

Galliano Andrea 05460A - Relazione Progetto

“Piastrille Digitali”

Indice

- Introduzione
- Strutture utilizzate
 - Piano
 - Piastrille
 - Colorazione
 - Regole di propagazione
- Le funzioni principali
 - Colora
 - Spegni
 - Regola
 - Stato
 - Stampa
 - Blocco
 - Blocco Omogeneo
 - Propaga
 - Propaga Blocco
 - Ordina
- Esempi di esecuzione
 - Esempio piano 1
 - Esempio piano 2
 - Esempio piano 3

Introduzione

Per poter affrontare ragionevolmente il problema, sono state utilizzate apposite strutture ed algoritmi che risolvessero tutti i punti richiesti e che rappresentassero fedelmente il piano descritto all'interno della traccia.

Strutture utilizzate

Il piano

Per poter rappresentare fedelmente il **piano** contenente le **piastrelle** a cui poter applicare le **regole di propagazione**, è stato necessario utilizzare una struttura che, per avere a disposizione tutte le informazioni necessarie alla memorizzazione delle **piastrelle**, avesse un campo che mettesse in relazione le coordinate intere naturali (x, y) di una piastrella e i dati relativi all'*intensità con cui è accesa* ed il *colore*.

Per questo motivo, il primo campo del **piano** è il *una mappa dalla piastrella alle corrispondenti proprietà di colorazione ed intensità*.

Il secondo campo della struttura è invece il *puntatore all'indirizzo di una slice*

di regole, che torna utile nel momento in cui si decide di applicare una **regola di propagazione** a una o più piastrelle, modificandone il colore nel caso in cui la regola o le regole applicate venissero soddisfatte.

```
type piano struct {
    piastrelle map[piastrella]colorazione
    regole     *[]regolaSingola
}
```

Le piastrelle

Le **piastrelle**, dalla specifica, sono delimitate da 4 punti, ma per rappresentarle univocamente, è bastato riprodurle tramite una struttura i cui campi sono 2 interi (ovvero le coordinate (x, y) della piastrella all'interno del piano).

```
type piastrella struct {
    x int
    y int
}
```

La colorazione

Come abbiamo visto per la prima struttura, per ogni **piastrella** accesa facente parte del **piano**, è necessario avere a disposizione altri 2 dati oltre le sue coordinate: l'*intensità* con cui è accesa nel **piano** ed il *colore*; queste informazioni è possibile salvarle grazie ad un'apposita struttura che è stata chiamata **colorazione**, con un campo intero ed una stringa (tornerà particolarmente utile anche nella memorizzazione delle **regole di propagazione**, i cui singoli addendi sono formati da un coefficiente intero ed una stringa rappresentante un colore).

```
type colorazione struct {
    coefficiente int
    colore       string
}
```

Le regole

Le **regole di propagazione** da poter applicare alle **piastrelle accese** nel **piano** necessitano di 3 campi per poter essere rappresentate con una struttura: gli *addendi* che formano la regola, il *colore* che assume la **piastrella** dopo l'applicazione della regola ed il *consumo* (ovvero il numero di volte che la regola è stata applicata; questo campo permette di **ordinare** le regole in maniera **non decrescente**).

```
type regolaSingola struct {
    addendi      []colorazione
    coloreFinale string
    consumo      int
}
```

Le funzioni principali

Gli algoritmi e le funzioni implementate all'interno del programma, assumendo che l'*input* sia **sempre** conforme a quello della specifica, permettono di modificare il **piano** e prestando particolare attenzione all'uso delle **risorse sia spaziali che temporali**.

Colora

```
func colora(p piano, x int, y int, alpha string, i int) {  
    // implementazione di "colora"  
}
```

La funzione **colora** riceve come parametri il **piano**, le coordinate intere **x** e **y**, il **colore** e l'**intensità** con cui si intende colorare la *piastrella*.

Per effettuare l'operazione di *colorazione*, viene assegnata alla mappa contenente le *piastrelle* nel **piano** il valore della corrispondente **colorazione**.

Consideriamo quest'operazione come **accensione di una piastrella nel piano**.

- **Analisi del tempo:** l'accesso alla mappa ha costo $O(1)$ in termini di tempo.
- **Analisi dello spazio:** non viene allocato alcuno spazio, di conseguenza il costo in termini di spazio è costante e nell'ordine di $O(1)$.

Spegni

```
func spegni(p piano, x int, y int) {  
    // implementazione di "spegni"  
}
```

La funzione **spegni** permette di spegnere una piastrella che, al momento, si trova (accesa) all'interno del **piano** con intensità ≥ 1 .

Per eseguire da codice questa operazione, ciò che viene fatto è un'*eliminazione della piastrella avuta per argomento tramite coordinate*.

- **Analisi del tempo:** Anche l'operazione di *delete* dalla mappa impiega tempo costante, di conseguenza la complessità temporale è nell'ordine di $O(1)$.
- **Analisi dello spazio:** Come per la complessità temporale, anche l'uso dello spazio è costante: $O(1)$.

Regola

```
func regola(p piano, r string) {  
    // implementazione di "regola"  
}
```

La funzione **regola** permette, dati in ingresso il **piano** ed una **stringa**, di aggiungere una nuova regola all'interno del piano stesso.

Per poterlo fare, è necessario, in primo luogo, effettuare un *parsing* della stringa avuta per argomento, successivamente creare la regola (composta dai suoi 3 campi analizzati durante l'analisi della struttura "**regolaSingola**") e, infine, *aggiungere la regola appena creata alla slice di regole facenti già parti del piano*.

- **Analisi del tempo:** Per l'analisi temporale della funzione è necessario tenere conto di 2 macro-operazioni (le restanti operazioni possiamo ipotizzare impieghino tutte tempo costante $O(1)$):
 1. L'esecuzione della funzione **Split**: complessità $O(n)$, dove $n = \text{numero di caratteri della stringa avuta per argomento}$;
 2. Le iterazioni del ciclo *for* che scorre la *slice* di stringhe ritornata dalla stessa funzione **Split**: $O(m)$, con $m = \text{numero di elementi di args}$; Concludendo, possiamo dire che la complessità in termini di tempo è pari a $O(n) + O(m) = O(n)$, poiché $m \leq n$.
- **Analisi dello spazio:** Per l'analisi dello spazio occupato dalla funzione, partiamo con le variabili "**nuovaRegola**" ed "**addendoRegola**", che occupano spazio $O(1)$; la *slice addendi*, invece, cresce nell'ordine di $O(8)$ (non posso **MAI** avere più di 8 addendi per ogni regola), mentre l'aggiunta della nuova regola alla lista di regole del **piano** possiamo ipotizzare occupi anch'essa $O(1)$. L'operazione più onerosa è dunque collegata alla chiamata della **Split**, che *crea una nuova slice di stringhe* in base alla lunghezza n di s (stringa passata per argomento): complessità pari a $O(n)$. Conclusione: la complessità in termini di spazio è nell'ordine di $O(n)$.

Stato

```
func stato(p piano, x int, y int) (string, int) {
    // implementazione di "stato"
}
```

La funzione **stato** restituisce e stampa i valori relativi al colore e l'intensità della piastrella delle coordinate avute per argomento.

Per farlo, assegno ad una variabile il valore della mappa contenente le piastrelle del piano e un'altra, di tipo *bool*, per stampare (e, conseguentemente, anche ritornare) **se e solo se quella piastrella esiste nel piano**.

- **Analisi del tempo:** Dal punto di vista del tempo, questa funzione è nell'ordine di $O(1)$, poiché tutte le operazioni che effettua (ovvero la restituzione di un valore della *mappa di piastrelle*, di un valore *bool* che indichi se quel valore esiste, il controllo prima della stampa e il ritorno finale di **colore** e **intensità** della piastrella) impiegano tempo costante.

- **Analisi dello spazio:** Anche lo spazio allocato, a livello di variabili dichiarate e memoria utilizzata, da parte di **stato** è nell'ordine di $O(1)$.

Stampa

```
func stampa(p piano) {
    // implementazione di "stampa"
}
```

La funzione **stampa** mostra tutte le **regole** del **piano** nel seguente formato:

```
(
  coloreFinale 1: coefficiente1 colore1 coefficiente2 colore2 ...
  coloreFinale 2: coefficiente1 colore1 coefficiente2 colore2 ...
  .
  .
  .
  coloreFinale n: coefficiente1 colore1 coefficiente2 colore2 ...
)
```

Ciò che fa la funzione, a livello di codice, è *scorrere la slice di regole del piano* e, per ognuna di essere scorrere gli addendi che la compongono stampando infine il coefficiente ed il colore dell'addendo (separando opportunamente entrambi con uno spazio).

- **Analisi del tempo:** Questa funzione contiene 2 cicli: il primo scorre le **regole** nel **piano**, mentre il secondo scorre gli **addendi** di ogni regola. Il primo ciclo ha complessità $O(n)$ (con $n = \text{numero di regole nel piano}$) ed il secondo effettua sempre, al più, 8 iterazioni (questo perché, per definizione del piano e dell'intorno di ogni piastrella con $\text{max piastrelle circonvicine} = 8$, **una regola di propagazione non può avere più di 8 addendi**).

Di conseguenza, la complessità temporale totale della funzione **stampa** è pari a $O(n) * O(8) = O(n)$.

- **Analisi dello spazio:** La complessità spaziale di questa funzione di stampa è costante $O(1)$.

Blocco

```
func blocco(p piano, x, y int) {
    // implementazione di "blocco"
}
```

La funzione **blocco** stampa la somma delle intensità delle piastrelle facenti parte del medesimo blocco; per poterlo fare con complessità spaziali e temporali contenute, è stato necessario partire dalle coordinate (x, y) di una piastrella avuta per argomento per poi *effettuare una visita in ampiezza* ("**Breadth-First-Search**") ed avere a disposizione le piastrelle circonvicine del blocco.

La ricerca degli adiacenti o delle piastrelle circonvicine ad un'altra, le cui coordinate (x, y) sono passate per argomento ad un'apposita funzione “*cercaAdiacenti*”, non fa altro che *scorrere tutte le possibili 8 combinazioni di coordinate di piastrelle circonvicine per poi restituirle all'interno di una slice di piastrelle*.

```
func cercaAdiacenti(p piano, piastrella_ piastrella) []piastrella {
    // le 8 combinazioni possibili per ogni piastrella:
    combX := []int{-1, 0, 0, 1, -1, -1, 1, 1}
    combY := []int{-1, -1, 1, -1, 1, 0, 0, 1}

    // implementazione di "cercaAdiacenti"
}
```

Per effettuare la *visita in ampiezza*, è stata inoltre utilizzata una **coda**, in cui vengono salvate temporaneamente le piastrelle visitate e dalle quali si andrà a visitarne le circonvicine.

La struttura dati **coda**, con campi e funzioni scritte all'interno di un file a parte chiamato “*queue.go*”, è definita così:

```
type queue struct {
    head *queueNode
    tail *queueNode
}

type queueNode struct {
    next *queueNode
    value piastrella
}
```

La memorizzazione di **tail** è particolarmente utile all'interno della funzione di **enqueue**, poiché permette di **NON scorrere tutta la coda per aggiungere un elemento, ma di avere direttamente un puntatore all'ultimo nodo ed effettuare l'aggiunta risparmiando in termini di complessità temporale**.

Verrà tenuto conto delle piastrelle già visitate salvandole permanentemente all'interno di una **mappa usata come set**.

Dato che, però, all'interno del linguaggio **Go** non esiste “**Set**” come vero e proprio tipo, ecco come è stato realizzato:

```
visitate := make(map[piastrella]struct{})
```

Questa mappa, **da piastrella a struct vuota**, permette di memorizzare solo le chiavi, in modo tale da trattare la struttura dati come un vero e proprio *set di piastrelle già visitate durante la BFS*.

Viene utilizzata una *struct vuota* al posto di una *variabile di tipo bool* **per poter risparmiare ulteriormente spazio in memoria**.

- **Analisi del tempo:** Questa funzione, oltre alle istruzioni di tempo costante nell'ordine di $O(1)$ (come gli accessi/aggiunte di elementi delle mappe, controllo che la coda sia o meno vuota e l'incremento del valore

di *intensità totale del blocco*), ha le seguenti operazioni rilevanti per la corretta stima dei costi temporali:

1. La funzione **“enqueue”**: la coda, grazie al campo con il puntatore a **tail**, permette di effettuare l'accodamento in tempo costante $O(1)$.
2. La **ricerca degli adiacenti**: per ogni piastrella, questa ricerca comporta, nel caso peggiore, 8 iterazioni; a questo punto, è possibile affermare che la complessità temporale dell'operazione è $O(8)$.
3. La **BFS**: la *ricerca in ampiezza* presenta 2 cicli: il primo che si interrompe quando la coda è vuota, il secondo che scorre tutte le piastrelle circonvicine all'elemento corrente della coda. La complessità è dunque $O(n + m)$, dove $n = \text{insieme di vertici nel grafo/insieme di piastrelle del blocco}$ e $m = \text{archi che collegano i vertici/piastrelle}$.

Concludendo, poiché $m = 0$, la complessità temporale di **blocco** è $O(n)$.

- **Analisi dello spazio**: Per analizzare lo spazio occupato da questa *ricerca in ampiezza*, teniamo conto delle seguenti strutture dati:

1. Il Set **“visitate”**: dovendo memorizzare ogni piastrella che viene visitata, nel caso peggiore contiene n elementi totali del piano, quindi nell'ordine di $O(n)$;
 2. La slice **“piastrelleBlocco”**, che, esattamente come il Set, può contenere fino a n elementi totali del piano, dunque anche in questo caso abbiamo una complessità spaziale $O(n)$;
 3. Lo stesso ragionamento è possibile estenderlo anche alla *coda*, che avrà anch'essa complessità spaziale $O(n)$.
- Conclusione: considerando l'analisi appena fatta e che la slice **“circonvicine”** (della funzione **“cercaAdiacenti”**) occupa **sempre** $O(8)$, la complessità **totale** della funzione **blocco** è $O(n)$.

Blocco Omogeneo

```
func bloccoOmog(p piano, x, y int) {
    // implementazione di "bloccoOmog"
}
```

La funzione **bloccoOmog** stampa la somma delle intensità delle piastrelle circonvicine facenti parte dello stesso blocco, utilizzando lo stesso principio di funzionamento della funzione **blocco**.

Proprio allo scopo di *fattorizzare* la parte di implementazione comune a **blocco** e **bloccoOmog**, entrambe le funzioni utilizzano una funzione “comune” chiamata

“**bloccoGenerico**”, alla quale viene passato un parametro di tipo **bool** (*omogeneo = True/False*) e che ha una condizione che valuta quando incrementare il valore della somma delle intensità.

```
func bloccoGenerico(p piano, x, y int, omogeneo bool) (int, []piastrella) {
    // implementazione di "bloccoGenerico"
}
```

A questo punto, è facile dedurre che sia le prestazioni riguardanti il *tempo* che quelle riguardanti lo *spazio* non variano rispetto alla funzione **blocco**.

Consideriamo inoltre $n = \text{numero di piastrelle totali nel piano}$ come nella funzione analizzata precedentemente.

- **Analisi del tempo:** Complessità temporale nell'ordine di $O(n)$.
- **Analisi dello spazio:** Complessità spaziale nell'ordine di $O(n)$.

Propaga

```
func propaga(p piano, x, y int) {
    // implementazione di "propaga"
}
```

La funzione **propaga** permette di applicare ad una piastrella, le cui coordinate (x,y) vengono passate per argomento, la *prima regola di propagazione disponibile dell'elenco di regole nel piano*.

Ciò che viene fatto dalla funzione è seguire i seguenti passaggi:

1. Cercare le piastrelle circonvicine a quella avuta per argomento (utilizzando, come già visto per **blocco** e **bloccoOmog** la *ricerca degli adiacenti*): $O(8)$ e **mai** di più;
2. Scorrere tutte le **regole di propagazione** del piano: $O(n)$, dove $n = \text{numero di regole nel piano}$;
3. Scorrere tutti gli **addendi** della *regola corrente*: $O(8)$, non è possibile avere più di 8 addendi a regola (vale infatti la stessa regola della *ricerca degli adiacenti*);
4. Scorrere tutti gli **adiacenti** trovati nel punto 1: anche in questo caso $O(8)$;
5. Se le piastrelle adiacenti rispettano una **regola di propagazione**, *ne viene incrementato il consumo e salvata sia la piastrella a cui applicare la regola che la regola stessa*: operazione che impiega tempo costante, quindi $O(1)$;
6. Infine, se nel punto precedente è stato salvato qualcosa, viene effettuata la colorazione della piastrella (con *intensità* = 1 nel caso in cui fosse stata spenta, oppure con l'intensità invariata rispetto a com'era prima della chiamata di **propaga**): $O(m)$, dove $m = \text{numero di elementi all'interno della mappa che contiene le piastrelle del piano}$.

- **Analisi del tempo:** Avendo analizzato tutte le macro-operazioni svolte da **propaga**, è possibile dedurre che i costi temporali sono nell'ordine di $O(n) + O(m)$ in linea generale, ma nel caso di **propaga**, dovendo applicare una **regola** a una sola **piastrella**, abbiamo $m =$

1, di conseguenza il consumo delle risorse temporali è semplicemente $O(n)$.

- **Analisi dello spazio:** per capire a pieno la complessità spaziale della funzione **propaga**, è necessario analizzare in dettaglio tutte le variabili che vengono allocate durante il suo funzionamento:

1. *Mappa **piastrelleRegole**:* dopo essere stata inizializzata, conterrà, al massimo, una sola *entry*, quindi $O(1)$;
2. *Slice **adiacenti**:* restituisce, al più, 8 piastrelle, quindi $O(8)$;
Possiamo dunque stabilire che la complessità spaziale di **propaga** sia $O(1)$.

Propaga Blocco

```
func propagaBlocco(p piano, x, y int) {  
    // implementazione di "propagaBlocco"  
}
```

La funzione **propagaBlocco** segue lo stesso principio di funzionamento di **propaga**, con la sola differenza che *TUTTE le piastrelle del blocco a cui appartiene la piastrella di partenza vengono analizzate per stabilire se applicarvi o meno una regola in base all'attuale ordinamento.*

Come fatto per **blocco** e **bloccoOmog** le operazioni comuni di **propaga** e **propagaBlocco** sono racchiuse all'interno della stessa funzione, chiamata **propagaGenerico**.

```
func propagaGenerico(p piano, x, y int) map[piastrella]regolaSingola {  
    // implementazione di "propagaGenerico"  
}
```

L'analisi dei costi di **propagaBlocco** è però leggermente diversa rispetto a **propaga**.

- **Analisi del tempo:** In questo caso, a differenza della funzione **blocco**, che permetteva di applicare una **regola di propagazione** ad una e una sola **piastrella**, è necessario considerare il caso generale e concludere che la complessità temporale è $O(n * m)$ (ricordando che $n = \text{numero di regole nel piano}$, mentre $m = \text{numero di elementi all'interno del blocco di piastrelle}$).
- **Analisi dello spazio:** Le risorse spaziali più rilevanti utilizzate da **propagaBlocco** sono quelle riguardanti la *slice* di mappe "**sliceCambiamenti**" e la *slice* "**piastrelleBlocco**", che conterranno entrambe, al più, n **piastrelle totali del piano**.
Poiché tutte le altre variabili e strutture dati allocate e utilizzate dalla funzione occupano spazio costante $O(1)$, si può affermare che la complessità

spaziale di **propagaBlocco** sia nell'ordine di $O(n)$.

Ordina

```
func ordina(p piano) {  
    // implementazione di "ordina"  
}
```

La funzione **ordina** permette di *ordinare le regole di propagazione del piano in ordine non decrescente in base al consumo delle regole stesse*. Per fare l'ordinamento, è stata utilizzata la funzione di libreria di **Go** `SortStableFunc`, che permette di ordinare **in maniera stabile** riscrivendo il **comparatore** per confrontare gli elementi di una slice in modo analogo rispetto alla funzione `SortFunc`.

- **Analisi del tempo:** L'ordinamento delle regole in base al loro consumo è basato su confronti e, nel caso peggiore, non si può scendere al di sotto dell'ordine di $O(n \log n)$ (si tratta infatti di un tipo di algoritmo basato su una variazione del *Merge Sort*).
- **Analisi dello spazio:** Essendo un algoritmo di ordinamento *in-place*, non utilizza spazio ulteriore per la creazione di copie di slice, di conseguenza la funzione **ordina** utilizza solo un **puntatore alla slice da ordinare** ed è nell'ordine di $O(1)$.

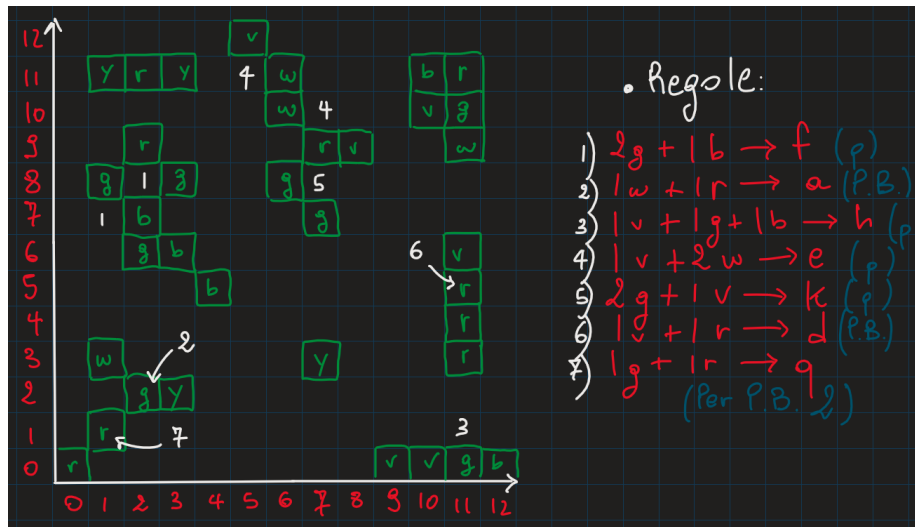
Esempi di esecuzione

Per testare il corretto funzionamento del programma e le sue prestazioni, oltre all'esempio fornito dalla traccia, sono stati scritti ulteriori *file di input* con i relativi *file di output*.

Per questi esempi è stata inoltre creata una griglia per avere una **visualizzazione grafica** del piano per capire come viene modificato a fronte dei comandi in input.

Esempio piano 1

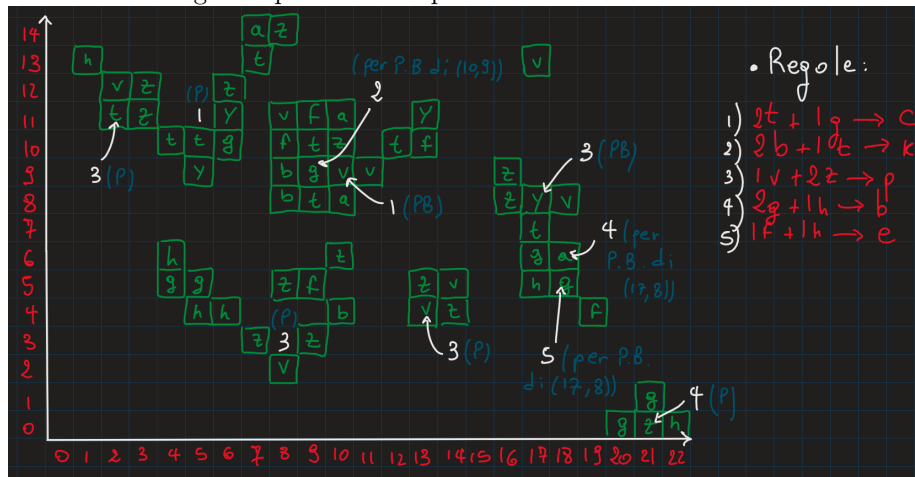
Per il primo esempio, il **piano** è composto dalle seguenti piastrelle e le seguenti **regole**:



I numeri e le frecce in bianco fanno riferimento alle regole applicate a quella piastrella, mentre le scritte (in blu) di fianco alle regole di propagazione indicano se viene applicato il comando per la chiamata della funzione **propaga** (p) o **propagaBlocco** (P).

Esempio piano 2

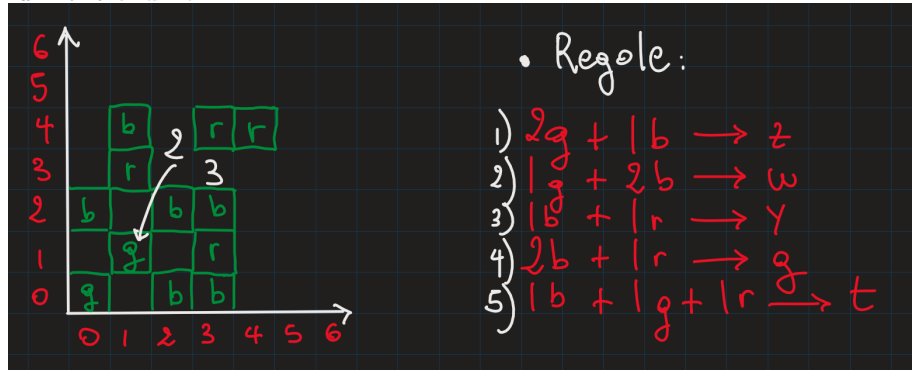
Il secondo esempio, con un **piano** leggermente più grosso del precedente, è invece formato dalle seguenti piastrelle nel piano:



Esempio piano 3

Il terzo esempio ha lo scopo di testare in particolare le funzioni **propaga** e **propagaBlocco** dopo aver ordinato più volte le regole del **piano** attraverso la

funzione **ordina**.



Nell'immagine d'esempio vengono riportate solo le prime 2 *propagazioni*, poiché le altre vengono effettuate in seguito a più ordinamenti delle regole.

Per vedere in maniera completa come cambia il **piano**, a fronte del *file di input*, ecco la tabella:

INPUT	OUTPUT
C 0 0 g 1	
C 0 2 g 1	
C 1 1 g 1	
C 1 3 g 1	
C 1 4 g 1	
C 2 0 g 1	
C 2 2 g 1	
C 3 0 g 1	
C 3 1 g 1	
C 3 2 g 1	
C 3 4 g 1	
C 4 4 g 1	
r z 2 g 1 b	
r w 1 g 2 b	
r y 1 b 1 r	
r g 2 b 1 r	
r t 1 b 1 g 1 r	
b 0 0	10
b 2 2	10
b 1 4	10
b 4 4	2
b 3 4	2
B 0 0	2
B 2 0	2
B 4 4	2
B 3 4	2

INPUT	OUTPUT
s	(z: 2 g 1 b w: 1 g 2 b y: 1 b 1 r g: 2 b 1 r t: 1 b 1 g 1 r)
p 1 1 o s	(z: 2 g 1 b y: 1 b 1 r g: 2 b 1 r t: 1 b 1 g 1 r w: 1 g 2 b)
p 3 3 o s	(z: 2 g 1 b g: 2 b 1 r t: 1 b 1 g 1 r y: 1 b 1 r w: 1 g 2 b)
P 1 1 o s	(z: 2 g 1 b g: 2 b 1 r t: 1 b 1 g 1 r w: 1 g 2 b y: 1 b 1 r)
? 1 1	w 1
? 2 2	t 1
? 2 0	t 1
? 3 2	y 1
? 3 0	y 1
q	