Estructuras de datos
Clase teórica 8

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA SEDE MEDELLÍN

Contenido

- Árboles AVL

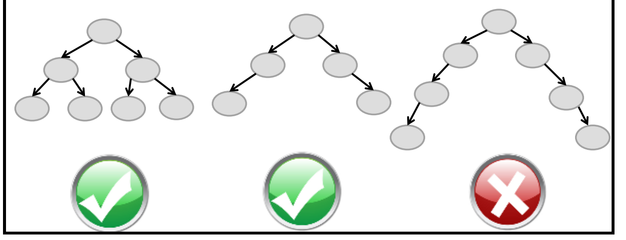
Material elaborado por: Julián Moreno

Facultad de Minas, Departamento de Ciencias de la Computación y la Decisión

Árbol binario de búsqueda equilibrado

Definición: Se dice que un árbol binario está equilibrado si para cada nodo las alturas de sus subárboles difieren en no más de una unidad.

Ejemplos:



Árbol AVL

Una de las soluciones más conocidas para implementar árboles binarios de búsqueda equilibrados son los árboles AVL, los cuales toman su nombre por las iniciales de los apellidos de sus inventores: Adelson-Velskii y Landis que lo dieron a conocer en 1962 en su artículo titulado "*An algorithm for the organization of information*".

El árbol AVL busca mantener siempre la estructura equilibrada, para lo cual define una forma especial de realizar las operaciones de inserción y borrado de nodos.

Básicamente, si al insertar o borrar un nodo se rompe la condición de equilibrio, hay que realizar una serie de rotaciones de los nodos.

Árbol AVL

En un árbol AVL cada nodo, además del elemento que contiene y de las dos referencias a los subárboles derecho e izquierdo, debe contener un dato para almacenar el factor de equilibrio, que no es más que la diferencia entre las alturas de sus subárboles:

Si el factor de equilibrio o balance de un nodo es:

- 0: El nodo está equilibrado y sus subárboles tienen la misma altura.
- 1: El nodo está equilibrado y su subárbol derecho es un nivel más alto.
- -1: El nodo está equilibrado y su subárbol izquierdo es un nivel más alto.
- En cualquier otro caso es necesario reequilibrar.

Árbol AVL

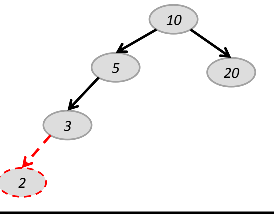
El reequilibrado se produce de abajo hacia arriba sobre los nodos en los que se produce el desequilibrio.

Para reequilibrar pueden realizarse dos operaciones: rotación simple o rotación doble, y pueden ser hacia la derecha o hacia la izquierda. En total, hay 4 tipos de rotaciones:

- Rotación simple a la derecha
- Rotación simple a la izquierda
- Rotación doble derecha-izquierda
- Rotación doble izquierda-derecha

Árbol AVL

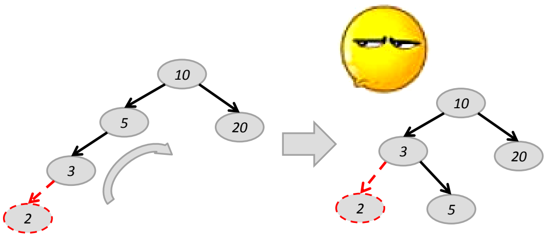
Rotación simple a la derecha
Cuando una inserción se produce en el subárbol izquierdo del hijo izquierdo del nodo desequilibrado (o viceversa) hay que realizar una rotación simple.
Supóngase que en el siguiente árbol AVL se quiere ingresar un nodo con código "2", que sucede con el equilibrio?



Árbol AVL

Rotación simple a la derecha

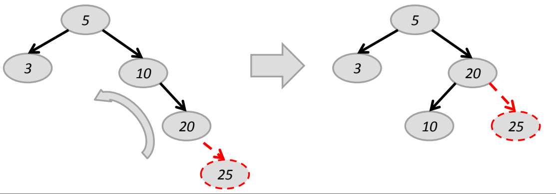
En este caso es necesario reorganizar el árbol para que la nueva raíz del subárbol donde se presenta el desequilibrio sea el hijo izquierdo del anterior y la raíz anterior pasa a ser el hijo derecho de la nueva. En caso que la nueva raíz hubiera tenido hijo derecho, este pasará a ser el hijo izquierdo de la raíz anterior.



Árbol AVL

Rotación simple a la izquierda

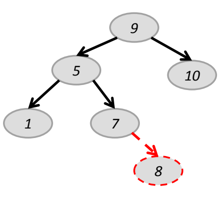
De manera análoga al caso anterior, en este es necesario reorganizar el árbol para que la nueva raíz del subárbol donde se presenta el desequilibrio sea el hijo derecho del anterior y la raíz anterior pasa a ser el hijo izquierdo de la nueva. En caso que la nueva raíz hubiera tenido hijo izquierdo, este pasará a ser el hijo derecho de la raíz anterior.



Árbol AVL

Rotación doble

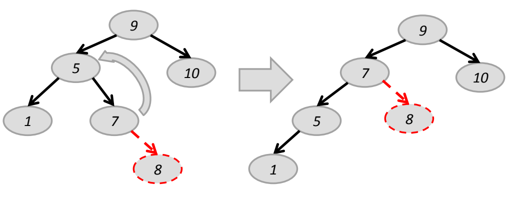
Cuando una inserción se produce en el subárbol derecho del hijo izquierdo del nodo desequilibrado (o viceversa) hay que realizar una doble rotación.



Árbol AVL

Rotación doble izquierda-derecha

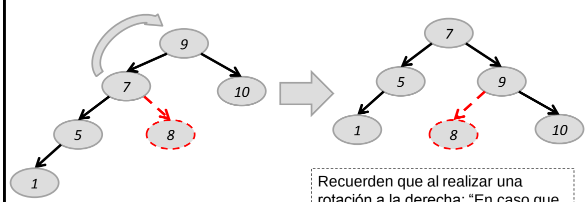
Paso 1: rotación a la izquierda



Árbol AVL

Rotación doble izquierda-derecha

Paso 2: rotación a la derecha



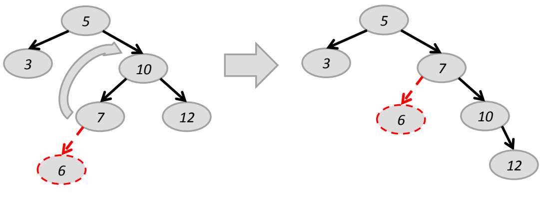
Recuerden que al realizar una rotación a la derecha: "En caso que la nueva raíz hubiera tenido hijo derecho, este pasará a ser el hijo izquierdo de la raíz anterior"

Árbol AVL

Rotación doble derecha-izquierda

Se realiza de manera análoga a la rotación doble izquierda-derecha

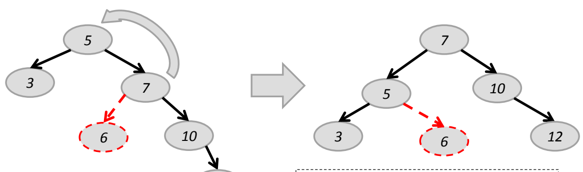
Paso 1: rotación a la derecha



Árbol AVL

Rotación doble derecha-izquierda

Paso 2: rotación a la izquierda

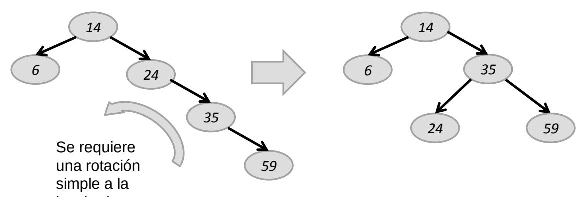


Recuerden que al realizar una rotación a la izquierda: "En caso que la nueva raíz hubiera tenido hijo izquierdo, este pasará a ser el hijo derecho de la raíz anterior"

Árbol AVL

Ejemplo: Agregar la siguiente secuencia de elementos a un árbol AVL inicialmente vacío:

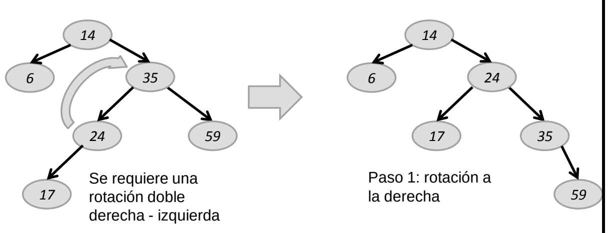
14, 6, 24, 35, 59, 17, 21, 32, 4, 7



Árbol AVL

Ejemplo:

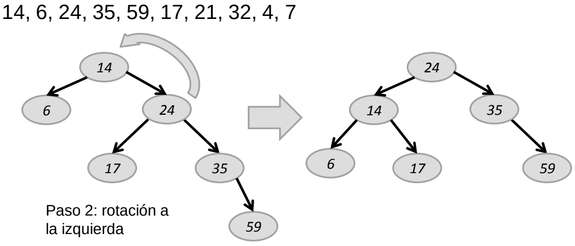
14, 6, 24, 35, 59, 17, 21, 32, 4, 7



Árbol AVL

Ejemplo:

14, 6, 24, 35, 59, 17, 21, 32, 4, 7



Árbol AVL

Ejemplo:

14, 6, 24, 35, 59, 17, 21, 32, 4, 7

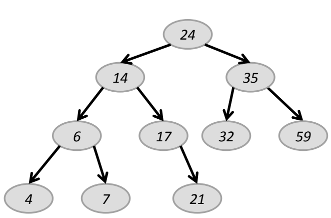


Tabla resumen

Aunque no vimos el detalle de las operaciones, lo cierto es que la "gracia" del AVL es que permite en el caso de la inserción y el borrado *O(log(n))* para la ubicación del elemento, *O(log(n))* para la determinación de los factores de equilibrio y *O(1)* para las rotaciones. Siendo así tenemos que:

Estructura	Inserción	Indexación	Búsqueda	Borrado
Árbol binario de búsqueda equilibrado (AVL)	*O(log(n))*	No aplica	*O(log(n))*	*O(log(n))*

Además del AVL, existen otras aproximaciones para implementar árboles binarios de búsqueda equilibrados con eficiencia O(log(n)) para todas sus operaciones. Una de ellas, también muy conocida, son los árboles Rojo-Negro (red-black trees)