# Załączniki

# A Dodatek matematyczny

## A.1 Równoważność dwóch postaci warunków na transport Fermiego-Walkera

Pokażemy, że następujące warinki są równoważne:

1.

$$\frac{\widetilde{\mathrm{D}}v}{\mathrm{d}s} := \frac{\mathrm{D}v}{\mathrm{d}s} + (v \cdot A)u - (v \cdot u)A = 0, \tag{1}$$

2.

$$\frac{\mathrm{d}(v \cdot u)}{\mathrm{d}s} = 0, \tag{2}$$

$$\left(\frac{\mathrm{D}(v_\perp)}{\mathrm{d}s}\right)_\perp = 0, \text{ gdzie } v_\perp = v - (v \cdot u)u \tag{3}$$

*Dowód.* 1. $\Longrightarrow$ 2.
Pierwszą z równości udowodnimy mnożąc skalarnie obustronnie równość 1. przez $u$

$$0 = \frac{\mathrm{D}v}{\mathrm{d}s} \cdot u + (v \cdot A)(u \cdot u) - (v \cdot u)(A \cdot u) = \frac{\mathrm{D}v}{\mathrm{d}s} \cdot u + v \cdot \frac{\mathrm{D}u}{\mathrm{d}s} = \frac{\mathrm{d}(v \cdot u)}{\mathrm{d}s} \tag{4}$$

Teraz pakżemy drugą równość

$$\frac{\mathrm{D}(v)_\perp}{\mathrm{d}s} = \frac{\mathrm{D}v}{\mathrm{d}s} - \frac{\mathrm{D}u}{\mathrm{d}s}(v \cdot u) - \frac{\mathrm{d}(v \cdot u)}{\mathrm{d}s}u = \frac{\mathrm{D}v}{\mathrm{d}s} - A(v \cdot u) \overset{1.}{=} -(v \cdot A)u, \tag{5}$$

$$\left(\frac{\mathrm{D}(v)_\perp}{\mathrm{d}s}\right)_\perp = -(v \cdot A)u + (v \cdot A)(u \cdot u)u = 0. \tag{6}$$

2. $\Longrightarrow$ 1.
Z pierwszej równości w 2. mamy

$$\frac{\mathrm{D}(v)_\perp}{\mathrm{d}s} = \frac{\mathrm{D}v}{\mathrm{d}s} - \frac{\mathrm{d}(v \cdot u)}{\mathrm{d}s} - A(v \cdot u) = \frac{\mathrm{D}v}{\mathrm{d}s} - A(v \cdot u) \tag{7}$$

oraz

$$\frac{\mathrm{D}v}{\mathrm{d}s} \cdot u = -\frac{\mathrm{D}u}{\mathrm{d}s} \cdot v. \tag{8}$$

Teraz rozpisujemy drugą równość w 2.

$$0 = \left(\frac{\mathrm{D}(v_\perp)}{\mathrm{d}s}\right)_\perp = \frac{\mathrm{D}(v_\perp)}{\mathrm{d}s} - \left(\frac{\mathrm{D}(v_\perp)}{\mathrm{d}s} \cdot u\right) u \overset{(7)}{=} \tag{9}$$

$$\overset{(7)}{=} \frac{\mathrm{D}v}{\mathrm{d}s} - (v \cdot u)A + \left(\left(\frac{\mathrm{D}v}{\mathrm{d}s} - (v \cdot u)A\right) \cdot u\right) u \overset{(8)}{=} \frac{\mathrm{D}v}{\mathrm{d}s} - (v \cdot u)A + (v \cdot A)u = \frac{\widetilde{\mathrm{D}}v}{\mathrm{d}s}. \tag{10}$$

□

# Literatura