

Laboratorium Fizyki Ciała Stałego	3	Przewodnictwo ciepłe		Zespół w składzie: 1. Justyna Sławska
Wydział: FiIS	Kierunek: Fizyka Techniczna	Rok: Trzeci	2. Jakub Sawicki	
Data wykonania: 29.10.15	Data oddania: 12.11.15	Ocena:	3. Przemysław Kot	

1 Wstęp teoretyczny

Substancje, które nas otaczają mają różne własności fizyczne. Kilka z nich opisuje ich reakcję na dostarczone ciepło. Są to takie własności jak *ciepło właściwe* czy *przewodność ciepła*.

Ciepło to zmiana energii wewnętrznej ciała o daną wartość. Jedną ze stałych fizycznych z nią powiązanych jest *ciepło właściwe*. Jest to wielkość opisująca jaką energię należy dostarczyć na ogrzanie jednostkowej ilości substancji o jednostkę temperatury. W zależności od wielkości opisującej ilość wyróżniamy: *masowe ciepło właściwe* (opisujące ciepło potrzebne do ogrzania jednostkowej masy o jednostkę temperatury), którego najpopularniejszymi jednostkami są $\frac{\text{J}}{\text{kg K}}$ oraz cal. Głównie dla gazów, ale nie tylko nich używamy pojęcia *molowego ciepła właściwego*. Różnica między molowym a masowym ciepłem właściwym polega na tym, że miarą ilości nie jest masa, lecz liczebność cząstek wyrażona w molach.

Powyższe stałe są jednak zależne od temperatury i ciśnienia, dlatego gdy z nich korzystamy musimy założyć, że ciśnienie się nie zmienia, a temperatura ulega małej zmianie. Gdy jednak potrzebujemy dokładniejszego wyniku obliczeń dla danego problemu musimy uwzględnić poprawkę polegającą na zapisaniu ciepła właściwego jako funkcji zależnej od dwóch parametrów stanu: ciśnienia i temperatury.

Przewodność cieplna to zdolność substancji do przewodzenia ciepła. Wielkością opisującą ją ilościowo jest również zależny od temperatury *współczynnik przewodności cieplnej*, który mówi o ilości ciepła przewodzonej przez daną substancję o jednostkowym przekroju poprzecznym, w jednostkowym czasie przy jednostkowej różnicy temperatur na jednostce długości.

$$Q = \lambda \frac{S \Delta T \Delta t}{d} \implies \lambda = \frac{Qd}{S \Delta T \Delta t}, \quad (1)$$

gdzie: λ – współczynnik przewodności cieplnej, Q – ilość ciepła, która przeszła przez ciało, S – przekrój poprzeczny ciała, ΔT – różnica temperatur na końcach ciała, Δt – czas, w którym dana ilość ciepła przepłynęła przez ciało, d – odległość, jaką pokonało w cieple ciepło.

Dyfuzję, czyli rozchodzenie się ciepła opisuje tzw. *równanie dyfuzji ciepła*.

$$\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{K} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t}, \quad K = \frac{\lambda}{c_w \rho}, \quad (2)$$

gdzie: $T(x,t)$ – funkcja opisująca rozkład temperatury, zależny od położenia i czasu, K – współczynnik przewodnictwa temperaturowego, uwzględniający wymianę ciepła z przewodnikiem, c_w – masowe ciepło właściwe przewodnika, ρ – gęstość masy przewodnika.

Proces rozchodzenia się ciepła jest podobny w każdym ośrodku – jest to przekaz energii kinetycznej cząstek. Przekaz ten przebiega różnie w zależności od substancji, w której on następuje. W gazach i cieczach jest to po prostu proces polegający na zderzaniu się cząstek o dużej energii z tymi o mniejszej. W ciele stałym możemy podzielić ten proces na dwa procesy w zależności, czy zachodzi on w ośrodku dielektrycznym, czy w ośrodku metalicznym. W metalach ciepło przewodzone jest przez elektrony swobodne, podobnie do tego, jak przewodzone jest ciepło w gazach. W dielektrykach natomiast ciepło jest przewodzone przez fonony, czyli drgania sieci krystalicznej. Cząstka, której przekazano energię w postaci ciepła, wykonuje drgania pobudzając sąsiednie cząstki.

Proces przewodzenia ciepła jest najlepszy w metalach, ponieważ elektrony swobodne przy nawet niewielkiej ilości dostarczonego ciepła znacznie zwiększają swoją prędkość, przez co szybciej przekazują tą energię na dalszą odległość. W dielektrykach z powodu znacznej masy atomów do wzbudzenia drgań, o danej częstotliwości potrzebna jest duża ilość ciepła, co powoduje powolny przepływ ciepła. W gazach zagęszczenie cząstek w danej objętości jest znacznie

mniejsze niż w przypadku elektronów swobodnych, przez co poruszają się one chaotyczniej, co w efekcie daje wolniejszy przepływ ciepła.

Zgodnie z prawem Wiedemana-Franza zależność przewodnictwa cieplnego od przewodnictwa elektrycznego jest dana wzorem:

$$\frac{K}{\sigma} = LT, \quad (3)$$

gdzie: σ – przewodnictwo elektryczne metalu, L – stała, zwaną liczbą Lorentza (ta sama dla większości metali).

Jak wiadomo, opór elektryczny zależy od temperatury w sposób:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha T), \quad \sigma = \frac{1}{\rho}, \quad (4)$$

gdzie ρ_0 – opór właściwy w temperaturze 0 K, α – temperaturowy współczynnik rezystancji.

Zatem po podstawieniu (4) do (3) otrzymujemy następującą zależność przewodnictwa temperaturowego od temperatury:

$$K(T) = \frac{\beta T}{\alpha T + 1}, \quad \text{gdzie } \beta = \frac{L}{\rho_0} \quad (5)$$

Zależność ta jest zachowana jedynie dla pośrednich temperatur, tzn dla temperatur znacznie mniejszych niż temperatura topnienia, lecz znacznie większych od temperatury nadprzewodnictwa elektrycznego.

2 Opracowanie wyników

2.1 Wartości własne λ równania dyfuzji ciepła

Wykonano pomiary 5 brył wykonanych z różnych materiałów. Niepewność każdego pomiaru wynosiła 0,1 mm ($u(a) = u(b) = u(c) = u(2R) = 0,1$ mm). Dla różnych kształtów geometrycznych λ^2 liczona była z innego wzoru:

$$\text{Dla kuli: } \lambda^2 = \left(\frac{\pi}{R}\right)^2, \quad u(\lambda^2) = \frac{2\pi^2}{R^3} \frac{1}{2} u(2R) \quad (6)$$

$$\text{Dla walca: } \lambda^2 = \left(\frac{2,4}{R}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{a}\right)^2, \quad u(\lambda^2) = \sqrt{\left(\frac{2 \cdot (2,4)^2}{R^3} \frac{1}{2} u(2R)\right)^2 + \left(\frac{2\pi^2}{a^3} u(a)\right)^2} \quad (7)$$

$$\text{Dla prostopadłościanu: } \lambda^2 = \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{c}\right)^2, \quad u(\lambda^2) = \sqrt{\left(\frac{2\pi^2}{a^3} u(a)\right)^2 + \left(\frac{2\pi^2}{b^3} u(b)\right)^2 + \left(\frac{2\pi^2}{c^3} u(c)\right)^2} \quad (8)$$

Zebrane dane (wymiary brył) i obliczone na podstawie nich współczynniki λ^2 wraz z niepewnościami zapisane zostały w tabeli poniżej.

Tab. 1: Wymiary i wartości własne λ^2 dla wybranych próbek

Próbka	a [mm]	b [mm]	c [mm]	R [mm]	λ^2 [mm ⁻²]	$u(\lambda^2)$ [mm ⁻²]
Brązowy prostopadłościan	36,7	37	59,4	—	0,017334	$5,66 \times 10^{-5}$
Stal węglowa (prostopadł.)	55,8	35,9	56,6	—	0,013909	$4,55 \times 10^{-5}$
Krążek hokejowy (guma)	25,4	—	—	38	0,019287	$1,21 \times 10^{-4}$
Aluminiowy walec	60,7	—	—	15,4	0,026966	$1,58 \times 10^{-4}$
Bukowa kulka	—	—	—	25,25	0,015480	$6,14 \times 10^{-5}$

2.2 Zależność temperatury od czasu i współczynnik przewodnictwa cieplnego

Dla każdej z wybranych próbek przeprowadzono doświadczenie polegające na zanurzeniu jej w wodzie, która była utrzymywana w temperaturze 45 °C. Zebrane dane z czujnika za pomocą programu zapisane były w pliku. Za pomocą programu gnuplot dopasowano do danych funkcję postaci:

$$T(t) = T_{\infty} \left(1 - \exp(-b(t - t_0)) \right) \quad (9)$$

Z dopasowania odczytano współczynnik b wraz z niepewnością, następnie obliczono współczynnik $\lambda^2 K$ za pomocą wzoru:

$$\lambda^2 K = \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{0,08798/s} \right)^{-1}, \quad u(\lambda^2 K) = \frac{(0,08798/s)^2}{(b - 0,08798/s)^2} u(b) \quad (10)$$

Zatem:

$$K = \frac{1}{\lambda^2} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{0,08798/s} \right)^{-1}, \quad u(K) = \sqrt{\left(\frac{1}{\lambda^2} \frac{(0,08798/s)^2}{(b - 0,08798/s)^2} u(b) \right)^2 + \left(\frac{2}{\lambda^3} \frac{b \cdot 0,08798/s}{b - 0,08798/s} u(\lambda) \right)^2} \quad (11)$$

Tab. 2: Wyniki uzyskane na podstawie dopasowania krzywej (9) i obliczeń wykonanych na podstawie poprzednich wzorów.

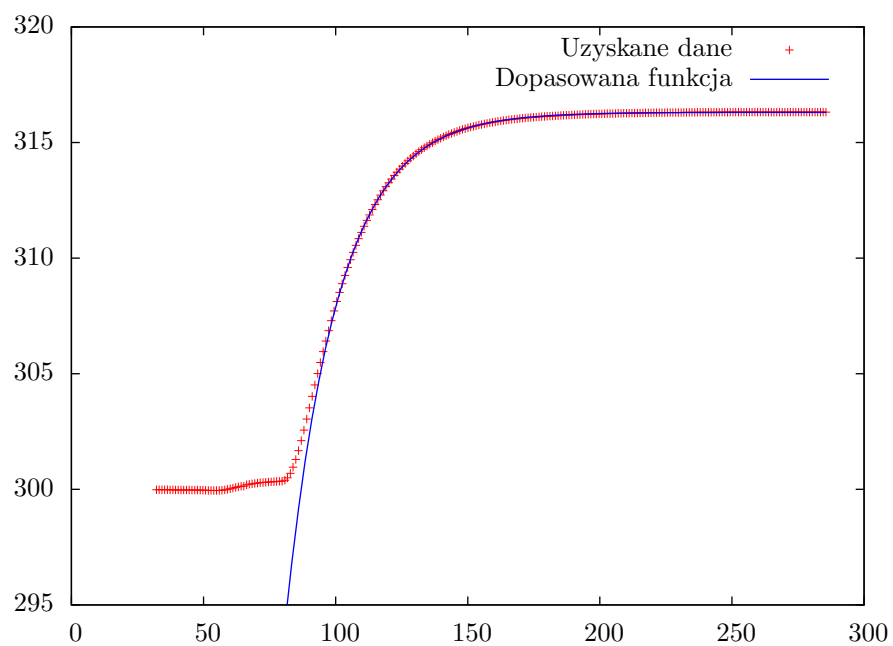
Próbka	Początek dopasowywania [s]	b [s ⁻¹]	Wyznaczone K [mm s ⁻¹]	K tabelaryczne [mm s ⁻¹]
Brązowy prostopadłościan	100,434	0,050494(73)	6,838(24)	8,59
Stal węglowa (prostopadł.)	100,361	0,034114(49)	4,0057(99)	9,55
Aluminiowy walec	4,659	0,09136(26)	88,2(6,5)	84,18
Krążek hokejowy (guma)	100,117	0,0050460(70)	0,27767(64)	0,089-0,13
Bukowa kulka	170,320	0,003742(14)	0,2524(11)	0,12-0,24

3 Podsumowanie

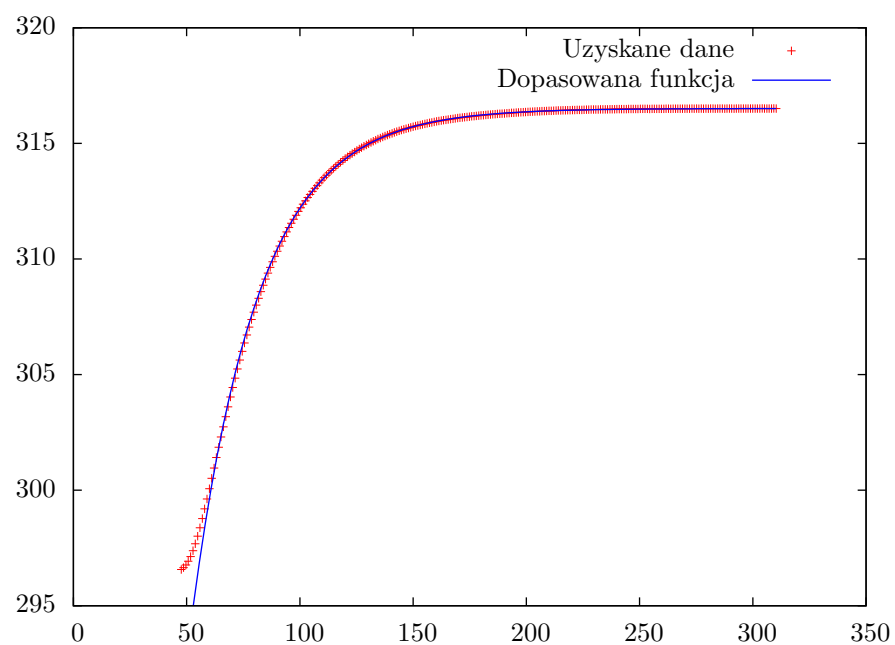
Z otrzymanych wyników zgodny z wartością tabelaryczną okazał się wynik dla aluminium. Mieści się on w zakresie niepewności pomiaru. Reszta wyników dla wybranych próbek niestety nie mieściła się w zakresie nawet rozszerzonej niepewności. Przyczynami tego faktu mogą być zarówno niepewności wynikające z niedoskonałości pomiarów, jak i z niedoskonałości materiałów. Niepewność wyznaczonego współczynnika przewodnictwa temperaturowego dla kulki może być spowodowana niedoskonałością kulki, tzn. była ona polakierowana, co ma znaczenie na otrzymany wynik. Krążek hokejowy najczęściej wykonany jest nie tylko z gumy, lecz z tworzyw sztucznych, co ma znaczący wpływ na odmiennosć wyniku od tabelarycznego współczynnika dla gumy. Odmiennosć wyników dla metali można wytłumaczyć nieczystością danego stopu. Na odmiennosć tą mogło też mieć wpływ nieuwzględnienia rozszerzalności cieplnej ciał.

Wyniki uzyskane dla większości próbek nie pokrywają się z wynikami tabelarycznymi. Może to być spowodowane niedoskonałością sprzętu badawczego oraz niewykrytymi popełnionymi błędami systematycznymi. Problemem mógł też być rodzaj materiału - próbki nie zawsze są czyste. Czasami zawierają domieszki, które nawet w niewielkich ilościach zmieniają właściwości fizyczne badanego materiału. Kolejną przyczyną odmiennosć wyników od tabelarycznych jest fakt, że nie uwzględniono rozszerzalności temperaturowej ciał, która ma wpływ na współczynnik przewodnictwa temperaturowego poprzez zmianę gęstości badanego ciała. Dane zaczerpnięte z tablic są podane dla temperatury 20 °C, natomiast próbki były ogrzewane w przedziale temperatur od 20 do 45 °C co mogło mieć wpływ na różnicę między wynikami otrzymanymi a tabelarycznymi.

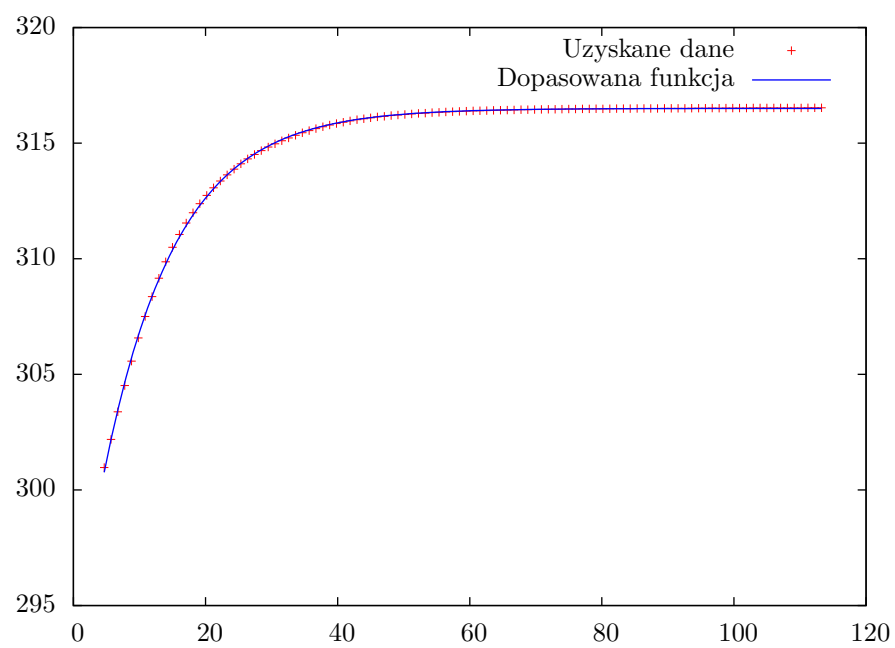
Aneks



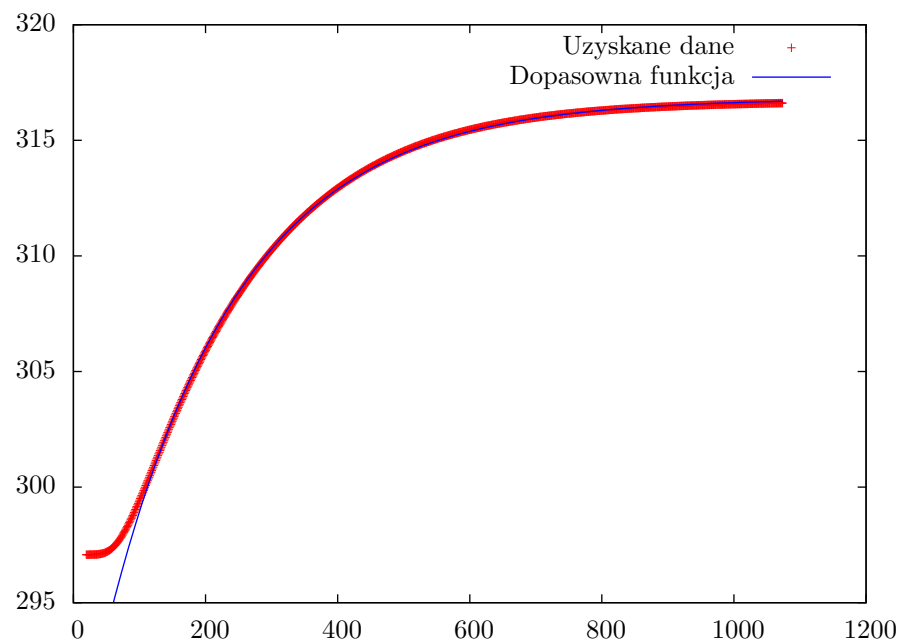
Rys. 1: Wyniki doświadczenia uzyskane dla prostopadłościanu wykonanego z brązu wraz z dopasowaną krzywą.



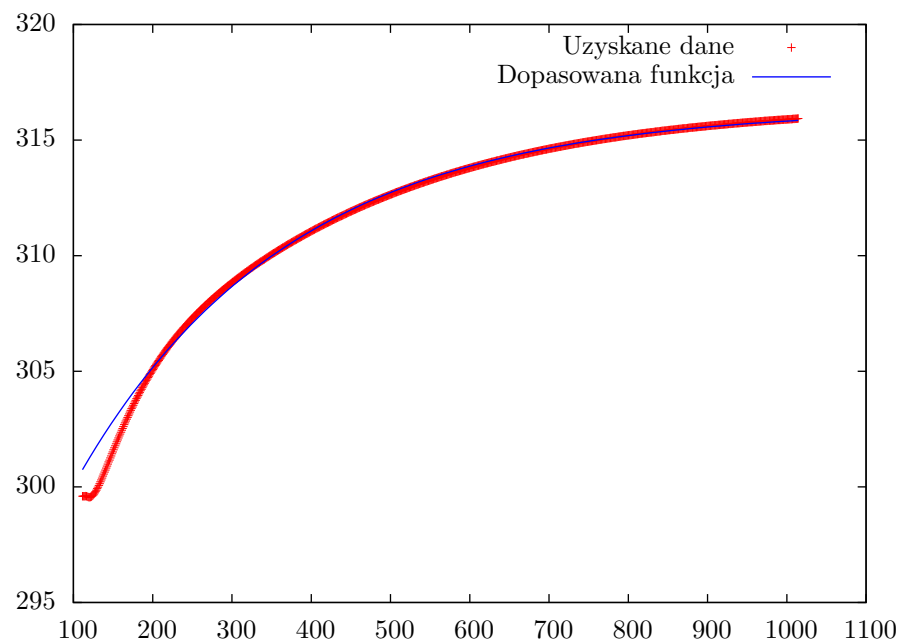
Rys. 2: Wyniki doświadczenia uzyskane dla prostopadłościanu stalowego wraz z dopasowaną krzywą.



Rys. 3: Wyniki doświadczenia uzyskane dla walca aluminiowego wraz z dopasowaną krzywą.



Rys. 4: Wyniki doświadczenia uzyskane dla krążka hokejowego wraz z dopasowaną krzywą.



Rys. 5: Wyniki doświadczenia uzyskane dla kulki drewnianej wraz z dopasowaną krzywą.