# Тема 6. „Понятие о производной"

1. Найти производную выражения:

a. $(\sin x \cdot \cos x)' = \cos^2 x - \sin^2 x$

b. $(\ln(2x+1)^3)' = (3\ln(2x+1))' =$

$= 3\frac{2}{2x+1} = \frac{6}{2x+1}$

c. $\left(\sqrt{\sin^2(\ln(x^3))}\right)' = \left(\sqrt{\sin^2(3\ln x)}\right)' =$

$= \left(|\sin(3\ln x)|\right)' = \frac{\sin(3\ln x)}{|\sin(3\ln x)|} \cdot \cos(3\ln x) \cdot \frac{3}{x}$

d. $\left(\frac{x^4}{\ln(x)}\right)' = \frac{4x^3 \cdot \ln x - x^3}{\ln^2 x} = \frac{x^3(4\ln x - 1)}{\ln^2 x}$

2. Найти выражение производной ф-ции и ее значение в точке:

$f(x) = \cos(x^2+3x)$, $x_0 = \sqrt{\pi}$

$f'(x) = -\sin(x^2+3x) \cdot (2x+3)$

$f'(x_0) = -\sin(\pi + 3\sqrt{\pi}) \cdot (2\sqrt{\pi} + 3)$

3. Найти значение производной ф-ции в точке $x_0 = 0$:

$$f(x) = \frac{x^3 - x^2 - x - 1}{1 + 2x + 3x^2 - 4x^3}$$

$$f'(x) = f(x) \cdot \left(\ln(f(x))\right)' =$$

$$= \frac{x^3 - x^2 - x - 1}{1 + 2x + 3x^2 - 4x^3} \cdot \left(\ln(x^3 - x^2 - x - 1) - \ln(1 + 2x + 3x^2 - 4x^3)\right)'$$

$$= \frac{x^3 - x^2 - x - 1}{1 + 2x + 3x^2 - 4x^3} \cdot \left(\frac{3x^2 - 2x - 1}{x^3 - x^2 - x - 1} - \frac{2 + 6x - 12x^2}{1 + 2x + 3x^2 - 4x^3}\right)$$

$$f'(x_0) = \frac{-1}{1}\left(\frac{-1}{-1} - \frac{2}{1}\right) = -1(1 - 2) = 1$$

4. Найти угол наклона касательной к графику ф-ции в точке:

$$f(x) = \sqrt{3x} \cdot \ln x, \quad x_0 = 1$$

$$f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x}} \cdot \ln x + \frac{\sqrt{3x}}{x} = \frac{3\ln x}{2\sqrt{3x}} + \frac{6}{2\sqrt{3x}} =$$

$$= \frac{3\ln x + 6}{2\sqrt{3x}}$$

$$f'(x_0) = \frac{6}{2\sqrt{3x_0}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$$