

Ecuaciones Diferenciales

Apuntes

Galindo

[2021-08-19 jue]

TODO list:

- ☐ Propiedades de transformada de laplace

Contents

1	Definicion	1
2	Variables dependientes e independientes	2
3	Orden de una ecuacion	2
4	Campos de pendientes o direcciones	3
5	Transformada de Laplace	3
6	Propiedades de laplace	3
7	Aplicaciones de transformada de laplace	3

1 Definicion

Una ecuacion diferencial, es una ecuacion donde la incognita es una funcion y que contiene una derivada de una o mas variables dependientes con respecto a dos o mas variables independientemente.

2 Variables dependientes e independientes

Variable dependiente Es aquella cuyos valores dependen de los que tomen otra variable. Usualmente se suele representar como **y** en el eje de las ordenadas.

Variable independiente Un símbolo que representa una entrada de datos arbitraria se denomina variable independiente,

En esta ecuacion diferencial podemos saber cual es la variable independiente con solo mirar el denominador, en este caso x , entonces como x es independiente y es la variable independiente¹.

$$\frac{dy}{dx} = 0.2 \cdot x \cdot y$$

Más informacion

3 Orden de una ecuacion

Se dice que una ecuacion es del grado de su derivada mas alta²

Ecuaciones de primer orden:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}xy$$

$$(y')^2 + xy' - y = 0$$

Mientras mas comillas tiene una derivada eso significa que es de mayor grado:

Ecuaciones de segundo orden:

$$y'' + a(x)y' + b(x)y = f(x)$$

$$y'' + \frac{a(x)}{a_0(x)}y' + \frac{b(x)}{a_0(x)}y = 0$$

¹recuerda que $\frac{dy}{dx} = y'$.

²Ojo, el exponente en la ecuacion no afecta el grado de la derivada.

4 Campos de pendientes o direcciones

Un campo de pendientes es un tipo de grafico que funciona como una solucion grafica para ecuaciones diferenciales de primer orden.

Para dibujar un campo de pendientes solo tenemos que evaluar la funcion en cada punto, Si el numero resultante es positivo dibujamos una linea en diagonal hacia abajo pero si la linea es negativa dibujamos una linea diagonal hacia arriba .

Video | Graficador

5 Transformada de Laplace

En matemáticas, la transformada de Laplace es una transformada integral que convierte una función de variable real $\{t\}$ (normalmente el tiempo) a una función de variable compleja $\{s\}$.

Para resolver una transformada de laplace susituimos $f(t)$ con nuestra funcion en base a t:

$$L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-s \cdot t} f(t) dt$$

Fuente | Formulario | formulario completo

6 Propiedades de laplace

<https://www.uv.mx/personal/aherrera/files/2014/04/18.-PROPIEDADES-DE-LA-TRANSFORMADA-D.pdf>

7 Aplicaciones de transformada de laplace

Raramente te van a pedir que desarrolles las integrales para llegar a una transformada, por lo general simplemente usamos sus aplicaciones, las aplicaciones de transformada de Laplace simplemente son sustituciones de funciones comunes, En el formulario puedes encontrar la mayoría de sustituciones.

$$\begin{aligned} f(t) &= 2t^4 \\ \mathcal{L}\{f(t)\} &= 2\mathcal{L}\{t^4\} \\ &= 2 \frac{4!}{s^{4+1}} \\ &= \frac{24}{s^5} \end{aligned}$$

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \frac{24}{s^5}$$

Como se ve en el ejemplo, simplemente tenemos que desarrollar la expresion y aplicar la formula que se nos indica.