

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

Контролно по Бързи алгоритми върху структури от данни

спец.

07.12.2017 г.

Задача 1. За естествено число $n \in \mathbb{N}$ с $V_n = \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$ означаваме множеството от първите n естествени числа. За естествени числа $i, j < n$, интервал $I_{i,j}$ на V_n е множеството $I_{i,j} = [i; j] \cap V_n$, съставено от естествените числа между i и j .

Нека $G = (V_n, E)$ е ориентиран граф без примки. За интервали I' и I'' на V_n дефинираме $out(I', I'')$ като броя ребра, които имат начало в I' и край във $V_n \setminus I''$ или имат начало във $V_n \setminus I'$ и край в I'' .

Разглеждаме следния проблем, при който е даден ориентиран граф без примки и трябва да се обработват редица от заявки:

Дадено: $n \in \mathbb{N}$, $G = (V_n, E)$.

Вход: $0 \leq i, j < n$, $d \in \mathbb{N}$.

Изход: $Q(i, j, d) = \{\langle k, l \rangle \mid out(I_{i,j}, I_{k,l}) \leq d\}$.

(0.3 т) Да се предложи алгоритъм, който индексира граф $G = (V_n, E)$, в който всеки връх е край на поне едно ребро, за време $O(|E| + n)$ и обработва всяка заявка $Q(i, j, 0)$ за време $O(1)$.

(0.4 т) Да се предложи алгоритъм, който индексира граф $G = (V_n, E)$ за време $O(|E| + n)$ и обработва всяка заявка $Q(i, j, 0)$ за време $O(|Q(i, j, 0)|)$.

(0.3 т) Да се предложи алгоритъм, който индексира граф $G = (V_n, E)$ за време $O(|E| + n)$ и обработва всяка заявка $Q(i, j, d)$ за време $O(|Q(i, j, d)| + d^2)$.

(0.5 т) Да се предложи алгоритъм, който индексира граф $G = (V_n, E)$ за време $O(|E| + n)$ и обработва всяка заявка $Q(i, j, d)$, за която от $I_{i,j}$ излизат поне $2d$ ребра, за време $O(|Q(i, j, d)| + d \log d)$.

Обосновете коректността и времевата сложност на предложените от Вас алгоритми.

Забележка: Алгоритмите, разглеждани по време на курса могат да използват без допълнителна верификация.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

Контролно по Бързи алгоритми върху структури от данни

спец.

07.12.2017 г.

Задача 2. За естествено число $n \in \mathbb{N}$ с $V_n = \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$ означаваме множеството от първите n естествени числа. За естествени числа $i, j < n$, интервал $I_{i,j}$ на V_n е множеството $I_{i,j} = [i; j] \cap V_n$, съставено от естествените числа между i и j .

Нека $G = (V_n, E)$ е ориентиран граф без примки. За интервали I' и I'' на V_n дефинираме $out(I', I'')$ като броя ребра, които имат начало в I' и край във $V_n \setminus I''$ или имат начало във $V_n \setminus I'$ и край в I'' .

Разглеждаме следния проблем, при който е даден ориентиран граф без примки и трябва да се обработват редица от заявки:

Дадено: $n \in \mathbb{N}$, $G = (V_n, E)$.

Вход: $0 \leq i, j < n$, $d \in \mathbb{N}$.

Изход: $Q(i, j, d) = \{\langle k, l \rangle \mid out(I_{i,j}, I_{k,l}) \leq d\}$.

(0.3 т) Да се предложи алгоритъм, който индексира граф $G = (V_n, E)$, в който всеки връх е край на поне едно ребро, за време $O(|E| + n)$ и обработва всяка заявка $Q(i, j, 0)$ за време $O(1)$.

(0.4 т) Да се предложи алгоритъм, който индексира граф $G = (V_n, E)$ за време $O(|E| + n)$ и обработва всяка заявка $Q(i, j, 0)$ за време $O(|Q(i, j, 0)|)$.

(0.3 т) Да се предложи алгоритъм, който индексира граф $G = (V_n, E)$ за време $O(|E| + n)$ и обработва всяка заявка $Q(i, j, d)$ за време $O(|Q(i, j, d)| + d^2)$.

(0.5 т) Да се предложи алгоритъм, който индексира граф $G = (V_n, E)$ за време $O(|E| + n)$ и обработва всяка заявка $Q(i, j, d)$, за която от $I_{i,j}$ излизат поне $2d$ ребра, за време $O(|Q(i, j, d)| + d \log d)$.

Обосновете коректността и времевата сложност на предложените от Вас алгоритми.

Забележка: Алгоритмите, разглеждани по време на курса могат да използват без допълнителна верификация.