



Софийски университет "Св. Климент Охридски"  
Факултет по математика и информатика

# ПРОЕКТ

по

Диференциални уравнения и приложения

спец. Софтуерно инженерство, 2 курс, летен семестър,

учебна година 2013/14

**Тема № 47**

14.06.2014

София

Изготвил: .....

Ф. No. ....

Група .....

Оценка :..... ..

# СЪДЪРЖАНИЕ

1. ТЕМА (ЗАДАНИЕ) НА ПРОЕКТА.....	3
2. РЕШЕНИЕ НА ЗАДАЧА 1 .....	4
2.1. Теоретична част. ....	4
2.2. Matlab код и получени в командния прозорец резултати при изпълнението му. ....	4
2.3. Графики (включително от анимация). ....	6
2.4. Коментари към получените с MatLab резултати. ....	6
3. РЕШЕНИЕ НА ЗАДАЧА 2 .....	7
3.1. Теоретична част. ....	7

## 1. ТЕМА (ЗАДАНИЕ) НА ПРОЕКТА

Приложите тук снимка на листчето със заданието на проекта, което сте получили!

Тема 47 на Проект по ДУПрил за спец. СИ, летен семестър, уч. год. 2013/14

Име....., Ф.№ ....., група .....

**Задача 1.** Дадена е задачата на Коши

$$y''' + 4y'' + 5y' + 2y = 2 + \sin x, \quad y(-1) = -1, \quad y'(-1) = 1, \quad y''(-1) = 2.$$

1. Сведете тази задача до задача на Коши за нормална система от първи ред с постоянни коефициенти.

2. С MatLab начертайте с различни цветове графиките на компонентите на решението на получената система в интервала  $[-1; 2]$ . Определете най-голямата стойност в посочения интервал на втората компонента и най-малката стойност на третата компонента. Маркирайте върху графиките им тези точки съответно със звезда и кръгче.

**Задача 2.** Трептенето на ограничена струна се моделира със следната смесена задача

$$\begin{cases} u_{tt} = \frac{4}{\pi^2} u_{xx}, & t > 0, \quad 0 < x < 6\pi, \\ u|_{t=0} = \begin{cases} \cos^3(\frac{x}{2}), & x \in [4\pi, 5\pi] \\ 0, & x \in [0, 4\pi) \cup (5\pi, 6\pi], \end{cases} \\ u_t|_{t=0} = -\frac{1}{3} \sin x, & 0 \leq x \leq 6\pi, \\ u|_{x=0} = 0, \quad u|_{x=6\pi} = 0, & t \geq 0. \end{cases}$$

1. Напишете решението на дадената задача във вид на ред с помощта на метода на Фурие.

2. Направете на MatLab анимация на трептенето струната за  $t \in [0, 14]$ , като използвате 25-та частична сума на получения ред на Фурие. Начертайте с черен цвят в един прозорец една под друга графиките от направената анимация в моментите  $t_1 = 0, t_2 = 7, t_3 = 14$ .

## 2. РЕШЕНИЕ НА ЗАДАЧА 1

### 2.1. Теоретична част.

Полагаме:

$$\begin{aligned}y_1 &= y, y_2 = y', y_3 = y'' \\ \Rightarrow y_1' &= y' = y_2 \\ \Rightarrow y_2' &= (y')' = y'' = y_3 \\ \Rightarrow y_3' &= (y'')' = y''' \Rightarrow \\ \Rightarrow y_3' &= 2 + \sin x - 4y_3 - 5y_2 - 2y_1\end{aligned}$$

Получаваме задачата на Коши:

$$\begin{cases} y_1' = y_2 \\ y_2' = y_3 \\ y_3' = 2 + \sin x - 4y_3 - 5y_2 - 2y_1 \\ y_1(-1) = -1, y_2(-1) = 1, y_3(-1) = 2 \end{cases}$$

Най-голямата стойност в посочения интервал на втората компонента  $y_2(x)$  е 1.2636.

Най-малката стойност в посочения интервал на третата компонента  $y_3(x)$  е 0.7514.

### 2.2. Matlab код и получени в командния прозорец резултати при изпълнението му.

```
function tema47_zad1
%Свеждане на задачата на Коши до задача на Коши
за нормална система
%с постоянни коефициенти.

x0 = -1;
y1 = -1;
y2 = 1;
y3 = 2;
tFinal = 2;

[T, Y] = ode45(@zad_1_odefun, [x0, tFinal], [y1;
y2; y3]);
```

```

y1=Y(:,1);
y2=Y(:,2);
y3=Y(:,3);

%Намираме най-голямата стойност във втората
компонента
% и нейния индекс
[second_max_val, second_index] = max(y2);

%Намираме най-голямата стойност във третата
компонента
% и нейния индекс
[third_min_val, third_index] = min(y3);

plot(T, y1, T, y2, T, y3, 'r', T(second_index),
second_max_val, '*', T(third_index),
third_min_val, 'o')
title('Графики на компонентите на решението на
получената система в интервала [-1;2]');
legend('първа компонента', 'втора компонента',
'трета компонента', 'най-голяма стойност на
втората компонента', 'най-малка стойност на
третата компонента');

axis([x0, tFinal, x0, tFinal]);
grid on;

function z = zad_1_odefun(x,y)
    z = [y(2); y(3); 2 + sin(x) - 4*y(3) -
5*y(2) - 2*y(1)];
end

end

```

Резултат в командния прозорец:

```
second_max_val =
```

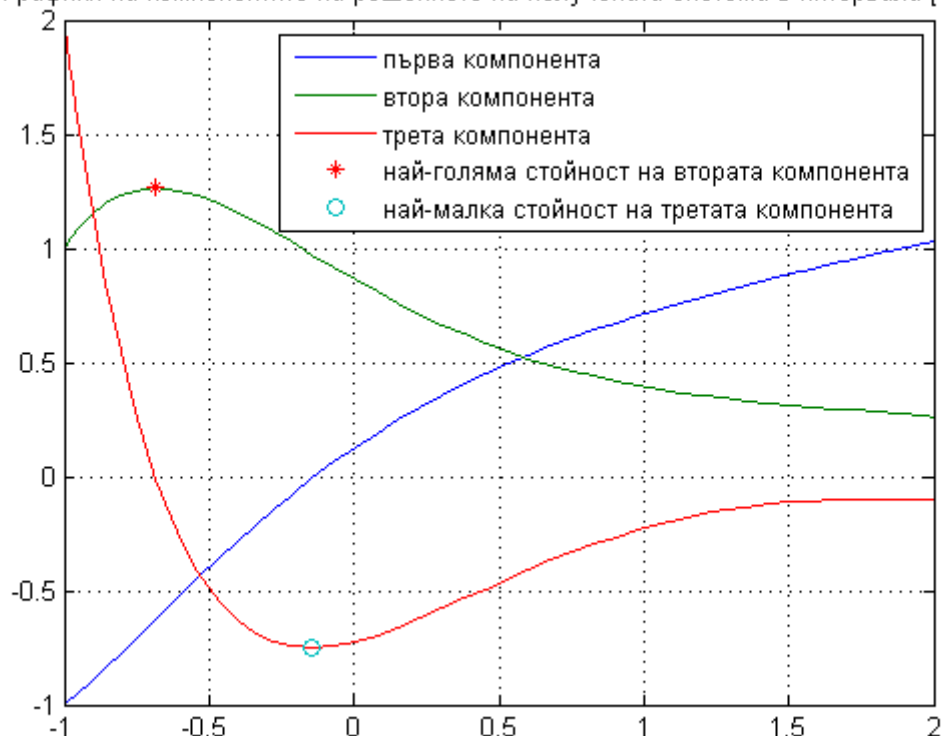
```
1.2636
```

```
third_min_val =
```

-0.7514

### 2.3.Графики (включително от анимация).

Графики на компонентите на решението на получената система в интервала  $[-1;2]$



Фигура 1

### 2.4.Коментари към получените с MatLab резултати.

На графиката са начертани графиките на компонентите на решението на получената система в интервала  $[-1,2]$  – със син цвят графиката на първата компонента  $y_1(x)$ , със зелен цвят графиката на втората компонента  $y_2(x)$  и с червен цвят графиката на третата компонента  $y_3(x)$ . Звездата показва най-голямата стойност в посочения интервал на втората компонента  $y_2(x)$ , а кръгчето показва най-малката стойност на третата компонента  $y_3(x)$ .

### 3. Решение на задача 2

#### 3.1. Теоретична част.

.....

.....