

$$(1) \quad L_0 = 2, \quad L_1 = 1, \quad L_n = L_{n-1} + L_{n-2} \quad \forall n \geq 2$$

a)	index	L_n	F_n
	0	2	0
	1	1	1
	2	3	1
	3	4	2
	4	7	3
	5	71	5
	6	18	8
	7	29	13
	8	47	21
	9	76	31
	10	123	55
	11	199	89
	12	322	144
	13	521	233
	14	843	377
	15	1364	610

ג' ע"ב / אלול ו'תק"ל סדרה גמלי"א ו' ע"ב

ש"ס	למנוחה	ח	למנוחה	ל	למנוחה	למנוחה	למנוחה
-----	--------	---	--------	---	--------	--------	--------

א.ה.כ"ט	$n+1$ - $n-1$	הסלדו - בלע וסמל	הסלדו - בלע וסמל
---------	---------------	------------------	------------------

$$L_n = f_{n-1} + f_{n+1} \quad \forall n \geq 1$$

b)

N	Representation
1	L_1
2	L_0
3	L_2
4	L_3
5	$L_3 + L_1$
6	$L_3 + L_0$
7	L_4
8	$L_4 + L_1$
9	$L_4 + L_0$
10	$L_1 + L_2$
11	L_5
12	$L_5 + L_1$
13	$L_5 + L_0$
14	$L_5 + L_2$
15	$L_5 + L_3$
16	$L_5 + L_3 + L_1$
17	$L_5 + L_3 + L_0$
18	L_6
19	$L_6 + L_1$
20	$L_6 + L_0$

(c) נניח שהמשפט נכון עבור N .

בבסיס: עבור $N=1$ מתקיים $N = 1 \cdot L_1$

י"א: $N \in \mathbb{N}^+$

הנחת האינדוקציה: נניח כי עבור $N' \in \mathbb{N}^+$ נקבל $N' < N$ קיים ייצוג יחיד.

נניח $L_k \in N$ נבחר את L_k האחרון והלואו ביותר בסדרה, נקבל $L_k \in N$

אם $N = L_k$ אזי סיימנו את ההוכחה.

אחרת, אם $L_k < N$ נקבל $0 < N - L_k < N$

לפי הנדסה $N - L_k$ יש ייצוג יחיד, נכתוב

$$N - L_k = \sum_{i=0}^1 \alpha_i L_i$$

$$N = (N - L_k) + L_k = \sum_{i=0}^1 \alpha_i L_i + L_k \quad \text{נסיים}$$

(d) הניחו שיש ייצוג יחיד.

לדוגמה, עבור $N=5$ נקבל $5 = 1 \cdot L_1 + 0 \cdot L_0$

$$N = 5 = L_1 + L_0$$

עם זאת, מתקיים:

$$N = 5 = L_2 + L_0$$

2)

(a) נניח כי יש לנו גרף היררכי (ריכוזי) K ריכוזי.

אנחנו רוצים לבנות n צמתים.

$$T(n) = 3T\left(\frac{n}{2}\right) + O(n)$$

נניח $a=3, b=2, k=1$

$$a > b^k \Rightarrow T(n) = \Theta(n^{\log_b a}) = \Theta(n^{\log_2 3})$$

5

$$X = 12, Y = 11$$

1111 1111 (<

$$X_B = 1100 \quad Y_B = 1011$$

1) $a = 11, b = 00, c = 10, d = 11, n = 4$

① $A_1 = \text{mult}(11, 10) = 0110$

② $A_2 = \text{mult}(00, 11) = 0$

③ $A_3 = \text{mult}\left(\begin{pmatrix} 11 \\ 00 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 10 \\ 11 \end{pmatrix}\right) = 1111$

$$Y_{\text{result}} = 0110 \cdot 10000 + (1111 - 0110) \cdot 100 + 0 = 96 + 36 = 132$$

2) ① $X = 11, Y = 10, a = 1, b = 1, c = 1, d = 0, n = 2$

$$A_1 = \text{mult}(1, 1) \Leftarrow 1 \cdot 1 = 1$$

$$A_2 = \text{mult}(1, 0) \Leftarrow 1 \cdot 0 = 0$$

①.1 $A_3 = \text{mult}(10, 01) \Leftarrow 10$

$$\text{result} = 1 \cdot 2^2 + (2 - 1) \cdot 2 + 0 \cdot 4 + 2 = 6 + 10$$

①.1 $X = 10, Y = 01, a = 1, b = 0, c = 0, d = 1$

$$A_1 = \text{mult}(1, 0) \Leftarrow 0$$

$$A_2 = \text{mult}(0, 1) \Leftarrow 0$$

$$A_3 = \text{mult}(1, 1) \Leftarrow 1$$

$$\text{result} = A_3 \cdot 2 = 1 \cdot 2 = 10$$

② $X = 00, Y = 11, a = 0, b = 0, c = 1, d = 1, n = 2$

$A_1 = \text{mult}(0, 1) \in 0$

$A_2 = \text{mult}(0, 1) \in 0$

②.1 $A_3 = \text{mult}(0, 10) \in 0$
 $\text{result} = 0$

②.2 $X = 00, Y = 10, a = 0, b = 0, c = 1, d = 0, n = 2$

$A_1 = \text{mult}(0, 1) \in 0$

$A_2 = \text{mult}(0, 0) \in 0$

$A_3 = \text{mult}(0, 1) \in 0$

$\text{result} = 0$

③ $X = 0011, Y = 0101, a = 00, b = 11, c = 01, d = 01, n = 4$

$A_1 = \text{mult}(0, 1) \in 0$

③.1 $A_2 = \text{mult}(11, 01) \in 0111$

$A_3 = \text{mult}(11, 10) \in 0110$

$\text{result} = 0(0100-0111)2^3 + 0111 = 1111$

③.2 $X = 11, Y = 01, a = 1, b = 1, c = 0, d = 1, n = 2$

$A_1 = \text{mult}(1, 0) \in 0$

$A_2 = \text{mult}(1, 1) \in 1$

$A_3 = \text{mult}(10, 01) \in 010$

$\text{result} = (2-1)2^1 + 1 = 1$

0(1) $a = 0.6$ \sin the a, b over 2 \sin \sin \sin (a

$$O(1) \left[\begin{array}{l} \text{temp} = b \\ b = a + b \\ a = \text{temp} \end{array} \right.$$

$a+b \geq N$, $\forall n \leq N$ לכל n וכל k מתקיים $a_k + b_k \geq n$

6. 20

$$: \psi \psi \quad \overline{\psi} \psi \quad \psi \psi$$

للهمة بالمر لعمد الدلالة من الإلهاء في سرد الحكيم الدلائل من صفة (أ).

ה'תש"ז ליל ה'תש"ז

N 2 mik 2011

$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

C