



Софийски университет "Св. Климент Охридски"
Факултет по математика и информатика

ПРОЕКТ

ПО

Диференциални уравнения и приложения

спец. Информатика, 2 курс, зимен семестър,

учебна година 2022/2023

Тема № ... 2022-2023-1.....,

Изготвил:Галя Георгиева Додова

Фак. №:45 616.....

Група:1.....

Оценка:

гр. София

.....2023г.

Асистент:

Подпис:

С Ъ Д Ъ Р Ж А Н И Е

Тема (задание) на проекта	1
1. Решение на Задача 1	2
1.1. Теоретична част	2
1.2. MATLAB код и получените в командния прозорец резултати при изпълнението му	4
1.3. Графики (включително от анимация)	7
1.4. Коментари към получените с MatLab резултати	8
2. Решение на Задача 2	9
2.1. Теоретична част	9
2.2. MATLAB код и получените в командния прозорец резултати при изпълнението му	11
2.3. Графики (включително от анимация)	14
2.4. Коментари към получените с MatLab резултати	15

(Номерата на страниците са примерни!)

Тема (задание) на проекта

Приложите тук снимка на листчето със заданието на проекта, което сте получили!

Зад. 1. Дадено е уравнението

$$y' = (3 + y) \sin(2x + 5).$$

- а) Напишете уравнението на тангентата към интегралната крива на това уравнение, която минава през точката $(\xi, \eta) \in \mathbb{R}^2$. Опишете метод за построяване на поле от прави (slope field) на даденото уравнение.
- б) Начертайте (с MATLAB) полето от прави (slope field) на това уравнение в правоъгълник Π , съдържащ точката $(0, -1)$. Решете числено задачата на Коши за даденото уравнение с начално условие $y(0) = -1$. Начертайте в същия прозорец графиката на намереното приближение на решението на получената задача на Коши.

Зад. 2. Дадена е системата

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + 2y - 4 \\ \dot{y} = -4x - 2y + 6 \end{cases}$$

- а) Намерете равновесните точки на системата и ги изследвайте относно устойчивост. Определете типа на намерените равновесни точки.
- б) Начертайте (с MATLAB) фазов портрет на системата в околност на равновесната точка. Към всяка една от изобразените фазови криви (без равновесните точки) начертайте по един тангенциален вектор. Маркирайте със символа звезда положенията на равновесие.

1. РЕШЕНИЕ НА ЗАДАЧА 1

1.1. Теоретична част.

$$Y_{\text{доп.}} = k \cdot x + l \quad k(\xi, \eta) = y'(x = \xi, y = \eta) = (3 + \eta) \cdot \sin(2 \cdot \xi + 5)$$

През точката (ξ, η) построяваме $Y_{\text{доп.}} = k \cdot x + l \Rightarrow l = \eta - \xi \cdot (3 + \eta) \cdot \sin(2 \cdot \xi + 5)$

$$Y_{\text{доп.}} = (3 + \eta) \cdot \sin(2 \cdot \xi + 5) \cdot x + \eta - \xi \cdot (3 + \eta) \cdot \sin(2 \cdot \xi + 5)$$

За всяка двойка $(\xi, \eta) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ получаваме уравнението на права, минаваща през (ξ, η) т.е. получаваме поле от насочени прави в равнината.

1.2. Matlab код и получени в командния прозорец резултати при изпълнението му.

Построяване на поле от прави и намиране на решението на задачата на Коши в точката $(0, -1)$

```
function SlopeField
x=linspace(-7, 7, 20);
y=linspace(-7, 7, 20);
hold on;
axis([-8, 8, -8, 8]);
delta=0.2;

for i=1:length(x)
    for j=1:length(y)
        a=f(x(i), y(j));
        nValue=delta/sqrt(1+a^2);
        plot([x(i)-nValue, x(i)+nValue],[y(j)-nValue*a, y(j)+nValue*a], 'r');
        plot(x(i), y(j), 'b. ');
    end
end

function z=f(x, y)
    z=(3+y)*sin(2*x+5);
end

grid on;
hold on;
x0=0; y0=-1;
plot(x0, y0, 'g*');
x=linspace(-7, 7, 20);
y=dsolve('Dy=(3+y)*sin(2*x+5)', 'y(x0)=y0', 'x');

plot(x, eval(y), 'k');
title('Поле от прави и решение на задачата на Коши за y'' = (3 + y) sin(2x + 5)');

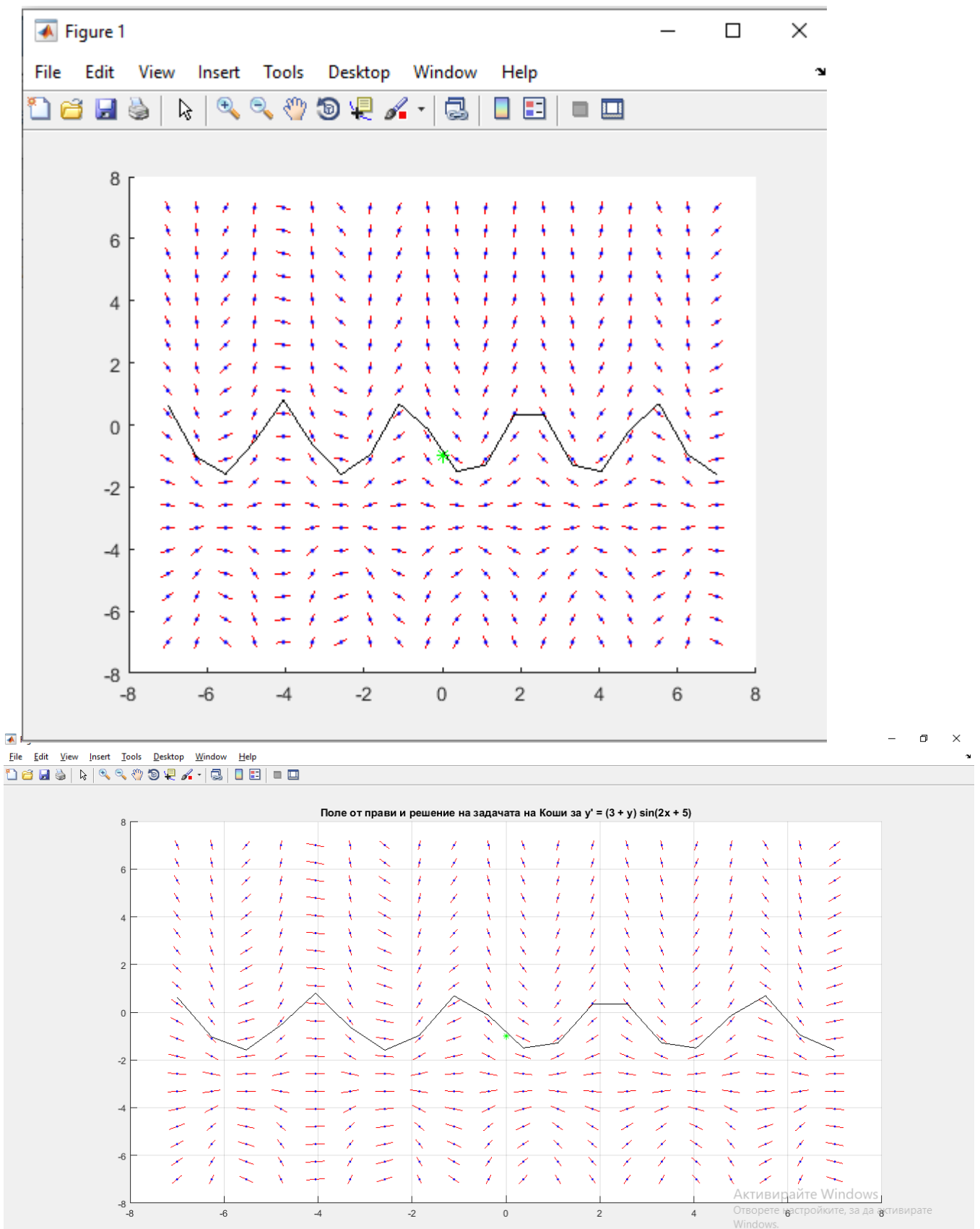
end
```

Резултат в командния прозорец:

$y =$

$\exp(\sin(x + 5/2)^2) \cdot \exp(-\sin(x_0 + 5/2)^2) \cdot (y_0 + 3) - 3$

1.3. Графики (включително от анимация).



1.4. Коментари към получените с MatLab резултати.

На графиката са начертани графиките на компонентите на решението на получената система в интервала $[-10, 10]$ – със син цвят са отбелязани точки, а с червен цвят посоки на правите в полето. Черната крива изобразява решението на диференциалното уравнение, а със зелено е отбелязана дадената начална точка.

2. РЕШЕНИЕ НА ЗАДАЧА 2

2.1. Теоретична част.

$$2x + 2y - 4 = 0 \quad \text{и} \quad -4x + 2y + 6 = 0$$

Събираме и получаваме $-2x + 2 = 0$ или $x = 1$. $y = 1 \rightarrow (1, 1)$ - равновесна точка

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -4 & -2 \end{pmatrix} \quad \lambda * \lambda = -4 \quad \lambda = 2*i \quad \lambda = -2*i$$

Получаваме комплексни числа за собствени стойности, като едното е с положителна реална част, а другото с отрицателна. Това означава, че имаме център.

Проверка за устойчивост: $(x(t), y(t))$ е дефинирано за всяко t . От факта, че точката е център, имаме устойчиво положение на равновесие, което не е асимптотически устойчиво.

2.2. Matlab код и получени в командния прозорец резултати при изпълнението му.

```
%функция, която чертае фазов портрет на системата относно равновесната
%точка
function phasePortrait

A=[2,2;-4,-2];
b=[-4; 6];

%find point

eqPoint=A\(-b);

plot(eqPoint(1), eqPoint(2), 'b*');

axis([eqPoint(1)-5, eqPoint(1)+5,eqPoint(2)-5, eqPoint(2)+5]);
hold on;
grid on;

[T, D]=eig(A);
xx=-10:1:10;
%този код няма да се изпълни, тъй като ние имаме комплексни собствени
%стойност, т.е. нямаме прави
if imag(D(1, 1))==0
plot(eqPoint(1)+T(1,1)*xx, eqPoint(2)+T(2,1)*xx, 'k')
plot(eqPoint(1)+T(1,2)*xx, eqPoint(2)+T(2,2)*xx, 'k')
end

x=eqPoint(1)-4:2:eqPoint(1)+4
y=eqPoint(2)-4:2:eqPoint(2)+4
```

```

[X, Y]=meshgrid(x,y);
tmax=50;
for i=1:length(x)
    for j=1:length(y)
        [T1, Z1]=ode45(@rhs, [0, tmax], [X(i,j), Y(i,j)]);
        [T2, Z2]=ode45(@rhs, [0, -tmax], [X(i,j), Y(i,j)]);
        plot(Z1(:,1),Z1(:,2),'r');
        plot(Z2(:,1),Z2(:,2),'g');
    end
end

DX=A(1,1)*X+A(1,2)*Y+b(1);
DY=A(2,1)*X+A(2,2)*Y+b(2);

%тангенциални вектори
d=sqrt(DX.^2+DY.^2);
quiver(X,Y, DX./d, DY./d,0.3, 'y')

function z=rhs(t,y)
    z=A*y+b;
end

end

```

Резултат в командния прозорец:

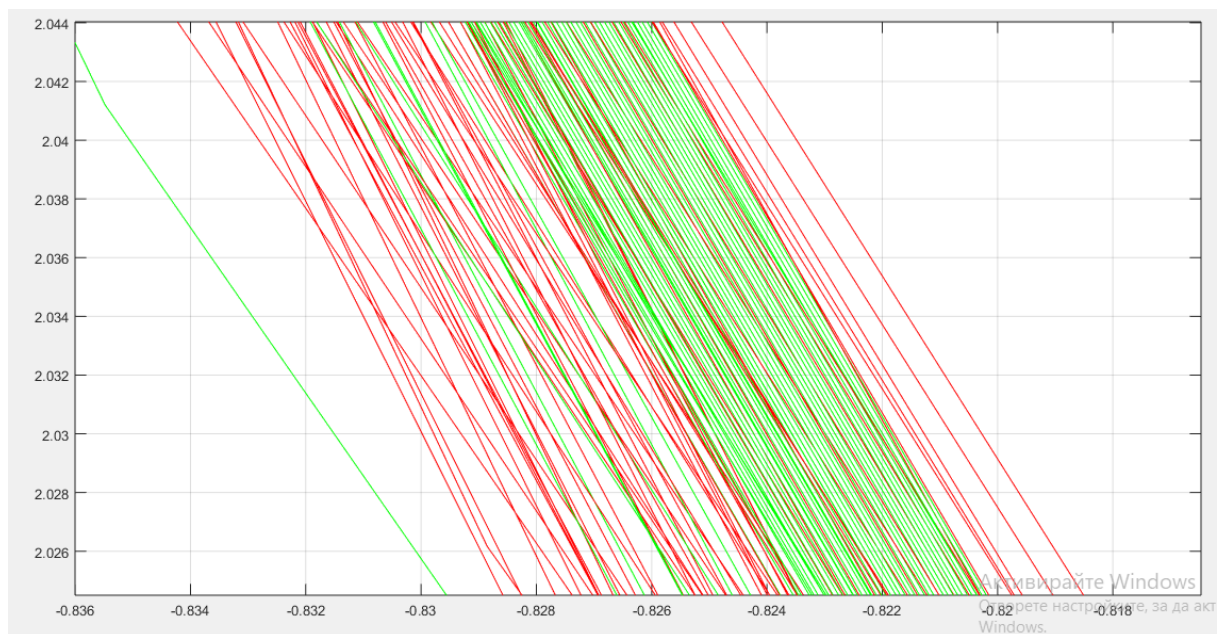
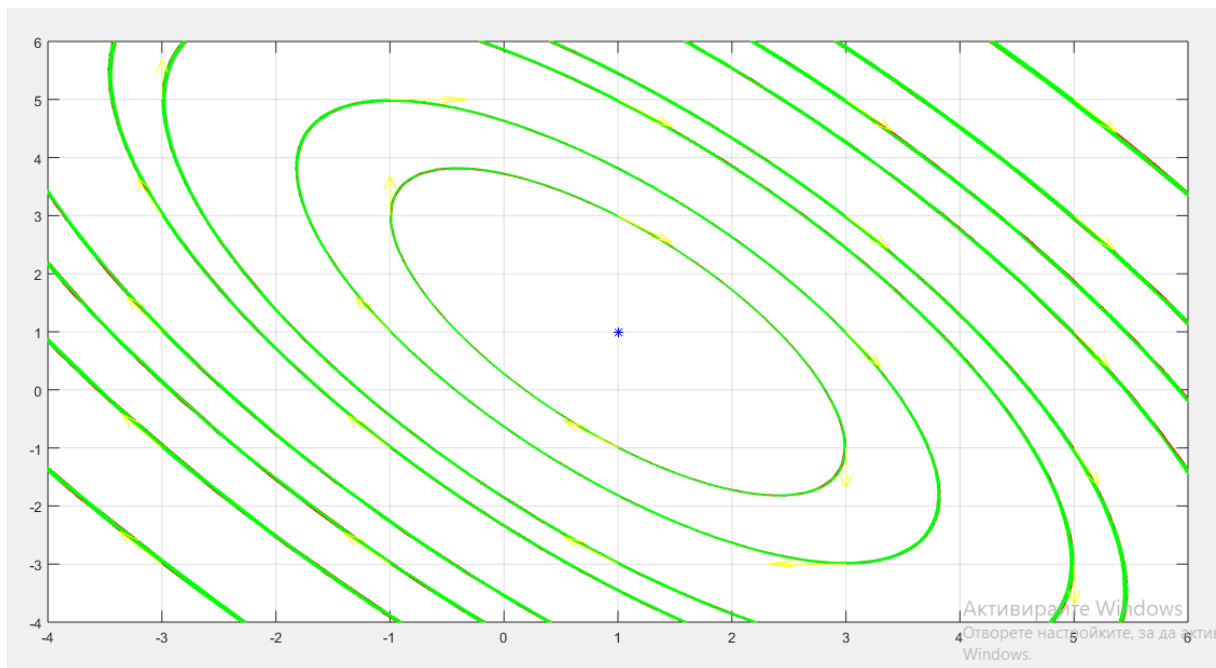
x =

-3 -1 1 3 5

y =

-3 -1 1 3 5

2.3. Графики (включително от анимация).



Приближение на графиката, за да се видят решенията

2.4. Коментари към получените с MatLab резултати.

На графиката е показан фазовият портрет на системата в равновесната точка $(1, 1)$, която е и център и е изобразена със синя звезда. Тя е и единственото положение на равновесие. Червените и зелените участъци са преплитащите се решения на системата в дадените граници

при растене и намаляване на t_{\max} . С жълтите стрелки са изобразени тангенциалните вектори.