

| вариант | ф. номер | група | поток | курс | специалност |
|----------|----------|-------|-------|------|-------------|
| 1 | | | | | |
| Име: | | | | | |

Контролно по Бързи алгоритми върху структури от данни

спец.

01.12.2016 г.

Задача 1. Нека $T = (V, E, r)$ е кореново дърво с корен r и листа $L \subseteq V$ и нека $m \in \mathbb{N}$. За всяко листо $l \in L$ е даден списък $\lambda(l)$ от различни естествени числа, ненадминаващи m . За всяко $i \leq m$ означаваме с $L_i \subseteq L$, $V_i \subseteq V$ и $d_i : V \rightarrow \mathbb{N}$ съответно:

$$\begin{aligned} L_i &= \{l \in L \mid i \in \lambda(l)\} \\ d_i(v) &= |L_i \cap T_v| \\ V_i &= \{v \in V \mid \forall u \in T_v \setminus \{v\} (d_i(u) < d_i(v))\}. \end{aligned}$$

- (0.4т) Да се докаже, че $|V_i| \in O(|L_i|)$ за всяко i .
- (0.4т) Да се опише алгоритъм, който след евентуално линейно (тоест $O(|V|)$) индексирание на T обработва заявки:

Вход: L_i

Изход: V_i

за време $O(|L_i| \log \log |V|)$. (L_i е дадено като множество от листа.)

- (0.2т) Може ли при разумни допълнителни предположения за вида на входа да постигнем време на заявка $O(|L_i|)$? Какви?
- (0.5т) Нека $\rho : V \rightarrow \{0, 1, \dots, m+1\}$ е функцията:

$$\rho(v) = |\{i \mid \exists l \in L \cap T_v (i \in \lambda(l))\}|.$$

Да се предложи алгоритъм, който решава следния проблем:

Вход: $T = (V, E, r)$, $m \in \mathbb{N}$, списъци $\{\lambda(l)\}_{l \in L}$ с $\lambda(l) \subseteq \{0, 1, \dots, m\}$.

Изход: масив ρ със стойностите $\rho(v)$ за всяко $v \in V$.

за време $O(|V| + \sum_{l \in L} |\lambda(l)| + m)$.

Забележка: Решение или идея, водеща до решение, на точка 4 влече автоматично пълен брой точки на точка 3!

Забележка: Допуска се използването на всякакви материали на хартиен носител, които са собственост на студента. Използването на електронни средства, както и материали на други студенти, в частност техните разсъждения (в устна, писмена или друга форма) по тази задача, е забранено. Нарушителите се наказват според реда на СУ "Св. Климент Охридски"!