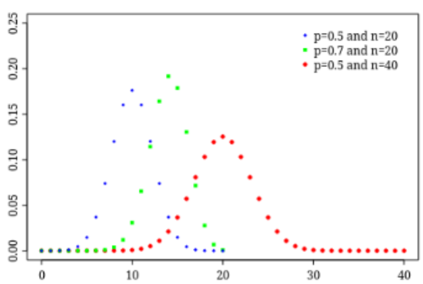
Cheatsheet Statistica

Giacomo Comitani

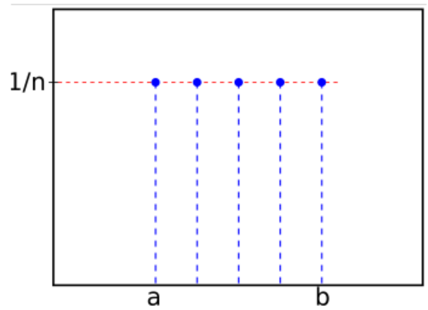
June 2025

1 Modelli Statistici

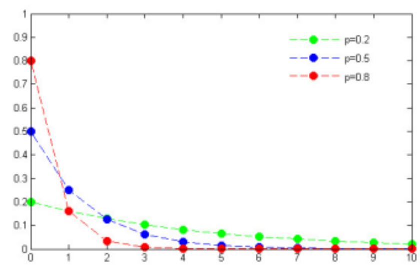
- **Bernoulli**: $X \sim B(p)$: Esperimento avente solamente due possibili esiti: successo o fallimento. **Discreto**
  - Massa: $p^x(1-p)^{1-x}\,\mathbb{I}_{\{0,1\}}(x)$
  - Ripartizione: $(1-p)\,\mathbb{I}_{[0,1)}(x) + \mathbb{I}_{[1,+\infty)}(x)$
  - Valore atteso: p
  - Varianza: $p(1-p)$
- **Binomiale**: $X \sim B(n,p)$: Tanti eventi bernoulliani in serie. **Discreto**
  - Massa: $\binom{n}{x}p^x(1-p)^{n-x}\,\mathbb{I}_{\{0,\dots,n\}}(x)$
  - Ripartizione: $\left(\sum_{i=0}^{\lfloor x \rfloor}\binom{n}{i}p^i(1-p)^{n-i}\right)\mathbb{I}_{[0,n]}(x) + \mathbb{I}_{(n,+\infty)}(x)$
  - Valore atteso: np
  - Varianza: $np(1-p)$
  - Proprietà: Riproducibilità



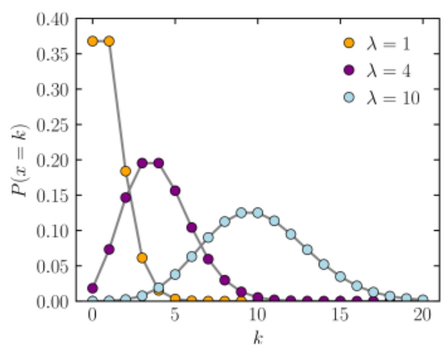
- **Uniforme discreto**: $X \sim U(n)$: Gli esiti della variabile aleatoria sono equiprobabili. **Discreto**
  - Massa: $\frac{1}{n}\,\mathbb{I}_{\{1,\dots,n\}}(x)$
  - Ripartizione: $\frac{\lfloor x \rfloor}{n}\,\mathbb{I}_{[1,n]}(x) + \mathbb{I}_{(n,+\infty)}(x)$
  - Valore atteso: $\frac{n+1}{2}$
  - Varianza: $\frac{n^2-1}{12}$



- **Geometrico**: $X \sim G(p)$: La variabile assume il numero di insuccessi consecutivi prima che si verifichi un successo in una serie di esperimenti Bernoulliani indipendenti e identicamente distribuiti. **Discreto**
  - Massa: $p(1-p)^x \, \mathbb{I}_{\{0,1,2,\dots\}}(x)$
  - Ripartizione: $\left(1-(1-p)^{\lfloor x \rfloor + 1}\right) \mathbb{I}_{[0,+\infty)}(x)$
  - Valore atteso: $\frac{1-p}{p}$
  - Varianza: $\frac{1-p}{p^2}$
  - Proprietà: Assenza di memoria

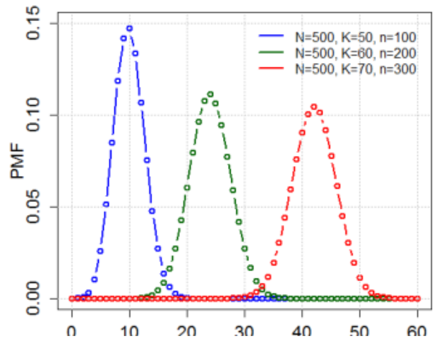


- **Poisson**: $X \sim P(\lambda)$: La variabile assume il numero di eventi che si verificano in un dato intervallo di tempo, sapendo che mediamente se ne verificano un numero (0, +∞). Tutti gli eventi sono indipendenti. **Discreto**
  - Massa: $\frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!} \, \mathbb{I}_{\{0,1,2,\dots\}}(x)$
  - Ripartizione: *NON vista nel corso*
  - Valore atteso: λ
  - Varianza: λ
  - Proprietà: Approssimazione binomiale, riproducibilità

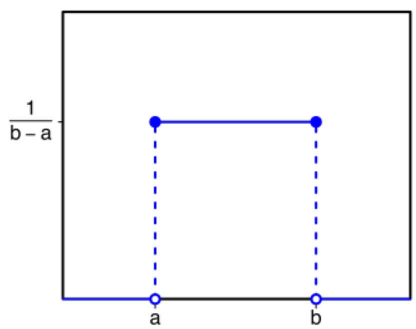


- **Ipergeometrico**: $X \sim H(n, M, N)$: La variabile assume il numero di oggetti corretti estratti da un'urna di oggetti binari durante un'estrazione senza reimmissione dopo n estrazioni. **Discreto**

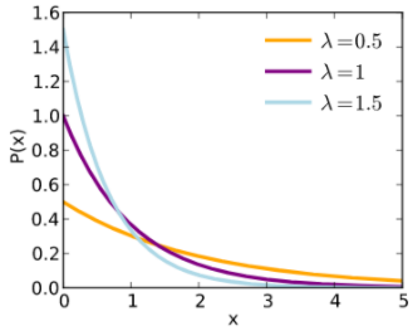
- Massa: $\frac{\binom{N}{x}\binom{M}{n-x}}{\binom{N+M}{n}}\,\mathbb{I}_{\{0,\ldots,n\}}(x)$
- Ripartizione: *NON vista nel corso*
- Valore atteso: $\frac{nN}{N+M}$
- Varianza: $\frac{n(N+M-n)NM}{(N+M)^2(N+M-1)}$



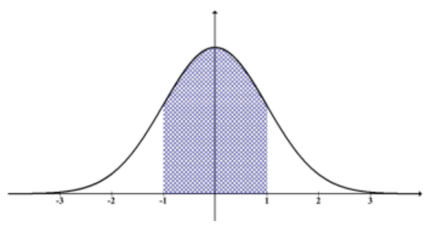
- **Uniforme continuo**: $X \sim U(a,b)$: Gli esiti della variabile aleatoria sono tutti equiprobabili. **Continuo**
  - Densità: $\frac{1}{b-a}\,\mathbb{I}_{[a,b]}(x)$
  - Ripartizione: $\frac{x-a}{b-a}\,\mathbb{I}_{[a,b]}(x) + \mathbb{I}_{(b,+\infty)}(x)$
  - Valore atteso: $\frac{a+b}{2}$
  - Varianza: $\frac{(b-a)^2}{12}$



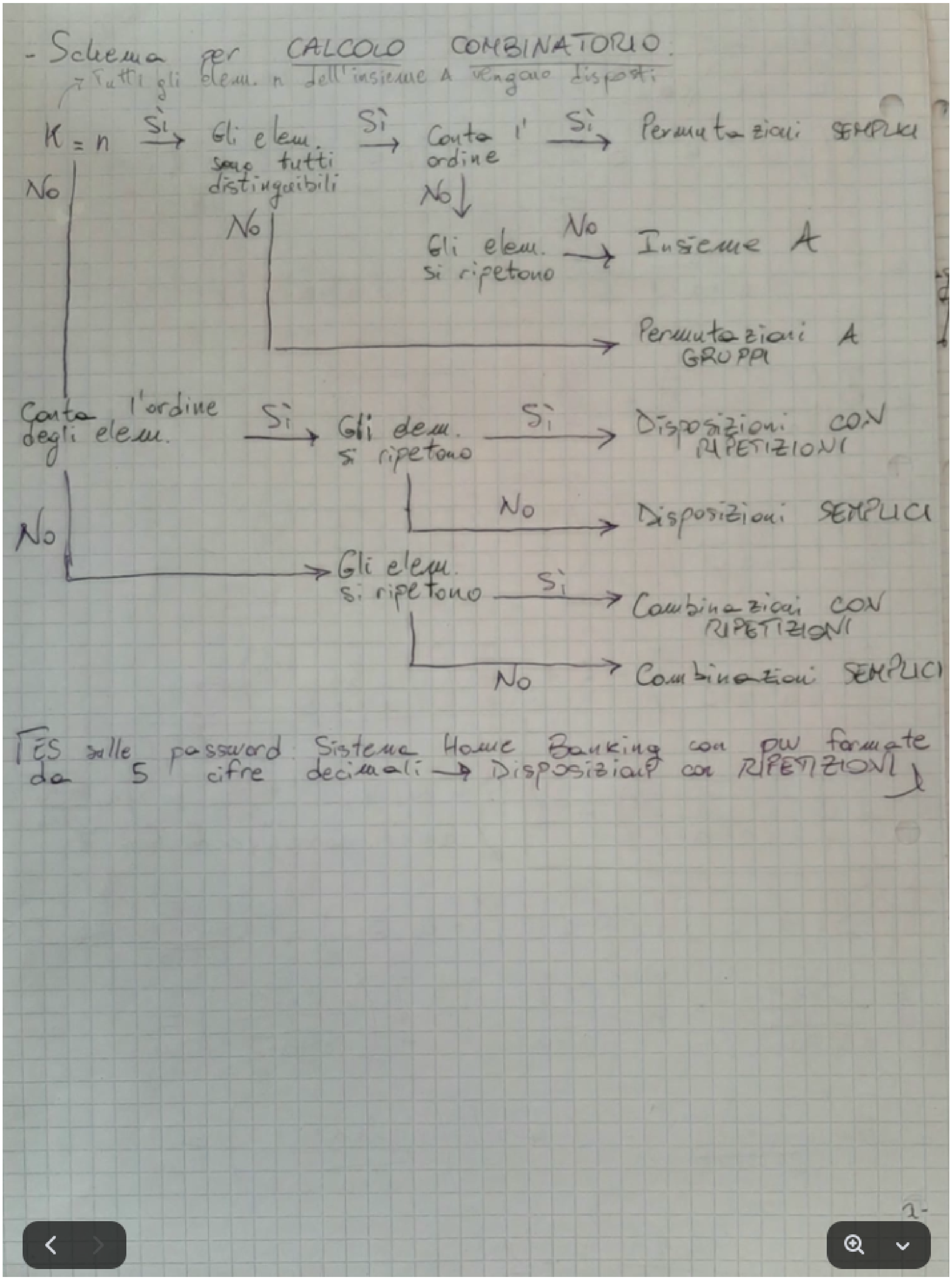
- **Esponenziale**: $X \sim E(\lambda)$: La variabile assume il tempo di attesa tra due eventi, che mediamente accadono ogni (0, +∞) unità di tempo. **Continuo**
  - Densità: $\lambda e^{-\lambda x}\,\mathbb{I}_{[0,+\infty)}(x)$
  - Ripartizione: $\left(1 - e^{-\lambda x}\right)\mathbb{I}_{[0,+\infty)}(x)$
  - Valore atteso: $\frac{1}{\lambda}$
  - Varianza: $\frac{1}{\lambda^2}$
  - Proprietà: Assenza di memoria, scalatura, proprietà su massimo e minimo



- **Gaussiana (Normale)**: $X \sim G(\mu, \sigma)$. **Continuo**
  - Densità: $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$
  - Ripartizione: $\int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}\, dt$
  - Valore atteso: μ
  - Varianza: σ^2
  - Proprietà: Standardizzazione, riproducibilità



2 calcolo combinatorio



2.0.1 Formule di Calcolo Combinatorio

Fattoriale

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 2 \cdot 1$$

Permutazioni

Permutazioni semplici (senza ripetizione)

$$P(n) = n!$$

Permutazioni con ripetizione Se alcuni elementi si ripetono:

$$P(n; n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdots n_k!}$$

Disposizioni

Disposizioni semplici (senza ripetizione)

$$D_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Disposizioni con ripetizione

$$D'_{n,k} = n^k$$

Combinazioni

Combinazioni semplici (senza ripetizione)

$$C_{n,k} = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Combinazioni con ripetizione

$$C'_{n,k} = \binom{n+k-1}{k} = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$$

2.0.2 Relazioni utili

$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1 \qquad \binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} \quad \text{(relazione di Pascal)}$$

Espansione del binomio di Newton:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

3 Analisi dei dati con python

Librerie Importanti

```
    import pandas as pd
    import matplotlib.pyplot as plt
    import numpy as np
    import scipy.stats as st
    import statsmodels.api
    import sklearn
    import itertools
```

Importazione e caricamento dei dati

```
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd
import numpy as np
import scipy.stats as st

ztl = pd.read_csv('ztl.csv', delimiter=';', decimal='.')
ztl
```

Gestione Valori Mancanti

```
valMancanti = {col: ztl[col].isna().sum() for col in ztl.columns}
dataF = pd.DataFrame(index=valMancanti.keys(), data=valMancanti.values(), columns=['
    Valori Mancanti'])
dataF
```

Visualizzazione dei dati

La scelta del grafico dipende dalla **natura del dato** (qualitativo o quantitativo) e dalla **relazione tra le modalità**.

Dati qualitativi

- **Grafico a torta (pie chart)**: adatto a variabili **nominali non ordinabili** (es. `tipo_motore`). Evidenzia bene le proporzioni tra categorie distinte.

```
freq = auto['tipo_motore'].value_counts()
freq.plot.pie(autopct='%1.1f%%')
plt.show()

```

- **Grafico a barre (bar plot)**:
  - preferibile per variabili **ordinali** (es. `livello_rumore`: silenzioso, medio, rumoroso), in cui l'ordine ha significato.

```
auto['livello_rumore'].value_counts().sort_index().plot.bar()
plt.show()

```

  - **Caso binario (es. maschio/femmina)**: entrambi i grafici (torta o barre) sono adatti. La torta mostra le proporzioni, le barre facilitano il confronto visivo diretto.

Dati quantitativi

- **Istogramma**: usato per variabili **continue** (es. `tempo`, `altezza`), suddivide il dominio in intervalli (bin) e mostra la distribuzione.

```
data['tempo'].hist(bins=20)
plt.show()

```

- **Grafico a barre o vlines**: usato per variabili **discrete** (es. `passaggi`), con valori interi distinti. Le `vlines` sono più leggibili in presenza di molte modalità.

```
freq = ztl['passaggi'].value_counts()
plt.plot(freq.index, freq, 'o')
plt.vlines(freq.index, 0, freq)
plt.xlim(0, 30)
plt.show()

```

Gestione Outlier

Per individuare e rimuovere gli outlier posso utilizzare il `boxplot`

```
    # Visualizzarli graficamente
    ztl['passaggi'].plot.box()
    plt.show()

    # Eliminarli dal dataset
    q3 = ztl['passaggi'].quantile(0.75)
    ztl_filtrato = ztl[ztl['passaggi'] <= q3].reset_index(drop=True)
```

Tabelle di Frequenza

Congiunta relativa

```
pd.crosstab(ztl['abbonamento'], ztl['altamente-inquinante'], normalize=True)
```

Congiunta assoluta

```
    pd.crosstab(data['attributo 1'], data['attributo 2'])
```

Relativa semplice

```
ztl['abbonamento'].value_counts(normalize=True)
```

Relativa cumulata

Serve anche a determinare se le due variabili sono `Identicamente distribuite`

```
ztl['passaggi'].value_counts(normalize=True).sort_index().cumsum()
```

Cumulata con binning

```
auto['numero_occupanti'].value_counts(normalize=True, bins=10).sort_index().cumsum()
```

Correlazione

```
ztl['abbonamento'].corr(ztl['passaggi'])
ztl.plot.scatter('abbonamento', 'passaggi')
plt.show()
```

- ris $\rightarrow +1$ probabile correlazione linearmente diretta
- ris $\rightarrow 0$ correlazione improbabile
- ris $\rightarrow -1$ probabile correlazione linearmente indiretta

Filtraggio Dati

```
    ztl_giornalieri = ztl[ztl['abbonamento'] == 0]
```

Indici Statistici

Gini per concentrazione

```
    def gini_concentrazione(series):
        freqs = series.value_counts(normalize=True).sort_values().values
        n = len(freqs)
        if n < 2: return 0.0
        Q = np.cumsum(freqs)[:-1]
        F = np.arange(1, n) / n
        return (F - Q).sum() / F.sum()

    gini_concentrazione(auto['tipo_motore'].dropna())
```

Gini per eterogeneità

```
def gini2(series):
    return 1 - sum(series.value_counts(normalize=True).map(lambda f: f ** 2))

gini2(auto['tipo_motore'])
```

Conversione booleana per correlazioni

```
accessi['allarme2'] = accessi['allarme'].apply(lambda x: x == 'ON')
accessi['carico_sistema'].corr(accessi['allarme2'])
```

Indici Statistici

Indici di centralità

Moda di un carattere

```
data['attributo'].mode()
```

Media campionaria di un carattere

```
data['attributo'].mean()
```

Mediana di un carattere

```
data['attributo'].median()
```

Indici di dispersione

Varianza campionaria

```
data['attributo'].var()
```

deviazione standard campionaria

```
data['attributo'].std()
```

Analisi Dataset

Elemento massimo

```
dato = data[data['attributo'] == max(data['attributo'])]
```

Elemento minimo

```
dato = data[data['attributo'] == min(data['attributo'])]
```

Valori assumibili da un carattere

```
list(data['attributo'].unique())
```

Tipo e forza di correlazione

```
data['attributo'].std()
```

QQ Plot

```
  import statsmodels.api as sm
  mu = data['campo'].mean()
  std = data['campo'].std()
  sm.qqplot(data['campo'],dist = st.norm, loc=mu, scale=std, line='45', fit=True)
```

PiePlot

```
freq = data['c1'].value_counts()
df = pd.DataFrame({'freq':freq})
print(df)

freq.plot.pie()
plt.show()
```

Individuazione outlier (visivamente)

In questo caso conviene fare il box plot che posso fare con:

```
ztl['passaggi'].plot.box()
plt.show()
```

Rimozione degli outlier

```
data = data[data['attributo'] <= data['attributo'].quantile(0.75(guardo boxplot))].
reset_index(drop = True)
```

Correlazione tra due attributi

- Faccio `.corr` per usare `Pearson` e poi confermo ipotesi con uno scatter:

```
ztl.plot.scatter('abbonamento', 'passaggi')
plt.show()
```

ScatterPlot (2 parametri)

```
plt.scatter(heroes['height'], heroes('Weight'))
plt.show()
```

ScatterPlot (3 parametri)

```
heroes[heroes['Gender']=='M'].plot.scatter('Height', 'Weight')
plt.show()
```

Tabella delle frequenze relative cumulate

```
freq_rel_cumulate = auto['numero_occupanti'].value_counts(normalize = True).
sort_index().cumsum()

# Qui il prof preferisce utilizzare i bins, occhio pero che cosi restituisce un
# intervallo e non un valore, quindi per i calcoli meglio usare senza bins

freq_rel_cumulate_print_prof = auto['numero_occupanti'].value_counts(normalize =
True, bins = 10).sort_index().cumsum()

freq_rel_cumulate_print_prof
```

Tabella delle frequenze relative NON cumulate

```
freq_rel_carpooling = auto_ridotto['carpooling'].value_counts(normalize = True)
freq_rel_carpooling
```

Convertire valore da stringa a booleano

```
accessi['allarme2'] = accessi['allarme'].apply(lambda x : x == 'ON')

accessi['carico_sistema'].corr(accessi['allarme2'])
```

Calcolo dimensione del campione togliendo tutti gli elementi mancanti

```
campione_senza_null = ztl_giornalieri['passaggi'] - ztl_giornalieri['passaggi'].
isnull().sum()
n = len(campione_senza_null)
```

4 calcolo probabilità

Ricordiamo innanzitutto che, se ad esempio ci viene chiesto di calcolare $P(X > 30)$:

$$P(X > 30) = 1 - P(X \leq 30)$$

Il problema si pone quando la richiesta è di calcolare $P(X \geq 30)$:

- Nel caso delle **variabili aleatorie discrete**, il calcolo diventa:

  $$P(X \geq 30) = 1 - P(X \leq 29)$$

  poiché $P(X \geq 30) = P(X = 30) + P(X = 31) + \dots$.

- Nel caso delle **variabili aleatorie continue**, non si pone questo problema, perché:

  $$P(X = 30) = 0$$

  quindi si può scrivere semplicemente:

  $$P(X \geq 30) = P(X > 30) = 1 - P(X \leq 30)$$

Proprietà del valore atteso
Posto ad esempio $Z = 2X - Y$:

- **Valore atteso** = $E[Z] = E[2X - Y] = E[2X] - E[Y] = 2 \cdot p - p = 2p - p = p$
- **Varianza**: $Var(Z) = Var(2X - Y) = Var(2X) + Var(-Y) = 4 \cdot Var(X) + Var(Y) = 4 \cdot [p(1-p)] + [p(1-p)] = 4 \cdot (p - p^2) + [p - p^2] = 4p - 4p^2 + p - p^2 = -5p^2 + 5p = 5p(1-p)$

Proprietà della varianza

La varianza della funzione indicatrice è la probabilità dell'evento moltiplicata per la probabilità dell'evento complementare:
$VAR(I) = P(A) * P(\overline{A})$
La varianza NON opera in modo lineare: $VAR(aX + b) = a^2 VAR(X)$
La varianza della somma di due variabili aleatorie X e Y vale:

- $VAR(X + Y) = VAR(X) + VAR(Y) + 2COV(X, Y)$
- $VAR(X - Y) = VAR(X) + VAR(Y) - 2COV(X, Y)$

Se le due variabili sono **indipendenti identicamente distribuite**, allora la covarianza vale zero, quindi le formule di prima diventano:

- $VAR(X + Y) = VAR(X) + VAR(Y)$
- $VAR(X - Y) = VAR(X) + VAR(Y)$

Ricordo che la varianza della media campionaria vale: $VAR(\overline{X}) = \frac{VAR(X)}{n}$
Ricordo infine che $COV(X, Y) = E[XY] - E[X]E[Y]$

5 Esercizio 1

Visualizzare Graficamente una variabile aleatoria/ Visualizzarne le specificazioni

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd
import scipy.stats as st

# Modifica i parametri
p = 0.7
n = 30
num_sample = 100000

# Modifica la distribuzione
binom = st.binom(n, p)
X = binom.rvs(num_sample)

# Modifica La variabule aleatoria
Z = 2 * X

specificazioni, freq_assolute = np.unique(Z, return_counts = True)
print("Specificazioni: ", specificazioni)
print("Numero di occorrenze per specificazione: ", freq_assolute)

pmf = freq_assolute / num_sample
plt.stem(specificazioni, pmf)

plt.show()
```

Tracciare una funzione generica

```
import pandas as pd
import scipy.stats as st
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

h = 4/10

def f(x):
    return (1-(1-h)**(x+1))

x = np.linspace(1, 30, 100)
y = [f(n) for n in x]


plt.plot(x, y)

plt.grid(True)
plt.show()
```

Tracciare la funzione di ripartizione

```
import pandas as pd
import scipy.stats as st
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

h = 4/10

def f(x):
    return (1-(1-h)**(np.floor(x)+1))

x = np.linspace(0, 15)
y = [f(n) for n in x]


plt.step(x, y)

plt.grid(True)
plt.show()
```

Dimostrare che f è una funzione di densità

Sappiamo che la funzione di densità deve rispettare le seguenti proprietà:

- $f_X(x) \geq 0$
- $\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x)dx = 1$

La descrizione data di f permette di dire che la distribuzione di X è approssimabile in modo accettabile usando il teorema centrale del limite? Giustificare il ragionamento

Sappiamo che la variabile aleatoria X ha media finita, (abbiamo calcolato sopra il valore atteso), e quindi ha varianza finita. Inoltre so che il supporto è finito, quindi posso applicare il teorema centrale edel limite per approssimare X in modo accettabile.

Verificare che f sia una funzione di massa

La funzione di massa è una funzione f che deve rispettare le seguenti proprietà:

- Non può essere negativaù
- La somma dei valori della funzione di massa per tutti gli x deve fare 1

Indicate i valori di a e b per i quali Z risulta essere una variabile aleatoria, motivando la vostra risposta

Una variabile aleatoria è una variabile che ha un valore NON costante.

Nel nostro caso, Z è una variabile aleatoria per ogni $a, b \in R$. Tuttavia, nel caso in cui ‘a = 0‘ e ‘b = 0‘, la variabile ‘Z‘ assume sempre valore ‘Z = 0‘ con probabilità = 1, quindi diventa una variabile aleatoria degenere

Formule della varianza

- $VAR(aX) = a^2 * VAR(X)$
- $VAR(X + b) = VAR(X)$

- $VAR(\overline{X}) = \frac{VAR(X)}{n}$
- $VAR(X) = E[X^2] - E[X]^2$

6 Esercizio 2

- Stimatore non deviato: valore atteso è uguale al parametro che voglio stimare
- Stimatore deviato: valore aatteso NON è uguale al parametro che voglio stimare
- Determinare stimatore non distorto:
  - Se riesco uso plug-in
  - Se nell'appliczione del plug-in ho operatori non lineari, uso metodo di massima verosimiglianza

Se nell'appliczione del plug-in ho operatori non lineari, uso metodo di massima verosimiglianza

MSE

Scarto quadratico medio (MSE) = $VAR(Stimatore) + Bias^2(Stimatore)$
Consistenza in media quadratica:

- $\lim_{n\to\infty} MSE = 0$: gode della proprietà
- $\lim_{n\to\infty} MSE \neq 0$: NON gode della proprietà

Applicare il teorema centrale del limite

$P(|T - p| \leq \epsilon)$ = $2\Phi(\frac{\epsilon\sqrt{n}}{\sigma}) - 1$
Se mi chiede la taglia minima del campione: risolvo per n

Utilizzando il teorema centrale del limite, determinate la distribuzione approssimata dello stimatore T che avete ottenuto al punto 5

Il teorema centrale del limite afferma che, per n grande:
$\overline{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$
Sappiamo però che T = 2* $\overline{X}$, quindi, per le propietà delle trasformazioni lineari delle normali, possiamo dire che:
$T \sim N(2\mu, \frac{4\sigma^2}{n})$

Formule Utili

$E[X^2] = \sum_i (x_i)^2 * p(x_i)$

7 Calcolo combinatorio python

utilità

```
from math import factorial as fact
from scipy.special import binom
# fattoriale
fact(5) # 120
# coefficiente binomiale
binom(5, 2) # 10
```

combinazioni/disposizioni/permutazioni

```python
    # N = numerosità insieme da cui pescare
    # k = numero oggetti da estrarre
    from scipy.special import comb, perm
    # combinazioni, con o senza ripetizioni (ordine non conta)
    comb(N, k, repetition=False)
    # disposizioni (o permutazioni in caso k = N) SENZA RIPETIZIONI (ordine conta)
    perm(N, k)
```

Appendice statistica

Correzione Bessel

Usa la correzione di Bessel quando:

- Hai un **campione** di dati
- Vuoi stimare la **deviazione standard della popolazione** (σ)

Formule

Popolazione (σ nota)	$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2}$
Campione (stima di σ)	$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$

Perché $n - 1$?

- Corregge il **bias** nella stima
- $n - 1$ = gradi di libertà (perdiamo 1 grado usando $\bar{x}$)
- Senza correzione si **sottostima** σ

Implementazione

```python
import numpy as np
s = np.std(dati, ddof=1)  # ddof=1 -> divide per (n-1)
```

Proprietà della Media Campionaria

Data un campione $X_1, X_2, \ldots, X_n$, dove le variabili sono `i.i.d.` la media campionaria è:

$$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

- **Stima imparziale:**

  $$\mathbb{E}[\bar{X}] = \mu$$

  La media campionaria è una stima imparziale della media della popolazione.

- **Varianza:**
$$\text{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$$
La varianza diminuisce all'aumentare della dimensione del campione.

- **Distribuzione asintotica (Teorema del Limite Centrale):**
$$\bar{X} \xrightarrow{d} \mathcal{N}\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) \quad \text{per } n \to \infty$$

- **Efficienza:** Tra le stime imparziali della media, $\bar{X}$ ha varianza minima sotto certe condizioni.

Funzione di Ripartizione (CDF)

Data una variabile casuale X, la funzione di ripartizione è definita in generale come:

$$F_X(x) = \mathbb{P}(X \leq x)$$

Caso Discreto

Se X è discreta e assume valori $x_1, x_2, \ldots$, con funzione di massa di probabilità $p_X(x_i) = \mathbb{P}(X = x_i)$, allora:

$$F_X(x) = \sum_{x_i \leq x} p_X(x_i)$$

- $F_X(x)$ è una funzione a gradini
- È destra-continua
- Cresce solo nei punti x_i dove X ha massa di probabilità

Caso Continuo

Se X è continua con densità di probabilità $f_X(x)$, allora:

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f_X(t)\, dt$$

- $F_X(x)$ è continua
- Se derivabile, vale: $f_X(x) = \frac{d}{dx} F_X(x)$
- La probabilità in un punto è nulla: $\mathbb{P}(X = x) = 0$

Proprietà Comuni

- $\lim\limits_{x \to -\infty} F_X(x) = 0$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} F_X(x) = 1$
- $F_X(x)$ è monotona non decrescente
- È destra-continua

$E[X^2]$

Caso Discreto

Se X è discreta con funzione di massa $p_X(x)$:

$$\mathbb{E}[X^2] = \sum_{x \in \mathrm{Im}(X)} x^2 \cdot p_X(x)$$

Caso Continuo

Se X è continua con densità di probabilità $f_X(x)$:

$$\mathbb{E}[X^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f_X(x)\, dx$$