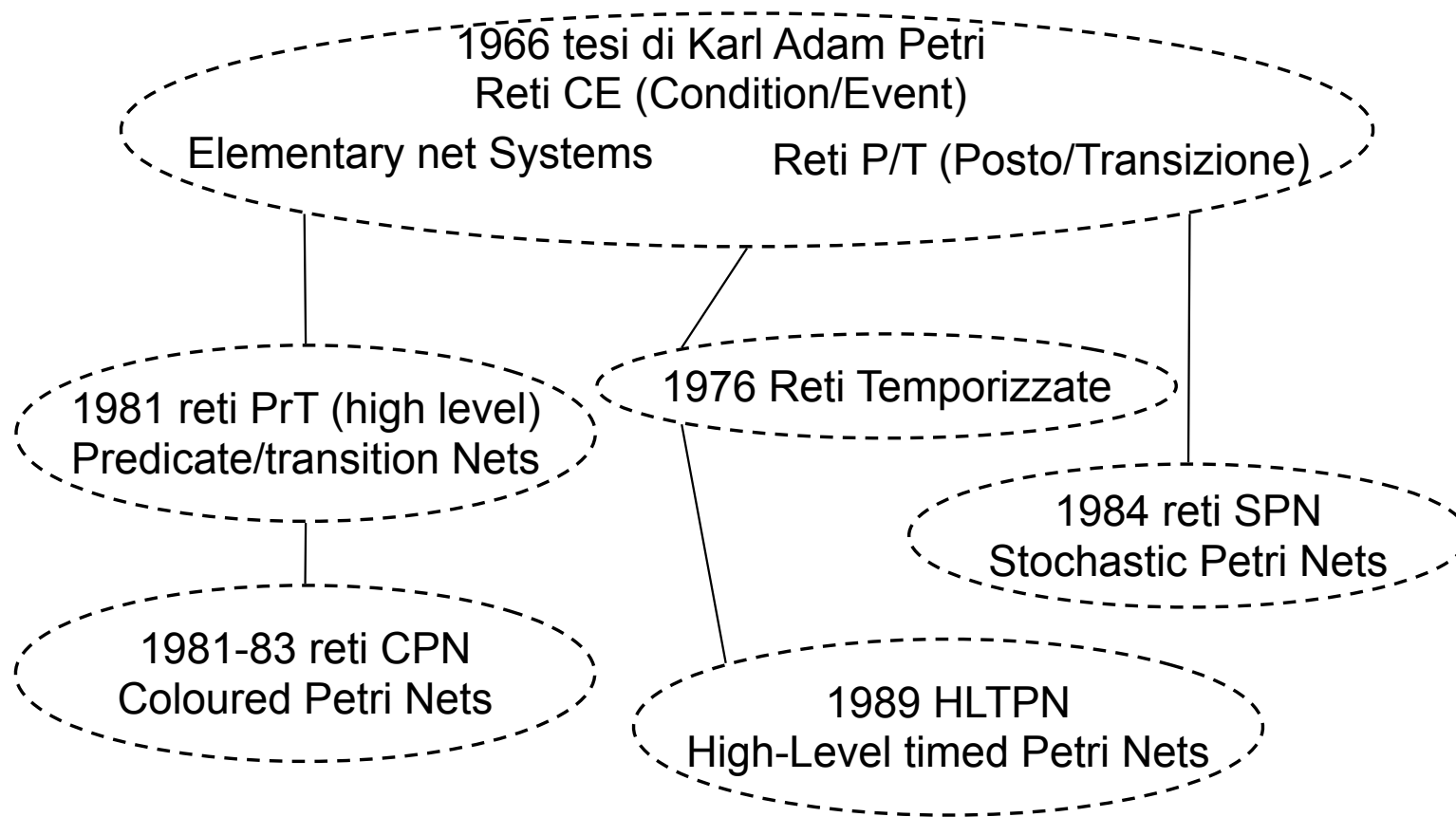


# Reti di Petri Temporizzate

# estensioni reti di petri



# Modellare sistemi Hard Real-time

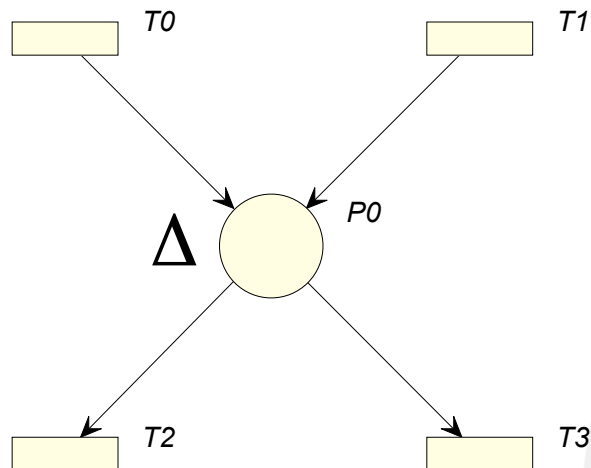
- Il tempo è un fattore essenziale in moltissime applicazioni
- Hard-Real time significa che bisogna soddisfare dei vincoli temporali senza errori
  - Controllo di centrali nucleari
  - Controllo di volo
  - Controllo di processi industriali
- Analisi stocastica potrebbe non essere sufficiente in questi casi: si occupa piu' di analisi delle prestazioni
- Quindi la capacita' di avere modelli deterministici e' complementare e non alternativa ai modelli stocastici

# Modelli temporali

- Esistono diverse proposte sulla maniera migliore per aggiungere il tempo (deterministico) alle reti di Petri :
  - Ritardi sui posti
  - Ritardi sulle transizioni
  - Tempi di scatto sulle transizioni
    - unici  $\leftrightarrow$  multipli
    - fissi  $\leftrightarrow$  variabili
    - assoluti  $\leftrightarrow$  relativi

# Tempo sui posti

- Il tempo associato ai posti indica il tempo che un gettone deve rimanere nel posto stesso prima di potere essere considerato come parte di una abilitazione

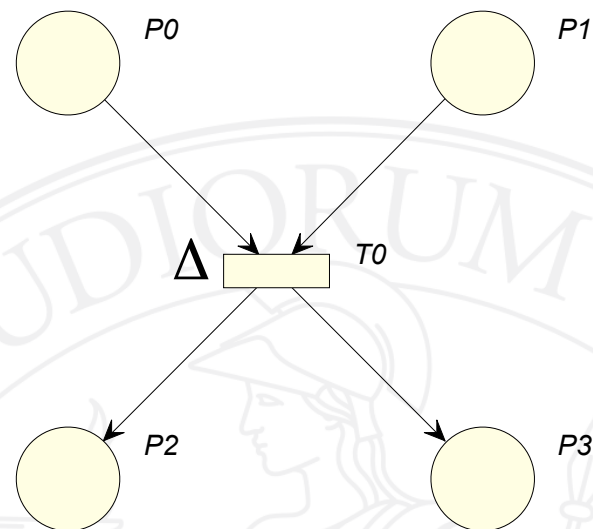


$\Delta$  rappresenta la durata minima di permanenza del gettone nel posto... quanto quell'aparte di sistema rimane in quello stato

*Coolahan & Roussopolous 1983  
Stotts and Pratt 1985*

# Tempo sulle transizioni

- Il tempo associato alle transizioni puo` essere usato per indicare due cose diverse
  - Un ritardo di scatto (cioe` la durata di una azione)
    - Ramchandani 1974
    - Ramamoorthy & Ho 1980
    - Zuberek 1980
    - Holliday & Vernon 1987
  - Il momento in cui lo scatto avviene
    - ...
- Esistono anche modelli misti
  - Tempo sui posti (delay) e sulle transizioni (firing time)
    - Razouk & Phelps 1985
    - Tsai et al. 1995



# Durata vs. momento dello scatto

- **Durata:**
  - Le transizioni scattano non appena possibile
  - Gli scatti hanno una durata fissa
- **Momento dello scatto:**
  - Le transizioni scattano in un momento fissato (in diverse maniere dai diversi modelli)
  - Lo scatto e' istantaneo
- **Modelli misti:**
  - Si puo` specificare sia l'istante che la durata dello scatto

# Momenti di scatto unici o multipli

- **Momento di scatto unico**
  - Alla transizione viene associato un valore singolo
    - Leveson & Stolzy 1987
- **Momenti di scatto multipli**
  - Alla transizione vengono associati più possibili valori: tra questi si sceglierà poi il tempo effettivo di scatto della transizione
    - Merlin&Farber 1976 (TPNs): intervalli
    - Ghezzi et al 1991 (TB nets): insiemi
- Il primo può essere visto come un caso particolare del secondo



# Insiemi costanti o variabili

- **Costanti**
  - L'insieme dei tempi di scatto è definito staticamente
  - TPNs: gli estremi dell'intervallo dei possibili tempi di scatto sono costanti
- **Variabili**
  - L'insieme dei tempi di scatto può variare dinamicamente
  - TB nets: gli insiemi dei tempi di scatto sono definiti come funzioni dei timestamps gettoni che abilitano la transizione (their birth date)
  - HLTPNs (Ghezzi ed al TSE91): gli insiemi dei tempi di scatto sono definiti come funzioni dei timestamps e dei valori gettoni che abilitano la transizione
- Il primo può essere visto come un caso particolare del secondo

# Tempi di scatto assoluti o relativi

- Relativi

- I tempi di scatto possono essere espressi solo in termini relativi al tempo di abilitazione
  - TPNs

- Assoluti

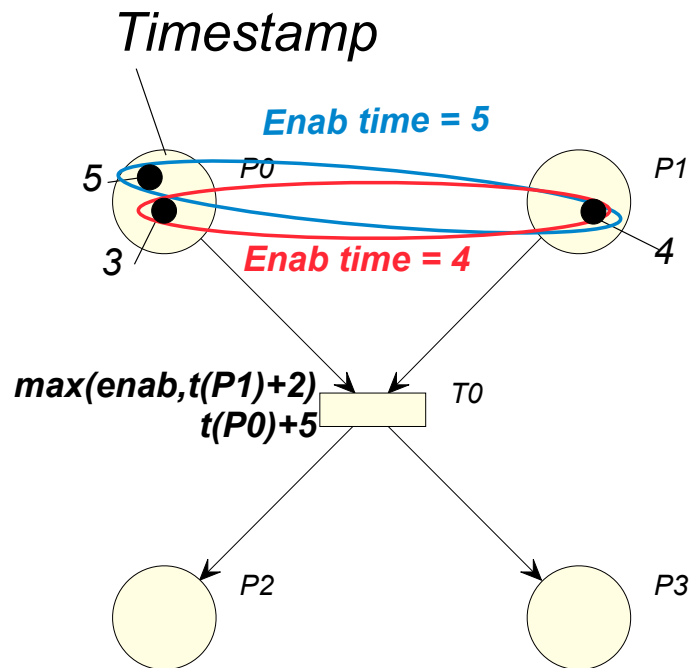
- I tempi di scatto possono essere espressi in termini relativi a tempi assoluti e/o al tempo dei singoli gettoni che compongono l'abilitazione
  - TB nets
  - TCPNs (Tsai et al. 1995)

- Il primo può essere visto come un caso particolare del secondo

# Time Basic nets (Ghezzi et al. 1989)

- Tempo associato alle transizioni
- Vengono associati:
  - degli insiemi di tempi di scatto possibili
  - definiti in maniera dinamica
  - come funzioni che possono fare riferimento a tempi assoluti e ai tempi dei singoli gettoni

# TB net informalmente



I gettoni non sono anonimi (**timestamp**)

Tempo di abilitazione (enab) = il massimo tra i timestamp dei gettoni che compongono la tupla abilitante (**enabling tuple**)

Insieme dei tempi di scatto  
Non possono essere minori del tempo di abilitazione (una transizione non può scattare prima di essere abilitata)

Tempo di scatto = scelto all'interno del set dei possibili...  
diventa il timestamp di tutti i gettoni prodotti

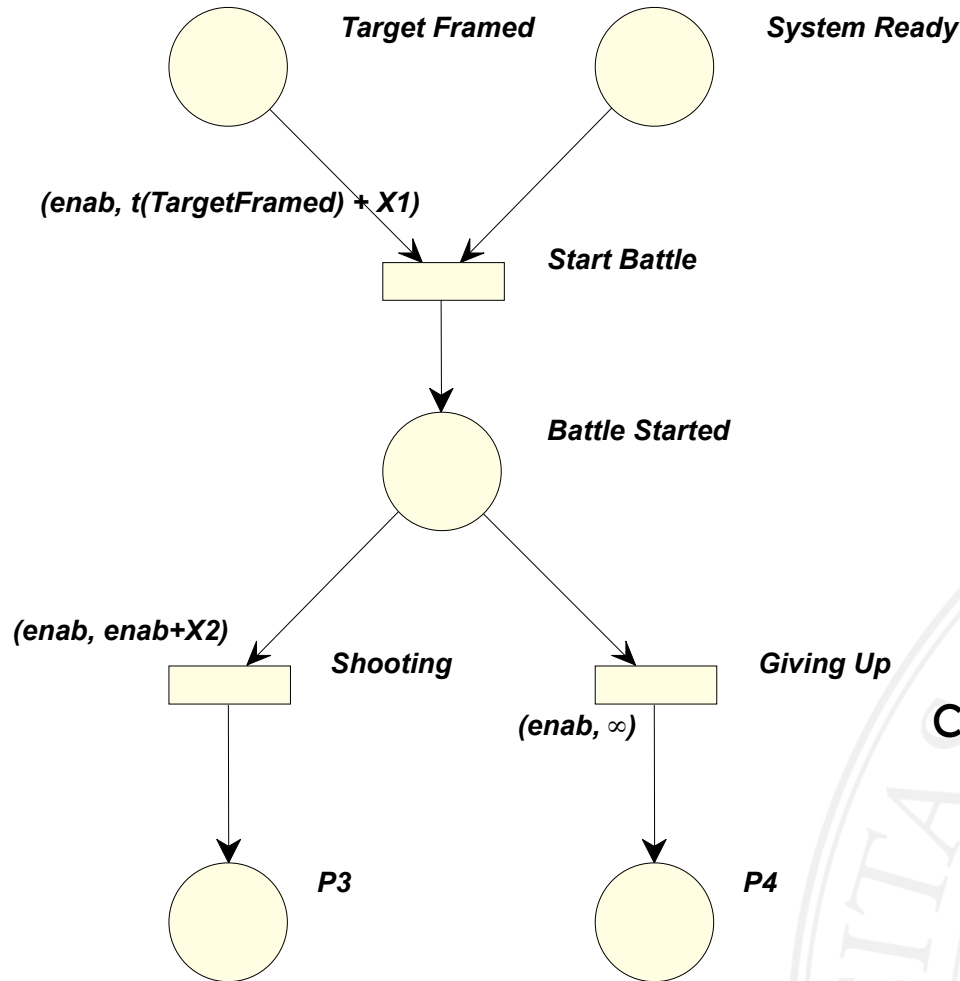
# TB nets formalmente

- Una rete TB è una 6-tupla  $\langle P, T, \Theta; F, tf, m_0 \rangle$
- $[P, T; F]$  come nelle reti di petri normali
- $\Theta$  è un insieme numerico (il dominio temporale)
- $tf$  associa ad ogni transizione una funzione temporale  $tf_t$ .
  - dove  $tf_t(en) \subseteq \Theta$ ,
    - dove  $en$  è una **tupla abilitante**
- $m_0: P \rightarrow \{ (\theta, mul(\theta)) \mid \theta \in \Theta \}$ 
  - è un multiset che esprime la marcatura iniziale

# Semantica temporale debole (Weak) (informalmente)

- Una transizione può scattare solo in uno degli istanti identificati dalla sua funzione temporale
- Una transizione non può scattare prima di essere stata abilitata
- Una transizione anche se abilitata non è forzata a scattare
- Utile per modellare eventi solo parzialmente definiti
  - Eventi che dipendono da componenti non modellati o modellizzabili
  - Una decisione umana, un guasto...

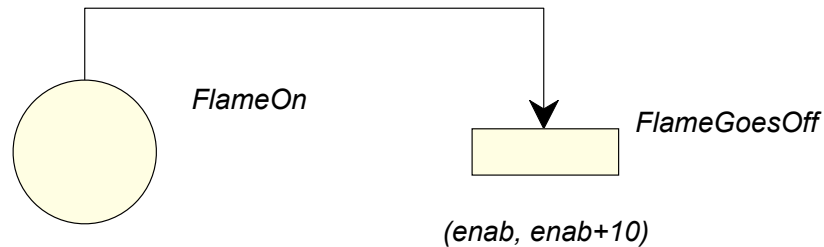
# Esempio di WTS: figther



È possibile sparare solo sotto certe condizioni...  
L'esito della battaglia dipende da una decisione del pilota

Una sequenza ammissibile sotto WTS:  
 $StartBattle(\tau_1), GivingUp(\tau_2)$  con  $\tau_2 - \tau_1 > X2$   
Cioè GivingUp scatta dopo il massimo dei tempi possibili di scatto di Shooting

# Esempio di WTS: gas burner



Un guasto (la fiamma si spegne a causa del vento) è possibile ma potrebbe anche non accadere mai

Al contrario dei modelli stocastici non ci interessa modellare con quale probabilità potrà accadere... ma solo che può accadere



# Axiom 1: Monotonicità rispetto alla marcatura iniziale

- Tutti i tempi di scatto di una sequenza di scatto devono essere non minori di uno qualunque dei timestamp dei gettoni della marcatura iniziale
- La marcatura deve essere consistente: cioè non deve contenere gettoni prodotti nel futuro

## Axiom 2: Monotonicità dei tempi di scatto di una sequenza

- Tutti i tempi di scatto di una sequenza di scatti devono essere ordinati nella sequenza in maniera monotonicamente non decrescente
- Consistenza con la proprietà intuitiva:
  - il tempo non torna indietro...
- Due o più transizioni possono scattare nello stesso istante:
  - Azioni concorrenti simultanee
  - Granularità temporale più piccola delle necessità del modello

# Axiom 3: Divergenza del tempo (non-zenonicità)

- Non è possibile avere un numero infinito di scatti in un intervallo di tempo finito
- Consistenza rispetto a proprietà intuitiva del tempo:
  - Il tempo avanza
    - non si può fermare
    - Non è suddivisibile in infinitesimi

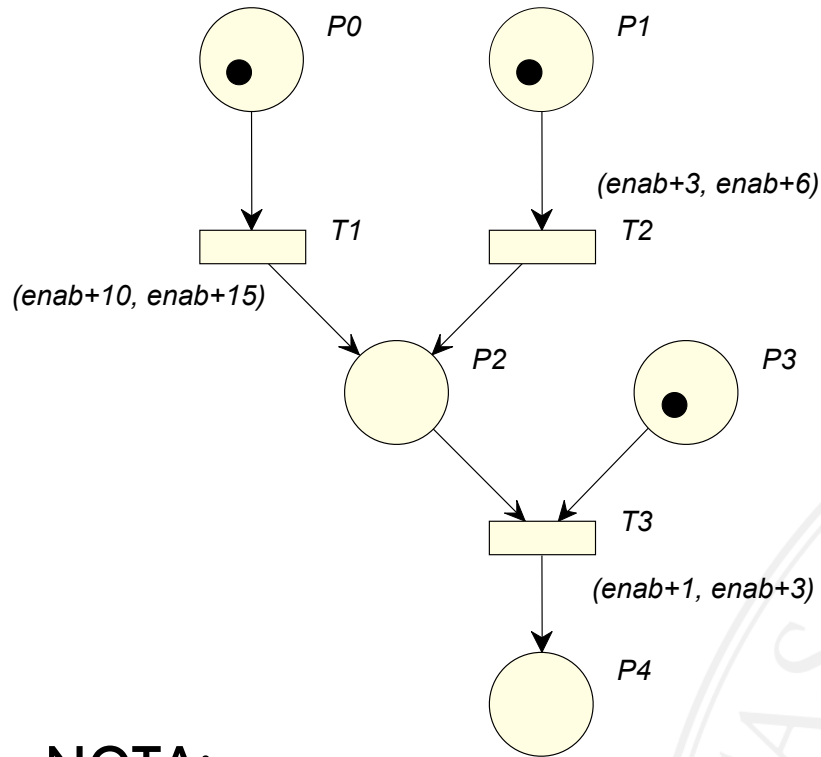
# WTS and MWTs

- Sequenze di scatti che soddisfano gli assiomi 1 e 3 sono chiamate sequenze ammissibili in semantica debole (WTS)
- Sequenze di scatti che soddisfano gli assiomi 1, 2 e 3 sono chiamate sequenze ammissibili in semantica monotonica debole (MWTs)

# Theorem WTS $\equiv$ MWTS

- Per ogni sequenza di scatti debole  $s$  esiste una sequenza di scatti monotonica debole ottenibile per semplice permutazione delle occorrenze degli scatti.
- Tecniche di analisi per (high-level) Petri net possono essere usate per reti con semantica debole

# Esempio di equivalenza



NOTA:

Nella marcatura prodotta dallo scatto di  $T_2$ ,  $T_3$  risulta abilitata tra 5 e 7, ma non scatta!!

Una possibile sequenza WTS:  
(assumendo timestamp iniziali tutti uguali a zero)

- $T_1$  scatta al tempo 12
- $T_3$  scatta al tempo 14
- $T_2$  scatta al tempo 4

La equivalente MWTS:

- $T_2$  scatta al tempo 4
- $T_1$  scatta al tempo 12
- $T_3$  scatta al tempo 14

# Semantica temporale forte (strong) (informalmente)

- Una transizione può scattare solo in uno degli istanti identificati dalla sua funzione temporale
- Una transizione non può scattare prima di essere stata abilitata
- Una transizione DEVE scattare ad un suo possibile tempo di scatto a meno che non venga disabilitata prima del proprio massimo tempo di scatto ammissibile

**Semantica più diffusa (utile per i sistemi deterministici)**  
**Default in molti modelli temporizzati (TPNs)**

## Assioma 4: Marcatura forte iniziale

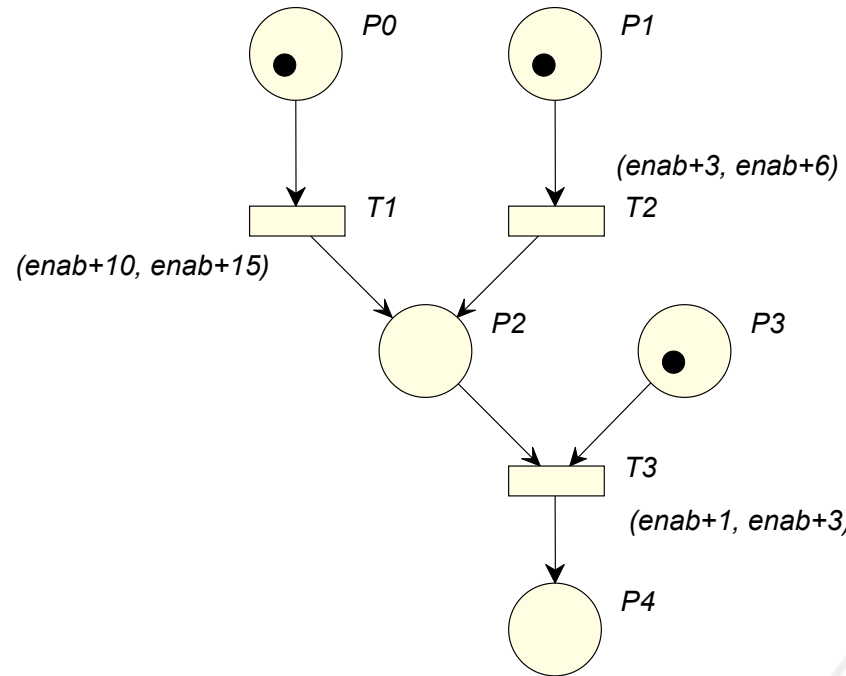
- Il massimo tempo di scatto di tutti le abilitazioni nella marcatura iniziale deve essere maggiore o uguale del massimo timestamp associato ad un gettone della marcatura
- La marcatura iniziale deve essere consistente con la nuova semantica.
- Il gettone non avrebbe potuto essere creato a un istante successivo a quel timestamp senza che prima fosse scattata la transizione (entro il suo tempo massimo)



# Assioma 5: Sequenza di scatti forte (STS)

- Una sequenza di scatti MWTS che parta da una marcatura forte iniziale è una sequenza di scatti forte se per ogni scatto il tempo di scatto della transizione non è maggiore del massimo tempo di scatto di una altra transizione abilitata.
- Una transizione abilitata DEVE scattare entro il suo massimo tempo di scatto, se non viene disabilita prima da un altro scatto
- Sequenze di scatto che soddisfano gli assiomi 1,2,3,4, e 5 sono dette sequenze ammissibili in semantica forte (STS)

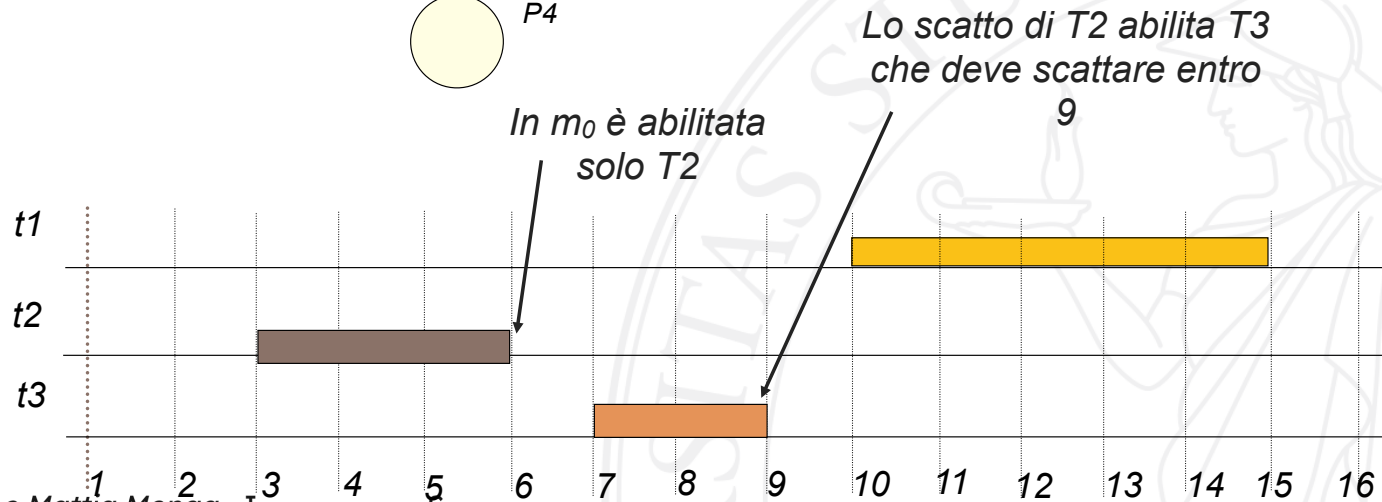
# STS $\neq$ WTS



La sequenza MWTS:

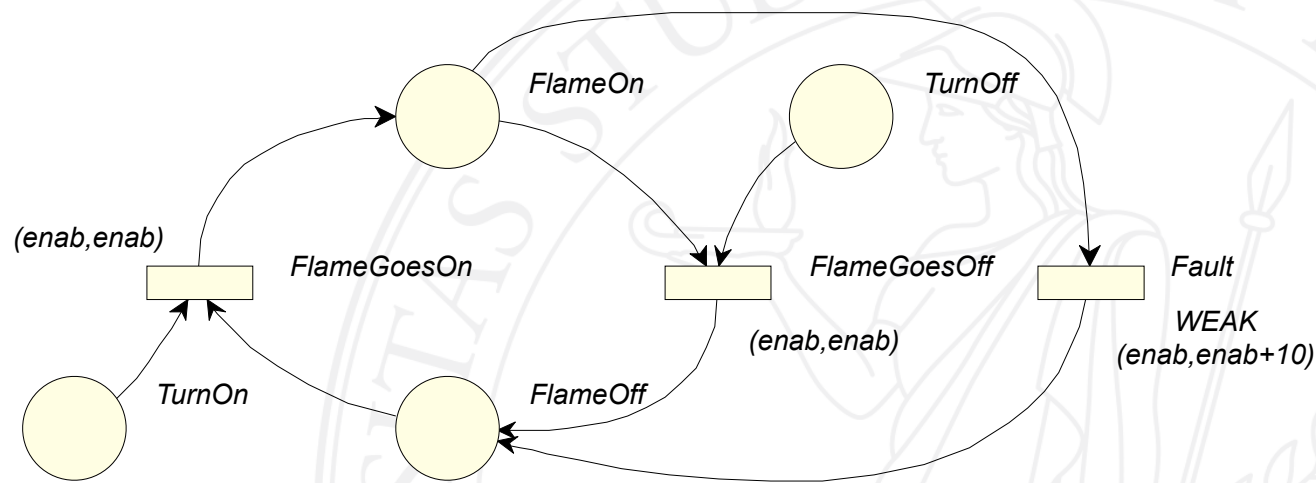
- $t2$  scatta al tempo 6
- $t1$  scatta al tempo 12
- $t3$  scatta al tempo 14

Non è una sequenza STS

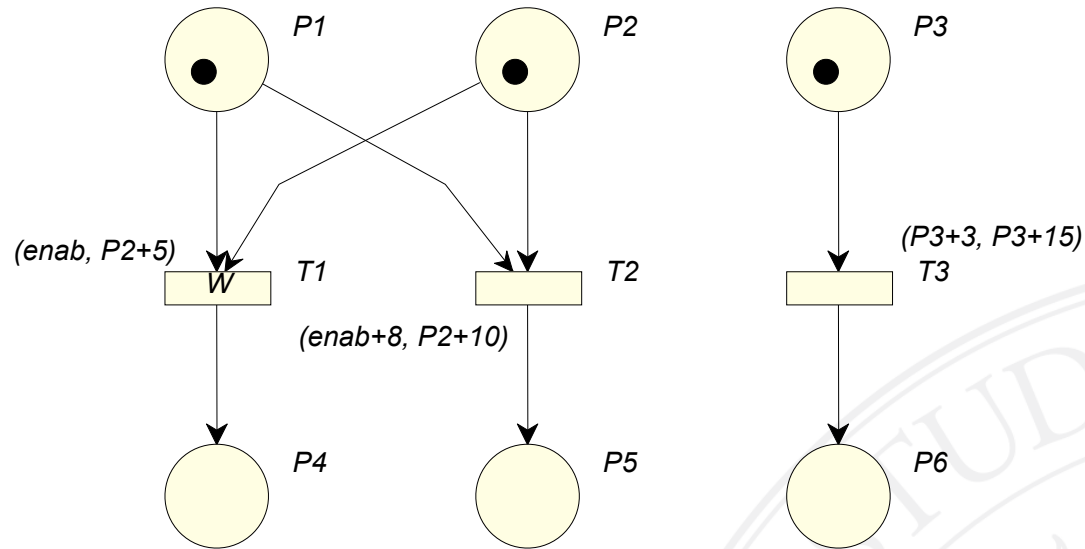


# Mixed time semantics

- La semantica forte o debole viene associata alle singole transizioni invece che all'intera rete
- Transizioni forti devono scattare entro il loro tempo massimo a meno che non vengano disabilitate prima
- Transizioni deboli possono scattare entro il loro insieme di tempi di scatto



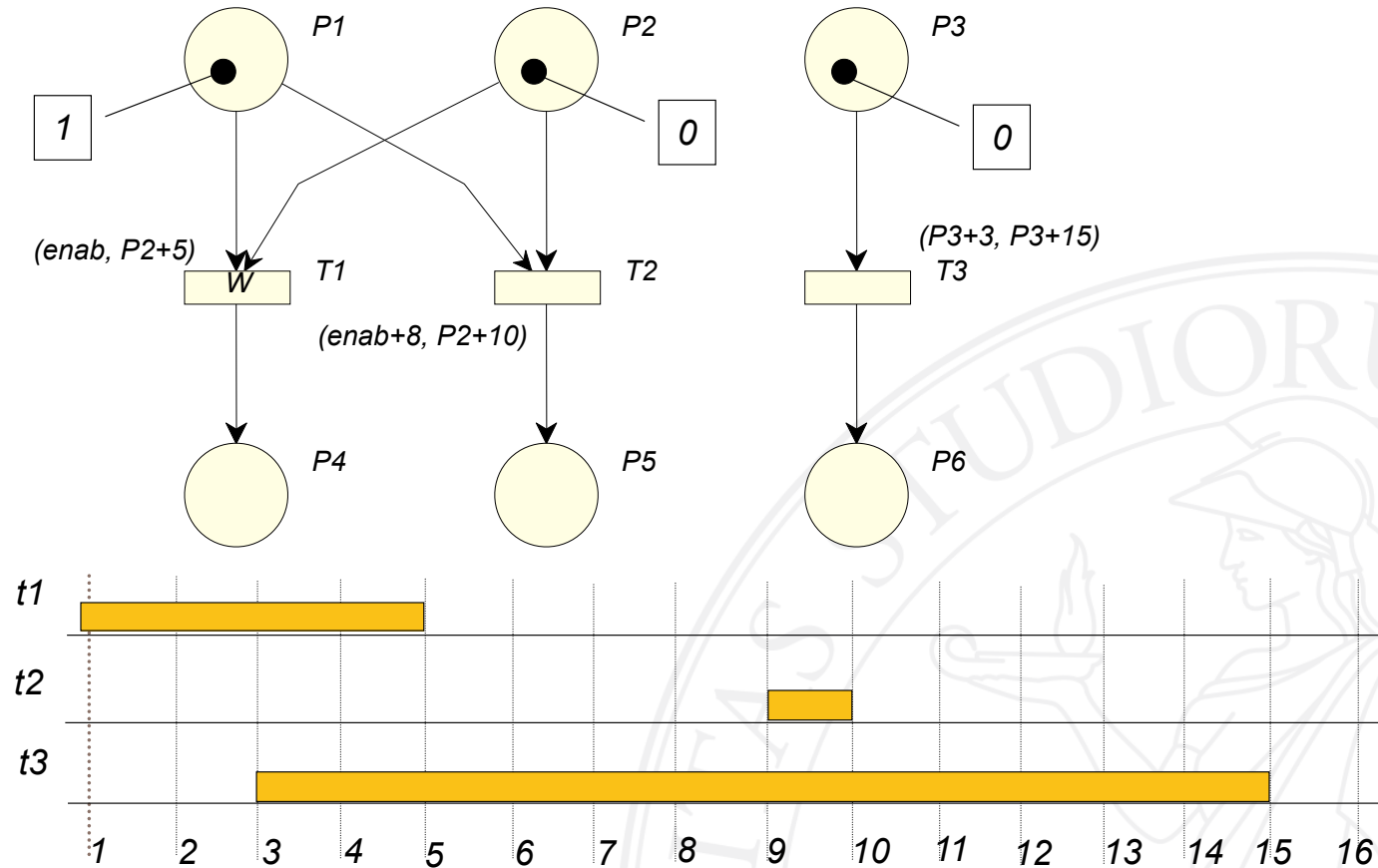
# Un esempio



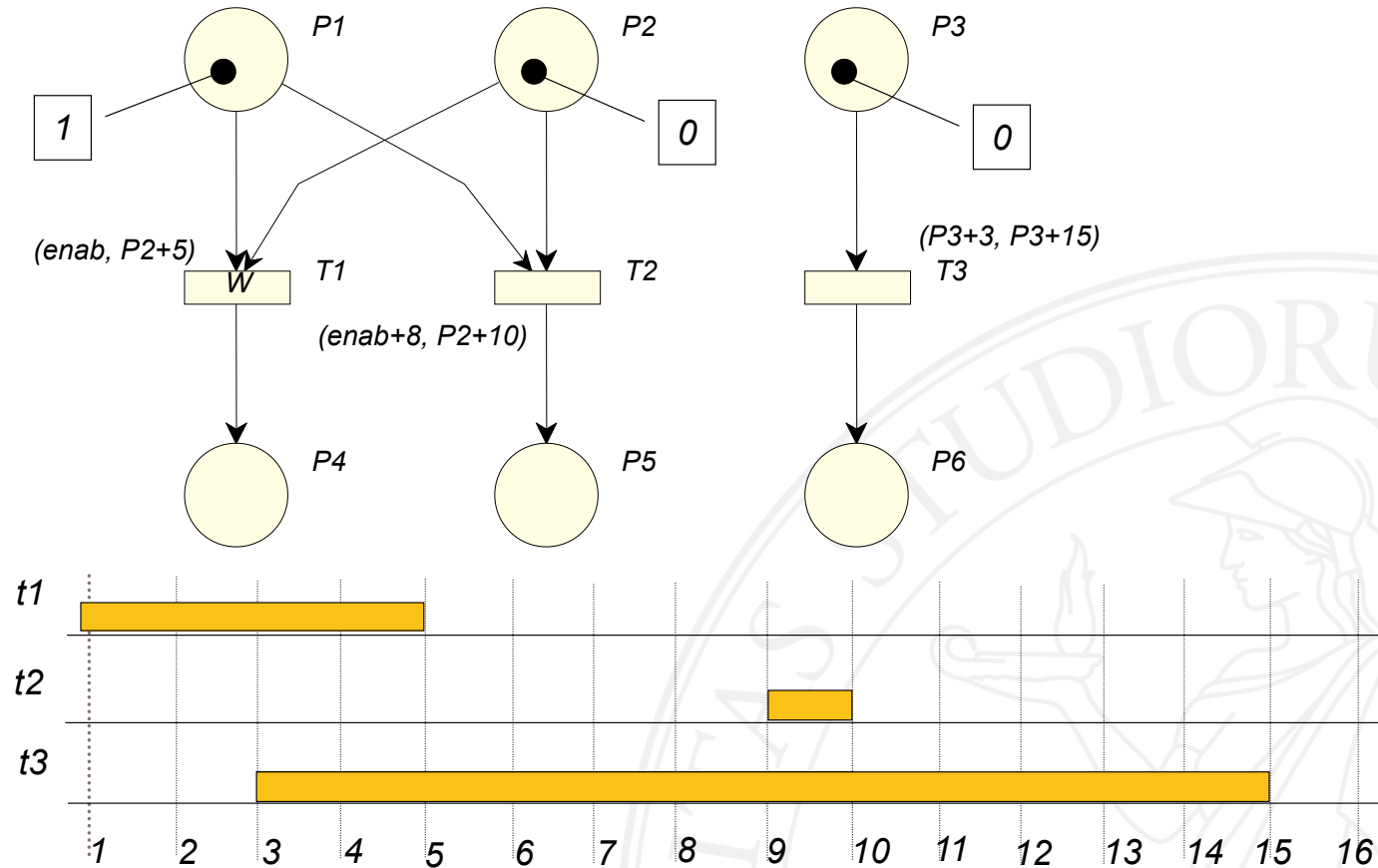
$$\begin{aligned}tf_{T1}(P1, P2) &= \{\tau \mid \max(P1, P2) \leq \tau \leq P2 + 5\} \\tf_{T2}(P1, P2) &= \{\tau \mid \max(P1, P2) + 8 \leq \tau \leq P2 + 10\} \\tf_{T3}(P3) &= \{\tau \mid P3 + 3 \leq \tau \leq P3 + 15\} \\m(P1) &= \{1\}; \quad m(P2) = \{0\}; \quad m(P3) = \{0\}\end{aligned}$$



# WTS: analisi di abilitazione locale

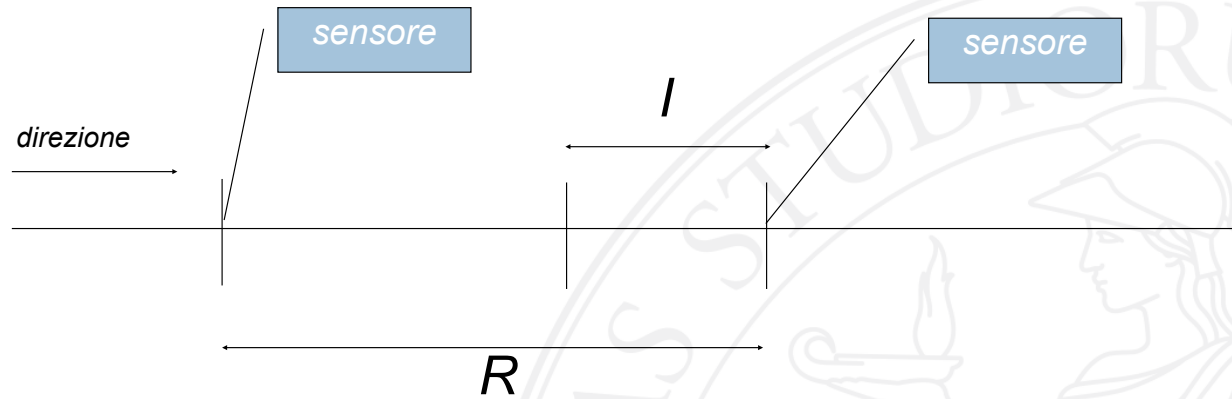


# Mixed TS: influenze globali

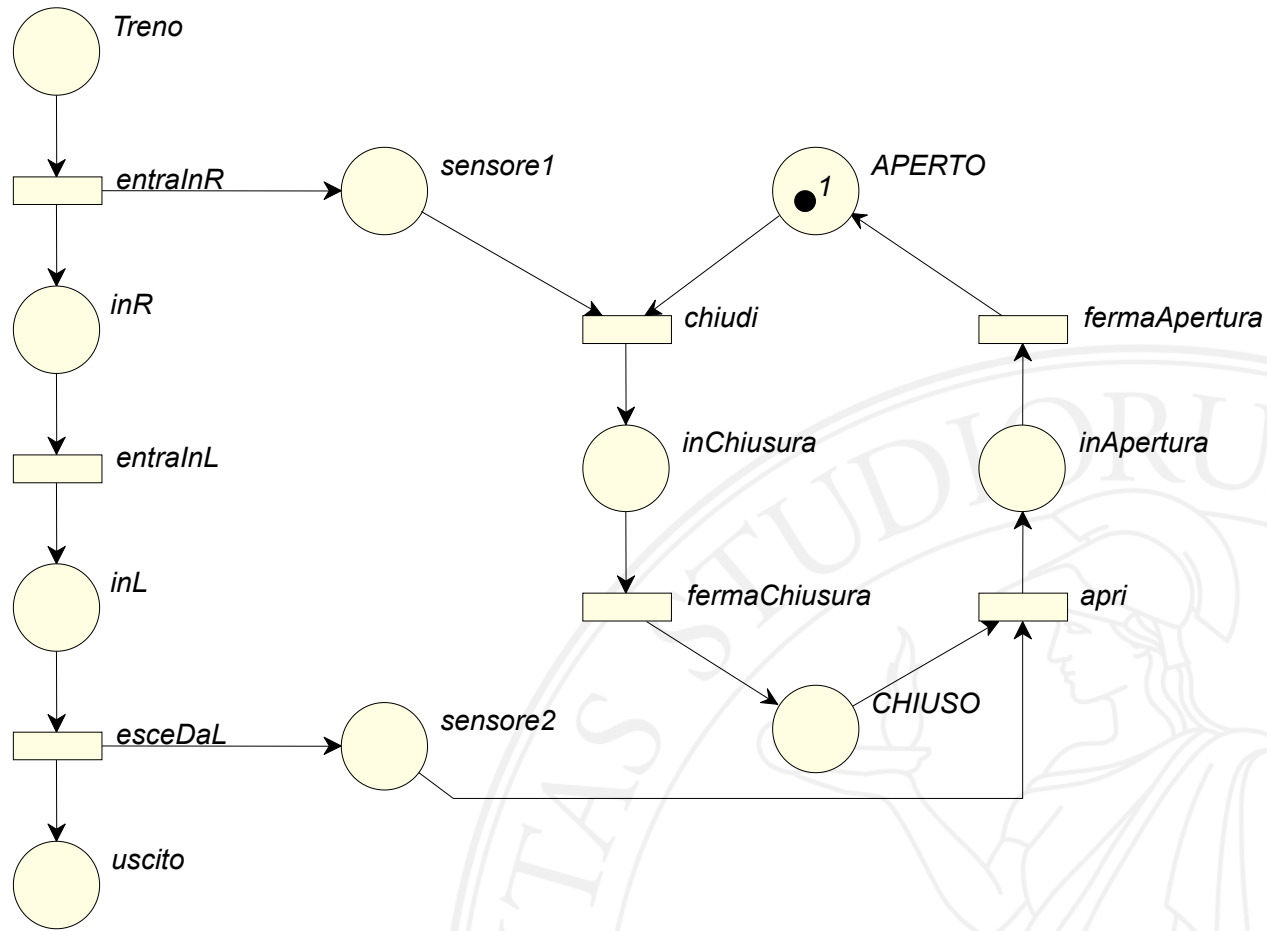


# Modellare con reti TB

- Modellare un passaggio a livello con una rete di Petri



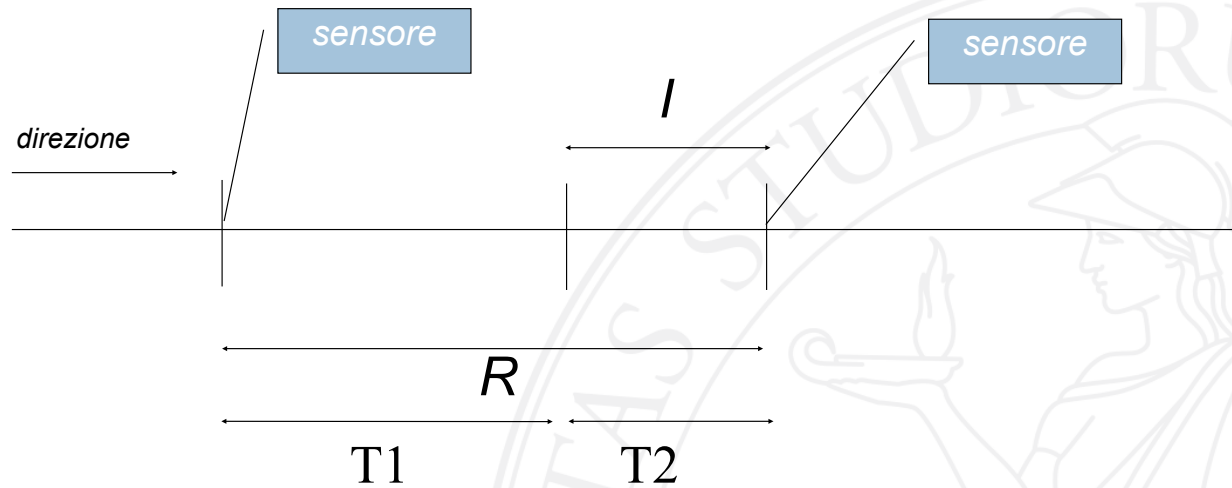
# Soluzione



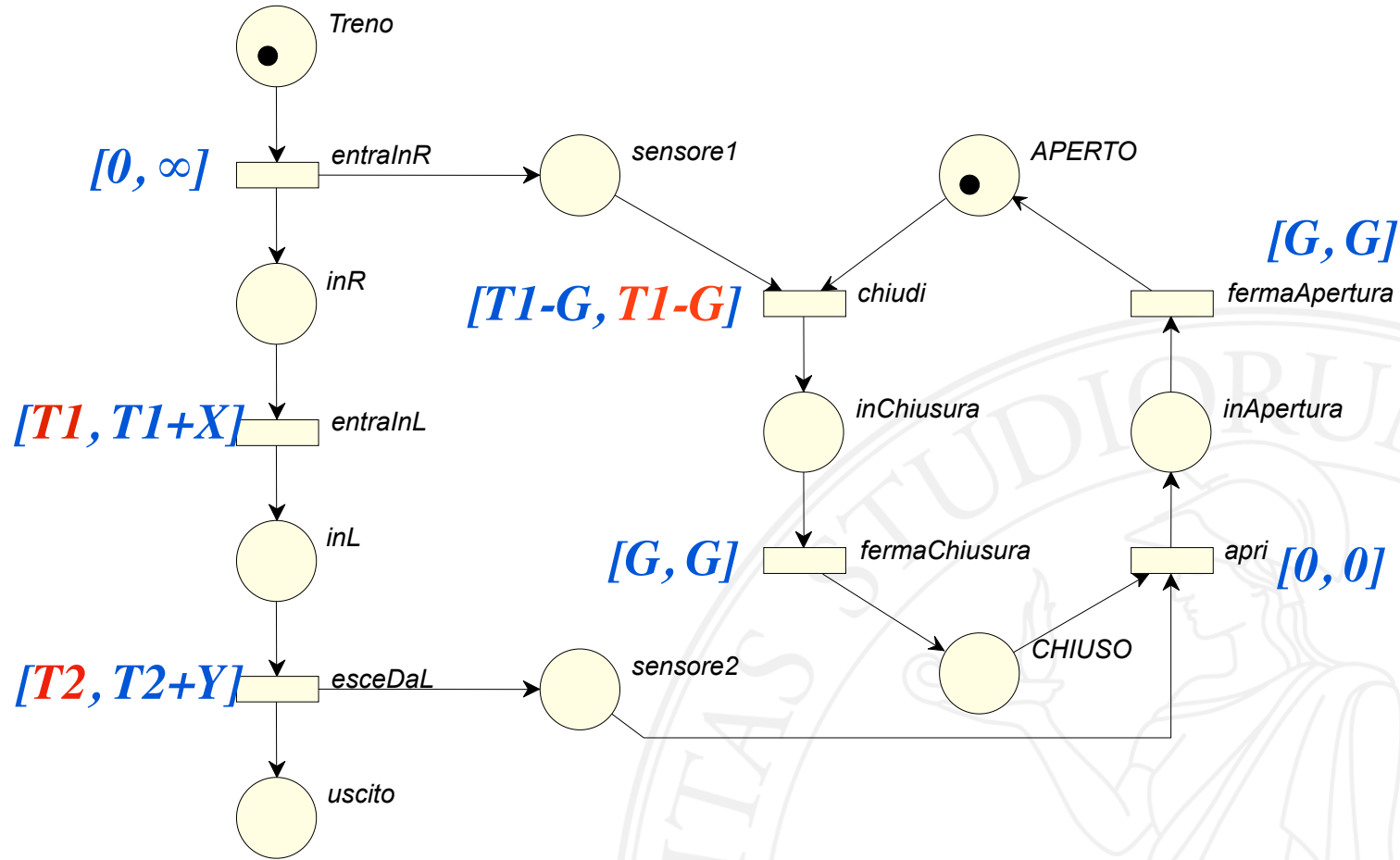


# Aggiungere i tempi

- Modellare un passaggio a livello con una rete di Petri



# Soluzione



# Analisi

- È una soluzione corretta?
  - NO
- Perché si possono scontrare macchine e treni?
  - ipotesi non espresse o errori di specifica
    - Cosa succede se un secondo treno entra in R prima che il precedente esca da L?
    - Cosa succede se un secondo treno entra in R prima che il passaggio si sia riaperto completamente?

# Tempo come concetto derivato

- Tempo = variabile associata ai gettoni (chronos)
- Predicati determinano la possibilità di scatto di una transizione a partire dai valori dei gettoni (incluso il chronos)
- Le azioni determinano i valori dei gettoni creati (incluso il valore della variabile chronos)
- NOTA: Le azioni devono produrre lo stesso valore per i chronos di tutti i gettoni creati (birth date) e devono essere non minori dei valori dei chronos dei gettoni rimossi.

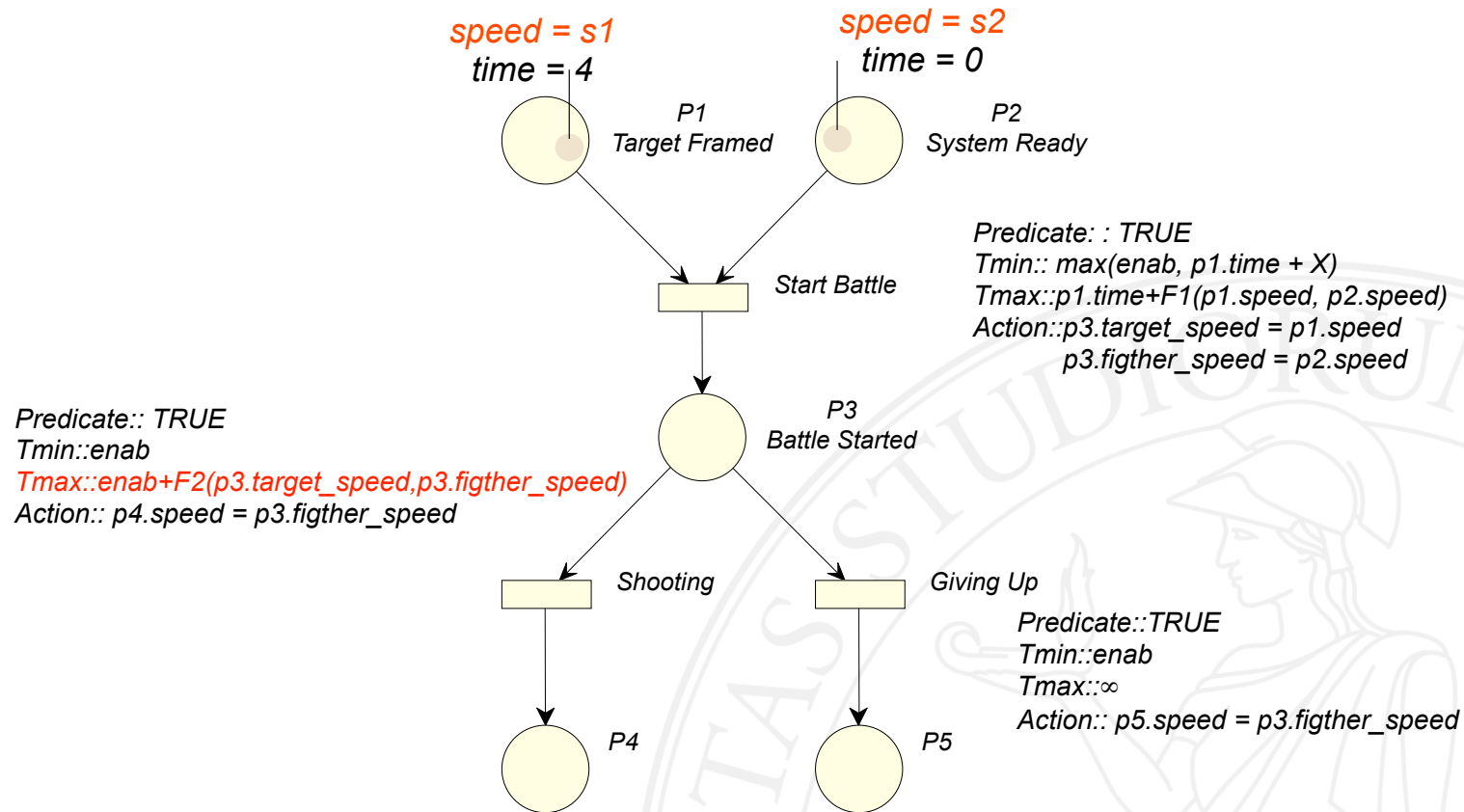
# Semantiche temporali nelle ER nets

- $\text{chronos} + \text{assiomi } 1,3 = \text{WTS}$
- $\text{chronos} + \text{assiomi } 1, 2, 3 = \text{MWTS}$
- $\text{chronos} + \text{assiomi } 1, 2, 3, 4, 5 = \text{STS}$
- È possibile esprimerli?

# Un modello completo: HLTPN (TER net)

- HLTPNs possono modellare:
  - Aspetti funzionali (high-level Petri nets: ER net)
  - Aspetti temporali (time Petri nets: TB net)
  - Dipendenze di aspetti funzionali da aspetti temporali
  - Dipendenze di aspetti temporali da aspetti funzionali
- Le reti HLTPN possono essere analizzate con gli stessi limiti delle reti TB

# High-Level time Petri nets (HLTPNs)



# Analisi di reti temporizzate

- Analisi di raggiungibilità
  - Enumerazione degli stati finiti raggiungibili
- **PROBLEMI:**
  - Lo scatto di una transizione può produrre infiniti stati che si differenziano tra loro per il tempo associato ai gettoni prodotti (tempo di scatto)
  - La rete può evolvere all'infinito
    - Il tempo avanza...
- L'albero di raggiungibilità è infinito!!
- Non è lo stesso problema delle reti non limitate, non si può usare l'albero di copertura



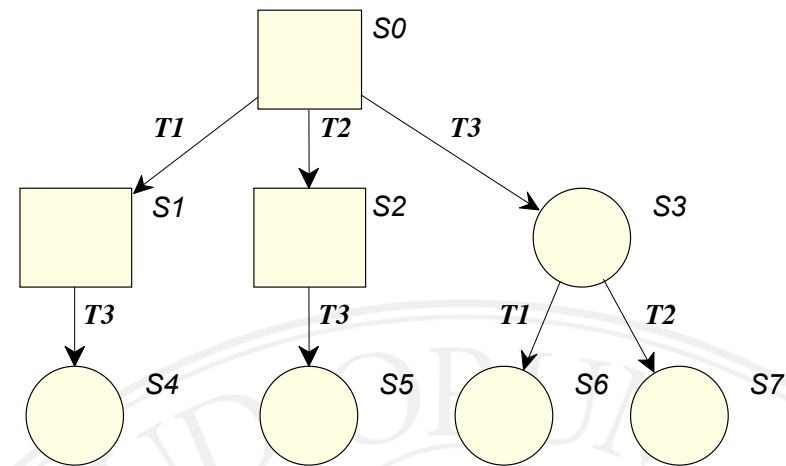
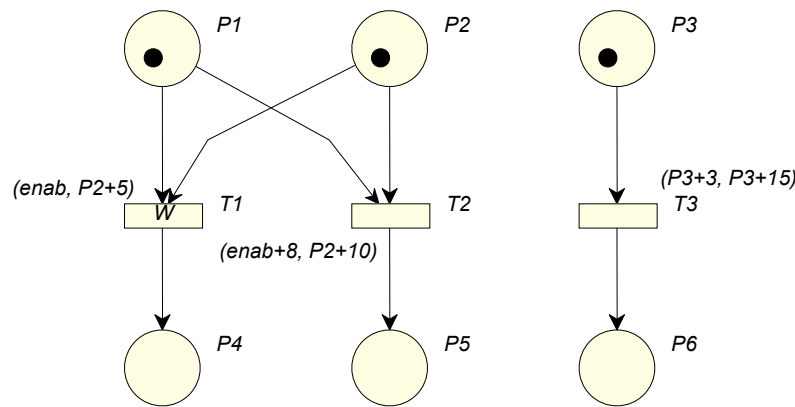
# Analisi di raggiungibilità temporale per le reti TB

- Rappresentazione simbolica degli stati
- Uno stato simbolico rappresenta un insieme di possibili stati con in comune lo stesso numero di gettoni in ogni posto (marcatura P/T)
- Uno stato simbolico è una coppia  $[\mu, C]$ , dove
  - $\mu$  = marcatura simbolica: associa multiset di identificatori simbolici ai posti
  - $C$  = vincoli: (dis)equazioni che rappresentano le relazioni tra gli identificatori simbolici

# Funzioni temporali...

- Assumiamo che  $tf_t$  sia un intervallo con estremi inclusi esprimibili mediante espressioni lineari funzioni dei tempi dei token in ingresso e di tempi assoluti
  - $tmin_t$  limite inferiore
  - $tmax_t$  limite superiore
- $tf_t = \{ X \mid X \geq tmin_t \wedge X \leq tmax_t \}$

# Sample Reachability Tree



**S0** Marcatura:  $\mu(P1) = \{\tau_1\}$   $\mu(P2) = \{\tau_0\}$   $\mu(P3) = \{\tau_0\}$   
 $C_0 := 0 \leq \tau_0 \wedge \tau_0 \leq 10 \wedge \tau_0 \leq \tau_1 \wedge \tau_1 \leq \tau_0 + 15$

**S1** Marcatura:  $\mu(P3) = \{\tau_0\}$   $\mu(P4) = \{\tau_2\}$   
 $C_1 := C_0 \wedge \tau_2 \leq \tau_0 + 5 \wedge \tau_1 \leq \tau_2$

**S2** Marcatura:  $\mu(P3) = \{\tau_0\}$   $\mu(P5) = \{\tau_3\}$   
 $C_2 := C_0 \wedge \tau_3 \geq \tau_1 + 8 \wedge \tau_3 \leq \tau_0 + 10$

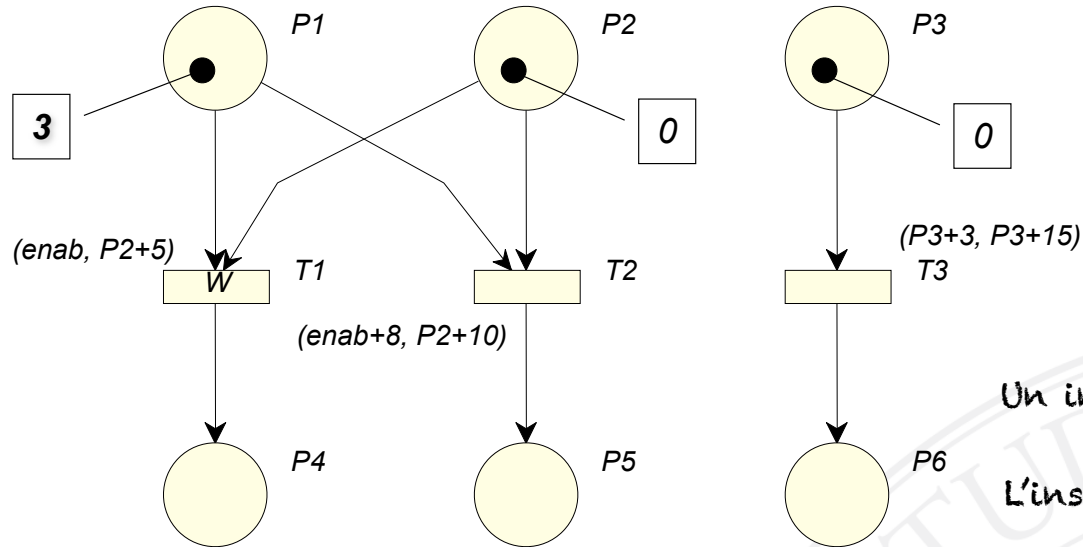
**S3** Marcatura:  $\mu(P1) = \{\tau_1\}$   $\mu(P2) = \{\tau_0\}$   $\mu(P6) = \{\tau_4\}$   
 $C_3 := C_0 \wedge \tau_4 \geq \tau_0 + 3 \wedge \tau_4 \leq \tau_0 + 15 \wedge \tau_4 \geq \tau_1 \wedge (\tau_4 \leq \tau_0 + 10 \vee \tau_1 > \tau_0 + 2)$

**Inizializzazione**

**Identificazione degli enabling**

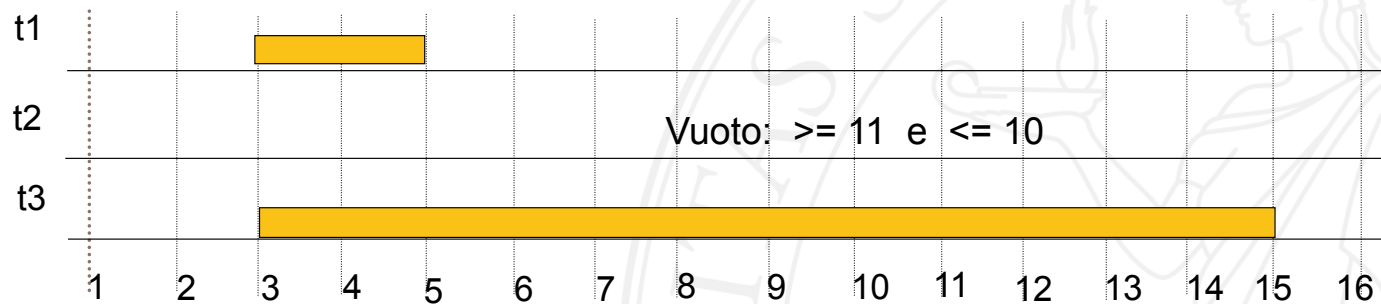
**Aggiornamento di marcatura e vincoli**

# Che cosa è successo?



Un insieme infinito di marcature

L'insieme di transizioni abilitate potrebbe essere diverso...



# Aggiornamento del constraint

- Allora lo scatto simbolico di una transizione  $t$  crea uno stato simbolico caratterizzato dal vincolo  $C_n$ :

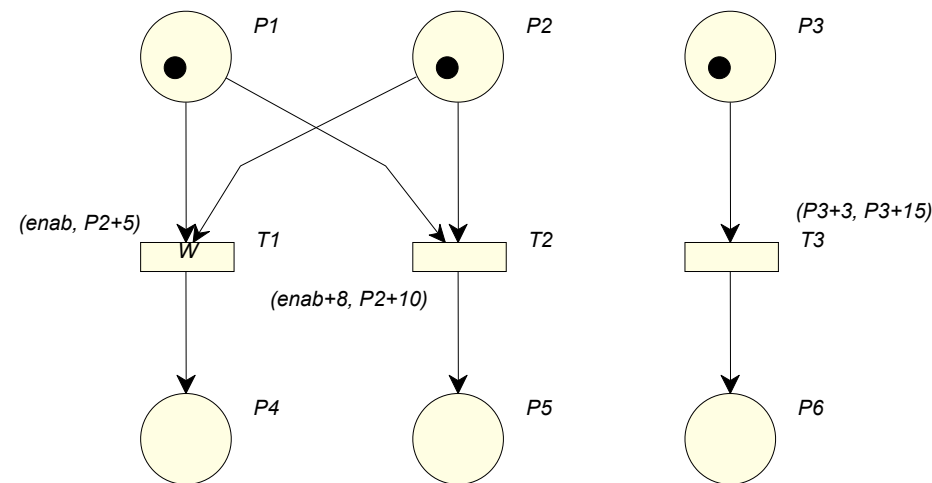
$$C_n = C_p \wedge t_n \geq \max T \wedge t_n \geq \min t \wedge t_n \leq \max t$$
$$\bigcap_{t_s} (t_{\max_s} < t_{\min_s} \vee t_{\max_s} < \max T \vee t_{\max_s} \geq t_n)$$

La soddisfacibilità del vincolo sopra stabilisce  
anche la abilitazione della transizione

# Rivediamo il calcolo

S0

Marcatatura:  $\mu(P1) = \{\tau_1\}$   $\mu(P2) = \{\tau_0\}$   $\mu(P3) = \{\tau_0\}$   
 $C_0 := 0 \leq \tau_0 \wedge \tau_0 \leq 10 \wedge \tau_0 \leq \tau_1 \wedge \tau_1 \leq \tau_0 + 15$



S1

Marcatatura:  $\mu(P3) = \{\tau_0\}$   $\mu(P4) = \{\tau_2\}$   
 $C_1 := C_0 \wedge \tau_1 \leq \tau_2 \wedge \tau_2 \leq \tau_0 + 5 \wedge \tau_1 \leq \tau_2$   
 $\wedge (\tau_2 \leq \tau_0 + 10 \vee \dots) \wedge (\tau_2 \leq \tau_0 + 15 \vee \dots)$

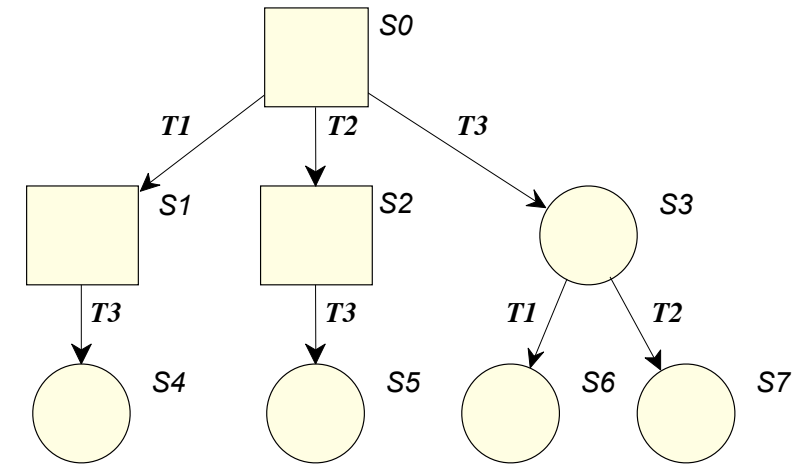
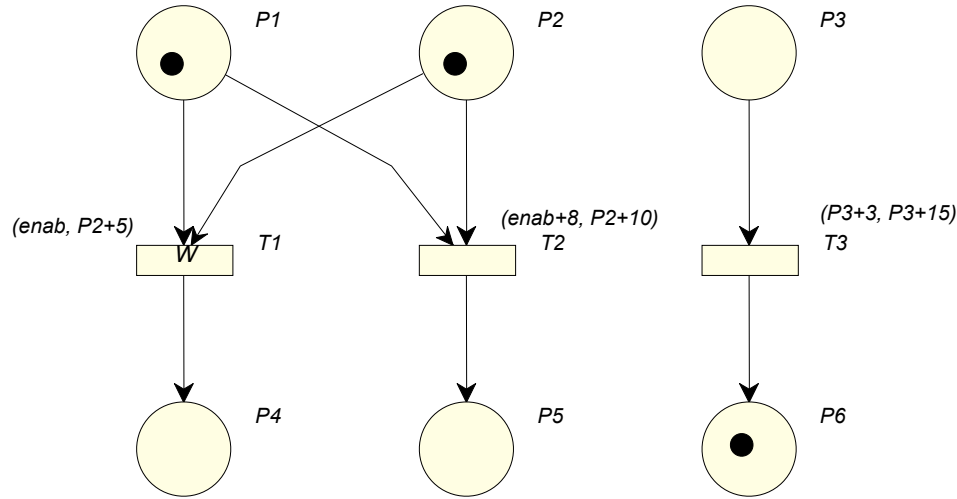
S2

Marcatatura:  $\mu(P3) = \{\tau_0\}$   $\mu(P5) = \{\tau_3\}$   
 $C_2 := C_0 \wedge \tau_1 + 8 \leq \tau_3 \wedge \tau_3 \leq \tau_0 + 10 \wedge \tau_1 \leq \tau_3$   
 $\wedge (\tau_3 \leq \tau_0 + 15 \vee \dots)$

S3

Marcatatura:  $\mu(P1) = \{\tau_1\}$   $\mu(P2) = \{\tau_0\}$   $\mu(P6) = \{\tau_4\}$   
 $C_3 := C_0 \wedge \tau_4 \geq \tau_0 + 3 \wedge \tau_4 \leq \tau_0 + 15 \wedge \tau_4 \geq \tau_1$   
 $\wedge (\tau_4 \leq \tau_0 + 10 \vee \tau_1 + 8 > \tau_0 + 10 \vee \tau_1 > \tau_0 + 10)$

# Aggiornamento del constraint



Situazione in  $S3$ :

$$\mu(P1) = \{\tau_1\} \quad \mu(P2) = \{\tau_0\} \quad \mu(P6) = \{\tau_4\}$$

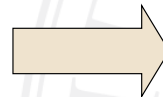
$$0 \leq \tau_0 \wedge \tau_0 \leq 10 \wedge \tau_0 \leq \tau_1 \wedge \tau_1 \leq \tau_0 + 15 \wedge \\ \tau_4 \leq \tau_0 + 15 \wedge \tau_4 \geq \tau_1 \wedge \tau_4 \geq \tau_0 + 3 \wedge (\tau_1 > \tau_0 + 2 \vee \tau_4 \leq \tau_0 + 10)$$

**$T1$  aggiunge**  $\tau_1 \leq \tau_n \wedge \tau_n \leq \tau_0 + 5 \wedge \tau_n \geq \tau_4 \wedge (\tau_n \leq \tau_0 + 10 \vee \tau_0 + 10 < \tau_1 + 8 \vee \tau_0 + 10 < \tau_4)$

**$T2$  aggiunge**  $\tau_1 + 8 \leq \tau_n \wedge \tau_n \leq \tau_0 + 10 \wedge \tau_n \geq \tau_4$

$T1$  è abilitata se  $\tau_4 \leq \tau_0 + 5$

$T2$  è abilitata se  $\tau_1 \leq \tau_0 + 2$



abilitata solo  $T1$  :  $\tau_0 = 6, \tau_1 = 9, \tau_4 = 10$   
 abilitata solo  $T2$  :  $\tau_0 = 6, \tau_1 = 7, \tau_4 = 15$   
 abilitate entrambe:  $\tau_0 = 6, \tau_1 = 7, \tau_4 = 10$   
 nessuna abilitata  
 (deadlock) :  $\tau_0 = 6, \tau_1 = 9, \tau_4 = 17$

# Cosa abbiamo?

- Non abbiamo una forma normale
  - quindi non possiamo confrontare stati e scoprire se li abbiamo già visitati
  - ALBERO infinito
- Possiamo verificare proprietà entro un limite finito di tempo:
  - bounded invariance
  - bounded liveness

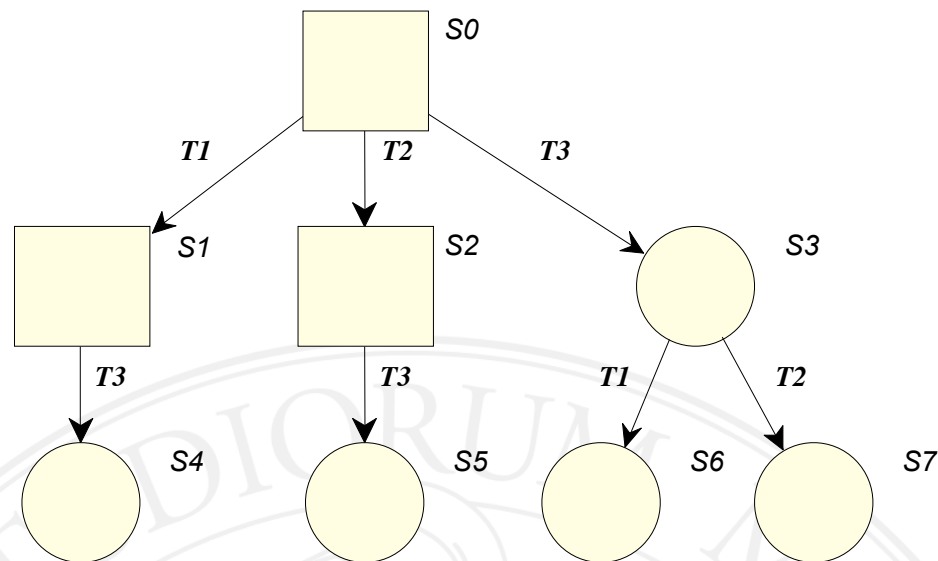


# Verso grafo aciclico (DAG)

- Se riusciamo a scordarci la storia di come arriviamo a un nodo è possibile “ritrovare” degli stati.
- Possiamo sperare di arrivare a un grafo ciclico?

# Semplificazione dei constraints

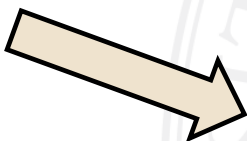
- Esprimere il constraint solo in termini della marcatura corrente, rimappando i constraint indiretti



**S6**

Marking:  $\mu(P4) = \{\tau_7\}$   $\mu(P6) = \{\tau_4\}$

$$C_6 := 0 \leq \tau_0 \wedge \tau_0 \leq 10 \wedge \tau_0 \leq \tau_1 \wedge \tau_1 \leq \tau_0 + 15 \wedge \\ \tau_4 \leq \tau_0 + 15 \wedge \tau_1 \leq \tau_4 \wedge \tau_4 \geq \tau_0 + 3 \wedge (\tau_4 \leq \tau_0 + 10 \vee \tau_1 > \tau_0 + 2) \wedge \\ \tau_7 \leq \tau_0 + 5 \wedge \tau_4 \leq \tau_7$$

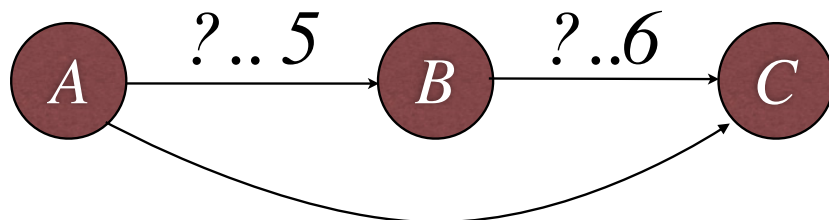


Marking:  $\mu(P4) = \{\tau_2\}$   $\mu(P6) = \{\tau_1\}$

$$C_6 := \tau_1 \geq 3 \wedge \tau_1 \leq \tau_2 \wedge \tau_2 \leq \tau_1 + 2 \wedge \tau_2 \leq 15$$

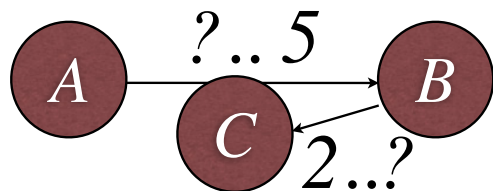
# Algoritmo di Floyd

- $B-A \leq 5$  e  $C-B \leq 6$



$C-A \leq 11$  e posso eliminare B

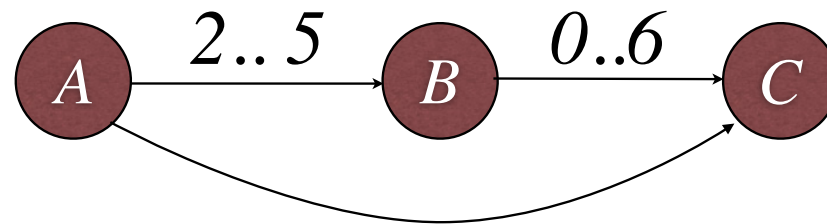
- $B-A \leq 5$  e  $C-B \leq -2$  [ $B-C \geq 2$ ]



$C-A \leq 3$  e posso eliminare B

# Algoritmo di Floyd

- $A+2 \leq B \leq A+5$
- $B \leq C \leq B+6$



posso eliminare B e mantenere i vincoli?

$\leq$	A	B	C
A	0	-2	?
B	5	0	0
C	?	6	0

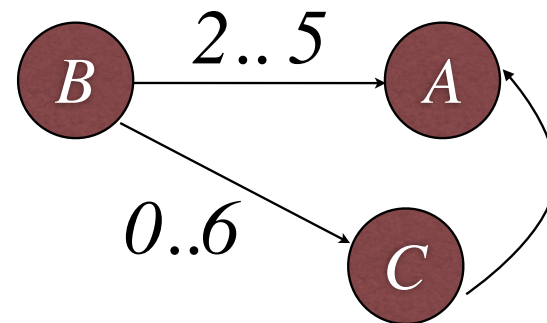
$$\begin{aligned}a-b &\leq -2 \\ b-c &\leq 0\end{aligned}$$

$\leq$	A	B	C
A	0	-2	-2
B	5	0	0
C	11	6	0

$$m[ij] \leq m[ik] + m[kj]$$

# Algoritmo di Floyd

- $B + 2 \leq A \leq B + 5$
- $B \leq C \leq B + 6$

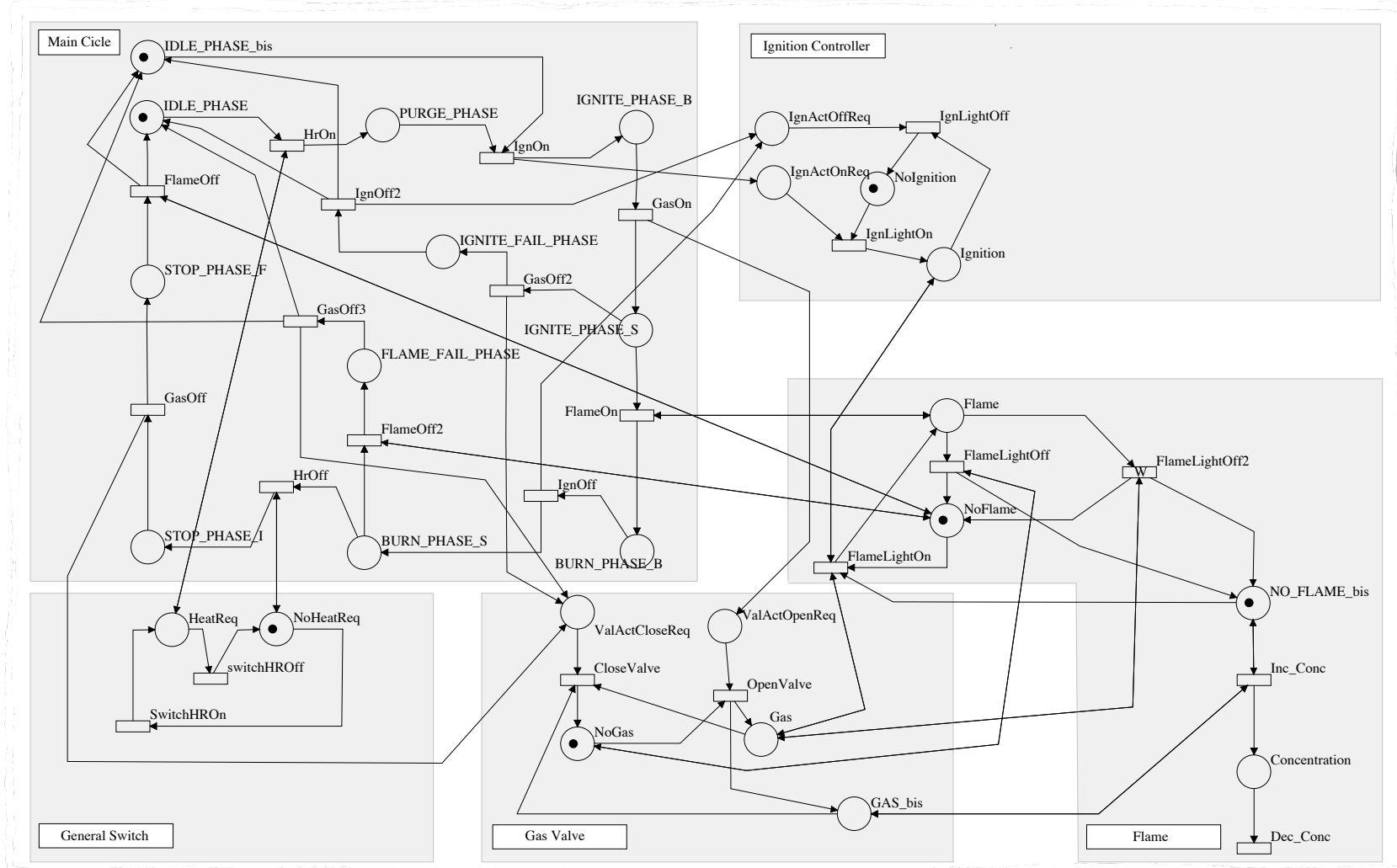


posso eliminare B e mantenere i vincoli?

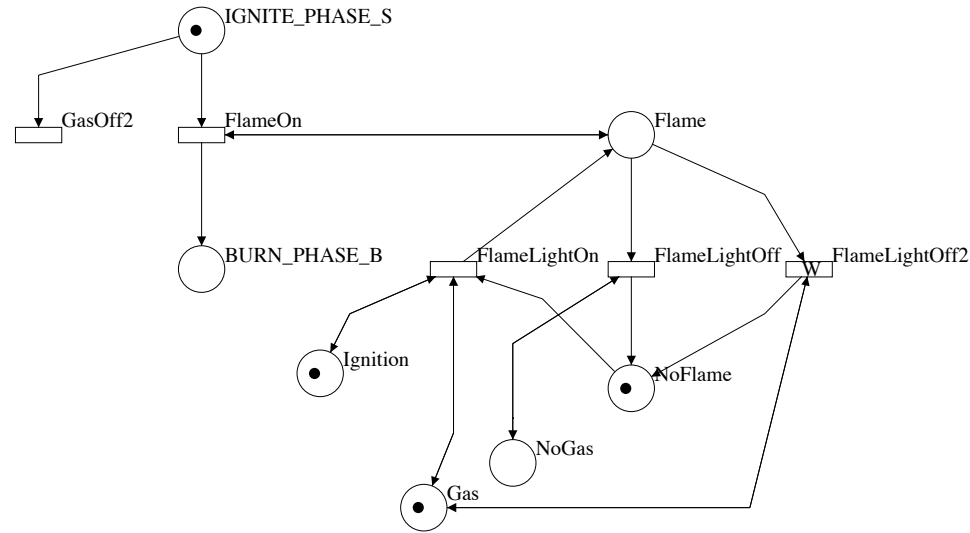
$\leq$	A	B	C
A	0	5	?
B	-2	0	0
C	?	6	0

$\leq$	A	B	C
A	0	5	<b>5</b>
B	-2	0	0
C	<b>4</b>	6	0

# The GasBurner example



# ... o solo una sua parte



Initial marking  $IGNITE\_PHASE\_S\{T_0\}$   $Ignition\{T_0\}$   $Gas\{T_0\}$   $NoFlame\{T_0\}$   
 Initial constraint  $0 \leq T_0 \leq 10$

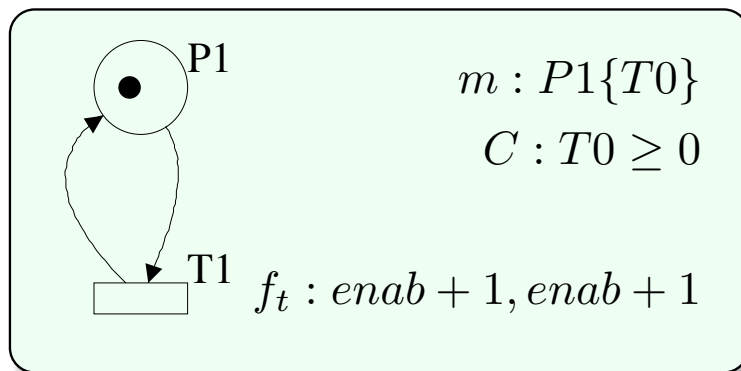
<b>FlameOn</b>	$[IGNITE\_PHASE\_S + 0.01, \max(\{Flame + 0.1, IGNITE\_PHASE\_S + 0.01\})]$	<b>FlameLightOff</b>	$[enab, NoGas + 0.1]$
<b>FlameLightOn</b>	$[enab + 0.5, enab + 0.5]$	<b>GasOff2</b>	$[enab + 2, enab + 2]$
<b>FlameLightOff2</b>	$[enab, enab + 100]$ with weak time semantic		

# Relazione di inclusione tra stati

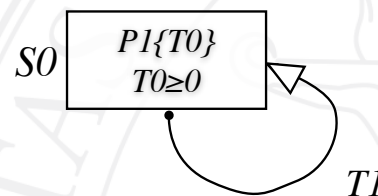
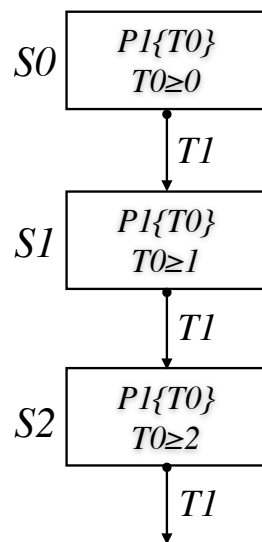
- Stato A è **contenuto** nello stato B se e solo se tutte le marcature rappresentate da A sono rappresentate anche da B
  - stesso assegnamento di timestamp
  - $C_A$  implica  $C_B$



# Esempio di inclusione semplice

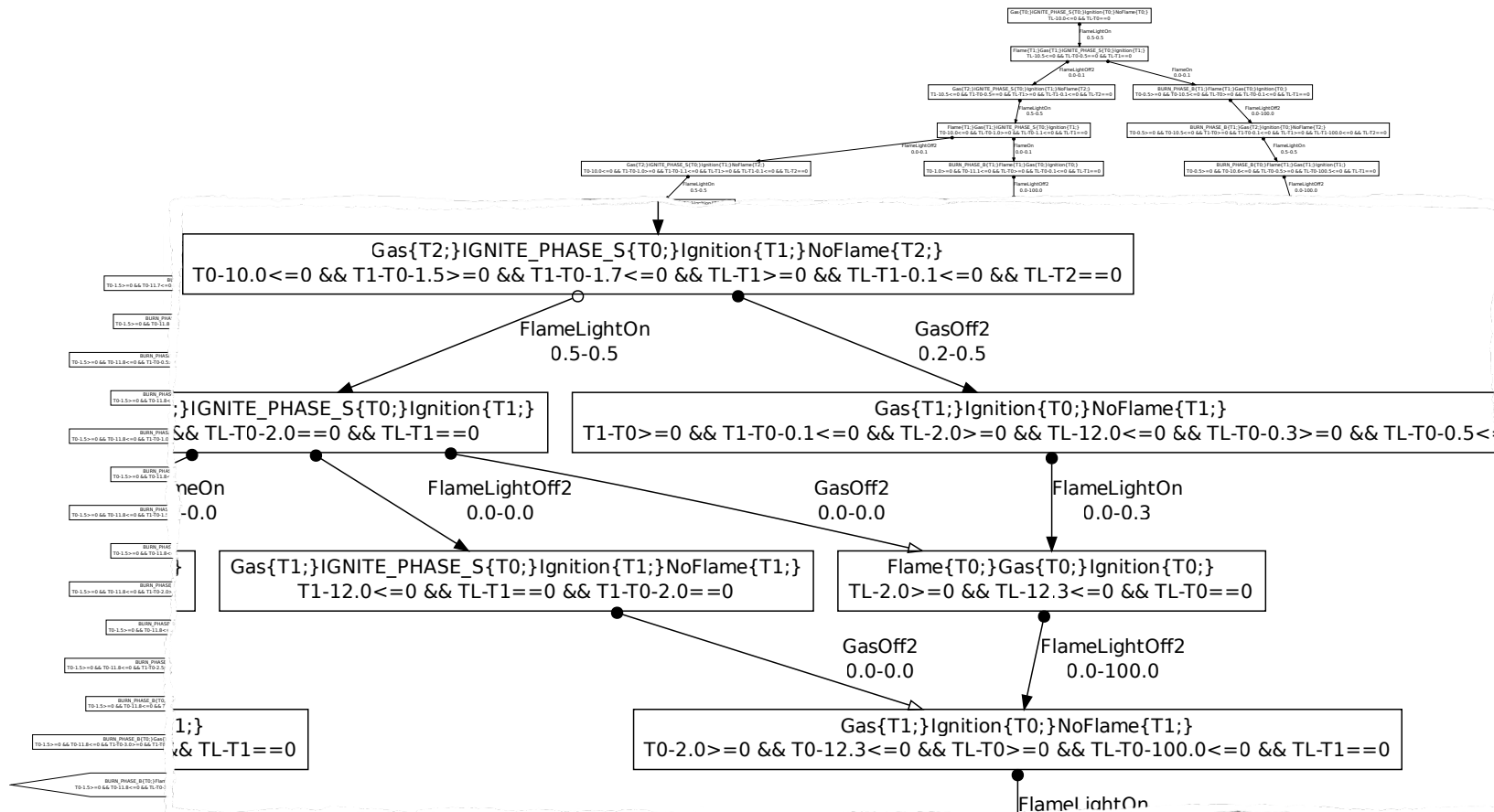


- Senza “inclusione” genererebbe infiniti stati (stessa marcatura ma con diversi vincoli)



- $C1: T0 \geq 1$
- $Cn: T0 \geq n$

# Non è abbastanza per il gas burner

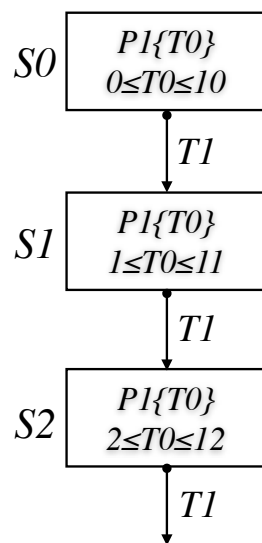
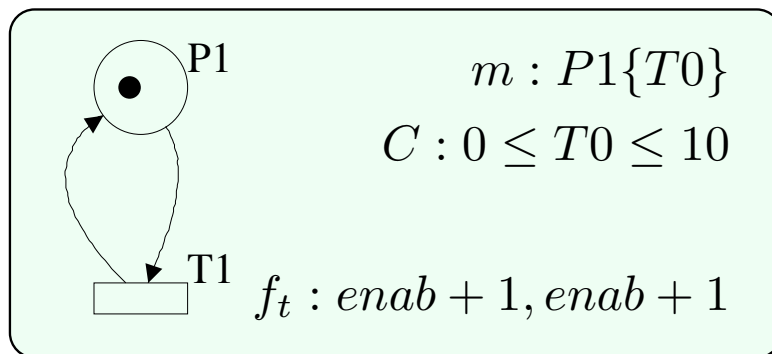


# Tempi assoluti vs. Relativi

- Osservazione
  - Se le funzioni temporali non fanno riferimento a tempi assoluti
  - Per essere capace di identificare ciò che accade a partire da una marcatura bastano i constraint relativi tra i timestamp

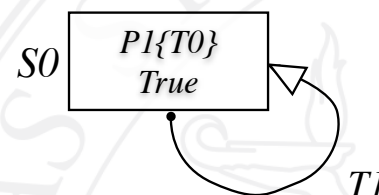


# Esempio tempi relativi



- Mantenere i riferimenti ai tempi assoluti genererebbe infiniti stati

- $C1: 1 \leq T0 \leq 11$
- $Cn: n \leq T0 \leq n+10$



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI  
DI MILANO

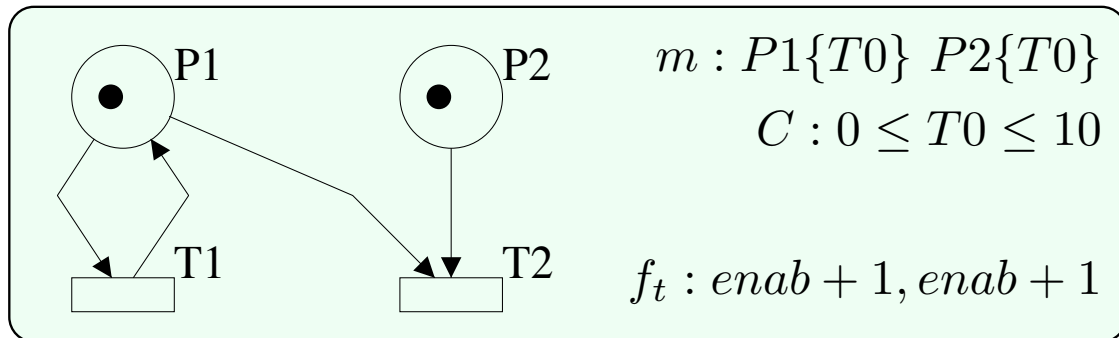
# Time Anonymous Timestamp

- Se il timestamp associato a un gettone in una marcatura  $M$  non verrà mai usato per stabilire come evolverà la rete a partire da quella marcatura, allora è possibile anonimizzare il tempo di tale gettone

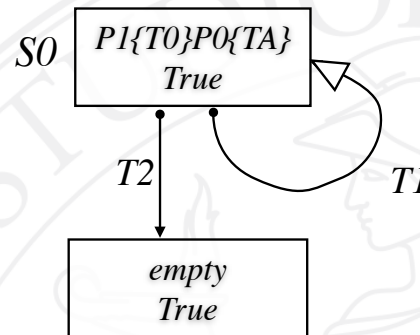
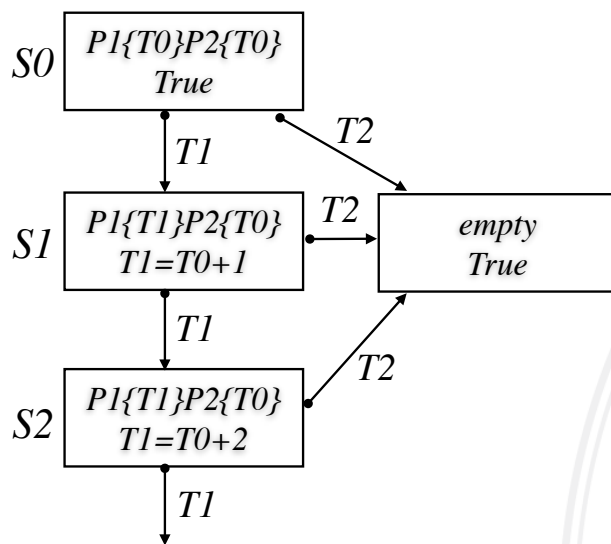
*Definition 2 (valid TA-replacement):* Given a state  $S$ , a timestamp occurrence  $T_i : p$  is replaceable with  $TA : p$  if and only if for each  $S' = \langle M', C' \rangle \in \mathbf{R}(S)$  in which token  $T_i : p$  is left (modulo timestamp renaming), for each symbolic enabling  $(en_s, t)$  in  $S'$  s.t.  $en_s(p) = T_i$ ,  $f_{t[\neg\{p\}]}$  is a well-defined erasure and

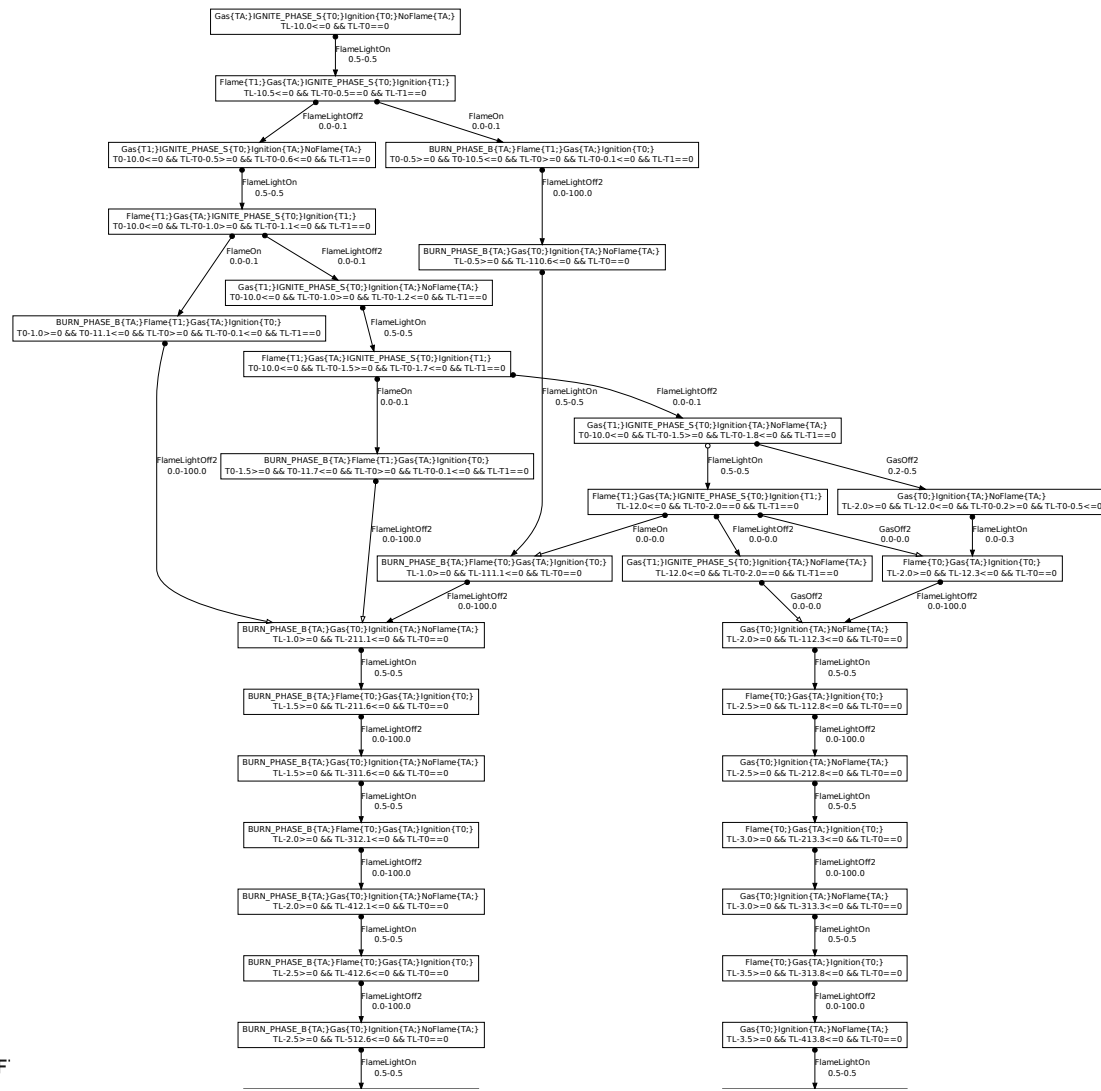
$$\begin{aligned} C' \wedge \max(\{TL, lb_t(en_s)\}) &\leq ub_t(en_s) \Leftrightarrow \\ C' \wedge \max(\{TL, lb_{t[\neg\{p\}]}(en_s)\}) &\leq ub_{t[\neg\{p\}]}(en_s) \end{aligned}$$

# Esempio di Time Anonymous



- In P2 si può creare uno “zero relativo”
- C1:  $T0+1 \leq T1 \leq T0+11$
- Cn:  $T0+n \leq T1 \leq T0+n+10$



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI  
DI MILANO

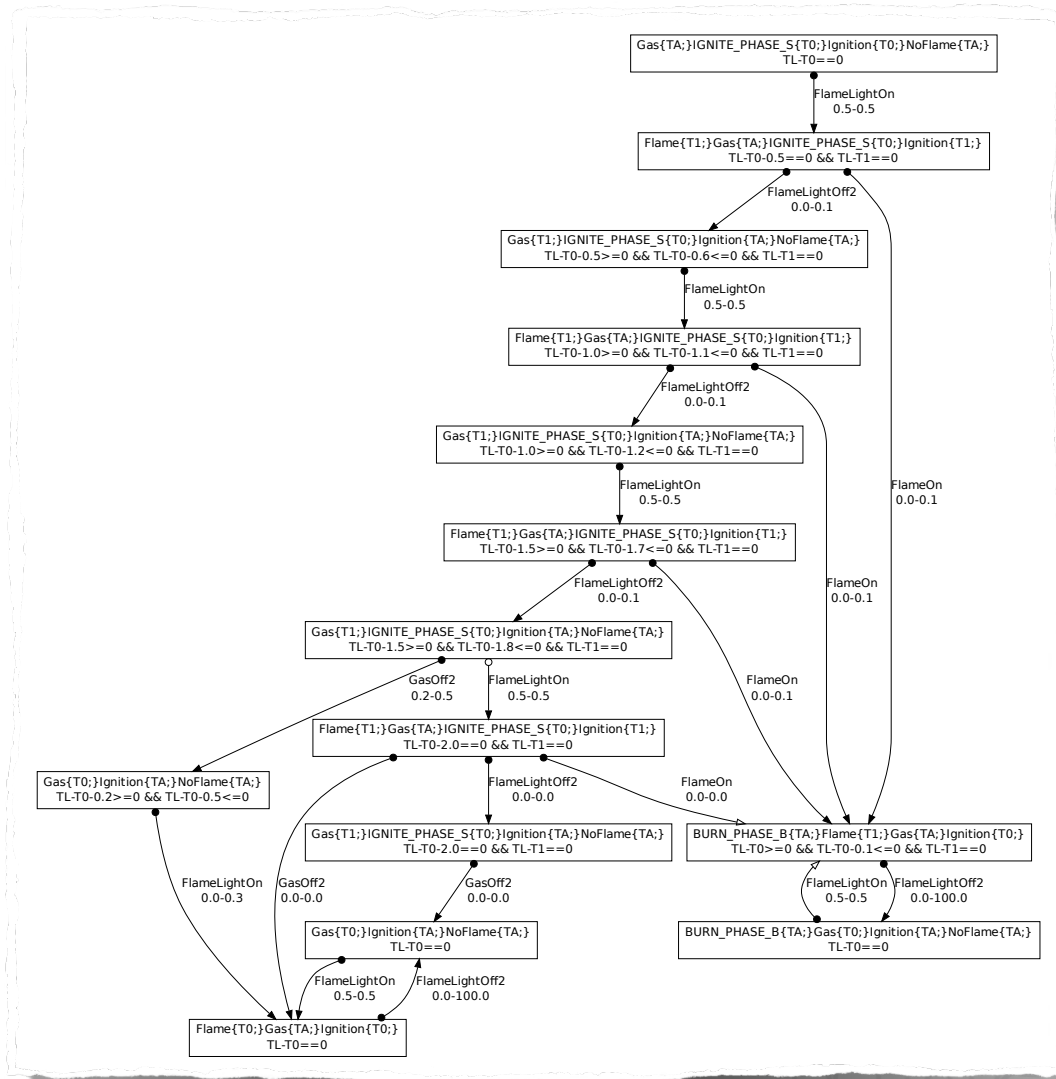


# Final Graph

Inclusions

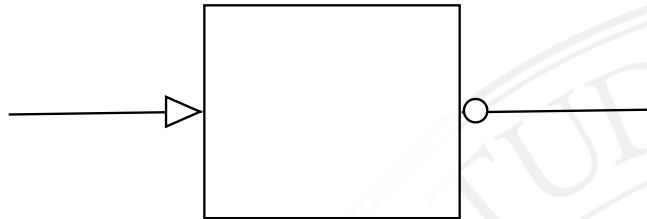
Relative Times

Anonymous  
Timestamp



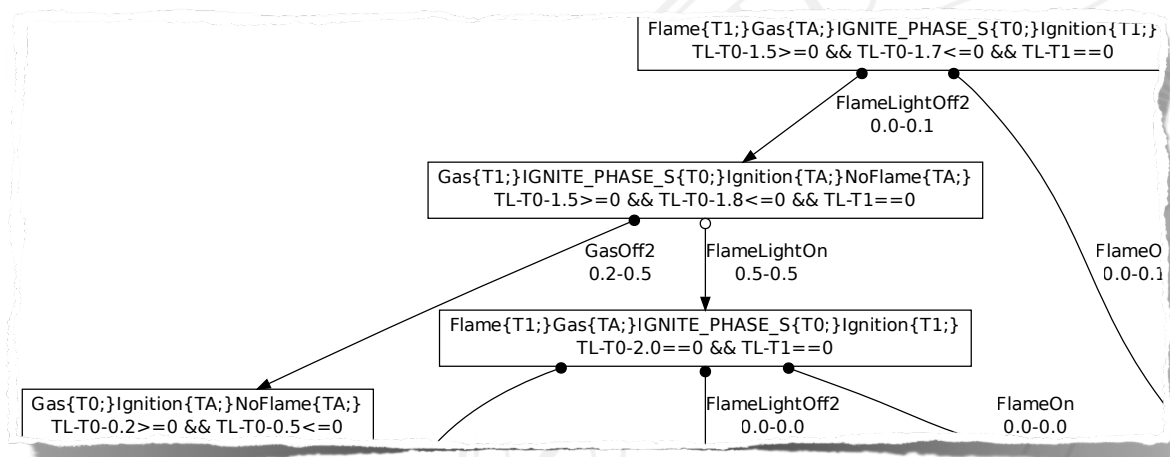
# Perdita di informazioni

- inclusione
  - **possibile** presenza di cammini non percorribili



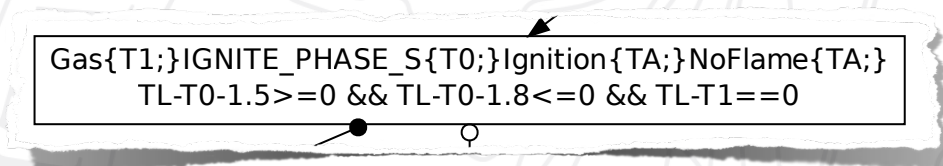
# Perdita di informazioni

- inclusione
  - possibile presenza di cammini non percorribili
- relative constraints
  - Perdita di relazioni precise tra stati



# Information Loss

- **inclusione**
  - possibile presenza di cammini non percorribili
- **relative constraints**
  - Perdita di relazioni precise tra stati
- **anonymous timestamps**
  - Non sempre possibile verificare raggiungibilità di una marcatura definita da vincoli sui timestamp



The diagram shows a horizontal line representing a state transition. On the left, there is a solid black dot. On the right, there is an open circle. A rectangular box with a torn-paper border is positioned above the line, containing logical constraints. An arrow points from the box down to the open circle on the right.

```
Gas{T1;}IGNITE_PHASE_S{T0;}Ignition{TA;}NoFlame{TA;}  
TL-T0-1.5>=0 && TL-T0-1.8<=0 && TL-T1==0
```

# Copertura temporale?

- Quale era il problema nell'uso della tecnica di copertura?
  - che i gettoni avevano una informazione che li rendeva distinguibili
- Ma i gettoni con tempo TA sono tutti “equivalenti” (anonimizzati) e quindi rappresentabili globalmente da un numero  $\omega_{TA} (0 \leq \omega_{TA} < \tau_A)$