Señales Y Sistemas

Luis Eduardo Galindo Amaya

16 de febrero de 2022

Índice

1. Definiciones

1.1. Señal

Una señal una representación matemática de un fenómeno físico (en su mayoría) que se puede medir, y esta en función de una o mas variables independientes (generalmente tiempo o el espacio).

1.1.1. Señales En Fenómenos Físicos

Corresponden a los fenómenos de podemos medir con una escala:

- Voltaje, Intensidad eléctrica, Resistencia
- Presión atmosférica, Temperatura, Caudal
- Distancia, Velocidad, Aceleración

1.1.2. Señales No Físicas

Por otro lado las señales no físicas corresponden a las señales que no las podemos medir pero que sabemos que son dependientes de múltiples variables, por lo que se puede representar matemáticamente:

- Paridad peso-dolar
- valor del bitcoin
- Inflación

1.1.3. Ejemplos de <u>NO</u> Señales

En estos casos a pesar de que podemos entender estos conceptos, no es posible describirlos matemáticamente por lo tanto no podemos mostrarlos como señales:

- Sentimientos
- Respeto
- Libertad

1.2. Sistema

Un sistema es una representación matemática de una entidad que ante el estimula de una o varias magnitudes (señales de entrada) ofrece como respuesta otras magnitudes (señales de salida).

```
           Señal de   +---------+  Señal de
Exitacion ----------> | Sistema | ----------> Respuesta
           Entrada    +---------+  Salida
```

1.3. Señales o sistemas Deterministicos

Se refiere a que puede ser especificada completamente para cualquier instante de tiempo mediante funciones o sistemas de ecuaciones.

1.4. Señales O Sistemas Estocásticos

Se refiere a que toma valores aleatorios y solo se puede caracterizar estadísticamente.

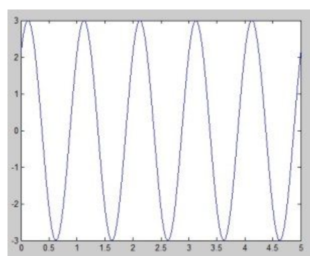
Las señales y sistemas en condiciones de operación real se consideran estocásticas

Figura 1: Señal + Ruido = Señal Estocastica.

2. Clasificación De Señales

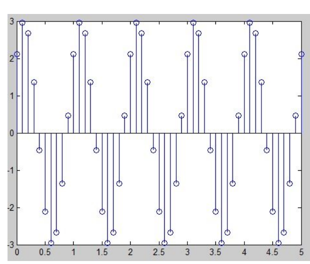
2.1. Señal Continua

Si la variable independiente puede tomar cualquier valor real decimos que la señal es continua y la denotamos como $x(n)$. (0.5,0.7,1,...)



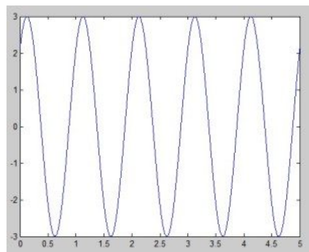
2.2. Señal Discreta

Sí la variable independiente puede tomar solo algunos valores reales decimos que la señal es discreta y la denotamos como $x[n]$. (0,1,2,3,4...)



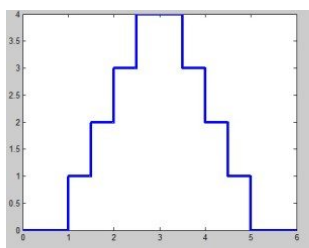
2.3. Señal Análoga

Si la variable dependiente puede tomar un valor de un conjunto infinito de valores decimos que es análoga y la denotamos como $x(n)$.



2.4. Señal Digital

Si la variable dependiente puede tomar un valor de un conjunto infinito de valores decimos que es digital $X(n)$



2.5. Combinacionse de señales

Una señal puede ser análoga discreta, continua digital, análoga continua o discreta digital. Una señal No puede ser análoga digital o continua discreta.

a(b)	Análoga Continua
a[b]	Análoga Discreta
A(b)	Continua Digital
A[b]	Discreta Digital

Cuando la variable independiente es el tiempo se dice que la señal es en tiempo continuo o tiempo discreto.

x(L)	Señal Análoga En Tiempo Continuo
X[L]	Señal Digital En Tiempo Discreto

2.6. Señal Periodica O Aperiodica

Una señal es periodica si los valores que toma se repiten de forma ciclica. Matematicamente podemos expresarlo de la siguiente forma: una señal $x(t)$ (o $x[n]$) es periodica con periodo 'T' (o 'N') sí existe un valor de 'T' (o 'N') para el que se cumpla:

$$x(t) = x(t + T) \ \forall \ t$$
$$(x[n] = x[n + N] \vee n)$$

El menot valor de 'T' (o 'N') para el que se cumple esta condición se denomina Periodo Fundamental y se denota como 'T_0' (o 'N_0'). La relación entre el periodo y la frecuencia 'f' se da por la ecuación: $f = \frac{1}{T}$ en Hz, o $2\pi f = \frac{2\pi}{t}$ en rad/s. [1]

Por ultimo se dice que una señal es Aperiódica cuando no tiene periodo.

2.7. Señal Real O Compleja

Una señal sí toma valores del cuerpo de los números reales $\mathbb{R}$. Sí toma valores del cuerpo de los números complejos $\mathbb{C}$. se considera compleja.

Salvo que se especifique lo contrario, siempre que nos refiramos a una señal sin especificar si es real o compleja entenderemos que es una señal real.

Para trabajar con señales complejas, es requisito saber usar los números complejos. A continuacion la definición matematica de un numero complejo[2]:

$$\begin{aligned} x(t) &= Re\{x(t)\} + j \ Jm\{x(t)\} \\ &= \frac{x(t) + x^*(t)}{2} + j\frac{x(t) - x^*(t)}{2j} \end{aligned}$$

[1] Estos conceptos los explica muy bien Quantum Fracture: `https://youtu.be/rKf92Vgx2ag`

[2] la operacion x^* se refiere al conjugado, del complejo.

2.8. Señal Par O Impar

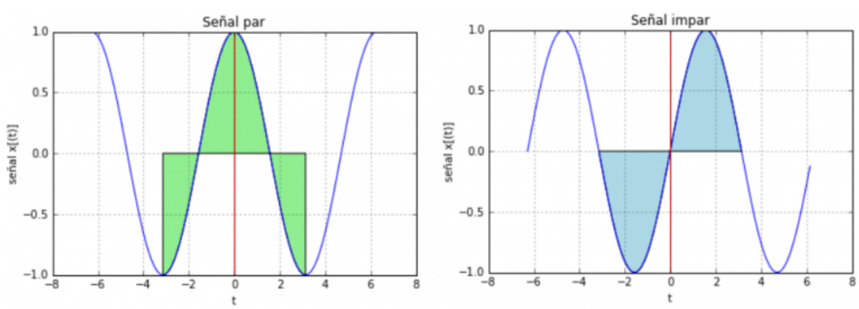
una señal x(t) o x[n] es **par** si se 'refleja' en el eje vertical u ordenadas

$$x(t) = x(-t)$$
$$x[n] = x[-n]$$

La señal tiene los mismos valores para el lado positivo o negativo |t| o |n|. Una señal $x(t)$ o $x[n]$ es **impar** si se cumple:

$$x(t) = -x(-t)$$
$$x[n] = -x[-n]$$

Una señal impar debe de ser necesariamente 0 para 't=0' o 'n=0'.



3. Clasificación de Sistemas

`https://youtu.be/v67k5LL2ZUQ`

3.1. Con Memoria O Sin Memoria

Un sistema no tine memoria cuando la salida en un determinado instante no depende de la entrada. Se dice que el sistema tiene memoria cuando incumple esta propiedad.

3.1.1. Ejemplo Sin memoria

```
        +-----------------+
x(t) -> | y(t) = [x(t)]^2 | -> y(t)
        +-----------------+
```

t	x	$y=x^2$	y
0	3	$(3)^2$	9
1	5	$(5)^2$	25
2	2	$(2)^2$	4
3	4	$(4)^2$	16
4	1	$(1)^2$	1
5	0	$(0)^2$	0
6	3	$(3)^2$	9

3.2. Causal O No Causal

Se dice que un sistema es **causal** cuando la salida en un determinado instante **No** depende de valores futuros de la entrada. Se dice que el sistema es no causal cuando incumple esta propiedad.

Cuando la variable independiente de las señales es el tiempo todos los sistemas fisicamente realizables son Causales.

3.2.1. Ejemplo Causal

```
        +---------------+
x(t) -> | y(t) - x(t-1) | -> y(t)
        +---------------+
```

t	x	$y=x_t - x_{t-1}$	y
0	2	(2) - (*null*)	*null*
1	4	(4) - (2)	2
2	6	(6) - (4)	2
3	5	(5) - (6)	-1
4	3	(3) - (5)	-2
5	1	(1) - (3)	-2
6	0	(0) - (1)	-1

3.2.2. Ejemplo No Causal

```
        +----------------------+
x[t] -> | y[n] = x[n] - x[n+1] | -> y[n]
        +----------------------+
```

n	x	y=x_n-x_{n-1}	y
0	2	(2) - (4)	-2
1	4	(4) - (6)	-2
2	6	(6) - (5)	1
3	5	(5) - (3)	2
4	3	(3) - (1)	2
5	1	(1) - (0)	1
6	0	(0) - (*???*)	*???*

3.3. TODO Invertible O No Invertible

Se dice que un sistema es invertible cuando siempre es posible recuperar la entrada al sistema conociendo la salida. Se dice que el sistema es no es invertible cuando incumple esta propiedad.

3.3.1. Ejemplo invertible

t	x	y=x_{t-1}		t	y	x=y_{t-1}
0	2	*null*		0	*null*	2
1	4	2		1	2	4
2	6	4		2	4	6
3	5	6		3	6	5
4	3	5		4	5	3
5	1	3		5	3	1
6	0	1		6	1	?

3.3.2. Ejemplo no invertible

n	x	y=x^2		n	y	$x = \sqrt{y}$
0	-3	9		0	9	± 3
1	-2	4		1	4	± 2
2	-1	1		2	1	± 1
3	0	0		3	0	0
4	1	1		4	1	± 1
5	2	4		5	4	± 2
6	3	9		6	9	± 3

3.4. TODO Estable O Inestable

Aunque existen diversos criterios de estabilidad, el más utilizado en el estudio de sistemas es el denominado .entrada acotada, salida acotada"("bounded Input Bounded output.o **BIBO**). Este criterio establese si para cualquier entrada acotada la salida está acotada.

3.5. TODO Lineal O No Lineal

Un sistema es lineal si cumple con las pripiedades de aditividad y homogeneidad. Si no cumple ambas condici, el sistema no es lineal.

Aditividad $\rightarrow f(x+y) = f(x) + f(y)$

Homogeneidad $\rightarrow f(ax) = af(x)$

`https://youtu.be/v67k5LL2ZUQ?t=1074`

3.6. Variante O Invariante En El Tiempo

Un sistema es invariante en el tiempo si el comportamiento del sistema no depende del instante en el que se le aplique la exitación, caso contrario el sistema es variante en el tiempo.

`https://youtu.be/v67k5LL2ZUQ?t=1774`

4. Señales de Interés

4.1. Definición

Es una señal teorica utilizada en el estudio de señales y sistemas. Aunque casi no se encuentran en la realidad, su conocimiento y estudio en lo teorico resulta muy util.

4.2. TODO Pulso unitario

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & \forall t = 0 \\ 0 & \forall t \neq 0 \end{cases}$$

La función delta de Dirac $\delta(t)$, tambien conocida como funcion impulso se emplea para modelar fenomenos fisicos en un tiempo continuo de corta duracion.

Importante: Aunque la amplitud es infinita, su área es igual a 1.

4.3. TODO Impulso Unitario

$$\delta[n] = \begin{cases} 1 & \text{sí } n = 0 \\ 0 & \text{sí } n \neq 0 \end{cases}$$

La función delta de Kronecker, $\delta[n]$, Es el equivalente en tiempo discreto de la delta de Dirac.

n	$\delta[n]$
-2	0
-1	0
0	1
1	0
2	0

4.4. TODO Escalón Unitario

$$u(t) = \begin{cases} 1 & \forall t \geq 0 \\ 0 & \forall t < 0 \end{cases} \qquad u[n] = \begin{cases} 1 & \forall n \geq 0 \\ 0 & \forall n < 0 \end{cases}$$

El escalón unitrio simbolia pasae de un estado de interés relevante, simboliza pasar de un estado apagado o inactivo (0) a un estado activo o encendido.

Importante: En el tiempo discreto hay espacios donde el escalón unitario no tiene valor.

4.5. TODO Rampa Unitaria

$$tu(t) = \begin{cases} t & \forall t \geq 0 \\ 0 & \forall t < 0 \end{cases} \qquad nu[n] = \begin{cases} n & \forall n \geq 0 \\ 0 & \forall n < 0 \end{cases}$$

La rampa simboliza pasar de un estado inactivo (0) a un estado activo paulatinamente (t) o [n].

Importante: En el tiempo discreto hay espacios donde la rampa unitaria no tiene valor.

4.6. TODO Potencia unitaria

$$t^a u(t) = \begin{cases} t^a & \forall t \geq 0 \\ 0 & \forall t < 0 \end{cases} \qquad n^a u[n] = \begin{cases} n^a & \forall n \geq 0 \\ 0 & \forall n < 0 \end{cases}$$

Para representar señales de grado n, contamos con la potencia unitaria. esta señal contempla valores enteros de 'a' mayores 1. Por lo general se considera como un caso practico $a = 2$.

Importante: En el tiempo discreto hay espacios donde la potencia no tiene valor.

4.7. TODO Senoide Unitaria

$$\sin(t)u(t) = \begin{cases} \sin(t) & \forall t \geq 0 \\ 0 & \forall t < 0 \end{cases} \qquad \sin[n]u[n] = \begin{cases} \sin[n] & \forall n \geq 0 \\ 0 & \forall n < 0 \end{cases}$$

Para representar señal del tipo senoide, se utiliza su representación matemática seguida del escalón unnitario.

Importante: En el tiempo discreto hay espacios donde el senoide unitario no tiene valor.

5. Operaciones con señales

5.1. Descripción

Debido a que una señal es una representación matemática de un fenómeno, existe un conjunto de operaciones disponibles para realizar entre señales de ser necesario.

5.2. Suma y Resta

Sede	Max cites	H-index
Chile	257.72	21.39
Leeds	165.77	19.68
Sao Paolo	71.00	11.50
Stockholm	134.19	14.33
Morelia	257.56	17.67