Funzioni reali di 2 variabili

$f: A \to \mathbb{R}$ $(x,y) \in A$ $f(x,y)$

A: Dom f $A \subseteq \mathbb{R}^2$

$\mathrm{Im} f = \{ f(x,y),\ (x,y) \in A \} \subseteq \mathbb{R}$

- Maggiorante di $f \iff k \geq f(x,y)\ \forall (x,y) \in A$
- Massimo M di $f \iff M$ massimo di $\mathrm{Im} f$

oppure

$$M: \max \text{ di } f \iff \begin{cases} M \geq f(x,y) & \forall (x,y) \in A \\ M \in \mathrm{Im} f \end{cases}$$

$\Updownarrow$

$\exists (x_0,y_0) \in A : f(x_0,y_0) = M$

F dotata di max

$\Updownarrow$

$\exists (x_0,y_0) \in A : f(x,y) \leq f(x_0,y_0)\ \forall (x,y) \in A$

(x_0,y_0) si dice punto di massimo

$f(x_0,y_0)$ si dice massimo $\max f$

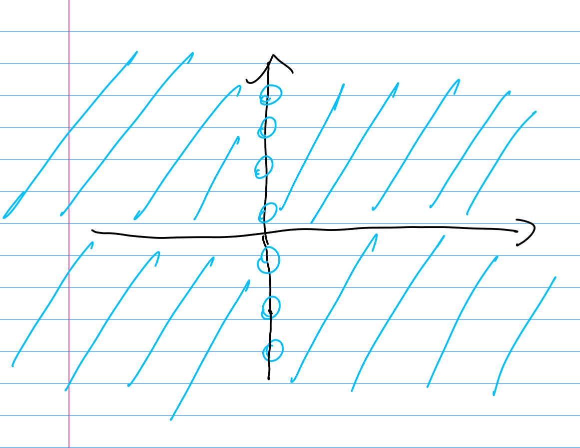
Grafico di f

$G_f = \{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : (x,y) \in A \quad z = f(x,y) \}$

G_f è un piano ovvero $z = f(x,y)$

Determinare Dominio

$f(x,y) = \dfrac{x^2+y}{x}$ Dom $f = \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \neq 0 \}$



Il dom è un piano costituito da

- Dominio O: punto non gialo

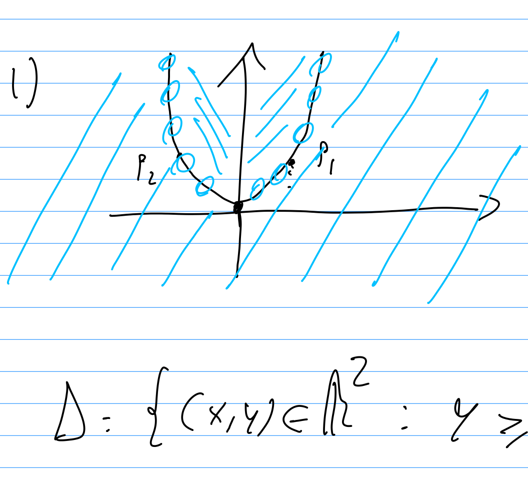
- $f(x,y) = \dfrac{x+y}{x^2-y}$ $\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \neq y \}$

$x^2 = y$ è una parabola $1x^2 + 0x + 0 = y$

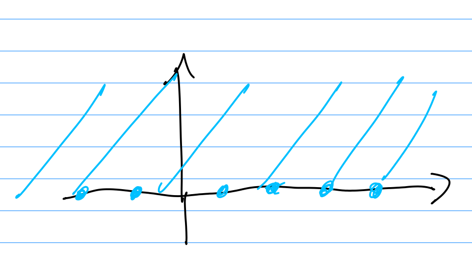
Vertice: $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a} \right)$ $b=0$ $a=1$ $\Delta = 0$

$V: (0,0)$

$P_1: (1,1)$ $P_2(-1,1)$



$f(x,y) = x \cdot \sqrt{y}$ $D: \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 0 \}$



$(-2,2)$ è interno /accum.

$(0,0)$ è frontiera

$f(x,y) = (x^2+y^2)\sqrt{x^2+y^2-1}$

$x^2+y^2-1 \geq 0$

$D: \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2-1 \geq 0 \}$

$x^2+y^2-1=0$

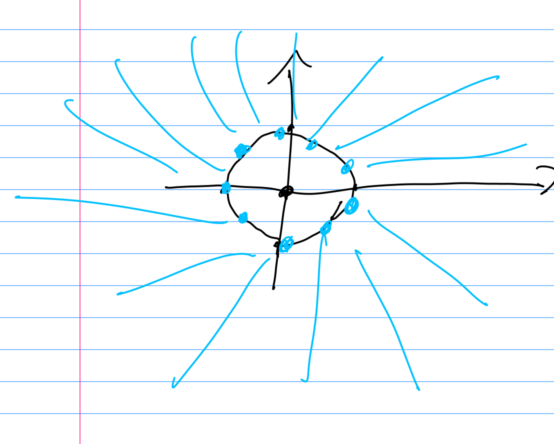
$x^2+y^2=1$ Eq canonica

$x^2+y^2+\alpha x+\beta y = -\delta$

$C\left(-\frac{\alpha}{2}, -\frac{\beta}{2}\right) = (0,0)$

$\delta = x_c^2 + y_c^2 - r^2$ $-1 = 0+0-r^2$

$r^2 = 1$ $r = \sqrt{1} = 1$



$\partial D: x^2+y^2=1$

Chiusura $\bar{D} = D \cup \partial D = D$

ovvero D è chiuso

$f(x,y) = \log(1-xy)$ $y = \frac{1}{x}$

D $1-xy>0$ $xy<1$ $V_1 = (\sqrt{1}, \sqrt{1})$ $V_2 = (-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$

Frontiera $xy=1$

Chiusura

$\bar{D} = D \cup \partial D = \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : xy<1 \} \cup \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : xy=1 \}$

$= \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : xy \leq 1 \}$

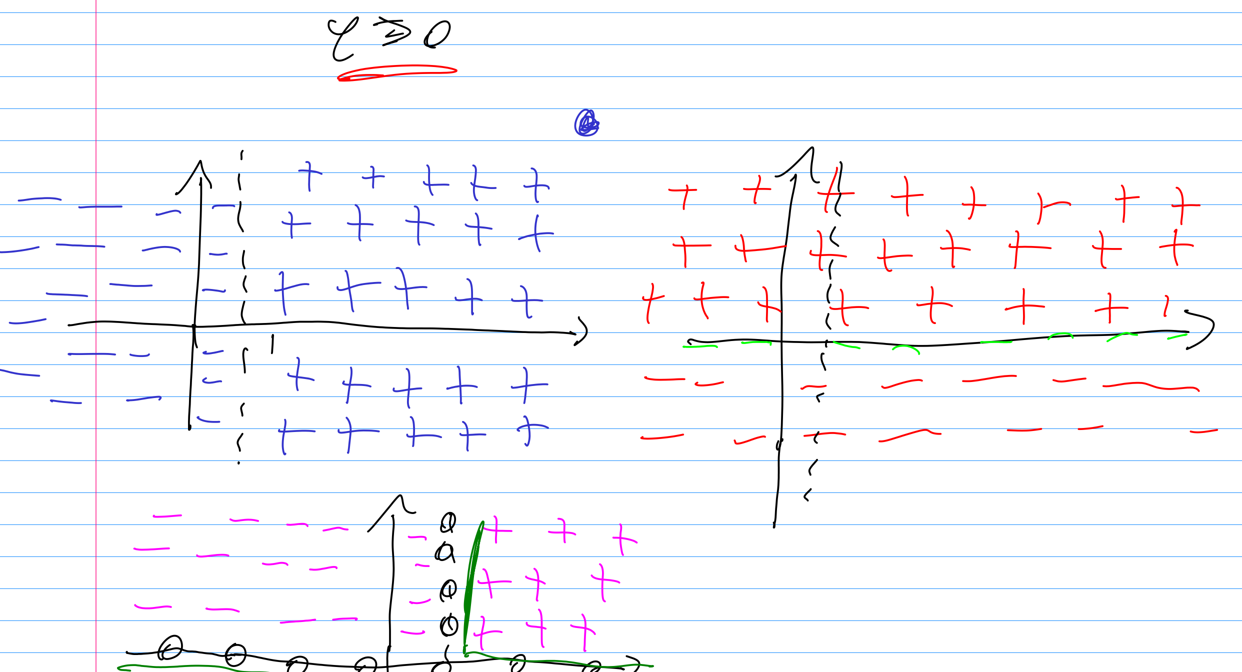
$\bar{D} \neq D$ D non è chiuso

$\mathring{D} = D$ D è aperto

- $f(x,y) = \log[(x-1)y]$

$(x-1)y>0$ $x-1>0$ $x>1$

$y>0$



$D: \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : (x>1 \wedge y>0)$

$\vee$

$(x<1 \wedge y<0)$