



**AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA
IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE**

Badanie krzywych chronometrycznych w kontekście hipotezy zegara

**Autor: Paweł Rzońca
Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej
Akademii Górniczo-Hutniczej
im. Stanisława Staszica w Krakowie**

**Promotor: dr hab. Łukasz Bratek
Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki
Politechniki Krakowskiej im. Tadeusza Kościuszki**

Plan prezentacji

- Czas własny, hipoteza zegara
- Fundamentalny rotator relatywistyczny
- Konstrukcja zegara
- Krzywa chronometryczna
- Otrzymane wyniki
- Podsumowanie

Czas własny, hipoteza zegara

- Przeniesienie czasu Newtonowskiego na grunt ogólnej teorii względności

$$T = \int \sqrt{\dot{x}_\mu \dot{x}^\mu} d\tau$$

- Zegar – układ zawierający oscylacje
- Hipoteza zegara – istnieją zegary idealne mierzące czas własny:
 - Sprawdzona dla $\alpha \sim 10^{19} m/s^2$
 - Analiza wymiarowa (dla elektronu)
 $m_e c^3 / \hbar \sim 10^{29} m/s^2$

Fundamentalny rotator relatywistyczny

- Rotator relatywistyczny to układ opisany przez położenie x i kierunek k oraz dwa parametry m i ℓ .
- Układ jest fundamentalny, jeżeli jego niezmienniki Casimira są parametrami
- Niezmienniki grupy Poincarégo

$$P_\mu P^\mu = m^2$$

$$W_\mu W^\mu = -\frac{1}{4}m^4 \ell^2$$

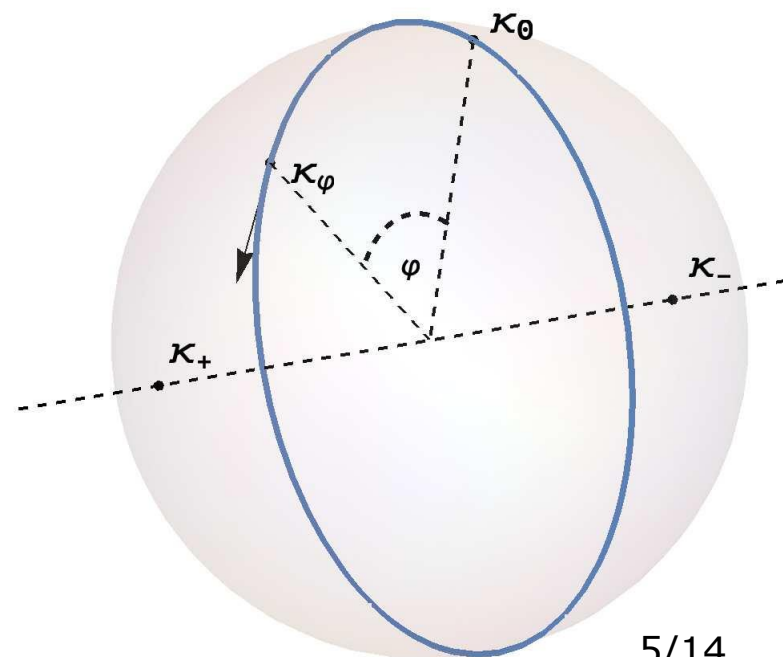
$$W_\mu = -\frac{1}{2}\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma}M^{\nu\rho}P^\sigma$$

A. Staruszkiewicz, "Fundamental relativistic rotator," Acta Phys. Pol. B Proc. Suppl., vol. 1, pp. 109–112, 2008.

Konstrukcja zegara

- Rozważamy czysty obrót eliptyczny
- Z wektorów P i W tworzymy kierunki zerowe k_+ i k_-
- Ruch wskazówki k badamy na sferze i porównujemy z k_0

- $$\varphi = i \operatorname{Ln} \left(\frac{\kappa - \kappa_+}{\kappa - \kappa_-} \cdot \frac{\kappa_0 - \kappa_-}{\kappa_0 - \kappa_+} \right)$$



Konstrukcja ogólnego Lagrangianu dla zegara – metoda Diraca

- Zakładamy odpowiednie więzy
- Konstruujemy Hamiltonian
- Używamy transformacji Legendre'a (TL)

$$\begin{aligned}\psi_1 &= k_\mu k^\mu = 0 \\ \psi_2 &= k_\mu \Pi^\mu = 0 \\ \psi_3 &= P_\mu P^\mu - m^2 = 0 \\ \psi_4 &= W_\mu W^\mu + \frac{1}{4}m^4 \ell^2 = 0\end{aligned}$$



$$H = \sum u_i \psi_i$$



$$u_i = u_i(\tau)$$

$$L = x_\mu P^\mu + k_\mu \Pi^\mu - H$$

Model Singularny

- Gdy TL ma maksymalny rząd:
 - $\dot{x}_\mu \dot{x}^\mu \neq 0$
 - Zasada Hamiltona nie determinuje ruchu
 - Faza zegara jest arbitralna
- Gdy TL ma niższy rząd:
 - $\dot{x}_\mu \dot{x}^\mu = 0$
 - Ruch zegara jest ustalony przez strukturę stożkową czasoprzestrzeni
 - Klasyczny odpowiednik zjawiska Zitterbewegung

Model Singularny

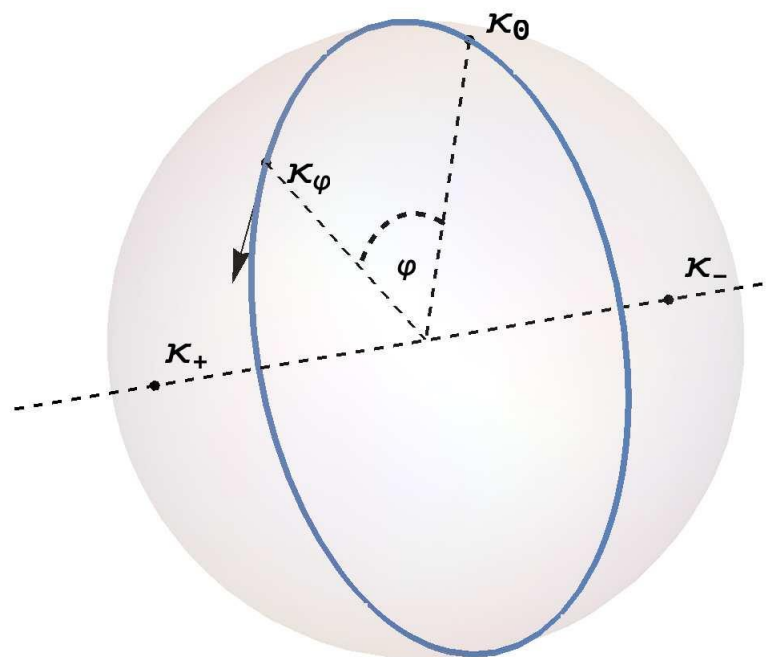
$$L = \frac{m\kappa}{2} \frac{\dot{x}_\mu \dot{x}^\mu}{k_\mu \dot{x}^\mu} + \frac{m}{4\kappa} \left(\ell^2 \frac{\dot{k}_\mu \dot{k}^\mu}{k_\mu \dot{x}^\mu} + k_\mu \dot{x}^\mu \right) + \lambda k_\mu k^\mu$$

- Gdy TL ma niższy rząd:
 - $\dot{x}_\mu \dot{x}^\mu = 0$
 - Ruch zegara jest ustalony przez strukturę stożkową czasoprzestrzeni
 - Klasyczny odpowiednik zjawiska Zitterbewegung

Krzywa chronometryczna

- Fazę definiujemy względem reperu lokalnie nierotującego $\{e, e_1, e_2, e_3\}$

$$\cos\varphi = k^\mu(e_1)_\mu / k^\nu(e)_\nu$$



Krzywa chronometryczna

- Fazę definiujemy względem reperu lokalnie nierotującego

$$\cos\varphi = k^\mu (e_1)_\mu / k^\nu (e)_\nu$$

- Konstruujemy krzywą na podstawie więzów uzyskanych z Lagrangianu zegara

$$\dot{k}^\mu \dot{k}_\mu / (k^\nu \dot{x}_\nu)^2 = -1$$

$$\dot{x} = ae + bk$$

- Dodatkowo: $A \perp e_3$

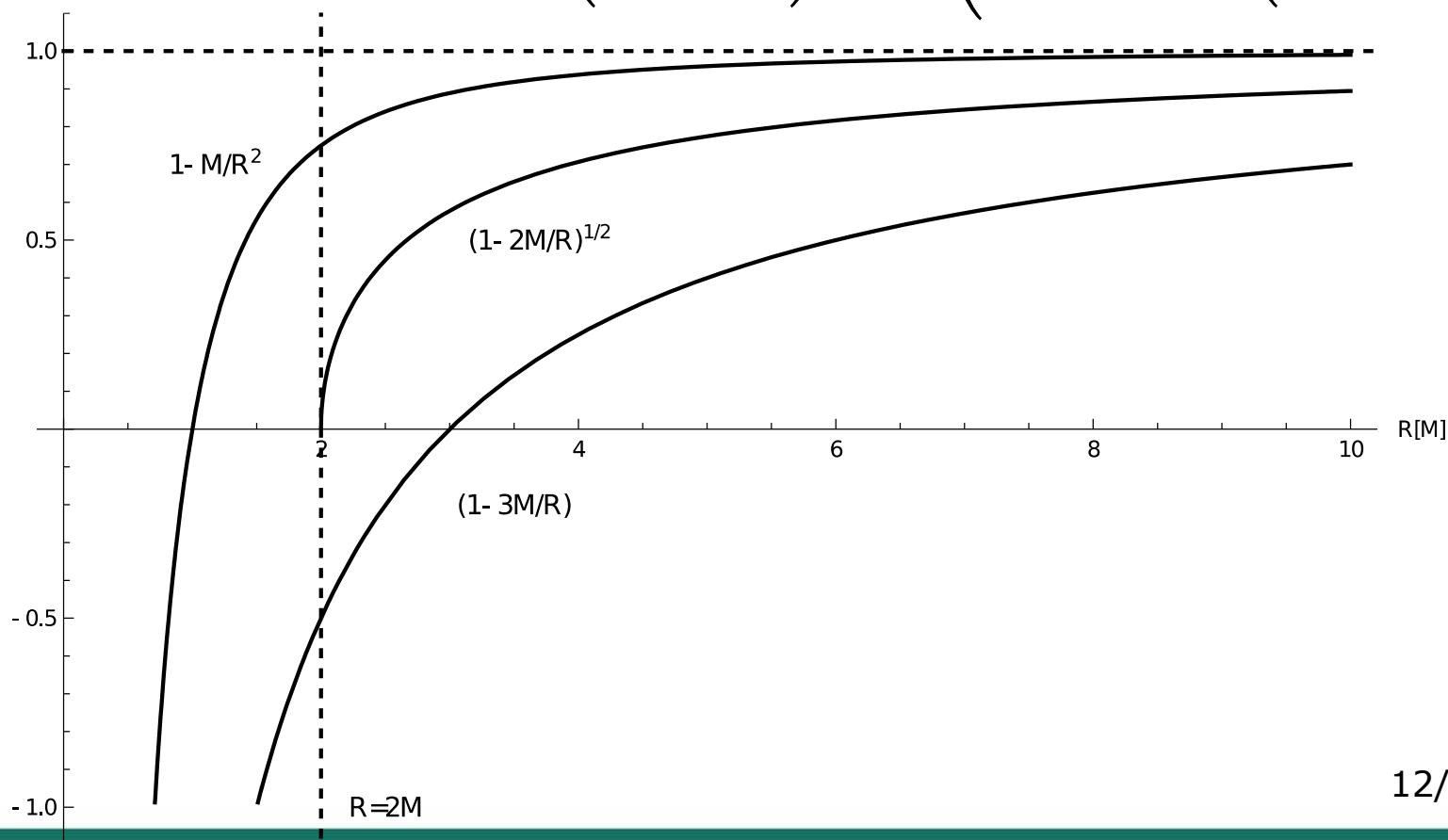
Wyniki

$$\dot{\varphi} = \pm \frac{2}{\ell} + \alpha \sin(\varphi - \chi)$$
$$\alpha = \sqrt{-AA}, \quad \cos \chi = \frac{Ae_1}{\alpha}$$

- Bez przyspieszeń: $\varphi = \pm \frac{2}{\ell} s$ ($\varphi(0) = 0$)
- Ruch hiperboliczny: $\varphi = \pm \frac{2}{\ell} s + C_1 \sin\left(\frac{2}{\ell} s\right) + O(\alpha^2)$
- Ruch po okręgu: $\varphi = \pm \frac{2}{\ell} s + C_2 \sin\left(\frac{2}{\ell} s - \omega \gamma^2 s\right) + O(\alpha^2)$
- $\alpha_c = 2/\ell \approx 8,244 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-1}$
- $\alpha_{maks} \approx 10^2 \text{ cm}^{-1}$

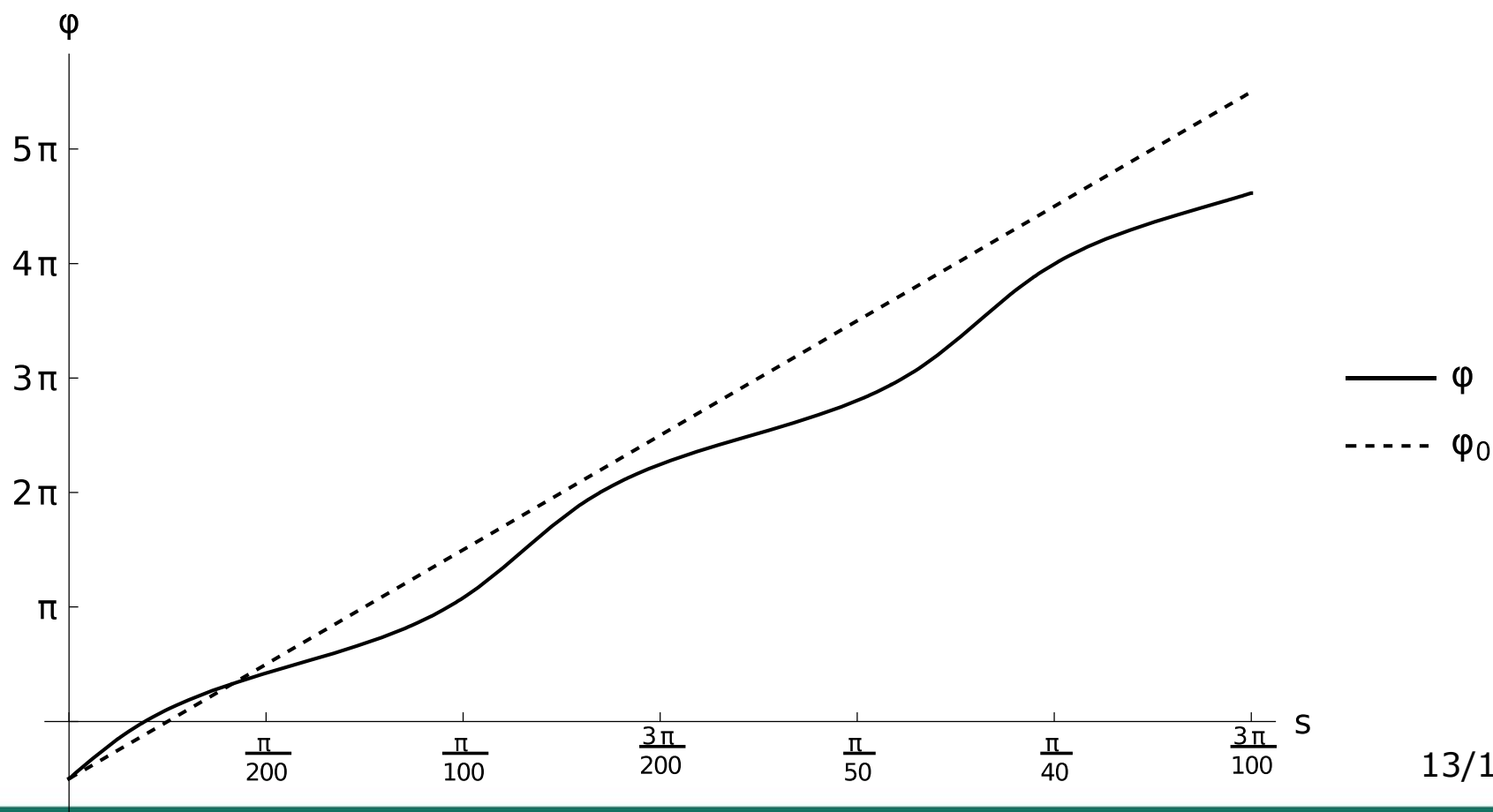
Wyniki – ruch po okręgu w polu grawitacyjnym

$$\dot{\varphi} = \pm \frac{2}{\ell} + \gamma^2 \left| R\omega^2 - \frac{M}{R^2} \right| \left(1 - \frac{2M}{R} \right)^{\frac{1}{2}} \sin \left(\varphi - \omega \gamma^2 s \left(1 - \frac{3M}{R} \right) \right)$$



Charakter zaburzenia

- $\alpha = 100, \ell = 0,01, \dot{\varphi} = \pm \frac{2}{\ell} + \alpha \sin(\varphi - \pi)$



Podsumowanie

- Fundamentalny rotator jest ustalony przez strukturę przestrzeni
- Hipoteza zegara może nie być spełniona na poziomie klasycznym
- Bardziej szczegółowe badanie wymaga rozwiązania równań ruchu zegara

Dziękuję bardzo za uwagę