

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Контролно по Бързи алгоритми върху структури от данни  
06.12.2019 г.

**Задача 1.** За неориентиран претеглен граф  $G = (V, E, c)$ ,  $c : E \rightarrow \mathbb{R}$ , с  $\mu(G) \in \mathbb{R} \cup \{\infty\}$  бележим цената на минимално покриващо дърво за  $G$ . За двойка различни върхове  $u, v \in V$  и реално число  $r \in \mathbb{R}$  определяме претегления графа:

$$G + (u, v; r) = (V, E \cup \{\{u, v\}\}, c'), \text{ където } c'(e) = \begin{cases} r, & \text{ако } e = \{u, v\} \\ c(e), & \text{иначе.} \end{cases}$$

Разглеждаме следния проблем:

Дадено:  $G = (V, E, c)$  претеглен неориентиран граф

Вход:  $u, v \in V, r \in \mathbb{R}$  с  $u \neq v$

Изход:  $\mu(G + (u, v; r))$

1. (0,3 т.) Да се докаже, че ако  $T$  е минимално покриващо дърво за  $G = (V, E, c)$ , то има минимално покриващо дърво за  $G + (u, v; r)$ , което се различава от  $T$  с най-много две ребра.
2. (0,2 т.) Да се предложи алгоритъм, който за време  $O(|E| + |V| \log |V|)$  построява индекс, който позволява да се отговоря на всяка заявка за време  $O(1)$  в случая, когато  $G$  не е свързан. Да се обоснове коректността и времевата сложност на предложения алгоритъм.
3. (0,5 т.) Да се предложи алгоритъм, който за време  $O(|E| + |V| \log |V|)$  построява индекс, който позволява да се отговоря на всяка заявка за време  $O(1)$ .
4. (0,5 т.) Докажете коректността на Вашия алгоритъм и обоснове неговата времева сложност.

**Забележка:** Алгоритмите, разглеждани по време на курса могат да използват без допълнителна верификация.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Контролно по Бързи алгоритми върху структури от данни  
06.12.2019 г.

**Задача 1.** За неориентиран претеглен граф  $G = (V, E, c)$ ,  $c : E \rightarrow \mathbb{R}$ , с  $\mu(G) \in \mathbb{R} \cup \{\infty\}$  бележим цената на минимално покриващо дърво за  $G$ . За двойка различни върхове  $u, v \in V$  и реално число  $r \in \mathbb{R}$  определяме претегления графа:

$$G + (u, v; r) = (V, E \cup \{\{u, v\}\}, c'), \text{ където } c'(e) = \begin{cases} r, & \text{ако } e = \{u, v\} \\ c(e), & \text{иначе.} \end{cases}$$

Разглеждаме следния проблем:

Дадено:  $G = (V, E, c)$  претеглен неориентиран граф

Вход:  $u, v \in V, r \in \mathbb{R}$  с  $u \neq v$

Изход:  $\mu(G + (u, v; r))$

1. (0,3 т.) Да се докаже, че ако  $T$  е минимално покриващо дърво за  $G = (V, E, c)$ , то има минимално покриващо дърво за  $G + (u, v; r)$ , което се различава от  $T$  с най-много две ребра.
2. (0,2 т.) Да се предложи алгоритъм, който за време  $O(|E| + |V| \log |V|)$  построява индекс, който позволява да се отговори на всяка заявка за време  $O(1)$  в случая, когато  $G$  не е свързан. Да се обоснове коректността и времевата сложност на предложения алгоритъм.
3. (0,5 т.) Да се предложи алгоритъм, който за време  $O(|E| + |V| \log |V|)$  построява индекс, който позволява да се отговори на всяка заявка за време  $O(1)$ .
4. (0,5 т.) Докажете коректността на Вашия алгоритъм и обоснове неговата времева сложност.

**Забележка:** Алгоритмите, разглеждани по време на курса могат да използват без допълнителна верификация.