

# Introduzione alla Ricerca Operativa

Ricerca operativa

Giovanni Righini



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI  
DI MILANO

# Definizione

La **Ricerca Operativa**  
(**Operations Research / Management Science**)

è il settore della matematica applicata  
che studia

**modelli matematici** ed **algoritmi**  
per la risoluzione di **problemi decisionali**  
(problemi di **ottimizzazione**).



## La ricerca operativa e la matematica

In ricerca operativa la matematica viene usata come un **linguaggio** per descrivere **modelli di problemi decisionali**.

Le **proprietà del modello matematico** sono il punto di partenza per la progettazione di opportuni **algoritmi risolutivi**.

A differenza della statistica, la ricerca operativa non parte dai **dati**, ma dal **modello** del problema.

A differenza della simulazione numerica, la ricerca operativa non studia modelli (matematici) di **sistemi fisici**, ma modelli (matematici) di **problemi decisionali**.

# Modelli matematici

## Fisica, ingegneria

- Sistemi naturali o artificiali
- Descritti da equazioni
- Soluzione unica
- Senza decisioni né obiettivi

## Ricerca operativa

- Problemi decisionali
- Descritti da disequazioni
- Molte soluzioni possibili
- Obiettivo/i da ottimizzare

## Perché i modelli matematici?

**A fronte di un problema da risolvere, non si deve mai by-passare la fase della formulazione matematica.**

Per molti motivi:

- Per comprendere davvero il problema.
- Per comunicarlo ad altri (incluso il calcolatore).
- Per classificarlo.
- Per comprenderne la complessità.
- Per capire quale tipo di metodo è meglio usare.
- Per poter eventualmente usare software già pronto.
- Per riconoscere sottoproblemi e scomporlo.
- Per mantenere distinto il problema dal metodo risolutivo.

## La ricerca operativa e l'informatica

La **ricerca operativa** non si propone di sviluppare nuova tecnologia, ma di utilizzare nel modo migliore quella esistente.

E' quindi più vicina alla **computer science** che all'**information technology**.

La **ricerca operativa** è la matematica degli algoritmi di ottimizzazione, che possono essere anche molto sofisticati ed il cui sviluppo richiede tipicamente eccellenti doti di programmazione.

# Algoritmi vs tecnologia

## LP Progress: An Example



### A Production Planning Model

401,640 cons. 1,584,000 vars. 9,498,000 nonzeros

Solution time line (2.0 GHz P4):		Speedup
▪ 1988 (CPLEX 1.0):	29.8 days	1x
▪ 1997 (CPLEX 5.0):	1.5 hours	480x
▪ 2003 (CPLEX 9.0):	59.1 seconds	43500x

**Solving IN 1988: 82 years (machines 1000x slower)**

## La ricerca operativa e i Big Data

L'obiettivo della **ricerca operativa** è di supportare i **processi decisionali**, utilizzando al meglio i **dati** disponibili (in forma digitale).



**Dati**  $\Rightarrow$  **Decisioni**



Per sviluppare un progetto di ricerca operativa non servono necessariamente **big data**, ma piuttosto i right **data**.



## Attributi di una buona decisione

La **ricerca operativa** supporta il decisore nel prendere una **decisione**

- **efficace**: raggiunge lo scopo;
- **efficiente**: raggiunge lo scopo consumando poche risorse;
- **tempestiva**: coerente con l'orizzonte temporale del livello decisionale (strategico, tattico, operativo);
- **robusta**: rimane buona (per lo meno ammissibile) anche in seguito a piccole variazioni nel valore dei dati;
- **giustificabile**: può essere dimostrata razionale ad altri.

## Ricerca operativa e processi decisionali

### INTELLIGENZA

Svelare il nesso  
tra azioni ed effetti

Calcolatore  
(non responsabile)

### LIBERTA'

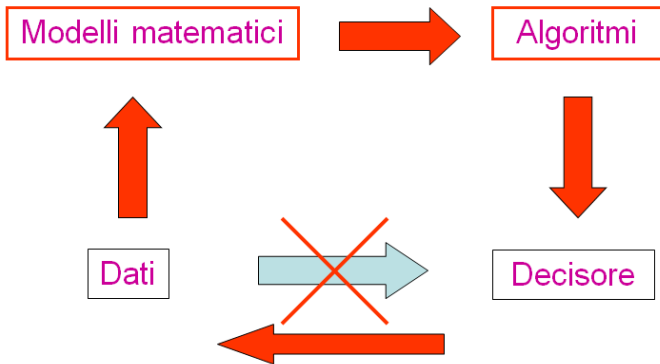
Scegliere un'azione  
tra quelle possibili

Uomo  
(responsabile)

*Una scelta è tanto più libera e razionale quanto più è informata.*

Il tipico prodotto di un progetto di ricerca operativa è un sistema di supporto alle decisioni (DSS: Decision Support System)

## Supporto alle decisioni



Il **decisore** non viene sostituito dal **DSS**.

## Un po' di storia

La Ricerca Operativa nacque in Gran Bretagna durante la II guerra mondiale da un gruppo di studio multidisciplinare denominato "Research on Military Operations".



Patrick Blackett (1897-1974)  
Premio Nobel per la Fisica (1948)

## Un po' di storia

Lo scopo era di affrontare con metodi scientifico alcuni problemi di logistica militare.

- Dove localizzare i radar per sorvegliare nel modo migliore lo spazio aereo sulla Manica in previsione di attacchi aerei della Luftwaffe?
- Come comporre le squadriglie di piloti della Royal Air Force per ingaggiare battaglie aeree?
- Come dimensionare i convogli di navi per attraversare l'Atlantico in modo da minimizzare gli effetti degli attacchi dei sottomarini tedeschi?
- A quale profondità far esplodere le cariche anti-sommergibile?

I risultati di questi primi studi ebbero un effetto decisivo per la vittoria degli Alleati nella Battaglia d'Inghilterra (1940-41) e per l'esito finale della seconda guerra mondiale.

## Un po' di storia

Terminata la guerra, la Ricerca Operativa venne progressivamente applicata in ogni ambito civile, industriale ed economico, sviluppandosi di pari passo con la **Computer Science**.

Si evidenziarono due settori principali:  
**Operations Research** (ingegneria) e  
**Management Science** (economia).

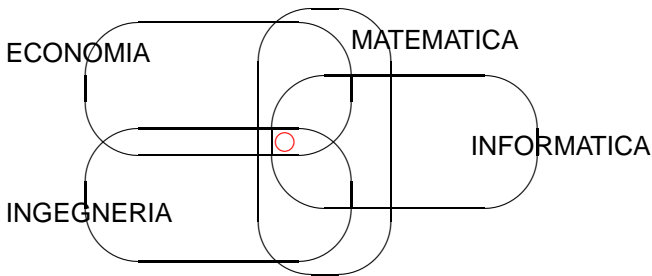
L'**Associazione Italiana di Ricerca Operativa** fu fondata nel 1961.



George B. Dantzig  
(1914-2005)

Negli USA negli anni Novanta le due comunità scientifiche **ORSA = Op. Res. Soc. Of America** e **TIMS = The Inst. of Mgmt. Sc.** si fusero, originando l'attuale **INFORMS (Institute For Operations Research and the Management Sciences)**, [www.informs.org](http://www.informs.org).

## Interdisciplinarietà



Ricerca Operativa è il nome disciplinare dell'intersciplinarietà.  
Nelle università di tutto il mondo i ricercatori in **ricerca operativa** si possono trovare indifferentemente in dipartimenti di **matematica**, **informatica**, **ingegneria** o **economia**.

## La Ricerca Operativa fino a ieri

Fino a pochi anni fa, la ricerca operativa era più conosciuta e sviluppata...

- ...nel mondo anglosassone,
- ...negli enti militari,
- ...in alcune grandi aziende (compagnie aeree, case automobilistiche,...),

mentre era meno conosciuta e sviluppata...

- ...in Italia,
- ...presso le amministrazioni pubbliche,
- ...nelle piccole e medie imprese,
- ...presso l'opinione pubblica.

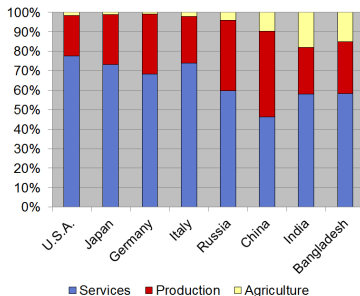
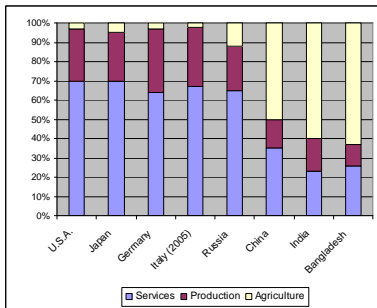


## Fattori di sviluppo

Esistono alcuni fattori **di scala mondiale** e **di lungo termine** che da alcuni anni spingono fortemente lo sviluppo della Ricerca Operativa.

- La **globalizzazione dei mercati** richiede maggiore competitività nel settore privato.
- L'**integrazione europea** richiede maggiore efficienza nel settore pubblico.
- L'**emergenza ambientale ed energetica** pone problemi complessi, ineludibili.
- Lo spostamento dell'economia dalla produzione ai **servizi** richiede un approccio scientifico a problemi nuovi.
- Esiste una disponibilità senza precedenti di **dati (ICT, big data)** e di **software** dedicato (simulazione, ottimizzazione,...).

## La service-based economy



Più del 70% del PIL in Occidente proviene dal settore dei servizi  
Service Science Management & Engineering (IBM, 2005).

## La piramide del valore



Il valore aumenta dal livello **DATI** al livello **DECISIONI**

# Data value spectrum



# Analytics

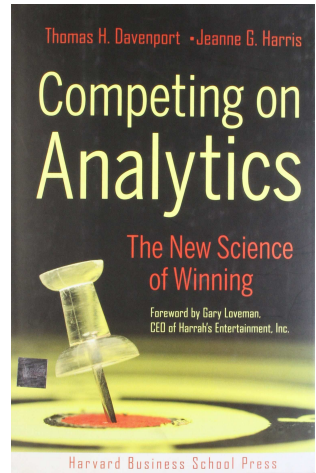
T.H. Davenport, J.G. Harris (2007)  
*Competing on Analytics: the New Science of Winning*

I. Ayres (2007)  
*Super Crunchers: Why Thinking-by-Numbers is the New Way to Be Smart*

S. Baker (2008)  
*The Numerati*

T. May (2009)  
*The New Know: Innovation Powered by Analytics*

...e molti altri a seguire.



# Analytics

Gli 8 livelli di **analytics** secondo SAS:

1. *Standard reports*: Rapporti riassuntivi periodici su un sistema
2. *Ad hoc reports*: Rapporti specifici su un argomento/sotto-sistema
3. *Domande di approfondimento*: Ordinamento ed esplorazione dei dati, identificazione problemi
4. *Allerte*: Segnalazioni automatiche di problemi specifici
5. *Analisi statistica* nello spazio e nel tempo; valori medi, varianze, distribuzioni
6. *Previsioni*: analisi di serie temporali, modelli di evoluzione di un sistema
7. *Modelli predittivi*: simulazione, teoria delle code,...
8. *Ottimizzazione*: programmazione matematica.

Modelli **descrittivi**, **predittivi**, **prescrittivi**.

# Smarter Planet (IBM, 2008)

<http://www.ibm.com/think>



Smart traffic  
systems



Intelligent  
oil field  
technologies



Smart food  
systems



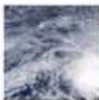
Smart  
healthcare



Smart energy  
grds



Smart retail



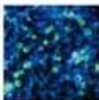
Smart water  
management



Smart supply  
chains



Smart  
countries



Smart  
weather

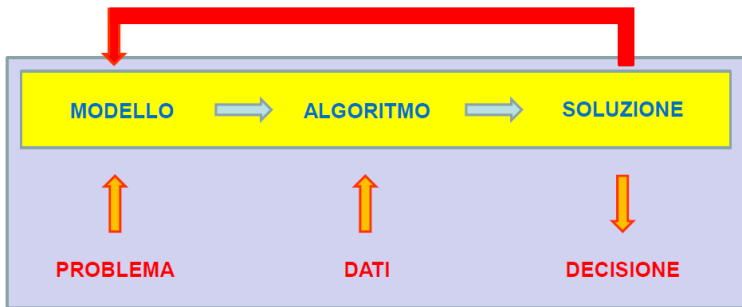


Smart  
regions



Smart cities

## Algoritmi intelligenti o decisori intelligenti?



Il **modello** ed i **dati** devono sempre essere soggetti a continuo miglioramento. Solo così si genera **conoscenza**.



# Sbocchi occupazionali

## The Best and Worst Jobs

The Best	The Worst
1. <b>Mathematician</b>	200. Lumberjack
2. Actuary	199. Dairy Farmer
3. Statistician	198. Taxi Driver
4. Biologist	197. Seaman
5. Software Engineer	196. EMT
6. Computer Systems Analyst	195. Roofer
7. Historian	194. Garbage Collector
8. Sociologist	193. Welder
9. Industrial Designer	192. Roustabout
10. Accountant	191. Ironworker
11. Economist	190. Construction Worker
12. Philosopher	189. Mail Carrier
13. Physicist	188. Sheet Metal Worker
14. Parole Officer	187. Auto Mechanic
15. Meteorologist	186. Butcher
16. Medical Laboratory Technician	185. Nuclear Decontamination Tech
17. Paralegal Assistant	184. Nurse (LN)
18. Computer Programmer	183. Painter
19. Motion Picture Editor	182. Child Care Worker
20. Astronomer	181. Firefighter

## Professioni matematiche

Le professioni valutate sono definite così.

- **Mathematician:** Applies mathematical theories and formulas to teach or solve problems in a business, educational or industrial climate.
- **Actuary:** Interprets statistics to determine probabilities of accidents, sickness and death and loss of property from theft and natural disasters.
- **Statistician:** Tabulates, analyzes and interprets the numerical results of experiments and surveys.

Sono rispettivamente gli esperti di modelli **prescrittivi**, **predittivi** e **descrittivi**.

## Best jobs 2017 (Careercast.com)

Rank	Job
1	Statistician
2	Medical services manager
 3	Operations research analyst
4	Information security analyst
5	Data scientist
6	University professor
7	Mathematician
8	Software engineer

## Alcuni siti

AIRO - Associazione Italiana Ricerca Operativa  
[www.airo.org](http://www.airo.org)

EURO - Associazione Europea di R.O.  
[www.euro-online.org](http://www.euro-online.org)

INFORMS - INstitute For Operations Research and the Management Sciences  
[www.informs.org](http://www.informs.org)

Informazioni sul corso

## Il corso di Ricerca Operativa

Nel vostro curriculum il corso di R.O. ha lo scopo di:

- spostare il fuoco dai *metodi* ai *problemi* e dai *calcolatori* alle loro *applicazioni*;
- indicare l'esistenza di una figura professionale ben precisa, con possibilità di lavoro sia dipendente che autonomo, con apertura tanto verso le applicazioni quanto verso la ricerca scientifica;
- collegare tra loro discipline diverse (matematica del continuo e del discreto, programmazione, algoritmi e strutture-dati, calcolo delle probabilità e statistica, calcolo numerico,...)

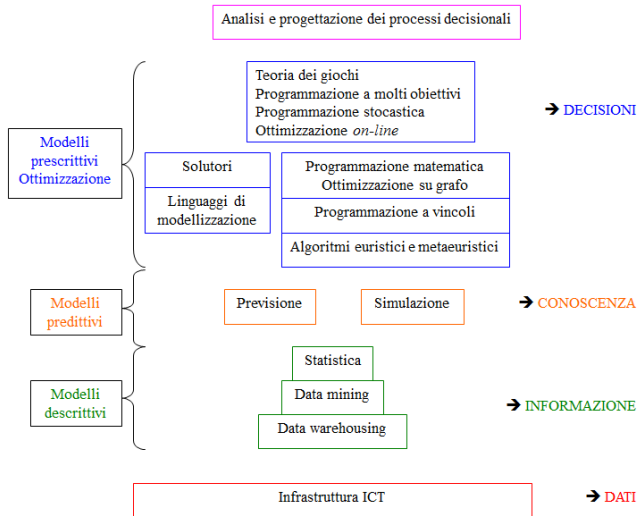
Il corso contiene una panoramica “in larghezza”, non “in profondità”.

## Il corso di Ricerca Operativa

Al termine di questo corso:

- saprete riconoscere un problema di ottimizzazione quando ne incontrate uno;
- saprete classificarlo;
- saprete scriverne il modello matematico;
- saprete eventualmente risolverlo usando solutori *general-purpose*;
- non avrete imparato nei dettagli alcun algoritmo;
- non avrete imparato a progettare e realizzare algoritmi di ottimizzazione;
- non sarete diventati esperti di alcun settore applicativo in particolare.

# Una panoramica sulla ricerca operativa





## Il percorso *Analytics and Optimization*

Nella laurea magistrale in informatica è attivo un percorso denominato *Analytics and Optimization* nel quale vengono erogati i seguenti insegnamenti (in lingua inglese), per i quali il corso di Ricerca Operativa è propedeutico:

- Complements of operational research: algoritmi di ottimizzazione per problemi NP-hard.
- Combinatorial optimization: algoritmi per problemi di ottimizzazione su grafo polinomiali.
- Heuristic algorithms: algoritmi euristici e di approssimazione per problemi NP-hard.
- Decision methods and models: programmazione a molti obiettivi e teoria dei giochi.
- Simulation: simulazione a eventi discreti e ad agenti.
- Logistics: modelli di previsione, teoria delle code, gestione delle scorte, ottimizzazione logistica.

## Programmazione matematica

I problemi di decisione possono essere classificati in base a tre caratteristiche principali:

- Numero di obiettivi
- Numero di decisori
- Grado di incertezza

Consideriamo i problemi con un solo obiettivo, un solo decisore, deterministici.

La programmazione matematica presuppone la formulazione del problema in termini di **modello matematico**.

## Modelli di programmazione matematica

Gli ingredienti fondamentali di un modello di programmazione matematica sono:

- Dati
- Variabili
- Vincoli
- Funzione obiettivo

Un **algoritmo** calcola una **soluzione**, cioè un'assegnamento di valori alle variabili.

Nei problemi di **esistenza** si vuole trovare una soluzione **ammissibile**, cioè tale da soddisfare tutti i vincoli.

Nei problemi di **ottimizzazione** si vuole trovare una soluzione **ottima**, cioè tale da massimizzare/minimizzare la funzione obiettivo.

## Esempio

$$\begin{array}{ll}\text{minimize} & f(x) \\ \text{subject to} & x \in \mathcal{X}\end{array}$$

Se **obiettivo** e **vincoli** sono rappresentati da **funzioni lineari** delle **variabili**, il problema è di **programmazione lineare**.

Altrimenti è di **programmazione non-lineare**.

Se le **variabili** sono vincolate ad assumere valori interi (o addirittura binari), allora il problema è di **ottimizzazione discreta**.

## Il programma del corso

Il corso è suddiviso in 4 parti:

### 1. Programmazione lineare:

- proprietà fondamentali della PL
- soluzione per via geometrica
- forma standard e algoritmo del simplesso
- interpretazione economica della PL
- analisi post-ottimale
- teoria della dualità

### 2. Programmazione lineare a due obiettivi:

- soluzioni Pareto-ottime
- metodo dei pesi e metodo dei vincoli

### 3. Programmazione lineare intera:

- proprietà fondamentali della PLI
- rilassamenti
- branch-and-bound

### 4. Programmazione non-lineare:

- ottimalità locale e globale
- metodi iterativi e loro proprietà

## Testi di riferimento

- A. Colorni, *Ricerca Operativa*, Ed. Zanichelli, 1984
- C. Vercellis, *Modelli e decisioni*, Progetto Leonardo, Ed. Esculapio, Bologna 1997
- Hillier, Liebermann, *Introduzione alla Ricerca Operativa*, Franco Angeli, 1999
- S. Martello, *Lezioni di ricerca operativa*, Progetto Leonardo, 2002
- R. Tadei, *Elementi di Ricerca Operativa*, Progetto Leonardo 2005
- M. Pappalardo, *Lezioni di Ricerca Operativa*, 2006
- P. Serafini, *Ricerca Operativa*, 2009
- M. Pappalardo, *Ricerca Operativa*, Pisa University Press, 2010
- M. Bruglieri, *Ricerca Operativa*, Zanichelli, 2012
- M. Fischetti, *Lezioni di ricerca operativa*, Libreria progetto, 2014

## Il corso di Ricerca Operativa

L'esame consiste in una **prova al calcolatore** e in una **prova orale** che pesa 6/30.

Tradizionalmente la prova scritta di R.O. è concepita così:

- dato un problema già classificato e modellizzato,
- dato un esempio piccolo,
- calcolare a mano la soluzione, applicando l'algoritmo opportuno.

Corrisponde a fare in piccolo ciò che è **compito del calcolatore**.

Nel nostro corso invece la prova scritta di R.O. è concepita così:

- dato un problema realistico descritto a parole,
- dato un esempio "grande" (= non risolubile a mano),
- scriverne il modello e classificarlo,
- scegliere lo strumento software opportuno,
- preparare l'input, interpretare l'output.

Corrisponde al **compito del ricercatore operativo**.

## Laboratorio

La parte più importante del corso non è tanto quella teorica, quanto quella che si sviluppa in **laboratorio** e che serve a sviluppare **competenze di modellistica matematica dei problemi decisionali**.

Sulla webpage del corso sono disponibili molti **esercizi d'esame risolti e commentati**.

Useremo come strumenti:

- il foglio elettronico con il componente aggiuntivo "Risolutore";
- il solutore (gratuito) *glpsol* con l'interfaccia *gusek*.