций вставки и удаления ключей.
Скошенные деревья (splay tree)	Классическое БДП, в котором узлы с ключами, наиболее часто востребованными в операциях поиска, перемещаются ближе к корню за счет операций поворотов.
Сбалансированное по весу или ВВ-дерево (scapegoat tree)	БДП, в котором, в отличие от АВЛ-дерева, поддерживается баланс не высот поддеревьев, а вес – количество узлов.
В-дерево (B-tree)	Сильноветвящееся (многопутевое) дерево поиска, построенное на основе $k$ -узлов – узлов, содержащих упорядоченный набор $k-1$ ключей и соответствующих им $k$ указателей на дочерние $k$ -узлы. Если $v_0, v_1, \dots, v_{k-2}$ – ключи, $p_0, p_1, \dots, p_{k-1}$ – указатели, то $p_i, i \in [0; k-2]$ указывает на узлы, ключи которых меньше $v_i$ , а $p_i, i \in [1; k-1]$ указывает на узлы, ключи которых больше $v_{i-1}$ . В-дерево порядка $M$ – это дерево, содержащее $k$ -узлы, $k \in [M/2; M]$ (для корня $k \in [2; M]$ ), длина пути от корня до любого листа в котором одинакова.
2-3-4 дерево	Частный случай В-дерева порядка $M = 4$ .
Цифровое дерево поиска (digital search tree)	Цифровое дерево поиска (ЦДП) – это бинарное дерево, в котором, в отличие от БДП, ветвление осуществляется не в соответствии с

	результатом сравнения полных ключей, а в соответствии с выбранными разрядами ключа.
Бор, словарь (trie-дерево)	ЦДП, в котором ключи хранятся в листьях, а внутренние узлы содержат ссылки на левое и правое поддеревья, с ключами, начинающимися соответственно с 0 или 1 разряда.
Patricia-деревья	ЦДП схожее с бором, но каждый узел этого дерева хранит информацию о проверяемом разряде. Кроме того, листья patricia-деревьев имеют ссылки на себя и узлы верхних уровней, а не на внешние узлы (за исключением одного узла).

### Задание

1. Реализовать один из вариантов задания в соответствии с таблицей 2 и тестовое приложение. При необходимости реализовать вспомогательные структуры данных и функции, например, функции вывода на деревья на экран, удаления одного узла и т.п.
2. Составить отчет, в котором привести листинги реализованных функций, свойства и отличительные особенности дерева, для которого были реализованы функции и выводе по работе.

Таблица 2

Варианты заданий

№	Задание
1	Вставка ключа в AVL-дерево
2	Удаление ключа из AVL-дерева
3	Вставка ключа в красно-черное дерево
4	Вставка ключа в скошенное дерево
5	Вставка ключа в сбалансированное по весу дерево
6	Вставка ключа в 2-3-4 дерево
7	Удаление ключа из 2-3-4 дерева
8	Вставка ключа в цифровое дерево поиска
9	Вставка ключа в бор
10	Преобразование 2-3-4 дерева в красно-черное дерево
11	Вставка ключа в B-дерево порядка $M$ .
12	Удаление ключа из B-дерева порядка $M$
13	Вставка ключа в patricia-дерево