Indeterminaciones Comunes

$$\frac{\infty}{\infty} \quad \frac{0}{0} \quad 0\cdot\infty \quad 0^0 \quad \infty^0 \quad 1^\infty \quad \infty-\infty$$

Propiedades de los limites

$$\lim f(x) \pm g(x) = \lim f(x) \pm \lim g(x)$$

$$\lim (f(x) \cdot g(x)) = \lim f(x) \cdot \lim g(x)$$

$$\lim \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim f(x)}{\lim g(x)} \text{ sí } x \neq 0$$

Derivación Numérica Hacia Adelante

$$f'(x) = \frac{f(x+h)-f(x-h)}{2h}$$

$$f''(x) = \frac{f(x+h)-2f(x)+f(x-h)}{h^2}$$

$$f^{iii}(x) = \frac{f(x+2h)-2f(x+h)+2f(x-h)-f(x-2h)}{2h^3}$$

$$f^{iv}(x) = \frac{f(x+2h)-4*f(x+h)+6f(x)-4f(x-2h)}{h^4}$$

Valor recomendado para Aproximación

$$h = 2^{-8}$$

Definición la Derivada o Pendiente

$$f(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

Autor: Luis E. Galindo Amaya
egalindo54@uabc.edu.mx

Taller de Impresión:
@libros.y.zines.corrientes

Fecha:
24 de julio de 2022

Regla de l'Hôpital

Repetir hasta encontrar limites que se puedan resolver

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} \to \lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Funciona para limites:

$$\frac{f(x)}{g(x)} \to \frac{0}{0} \qquad \frac{f(x)}{g(x)} \to \frac{\infty}{\infty}$$

Notación Calculo Diferencial

Funciones de ‘x’ puede ser ‘u(x)’, ‘y(x)’ u ‘w(x)’	u, v, w
Valor constante	k

Funciones Simples

Función	Derivada	Función	Derivada
k	0	$u \cdot v$	$u' \cdot v + u \cdot v'$
x	1	$u \pm y \pm w$	$u' \pm y' \pm w'$
$\frac{u}{v}$	$\frac{u' \cdot v + u \cdot v'}{v^2}$	$\ln_k(u)$	$\frac{u'}{\ln(k) x}$
e^u	$u' \cdot e^u$	k^u	$\ln(k) \cdot k^u \cdot u'$

Funciones Trigonométricas

Función	Derivada	Función	Derivada
$\operatorname{sen}(u)$	$u' \cdot \cos(u)$	$\cot(u)$	$-u' \cdot \csc^2(u)$
$\cos(u)$	$-u' \cdot \operatorname{sen}(u)$	$\sec(u)$	$u' \cdot \sec(u) \cdot \tan(u)$
$\tan(u)$	$u' \cdot \sec^2(u)$	$\csc(u)$	$-u' \cdot \csc(u) \cdot \cot(u)$

Funciones Trigonométricas Inversas

Función	Derivada	Función	Derivada
$\operatorname{arcsen}(u)$	$\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$	$\operatorname{arcsec}(u)$	$\frac{u'}{u \cdot \sqrt{u^2-1}}$
$\arccos(u)$	$\frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}$	$\arccos(u)$	$\frac{-u'}{u \cdot \sqrt{u^2-1}}$
$\arctan(u)$	$\frac{-u'}{1+u^2}$	$\operatorname{arccot}(u)$	$\frac{u'}{1+u^2}$

Funciones Hiperbólicas

Función	Derivada	Función	Derivada
$\operatorname{senh}(u)$	$u' \cdot \cosh(u)$	$\coth(u)$	$-\operatorname{csch}^2(u)$
$\cosh(u)$	$u' \cdot \operatorname{senh}(u)$	$\operatorname{sech}(u)$	$-u' \cdot \operatorname{sech}(u) \cdot \tanh(u)$
$\tanh(u)$	$u' \cdot \operatorname{sech}^2(u)$	$\operatorname{csch}(u)$	$-u \cdot \coth(u) \cdot \operatorname{csch}(u)$

Reglas de Derivación

Suma o resta de dos funciones	$[f(x) \pm g(x)]' = f'(x) \pm g(x)$
Multiplicación escalar	$[k \cdot f(x)]' = k \cdot f'(x)$
Producto de dos funciones	$[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + g'(x) \cdot f(x)$
Cociente de dos funciones	$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) + g'(x) \cdot f(x)}{g(x)^2}$
Regla de la cadena	$[f(g(x))]' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$
Derivada logarítmica	$\left(f(x)^{u(x)}\right)' = f(x)^{g(x)} \cdot [\ln(f(x)) \cdot g(x)]'$

Traslaciones

Mover hacia arriba	$y = f(x) + c$
Mover hacia abajo	$y = f(x) - c$
Rotar eje x	$y = -f(x)$
Rota eje y	$y = f(-x)$
Mover a la derecha	$y = f(x - c)$
Mover a la izquierda	$y = f(x + c)$
Estirar verticalmente (compresión horizontal)	$y = c \cdot f(x)$ si $c > 1$
Estirar horizontalmente (compresión vertical)	$y = c \cdot f(x)$ si $c < 1$

Puntos Máximos y Mínimos

$f(x) = x^3 - 3x + 2$	
Derivar la función	$f(x) = x^3 - 3x + 2 \rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3$
Encontrar las raíces	$f'(x) = 3x^2 - 3 \rightarrow x = \pm\sqrt{1}$
Calcular la segunda derivada	$f'(x) = 3x^2 - 3 \rightarrow f''(x) = 6x$
Evaluar las raíces en la segunda derivada	$f''(x) = 6x \rightarrow 6(1)$ y $6(-1)$
Si el valor es mayor o igual a ‘0’ entonces es un mínimo, si el valor es menor a ‘0’ es un máximo por ultimo si el valor es igual a ‘0’ entonces es un mínimo absoluto.	$6(1)$: Este es un mínimo $6(-1)$: Este es un máximo

Puntos de Inflexión

$f(x)=x^3-18$	
Calcular la segunda derivada	$f(x)=9x^2-18 \rightarrow f''(x)=18x$
Encontrar las raíces, este sera nuestro punto de interés	$18x=0 \rightarrow x=0$
Evaluar los valores adyacentes para identificar si son crecientes o decrecientes	$f''(x)=18x$ $18(-0.1)=1.8$ $18(0.1)=-1.8$
Si nuestro valor se encuentra entre un valor creciente y otro decreciente entonces es un punto de inflexión	-1.8 | Punto de interés 0 | 1.8

Concavidad

$f(x)=x^3-5x^2+2x-3$	
Obtener la segunda derivada	$f''(x)=6x-10$
Hacer las diferenciaciones	$6x-10 > 0$ | $6x-10 < 0$ $x > \frac{5}{3}$ | $x < \frac{5}{3}$
Si el resultado es mayor a cero la función es cóncava hacia arriba, si es menor a cero es cóncava hacia abajo	Cóncava hacia arriba en: $x>\frac{5}{3}$ Cóncava hacia abajo en: $x<\frac{5}{3}$

Derivadas Parciales

Si la función no es dependiente de la variable de derivación se trata como una constate, una única función puede tener múltiples derivadas dependiendo la variable de derivación:

$$\frac{\partial}{\partial x} x^2+2y+y \rightarrow 2x+2xy+0 \qquad \frac{\partial}{\partial y} x^2+2xy+y \rightarrow 2x+1$$

Circulo Unitario

El círculo unitario es un círculo de radio 1 con centro en el origen, esto es, el punto (0,0) y su ecuación es $x^2+y^2=1$, podemos convertirlo en una función simplemente despejando la variable de nuestro interés $y=\sqrt{1-x^2}$.