

Classificação por Seleção (Seleção Direta e HeapSort)

Definição

- Os métodos de classificação por seleção buscam o menor (ou maior) valor do vetor e colocá-o na sua posição definitiva correta.
- O vetor classificado fica, dessa maneira, reduzido a um elemento.
- O mesmo processo é repetido para a parte restante do vetor, até que fique reduzido a um único elemento, quando então a classificação estará concluída.

Seleção Direta

- A seleção da menor chave é feita por pesquisa sequencial. Uma vez encontrado o menor elemento, ele é permutado e ocupa a posição inicial do vetor, que fica, assim, reduzido a um elemento.
- O processo de seleção é repetido no restante do vetor.

Seleção Direta

```
#include "stdafx.h"

void troca(int *a, int *b){
    int aux;
    aux = *a;
    *a = *b;
    *b = aux;
}

int indice_valor_minimo(int *vet, int inicio, int fim){
    int min = inicio;
    for(int j = inicio + 1; j < fim; j++){
        if (vet[j] < vet[min]) min = j;
    }
    return min;
}
```

Seleção Direta

```
void selecao_direta(int *vet, int n){  
    int min;  
    for(int i= 0; i<n-1; i++){  
        min = indice_valor_minimo(vet, i, n);  
        troca(&vet[i], &vet[min]);  
    }  
}
```

Exemplo

```
void escreveVetor(int *vet, int n){
    for(int i=0; i<n; i++)
        printf("vet[%d] vale %d \n", i, vet[i]);
    printf("\n\n");
}

int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[]) {
    int vetor[8] = { 9, 25, 10, 18, 5, 7, 15, 3};
    selecao_direta(vetor, 8);
    escreveVetor(vetor, 8);
    return 0;
}
```

Exemplo

- A impressão do vetor após cada troca é apresentada ao lado.

```
vet[0] vale 3
vet[1] vale 25
vet[2] vale 10
vet[3] vale 18
vet[4] vale 5
vet[5] vale 7
vet[6] vale 15
vet[7] vale 9

vet[0] vale 3
vet[1] vale 5
vet[2] vale 10
vet[3] vale 18
vet[4] vale 25
vet[5] vale 7
vet[6] vale 15
vet[7] vale 9

vet[0] vale 3
vet[1] vale 5
vet[2] vale 7
vet[3] vale 18
vet[4] vale 25
vet[5] vale 10
vet[6] vale 15
vet[7] vale 9
```

```
vet[0] vale 3
vet[1] vale 5
vet[2] vale 7
vet[3] vale 9
vet[4] vale 25
vet[5] vale 10
vet[6] vale 15
vet[7] vale 18

vet[0] vale 3
vet[1] vale 5
vet[2] vale 7
vet[3] vale 9
vet[4] vale 10
vet[5] vale 25
vet[6] vale 15
vet[7] vale 18

vet[0] vale 3
vet[1] vale 5
vet[2] vale 7
vet[3] vale 9
vet[4] vale 10
vet[5] vale 15
vet[6] vale 25
vet[7] vale 18

vet[0] vale 3
vet[1] vale 5
vet[2] vale 7
vet[3] vale 9
vet[4] vale 10
vet[5] vale 15
vet[6] vale 18
vet[7] vale 25
```

Análise de Desempenho

- O **for** do método de seleção direta roda $n-1$ vezes.
- Já a função **indice_valor_minimo** possui um for que depende dos parâmetros início e fim. Na primeira vez $n-1$ vezes (início=0, fim=n). Lembrando que no laço i vai de início+1 até menor que fim, ou seja, $n-1$ vezes.
- Na segunda vez temos $n-2$ repetições do laço, em seguida $n-3$ e assim sucessivamente.
- $(n-1) + (n-2) + (n-3) \dots + 3 + 2 + 1 = n * n/2 = O(n^2)$

Heap Sort

- Dado um vetor de elementos C_1, C_2, \dots, C_n devemos visualizar esse vetor como uma árvore binária e a seguinte condição deve ser satisfeita:

$$\left. \begin{array}{l} C_i \geq C_{2i} \\ C_i \geq C_{2i+1} \end{array} \right\} \text{ para } i = 1, n \text{ div } 2$$

- Onde: C_1 é raiz da árvore;
 $\left. \begin{array}{l} C_{2i} = \text{subárvore da esquerda de } C_i \\ C_{2i+1} = \text{subárvore da direita de } C_i \end{array} \right\} \text{ para } i = 1, n \text{ div } 2$

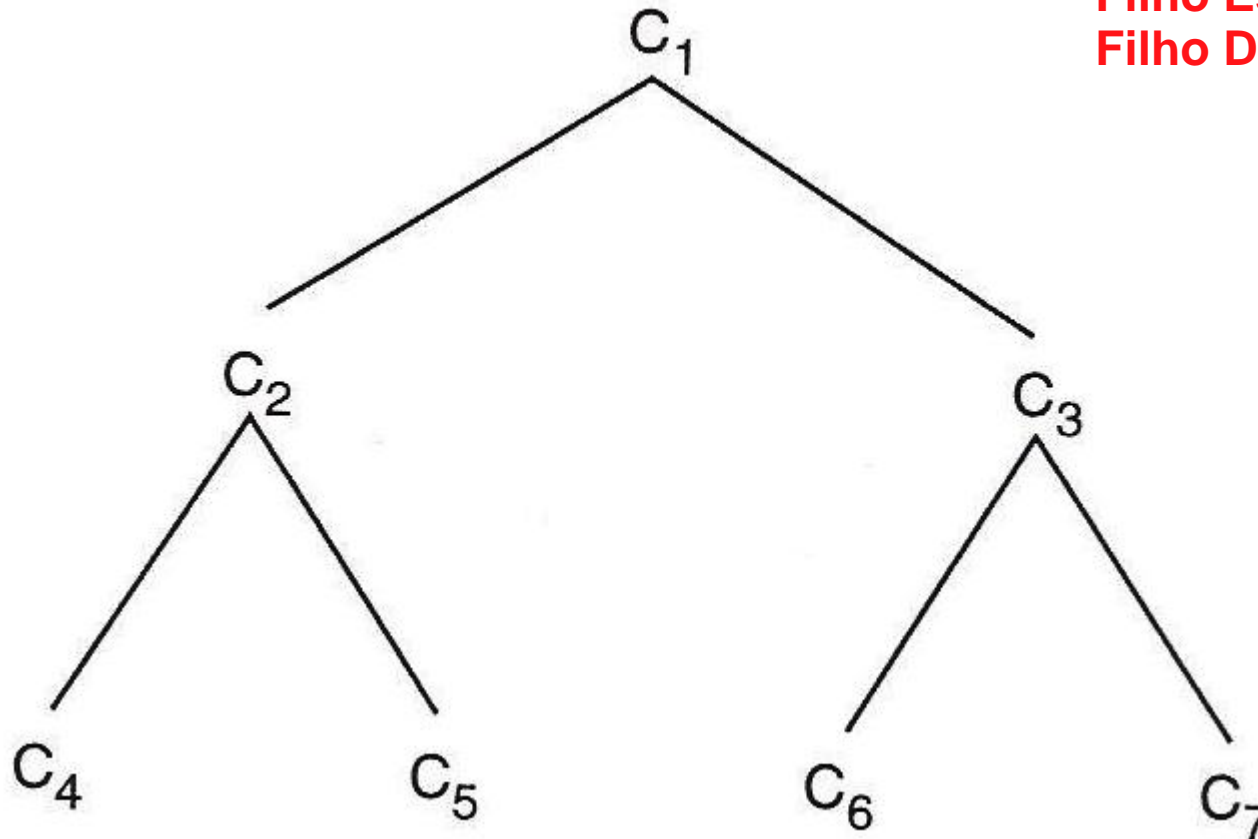
Heap Sort

Se começar de ZERO:

Raiz: C_i

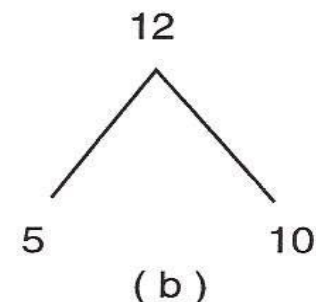
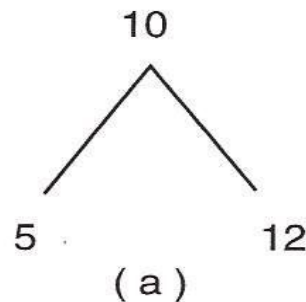
Filho Esquerda: $2i + 1$

Filho Direita: $2i + 2$



Heap Sort

- Quando todas as raízes das subárvores satisfazem essas condições, dizemos que a árvore forma um **heap**, daí a denominação do método.



Transformação de uma subárvore em heap.

Heap Sort

```
void troca( int *a, int *b) {  
    int aux;  
    aux= *a;  
    *a = *b;  
    *b = aux;  
}  
  
int FilhoEsquerda(int raiz){  
    return 2 * raiz + 1;  
}  
  
int FilhoDireita(int raiz){  
    return 2 * raiz + 2;  
}
```

```
void heapify (int *v, int n, int indice_raiz ) {  
    int esquerda = FilhoEsquerda(indice_raiz);  
    int direita  = FilhoDireita(indice_raiz);  
    int max;  
    if(esquerda>n-1){  
        return;  
    }  
    else if (direita>n-1){  
        max = esquerda;  
    }  
    else {  
        if(v[esquerda] > v[direita]){  
            max=esquerda;  
        }  
        else{  
            max=direita;  
        }  
    }  
    if (v[max] > v[indice_raiz]) {  
        troca(&v[max], &v[indice_raiz]);  
        heapify(v, n, max);  
    }  
}
```

Heap Sort

```
void construirHeap(int *v, int n){
    for(int i = n/2 - 1; i >= 0; i--){
        heapify(v, n, i);
    }
}

void heapSort(int *v, int n){
    construirHeap(v, n);
    for(int i = n-1; i > 0; i--){
        troca(&v[i], &v[0]);
        heapify(v, i, 0);
    }
}
```

Exemplo

```
void escreveVetor(int *vetor, int n){
    for(int i=0; i<n; i++)
        printf("vet[%d] vale %d \n", i, vetor[i]);
    printf("\n\n");
}

int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[])
{
    int vet[7] = {12, 9, 13, 25, 18, 10, 22};
    heapSort(vet, 7);
    escreveVetor(vet, 7);
    return 0;
}
```

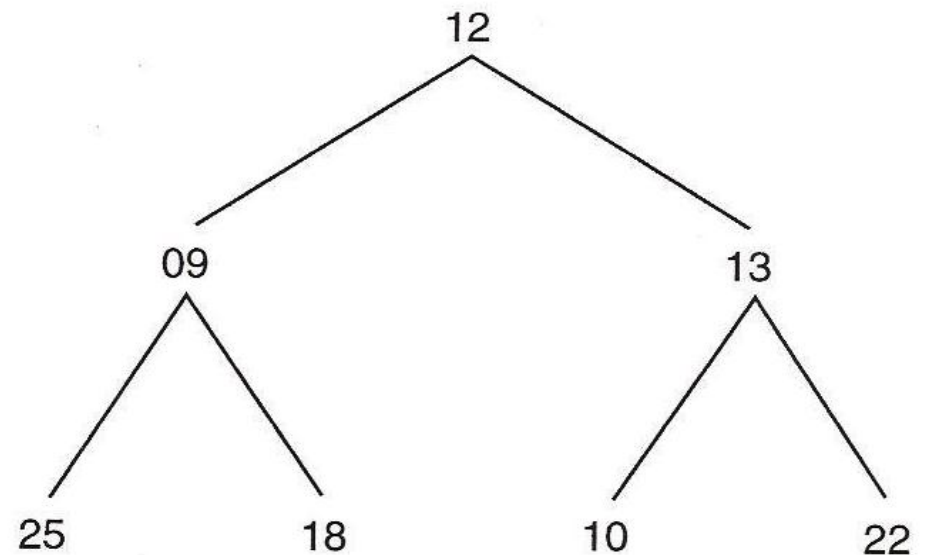
Exemplo

0	1	2	3	4	5	6
12	09	13	25	18	10	22

- Esse algoritmo começa pela subárvore cuja raiz é 13, já que seu índice no vetor é $n/2 - 1$.

```
void construirHeap(int *v, int n){  
    for(int i = n/2 - 1; i >= 0; i--){  
        heapify(v, n, i);  
    }  
}
```

Cuja interpretação sob a forma de árvore é:



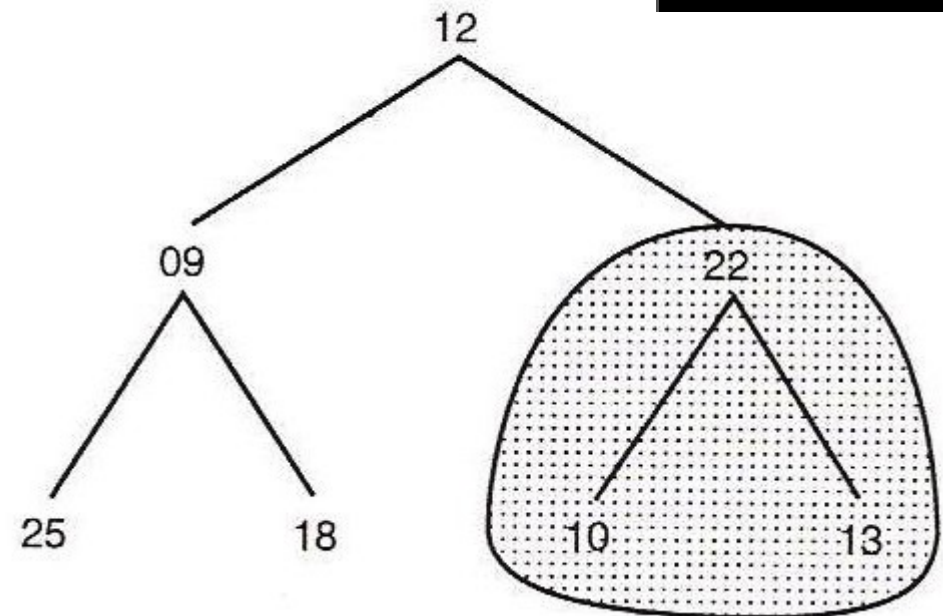
Exemplo

- Estamos construindo a Heap através do método construirHeap.
- Sua primeira chamada gera o resultado apresentado pelas imagens abaixo e ao lado.

```
void construirHeap(int *v, int n){
    for(int i = n/2 - 1; i >= 0; i--){
        heapify(v, n, i);
        escreveVetor(v, n);
    }
}
```

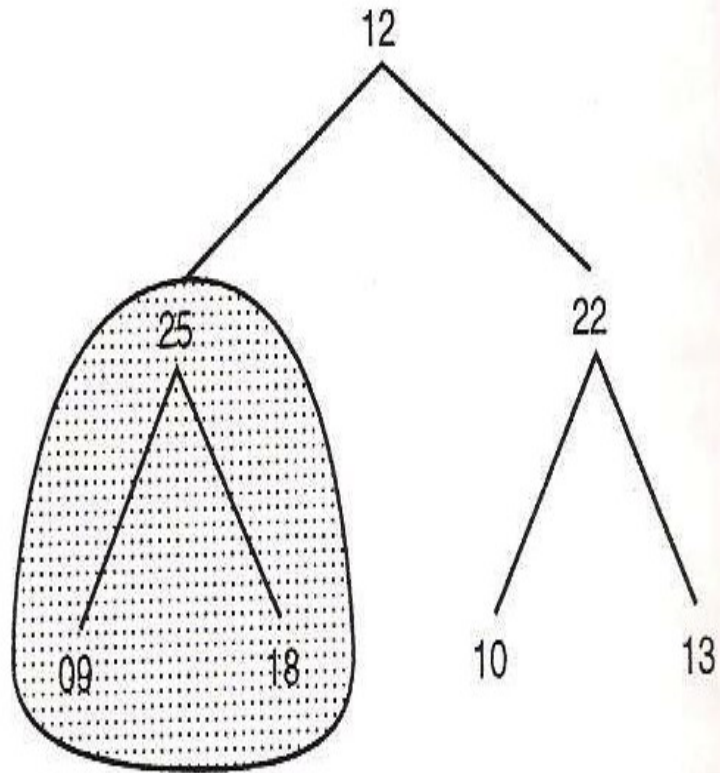
```
vet[0] vale 12
vet[1] vale 9
vet[2] vale 22
vet[3] vale 25
vet[4] vale 18
vet[5] vale 10
vet[6] vale 13
```

0	1	2	3	4	5	6
12	09	22	25	18	10	13



Exemplo

0	1	2	3	4	5	6
12	25	22	09	18	10	13



```

void construirHeap(int *v, int n){
    for(int i = n/2 - 1; i >= 0; i--){
        heapify(v, n, i);
        escreveVetor(v, n);
    }
}
  
```

```

vet[0] vale 12
vet[1] vale 9
vet[2] vale 22
vet[3] vale 25
vet[4] vale 18
vet[5] vale 10
vet[6] vale 13
  
```

```

vet[0] vale 12
vet[1] vale 25
vet[2] vale 22
vet[3] vale 9
vet[4] vale 18
vet[5] vale 10
vet[6] vale 13
  
```

- Passo seguinte

Exemplo

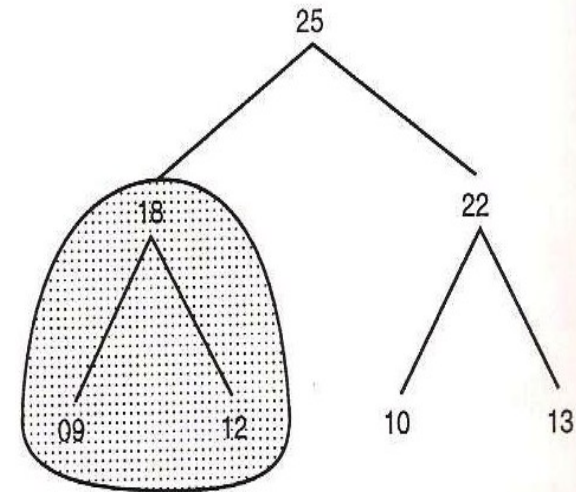
```
void construirHeap(int *v, int n){
    for(int i = n/2 - 1; i >= 0; i--){
        heapify(v, n, i);
        escreveVetor(v, n);
    }
}
```

```
vet[0] vale 12
vet[1] vale 9
vet[2] vale 22
vet[3] vale 25
vet[4] vale 18
vet[5] vale 10
vet[6] vale 13
```

```
vet[0] vale 12
vet[1] vale 25
vet[2] vale 22
vet[3] vale 9
vet[4] vale 18
vet[5] vale 10
vet[6] vale 13
```

```
vet[0] vale 25
vet[1] vale 18
vet[2] vale 22
vet[3] vale 9
vet[4] vale 12
vet[5] vale 10
vet[6] vale 13
```

0	1	2	3	4	5	6
25	18	22	09	12	10	13



- Agora temos uma Heap !!!

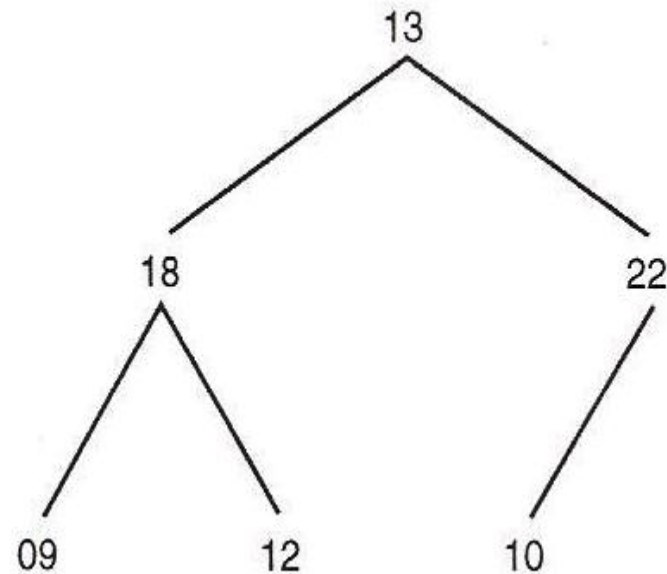
Exemplo

- Se a chave na raiz é a maior de todas, então sua posição definitiva correta na ordem crescente é na última posição do vetor, onde ela deverá ser colocada, por troca pelo elemento que está ocupando aquela posição.
- Com o maior elemento já ocupando a posição definitiva podemos considerar o vetor como tendo uma posição a menos (para fins de ordenação). Mas deveremos chamar a função heapify para transformar novamente nosso vetor numa heap.

```
void heapSort(int *v, int n){  
    construirHeap(v, n);  
    for(int i = n-1; i > 0; i--){  
        troca(&v[i], &v[0]);  
        heapify(v, i, 0);  
    }  
}
```

Exemplo

0	1	2	3	4	5	6
13	18	22	09	12	10	25



```

vet[0] vale 13
vet[1] vale 18
vet[2] vale 22
vet[3] vale 9
vet[4] vale 12
vet[5] vale 10
vet[6] vale 25
  
```

```

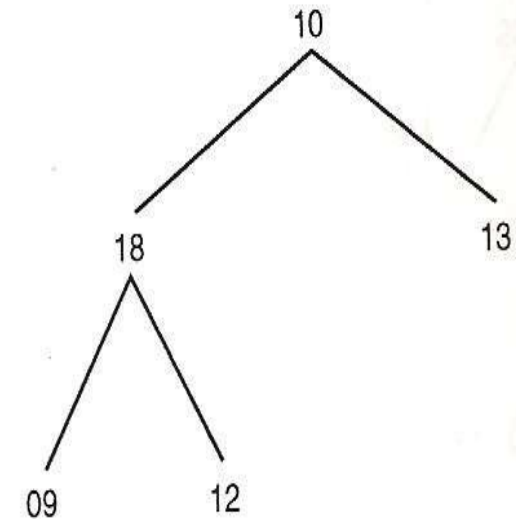
void heapSort(int *v, int n){
    construirHeap(v, n);
    for(int i = n-1; i > 0; i--){
        troca(&v[i], &v[0]);
        escreveVetor(v, n);
        heapify(v, i, 0);
    }
}
  
```

Exemplo

```
vet[0] vale 13
vet[1] vale 18
vet[2] vale 22
vet[3] vale 9
vet[4] vale 12
vet[5] vale 10
vet[6] vale 25

vet[0] vale 10
vet[1] vale 18
vet[2] vale 13
vet[3] vale 9
vet[4] vale 12
vet[5] vale 22
vet[6] vale 25
```

0	1	2	3	4	5	6
10	18	13	09	12	22	25



```
void heapSort(int *v, int n){
    construirHeap(v, n);
    for(int i = n-1; i > 0; i--){
        troca(&v[i], &v[0]);
        escreveVetor(v, n);
        heapify(v, i, 0);
    }
}
```

Exemplo

```
void heapSort(int *v, int n){
    construirHeap(v, n);
    for(int i = n-1; i > 0; i--){
        troca(&v[i], &v[0]);
        escreveVetor(v, n);
        heapify(v, i, 0);
    }
}
```

```
vet[0] vale 13
vet[1] vale 18
vet[2] vale 22
vet[3] vale 9
vet[4] vale 12
vet[5] vale 10
vet[6] vale 25
```

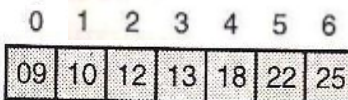
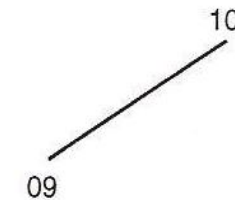
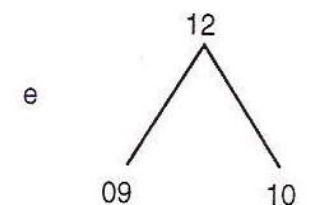
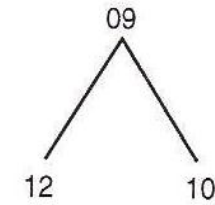
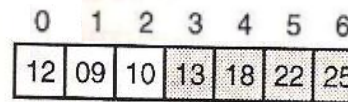
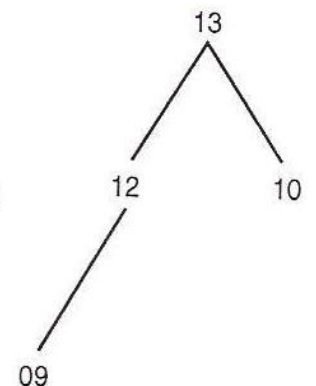
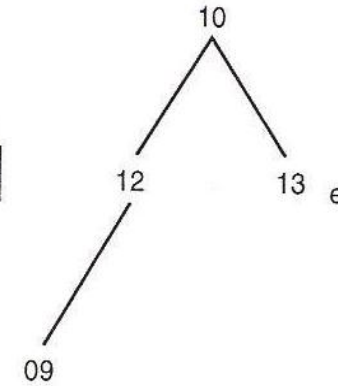
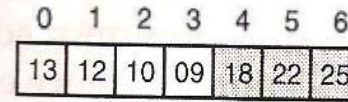
```
vet[0] vale 10
vet[1] vale 18
vet[2] vale 13
vet[3] vale 9
vet[4] vale 12
vet[5] vale 22
vet[6] vale 25
```

```
vet[0] vale 10
vet[1] vale 12
vet[2] vale 13
vet[3] vale 9
vet[4] vale 18
vet[5] vale 22
vet[6] vale 25
```

```
vet[0] vale 9
vet[1] vale 12
vet[2] vale 10
vet[3] vale 13
vet[4] vale 18
vet[5] vale 22
vet[6] vale 25
```

```
vet[0] vale 10
vet[1] vale 9
vet[2] vale 12
vet[3] vale 13
vet[4] vale 18
vet[5] vale 22
vet[6] vale 25
```

```
vet[0] vale 9
vet[1] vale 10
vet[2] vale 12
vet[3] vale 13
vet[4] vale 18
vet[5] vale 22
vet[6] vale 25
```



09

Análise de desempenho

- *Função heapify: possui complexidade de $O(\log_2 n)$ pois cada troca e comparação tem custo $O(1)$ e são feitas no máximo $\log_2 n$ trocas, pois, cada vez que avançamos na árvore descemos um nível, como a árvore tem $\log n$ níveis (altura de uma árvore) o algoritmo é $O(\log_2 n)$.*
- *Função construirHeap: possui um for executado $n/2 - 1$ vezes, assim, esse algoritmo é $O(n \log_2 n)$.*
- *Função heapSort: executa $n-1$ vezes a função heapify, como heapify é $O(\log_2 n)$ essa parte do algoritmo é $O(n \log_2 n)$. Como construirHeap é $O(n \log_2 n)$ pela regra da soma nosso algoritmo é $O(n \log_2 n)$ para todos os casos.*

Bibliografia

- AZEREDO, Paulo A. **Métodos de Classificação de Dados**. Rio de Janeiro: Campus, 1996.
- SANTOS, Henrique José. **Curso de Linguagem C da UFMG**, apostila.
- FORBELLONE, André Luiz. **Lógica de Programação – A Construção de Algoritmos e Estruturas de Dados**. São Paulo: MAKRON, 1993.