

E.g. linear bel 1<sup>o</sup> online

$$\alpha, \beta : I \rightarrow \mathbb{R}$$

$$I \subseteq \mathbb{R} \quad \text{interval}$$

$$y' + \alpha(x)y = \beta(x)$$



$$y' = -\alpha(x)y + \beta(x) \quad : \text{form } M_y N_y L :$$

$\alpha(x)$  : coefficient

$\beta(x)$  : term not

homogeneous  $y' \in OA$

$$y' = -\alpha(x)y$$

1<sup>o</sup> find V.S.  
↙

↓

$$y(x) = K e^{-A(x)} \quad \forall x \in I \quad K \in \mathbb{R} \quad A(x) \in \int \alpha(x) dx$$

constantione bel' integrale generale bel' eq. mag.

Motivo?

Soluzioni  $1^2$  coltegg.

Soluzioni  $2^2$  coltegg.

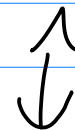
$$\frac{y'(x)}{y(x)} = -a(x)$$

$$y(x) = \pm C e^{-A(x)}$$

$$y(x) = K e^{-A(x)}$$

$$y(x) = 0 \iff y(x) = 0$$

$$A(x) = \int a(x) dx$$



$$D[\ln |y(x)|] = D[-A(x)]$$

$$\ln |y(x)| = -A(x) + K$$

$$y(x) = \pm e^{-A(x) + K}$$

con  $A(x) = \int a(x) dx$

## Risultati EC.

Siano  $y_1, y_2$  soluzioni in  $(\alpha, \beta)$  di

$$y' = -2(x)y + g(x)$$

$y_1 - y_2$  è soluzione dell'EC

$$\bullet \quad y_1' = -2(x)y_1 + g(x)$$

$$y_2' = -2(x)y_2 + g(x)$$

$$\Rightarrow y_1' - y_2' = -2(x)(y_1 - y_2)$$

$$D[y_1 - y_2] = -2(x)[y_1 - y_2]$$

Conseguenze della soluzione di EC.

Se  $\bar{y}(x)$  soluzione di EC

Tutte le altre soluzioni di EC sono

$$\text{della forma } \bar{y}(x) + K e^{-A(x)}$$

← Soluzione EOA

## Dimostrazione

Mettiamo  $\bar{y}(x) + Ke^{-A(x)}$  al posto di  $y$  nella eq. e vediamo se la godiamo

$$\begin{aligned} D(\bar{y}(x) + Ke^{-A(x)}) + a(x)(\bar{y}(x) + Ke^{-A(x)}) &= \\ = \bar{y}'(x) + \cancel{Ke^{-A(x)}}(a(x)) + a(x)\bar{y}(x) + \cancel{Ke^{-A(x)}}a(x) &= \\ = \bar{y}'(x) + a(x)\bar{y}(x) = g(x) \end{aligned}$$

Perché  $\bar{y}$  è l'unico supporto soluzione

Provo che queste sono le uniche

Sia (per esempio)

$y_1(x)$  soluzione di E.C.

$y_1 - \bar{y}$  : soluzione di E.O.A.

$\Downarrow$

$$y_1(x) - \bar{y}(x) = Ke^{-A(x)}$$

$$y_1(x) = \bar{y}(x) + Ke^{-A(x)}$$

c.v.d.

# Per trovare integrale generale METODO VARIAZIONE COSTANTI

cerchiamo  $\bar{y}(x)$   $\bar{y}(x) = \gamma(x) e^{-A(x)}$   $\gamma: I \rightarrow \mathbb{R}$   
derivabile

$$\bar{y}'(x) = \gamma'(x) e^{-A(x)} + \gamma(x) e^{-A(x)} (-a(x))$$

Avendo  $\bar{y}'$  e  $\bar{y}$  li mettiamo nell'eq. originale  
per trovare  $\gamma(x)$

$$\underbrace{\gamma'(x) e^{-A(x)} + \gamma(x) e^{-A(x)} (-a(x))}_{\bar{y}'} + \underbrace{\gamma(x) e^{-A(x)} a(x)}_{a(x) \bar{y}} = \underbrace{\gamma(x)}_{\gamma(x)}$$

Trovo  $\gamma(x)$

$$\gamma'(x) e^{-A(x)} = \gamma(x)$$

$$\gamma(x) \in \int \gamma(x) e^{A(x)} dx$$

Trovato  $\gamma(x)$

$$\bar{y}(x) = \gamma(x) e^{-A(x)} \quad \text{è una sol. di EC}$$

Integrale generale di EC.

$$\bar{y}(x) + k e^{-A(x)} = \gamma(x) e^{-A(x)} + k e^{-A(x)} \\ e^{-A(x)} (\gamma(x) + k)$$