Тема 8 „Понятие об интеграле"

1. $\int(2x^2-2x-1+\sin x-\cos x+\ln x+e^x)dx=$
$=\frac{2}{3}x^3-x^2-x-\cos x-\sin x+e^x+\int\ln x\,dx;$

$\begin{cases} u=\ln x \Rightarrow du=\frac{dx}{x} \\ dV=dx \Rightarrow V=x \end{cases} \Rightarrow \int\ln x\,dx=x\ln x-\int x\cdot\frac{dx}{x}=$

$=x\ln x-x+C$

Ответ: $\frac{2}{3}x^3-x^2-x-\cos x-\sin x+e^x+x\ln x-x+C$

2. $\int(2x+6xz^2-5x^2y-3\ln z)dx=$
$=x^2+3x^2z^2-\frac{5}{3}x^3y-x\cdot3\ln z$

3. $\int_0^{\pi}3x^2\sin(2x)dx=-\frac{3}{2}x^2\cdot\cos(2x)+\frac{1}{2}\int\cos(2x)\cdot6x\,dx;$

$\begin{cases} u=3x^2 \Rightarrow du=6x\,dx \\ dV=\sin(2x)dx \Rightarrow V=-\frac{1}{2}\cos(2x) \end{cases}$

$=-\frac{3}{2}x^2\cdot\cos(2x)+3\int\cos(2x)\,x\,dx=$

$\begin{cases} u=x \Rightarrow du=dx \\ dV=\cos(2x)dx \Rightarrow V=\frac{\sin(2x)}{2} \end{cases}$

$=-\frac{3}{2}x^2\cdot\cos(2x)+3\left(\frac{1}{2}x\sin(2x)-\frac{1}{2}\int\sin(2x)dx\right)=$

$=-\frac{3}{2}x^2\cdot\cos(2x)+\frac{3}{2}x\cdot\sin(2x)+\frac{3}{4}\cos(2x)+C$

$$F(\pi) - F(0) = -\frac{3}{2}\pi^{-2} + \frac{3}{4} - \frac{3}{4} = -\frac{3}{2}\pi^{2}$$

4. $$\int \frac{1}{\sqrt{x+1}}\,dx = \int (x+1)^{-\frac{1}{2}}\,d(x+1) =$$

$$= 2(x+1)^{\frac{1}{2}} + C = 2\sqrt{x+1} + C$$

$lx,$