

Manual de Usuario de Generador de Números Aleatorios

Andrés Barragán Salas A01026567

Christopher Luis Miranda Vanegas A01022676

Esteban Manrique de Lara Sirvent A01027077

Fernando Garrote De la Macorra A01027503

Rodrigo Quiroz Reyes A01026546

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey

Métodos Cuantitativos y Simulación

Profesor Leopoldo Cendejas Morales

Viernes 11 de octubredel 2021

Índice

Diagrama de Flujo de la Aplicación	3
Casos de Uso Nivel 0 y explicación de Métodos con generación de resultados	4
Pruebas de Uso y Pasos para ejecutar la Aplicación	8
Método de Centros Cuadrados	8
Método Congruencial	9
Método Congruencial Mixto	11
Método Multiplicativo	12
Método Congruencial Lineal Combinado	14
Prueba Chi-Cuadrada	15
Prueba Kolmogorov-Smirnov	16
Referencias	17

Diagrama de Flujo de la Aplicación

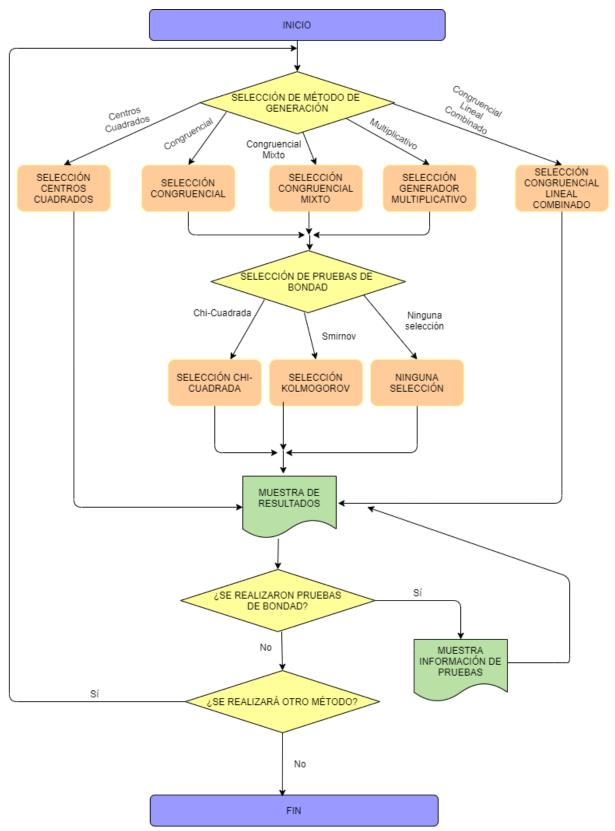


Figura 1. Diagrama de Flujo de la Aplicación Propuesta

Casos de Uso Nivel 0 y explicación de Métodos con generación de resultados

GENERADOR DE NÚMEROS ALEATORIOS

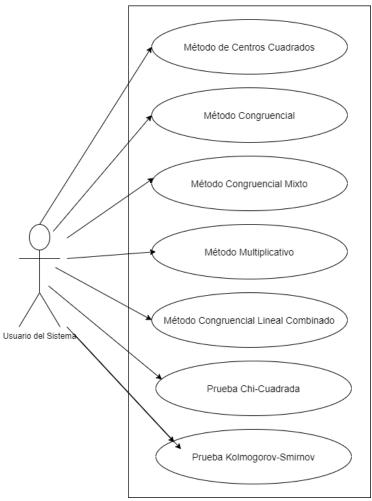


Figura 2. Casos de Uso de Nivel 0 para la Aplicación Propuesta

	Método de los Centros Cuadrados
Descripción	Ejecuta el método de los Centros Cuadrados.
Acción origen	El usuario selecciona la opción para este método en la pantalla de inicio e introduce tanto una semilla como el número de elementos a generar.
Parámetros de Entrada	semillaInicio: string numerosAGenerar: int El usuario introduce estos datos
Procesos	Realiza la generación de números aleatorios, generadores y Ri's. Adicionalmente, genera un .csv con esta información, permitiendo qué el usuario consulte posteriormente los resultados.
Acciones de Salida	El usuario es redirigido hacia una pantalla donde se

muestran los resultados (generadores, semillas, números aleatorios y Ri's) en forma de tabla

Tabla 1. Información acerca de la implementación del Método de Centros Cuadrados

	Método Congruencial
Descripción	Ejecuta el Método Congruencial.
Acción origen	El usuario selecciona la opción para este método en la pantalla de inicio e introduce una semilla inicial, un multiplicador, un incremento, un módulo y el número de elementos a generar. Asimismo, se escoge si se realizan las pruebas de bondad de Chi Cuadrada y/o Kolmogorov.
Parámetros de Entrada	<pre>semilla: int multiplicador: int incremento: int módulo: int numerosAGenerar: int chiCuadrada: int kolmogorovSmirnov: int El usuario introduce estos datos</pre>
Procesos	Realiza la generación de números aleatorios, generadores y Ri's. Adicionalmente, genera un .csv con esta información, permitiendo qué el usuario consulte posteriormente los resultados. Se realizan las pruebas de Chi Cuadrada y Kolmogorov en caso de aplicar.
Acciones de Salida	El usuario es redirigido hacia una pantalla donde se muestran los resultados (generadores, semillas, números aleatorios y Ri's) en forma de tabla. Asimismo, se despliega las comparaciones de estadísticos teóricos y calculados de Chi Cuadrada y/o Kolmogorov.

Tabla 2. Información acerca de la implementación del Método Congruencial

	Método Congruencial Mixto
Descripción	Ejecuta el Método Congruencial.
Acción origen	El usuario selecciona la opción para este método en la pantalla de inicio e introduce una semilla inicial, un multiplicador, un incremento, un módulo y el número de elementos a generar. Asimismo, se escoge si se realizan las pruebas de bondad de Chi Cuadrada y/o Kolmogorov.
Parámetros de Entrada	semilla: <mark>int</mark> multiplicador: <mark>int</mark>

incremento: int
módulo: int

numerosAGenerar: int
chiCuadrada: int
kolmogorovSmirnov: int

El usuario introduce estos datos

Procesos

Realiza la generación de números aleatorios, generadores y Ri's. Adicionalmente, genera un .csv con esta información, permitiendo qué el usuario consulte posteriormente los resultados. Para esta prueba en particular, se ejecuta la comprobación de Hull Dobell. Se realizan las pruebas de Chi Cuadrada y Kolmogorov en caso de aplicar.

Acciones de Salida

El usuario es redirigido hacia una pantalla donde se muestran los resultados (generadores, semillas, números aleatorios y Ri's) en forma de tabla. Asimismo, se despliega las comparaciones de estadísticos teóricos y calculados de Chi Cuadrada y/o Kolmogorov.

Tabla 3. Información acerca de la implementación del Método Congruencial Mixto

	Método Multiplicativo
Descripción	Ejecuta el Método Multiplicativo.
Acción origen	El usuario selecciona la opción para este método en la pantalla de inicio e introduce una semilla inicial, un multiplicador, un incremento, un módulo y el número de elementos a generar. Asimismo, se escoge si se realizan las pruebas de bondad de Chi Cuadrada y/o Kolmogorov.
Parámetros de Entrada	<pre>semilla: int multiplicador: int módulo: int numerosAGenerar: int chiCuadrada: int kolmogorovSmirnov: int El usuario introduce estos datos</pre>
Procesos	Realiza la generación de números aleatorios, generadores y Ri's. Adicionalmente, genera un .csv con esta información, permitiendo qué el usuario consulte posteriormente los resultados. Se realizan las pruebas de Chi Cuadrada y Kolmogorov en caso de aplicar.
Acciones de Salida	El usuario es redirigido hacia una pantalla donde se muestran los resultados (generadores, semillas, números aleatorios y Ri's) en forma de tabla. Asimismo, se

despliega las comparaciones de estadísticos teóricos y calculados de Chi Cuadrada y/o Kolmogorov.

Tabla 4. Información acerca de la implementación del Método Multiplicativo

	Método Lineal Combinado
Descripción	Ejecuta el método de Lineal Combinado (L'Ecuyer).
Acción origen	El usuario selecciona la opción para este método en la pantalla de inicio e introduce tanto una semilla como el número de elementos a generar.
Parámetros de Entrada	<pre>semillasOriginales: string mutlplicadores: string módulos: string numerosAGenerar: int El usuario introduce estos datos</pre>
Procesos	La primera acción realizada por este método es la separación de valores para obtener la semilla, multiplicador y módulo para cada generador a ser implementado. Luego, se realiza la generación de números aleatorios, generadores y Ri's. Adicionalmente, genera un .csv con esta información, permitiendo qué el usuario consulte posteriormente los resultados.
Acciones de Salida	El usuario es redirigido hacia una pantalla donde se muestran los resultados (semillas, números aleatorios y Ri's) en forma de tabla.

Tabla 5. Información acerca de la implementación del Método Lineal Combinado

	Prueba Chi-Cuadrada		
Descripción	Ejecuta la prueba de Bondad de Chi-Cuadrada.		
Acción origen	El usuario da click a la <i>checkbox</i> correspondiente a la prueba de Chi-Cuadrada, al igual que escoge el porcentaje con el cual se trabajará.		
Parámetros de numeros: array[double] Entrada porcentajeError: int El usuario introduce estos datos			
Procesos	Realiza el ordenamiento de los números, la generación y reasignación de clases, calcula probabilidades y estadísticos de prueba, al igual que compara el estadístico final con aquel considerado como teórico,		

calculado por el mismo método.

Acciones de Salida	El usuario es redirigido hacia una pantalla donde se visualiza la información obtenida (clases, probabilidades,
	estadístico, etc.), al igual que una gráfica con la distribución de los números aleatorios dentro de las clases.

Tabla 6. Información acerca de la implementación de la Prueba de Bondad Chi-Cuadrada

	Prueba Kolmogorov-Smirnov
Descripción Ejecuta la prueba de Bondad de Kolmogorov-Smirnov.	
Acción origen	El usuario da click a la <i>checkbox</i> correspondiente a la prueba de Kolmogorov-Smirnov, al igual que escoge el porcentaje con el cual se trabajará.
Parámetros de Entrada	<pre>numeros: array[double] nivelSignificancia: double El usuario introduce estos datos</pre>
Procesos	Realiza el ordenamiento de los números, cálculo de diferentes componentes para obtener D+, D-, Dmax{D+,D-}. Adicionalmente, se calcula estadístico teórico (tabla de Kolmogorov-Smirnov) y práctico
Acciones de Salida	El usuario es redirigido hacia una pantalla donde se muestra la información obtenida (i/N, i/(N-Ri), Ri-((i-1)/N), D+, D- y Dmax{D+,D-}), al igual qué una gráfica entre $F(x)$ y $Sn(x)$

Tabla 7. Información acerca de la implementación de la Prueba de Bondad Kolmogorov-Smirnov

Pruebas de Uso y Pasos para ejecutar la Aplicación

Nota antes de ejecutar el programa: Para ejecutar el programa se debe de tener 100% el "Tamaño del texto, las aplicaciones y otros elementos". Para poder hacer el cambio a 100%, se debe de abrir en la barra de navegación de Windows "Cambiar la resolución de la pantalla", después en "Escala y distribución", se cambia el tamaño a 100%.



Figura 3. Instrucciones para poder visualizar de manera correcta la interfaz gráfica de nuestro programa.

Método de Centros Cuadrados

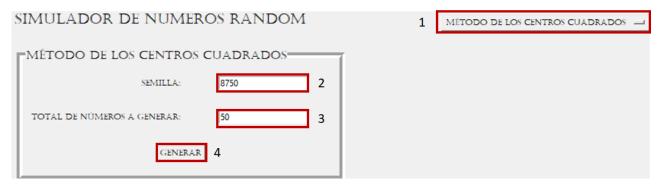


Figura 4. Captura de Pantalla del Simulador para introducción de parámetros para el Método de Centros Cuadrados.

- 1. Se debe seleccionar, en la esquina superior, el método de los "Centros Cuadrados".
- 2. La semilla a ser introducida debe ser un número entero entre 100 y 9999.
- 3. Se debe introducir el número total de elementos a generar, siendo un número entero superior a 0.
- 4. Oprimir el botón de Generar para mostrar pantalla con resultados.



Figura 5. Captura de Pantalla del Simulador con etiqueta indicando un problema con los valores insertados por el usuario.

	Centros Cuadrados				
	Xn	Semilla	Generador	No. Aleatorio	Ri
0		8750	76 5625 00	5625	0.5625
1	!	5625	31 6406 25	6406	0.6406
2	(6406	41 0368 36	0368	0.0368
3	:	368	00 1354 24	1354	0.1354
4		1354	01 8333 16	8333	0.8333
5		8333	69 4388 89	4388	0.4388
6	4	4388	19 2545 44	2545	0.2545
7	1	2545	06 4770 25	4770	0.477
8	4	4770	22 7529 00	7529	0.7529
9	•	7529	56 6858 41	6858	0.6858

Figura 6. Captura de Pantalla con resultados del método de Centros Cuadrados.

Método Congruencial

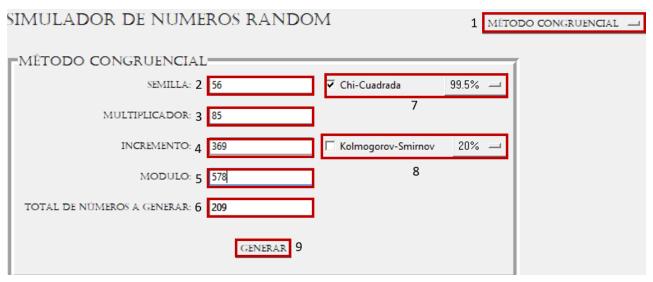


Figura 7. Captura de Pantalla del Simulador para introducción de parámetros para el Método Congruencial.

- 1. Se debe seleccionar, en la esquina superior, el método de los "Método Congruencial".
- 2. La semilla a ser introducida debe ser un número entero mayor a 0 y mayor que el módulo.
- 3. El multiplicador a ser introducido debe ser un número entero mayor a 0 y mayor que el módulo.
- 4. El incremento a ser introducido debe ser un número entero mayor a 0 y mayor que el módulo.
- 5. El módulo a ser introducido debe ser un número entero mayor a 0.
- 6. Se debe introducir el número total de elementos a generar, siendo un número entero superior a 0.
- 7. Para ejecutar la prueba de Chi-Cuadrada, seleccionar la *checkbox* y el porcentaje a trabajar.
- 8. Para ejecutar la prueba de Kolmogorov-Smirnov, seleccionar la *checkbox* y el porcentaje a trabajar.
- 9. Oprimir el botón de Generar para mostrar pantalla con resultados.

	SIMULADOR DE NUMEROS RA	ANDOM	MÉTODO CONO	GRUENCIAL -
ı	MÉTODO CONGRUENCIAL el modulo tiene que ser mayor a los dema	S VALORES; EL MULTIPLICAT	DOR, INCREMENTO Y SEMILLA DE	eben ser mayores a cero
ı	SEMILLA:	56	✓ Chi-Cuadrada	99.5% —
ı	MULTIPLICADOR:	85		
ı	INCREMENTO:	369	☐ Kolmogorov-Smirnov	20% —
ı	MODULO:	-578		
ı	TOTAL DE NÚMEROS A GENERAR:	209		
		GENERAR		

Figura 8. Captura de Pantalla del Simulador con etiqueta indicando un problema con los valores insertados por el usuario.

Xn	Semilla	Generador	No. Aleatorio	Ri	
0	56	(85(56)+ 369)mod(578)	505	0.8737024221453287	
1	505	(85(505)+ 369)mod(578)	522	0.903114186851211	
2	522	(85(522)+ 369)mod(578)	233	0.4031141868512111	
3	233	(85(233)+ 369)mod(578)	522	0.903114186851211	
4	522	(85(522)+ 369)mod(578)	233	0.4031141868512111	
5	233	(85(233)+ 369)mod(578)	522	0.903114186851211	
6	522	(85(522)+ 369)mod(578)	233	0.4031141868512111	
7	233	(85(233)+ 369)mod(578)	522	0.903114186851211	
8	522	(85(522)+ 369)mod(578)	233	0.4031141868512111	
9	233	(85(233)+ 369)mod(578)	522	0.903114186851211	

Figura 9. Captura de Pantalla con resultados del método Congruencial Lineal.

Método Congruencial Mixto



Figura 10. Captura de Pantalla del Simulador para introducción de parámetros para el Método Congruencial Mixto.

- 1. Se debe seleccionar, en la esquina superior, el método de los "Método Congruencial".
- 2. La semilla a ser introducida debe ser un número entero mayor a 0 y mayor que el módulo.

- 3. El multiplicador a ser introducido debe ser un número entero mayor a 0 y mayor que el módulo.
- 4. El incremento a ser introducido debe ser un número entero mayor a 0 y mayor que el módulo.
- 5. El módulo a ser introducido debe ser un número entero mayor a 0.
- 6. Se debe introducir el número total de elementos a generar, siendo un número entero superior a 0.
- 7. Para ejecutar la prueba de Chi-Cuadrada, seleccionar la checkbox y el porcentaje a trabajar.
- 8. Para ejecutar la prueba de Kolmogorov-Smirnov, seleccionar la checkbox y el porcentaje a trabajar.
- 9. Oprimir el botón de Generar para mostrar pantalla con resultados.

SIMULADOR DE NUMEROS RA	ANDOM	MÉTODO CONG	RUENCIAL MIXTO
MÉTODO CONGRUENCIAL MIXTO EL MODULO TIENE QUE SER MAYOR A LOS DEMA		'ADOR, INCREMENTO Y SEMILLA DEB	BEN SER MAYORES A CERO
SEMILLA:	258	▼ Chi-Cuadrada	99.5% —
MULTIPLICADOR:	298		
INCREMENTO:	269	✓ Kolmogorov-Smirnov	20% —
MODULO:	-589		
TOTAL DE NÚMEROS A GENERAR:	425		
	GENERAR		

Figura 11. Captura de Pantalla del Simulador con etiqueta indicando un problema con los valores insertados por el usuario.

	SIMULADOR DE NUME	ROS RANDO	PΜ	M	ÉTODO CONGRUENCIAL MIXTO 🖃
	MÉTODO CONGRUENCIAI		ALUACION DE HULL-DOBI	ELL	
	SEMILLA:	4	▼ Chi-Cuadrada	99.5% —	
	MULTIPLICADOR:	8121]		
	INCREMENTO:	28411	Kolmogorov-Smirnov	20% —	4
	MODULO:	10000000]		
	TOTAL DE NÚMEROS A GENERAR:	8]		
ı		GENERAR			

Figura 12. Captura de Pantalla del Simulador con etiqueta indicando un problema con la evaluación de Hull-Dobell.

	Congruencial Mixto					
	Xn	Semilla	Generador	No. Aleatorio	Ri	
0		4	(8121(4)+ 28411)mod(134456)	60895	0.4528990896650205	
1		60895	(8121(60895)+ 28411)mod(134456)	27538	0.20481049562682216	
2		27538	(8121(27538)+ 28411)mod(134456)	64181	0.4773383114178616	
3		64181	(8121(64181)+ 28411)mod(134456)	90856	0.6757303504492176	
4		90856	(8121(90856)+ 28411)mod(134456)	109915	0.8174793240911525	
5		109915	(8121(109915)+ 28411)mod(134456)	129198	0.960894270244541	
6		129198	(8121(129198)+ 28411)mod(134456)	85201	0.6336719819122985	
7		85201	(8121(85201)+ 28411)mod(134456)	35156	0.2614684357708098	
Chi-Cuadrada Kolgomorov-Smirnov				0.0 < 4e-05		
			0.204	0.20481049562682216 < 0.35831		

Figura 13. Captura de Pantalla con resultados del método Congruencial Lineal Mixto.

Método Multiplicativo

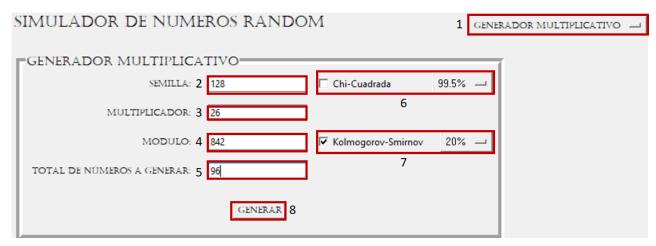


Figura 14. Captura de Pantalla del Simulador para introducción de parámetros para el Método Multiplicativo.

- 1. Se debe seleccionar, en la esquina superior, el método de los "Generador Multiplicativo".
- 2. La semilla a ser introducida debe ser un número entero mayor a 0 y mayor que el módulo.
- 3. El multiplicador a ser introducido debe ser un número entero mayor a 0 y mayor que el módulo.
- 4. El módulo a ser introducido debe ser un número entero mayor a 0.
- 5. Se debe introducir el número total de elementos a generar, siendo un número entero superior a 0.
- 6. Para ejecutar la prueba de Chi-Cuadrada, seleccionar la checkbox y el porcentaje a trabajar.
- 7. Para ejecutar la prueba de Kolmogorov-Smirnov, seleccionar la checkbox y el porcentaje a trabajar.
- 8. Oprimir el botón de Generar para mostrar pantalla con resultados.

6	SIMULADOR DE NUME	ROS RANDOM	GENERADOR MULTIPLICATIVO 🔟
	GENERADOR MULTIPLICA	TIVO 5 A GENERAR DEBE SER MAYOR A O	
ı	SEMILLA:	128	5%
ı	MULTIPLICADOR:	26	
ı	MODULO:	842	1% —
	TOTAL DE NÚMEROS A GENERAR:	-þ6	
		GENERAR	

Figura 15. Captura de Pantalla del Simulador con etiqueta indicando un problema con los parámetros del método Multiplicativo.

Resultados	Co	porodor Mult	inligativa		×
		nerador Mult	•		
Xn	Semilla	Generador	No. Aleatorio	Ri	^
0	128	(26*128)mod(842)	802	0.9524940617577197	
1	802	(26*802)mod(842)	644	0.7648456057007126	
2	644	(26*644)mod(842)	746	0.8859857482185273	
3	746	(26*746)mod(842)	30	0.035629453681710214	
4	30	(26*30)mod(842)	780	0.9263657957244655	
5	780	(26*780)mod(842)	72	0.0855106888361045	
6	72	(26*72)mod(842)	188	0.22327790973871733	
7	188	(26*188)mod(842)	678	0.8052256532066508	
8	678	(26*678)mod(842)	788	0.9358669833729216	
9	788	(26*788)mod(842)	280	0.332541567695962	
Kolg	omorov-Smirnov	0.074797110	05542367 < 0.10920	0641769908337	

Figura 16. Captura de Pantalla con resultados del método Generador Multiplicativo

Método Congruencial Lineal Combinado



Figura 17. Captura de Pantalla del Simulador para introducción de parámetros para el Método Lineal Combinado.

- 1. Se debe seleccionar, en la esquina superior, el método de los "Método Congruencial Lineal Combinado".
- 2. Las semillas deben ser números enteros mayores a 0, introducidos con el siguiente formato: Semilla1, Semilla2, Semilla3, ..., Semilla_n.

- 3. Los multiplicadores deben ser números enteros mayores a 0, introducidos con el siguiente formato: Multiplicador1, Multiplicador2, Multiplicador3, ..., Multiplicador n.
- 4. Los módulos deben ser números enteros mayores a 0, introducidos con el siguiente formato: Módulo1, Módulo2, Módulo3, ..., Módulo n.
- 5. Se debe introducir el número total de elementos a generar, siendo un número entero superior a 0.
- 6. Oprimir el botón de Generar para mostrar pantalla con resultados.

SIMULADOR DE NUMEROS RANDOM		MÉTODO CONGRUENCIAL LINEAL COMBINADO 🖃	
MÉTODO CONGRUENCIAL LINEA NUMEROS A GENERAR DEBE SER INTRODUCE TUS VALORES CON EL SIGUIENTE :	MAYOR A O	Ī	
SEMILLA:	456,212,1022		
MULTIPLICADOR:	1212,121,901		
MODULO:	2344,457,4301		
TOTAL DE NÚMEROS A GENERAR:	- <u>2</u> 00		
GENERAR			

Figura 18. Captura de Pantalla del Simulador con etiqueta indicando un problema con los parámetros del método Lineal Combinado.

Generador Lineal Combinado					
Semilla1	Semilla2	Semilla3	Aleatorio	Ri	^
456	212	1022	1364	0.5819112627986348	
1832	60	408	531	0.22653583617747441	
616	405	2023	37	0.015784982935153583	
1200	106	3400	2	0.0008532423208191126	
1120	30	1088	558	0.2380546075085324	
264	431	3961	142	0.060580204778156996	
1184	53	3332	431	0.18387372013651876	
480	15	34	1820	0.7764505119453925	
448	444	527	1883	0.8033276450511946	
1512	255	1717	1029	0.43899317406143346	~

Figura 19. Captura de Pantalla con resultados del método Generador Lineal Combinado

Prueba Chi-Cuadrada

Para los métodos Congruencial, Congruencial Mixto y Generador Multiplicativo, se puede aplicar la prueba de Chi-Cuadrada, como se explicó previamente. A la hora de mostrar resultados de esta prueba de Bondad, se indicará al usuario la validez o no de los números aleatorios; en verde cuando sea válida y en rojo para una invalidez.

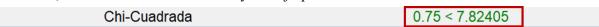


Figura 20. Captura de pantalla indicando, con el uso del color verde, una validación correcta con Chi-Cuadrada

Chi-Cuadrada 0.75 < 0.01003

Figura 21. Captura de pantalla indicando, con el uso del color rojo, una validación incorrecta con Chi-Cuadrada

Si se le pica al texto en rojo o verde, mostrados en la Figuras 19 y/o 20, se genera una pantalla (Figura 21), en donde se muestra mayor información de la prueba.

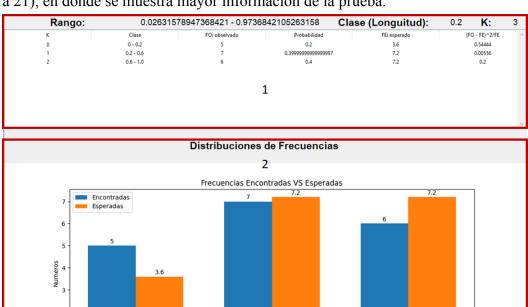


Figura 22. Captura de pantalla que despliega la información relacionada a la prueba de Chi-Cuadrada

Estadístico Prueba:

1. Se incluye el rango de los números aleatorios, la longitud de las clases, al igual que sus rangos, la probabilidad, las frecuencias esperadas y teóricas de aparición de los aleatorios y los componentes del estadístico de prueba.

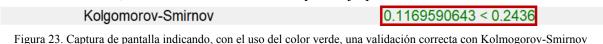
[0.2, 0.6] os de las clases [0.6, 1.0]

0.75 < 0.01003

2. También se presenta una gráfica de barras que despliegue las frecuencias de Distribución de las diferentes clases generadas para el conjunto de números aleatorios.

Prueba Kolmogorov-Smirnov

Para los métodos Congruencial, Congruencial Mixto y Generador Multiplicativo, se puede aplicar la prueba de Kolmogorov-Smirnov, como se explicó previamente. A la hora de mostrar resultados de esta prueba de Bondad, se indicará al usuario la validez o no de los números aleatorios; en verde cuando sea válida y en rojo para una invalidez.



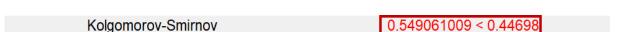


Figura 24. Captura de pantalla indicando, con el uso del color rojo, una validación incorrecta con Kolmogorov-Smirnov

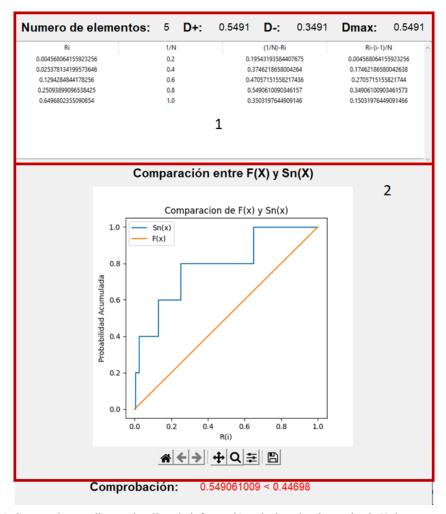


Figura 25. Captura de pantalla que despliega la información relacionada a la prueba de Kolmogorov-Smirnov

- Se incluye el número de elementos usados en la prueba de bondad, los valores de D+, D-, Dmax y otros elementos numéricos utilizados para obtener el estadístico teórico a comparar con el valor obtenido a partir de la tabla de valores de Kolmogorov-Smirnov.
- 2. También se presenta una gráfica que realiza la comparación entre Sn(x) y F(x), lo que puede llegar a ser un indicador más visual de la comprobación de Kolmogorov-Smirnov.

Referencias

Tkinter Course - Create Graphic User Interfaces in Python Tutorial. 2020. [video] Youtube: freeCodeCamp. Recuperado de: https://youtu.be/YXPyB4XeYLA

How to add a Matplotlib Graph to Tkinter Window in Python 3 - Tkinter tutorial Python 3.4 p. 6. 2014. [video] Youtube: sentdex. Recuperado de: https://youtu.be/Zw6M-BnAPP0

- Math Celebrity. 2021. Linear Congruential Generator Calculator. [online] Recuperado en: https://www.mathcelebrity.com/linear-congruential-generator-calculator.php [Accessed 10 October 2021].
- Linear Congruential Random Number Generator. 2021. asecuritysite. [online] Recuperado en: https://asecuritysite.com/encryption/linear?val=2175143%2C3553%2C10653%2C100 https://asecuritysite.com/encryption/linear/ https://asecuritysite.com/encryption/linear/ https://asecu
- Simulación de Sistemas. 2021. Prueba de Kolmogorov–Smirnov. [online] Recuperado en: https://simulacionutp2016.wordpress.com/2016/10/01/prueba-kolmogorov-smirnov/ [Accessed 10 October 2021].