

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**  
**ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)**  
**Кафедра ИИСТ**

**Задание**

**по дисциплине «ВСМ в ИИТ»**

**Нахождение уравнений регрессии, коэффициента линейной корреляции  
и интегральной оценки коэффициента корреляции двух случайных  
величин**

Студент гр.8586

\_\_\_\_\_

Пахомов С.И.

Преподаватель

\_\_\_\_\_

Орлова Н.В.

Санкт-Петербург

2021

**Цель работы:**

По результатам измерений двух СВ X и Y построить поле корреляции, определить и построить линейные уравнения регрессии. Определить коэффициент корреляции между результатами измерений двух случайных величин X и Y и дать интервальную оценку коэффициента корреляции.

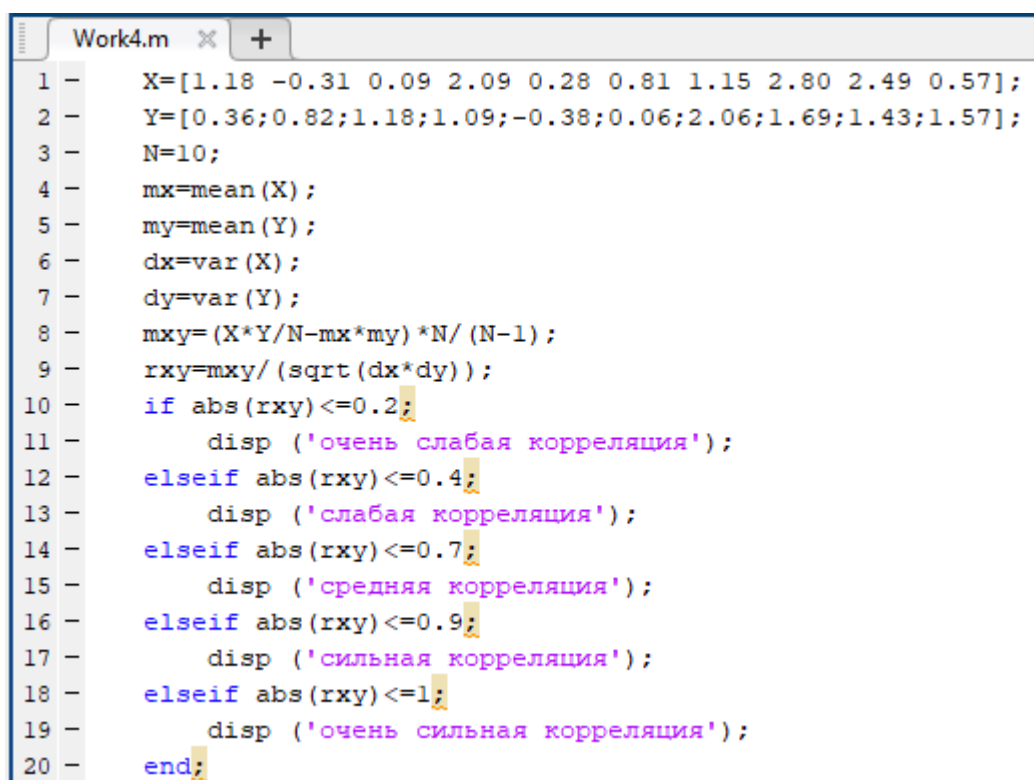
**Исходные данные:**

Вероятность Р	X	Y
0,87	1,18	0,36
	-0,31	0,82
	0,09	1,18
	2,09	1,09
	0,28	-0,38
	0,81	0,06
	1,15	2,06
	2,80	1,69
	2,49	1,43
	0,57	1,57

$P_g = 0,935$

## Обработка результатов:

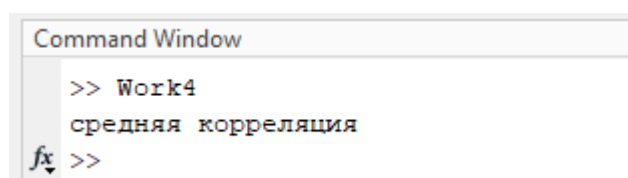
### 1. Результат выполнения программы в matlab:



```
1 - X=[1.18 -0.31 0.09 2.09 0.28 0.81 1.15 2.80 2.49 0.57];
2 - Y=[0.36;0.82;1.18;1.09;-0.38;0.06;2.06;1.69;1.43;1.57];
3 - N=10;
4 - mx=mean(X);
5 - my=mean(Y);
6 - dx=var(X);
7 - dy=var(Y);
8 - mxy=(X*Y/N-mx*my)*N/(N-1);
9 - rxy=mxy/(sqrt(dx*dy));
10 - if abs(rxy)<=0.2;
11 -     disp('очень слабая корреляция');
12 - elseif abs(rxy)<=0.4;
13 -     disp('слабая корреляция');
14 - elseif abs(rxy)<=0.7;
15 -     disp('средняя корреляция');
16 - elseif abs(rxy)<=0.9;
17 -     disp('сильная корреляция');
18 - elseif abs(rxy)<=1;
19 -     disp('очень сильная корреляция');
20 - end;
```

Рисунок 1 – код программы для оценки корреляции


В command window получено:



```
Command Window
>> Work4
средняя корреляция
fx >>
```

Рисунок 2 – сила корреляции

Полученный коэффициент корреляции:

 rxy 0.4172

Средняя корреляция

Workspace:

Workspace		
Name ▲	Value	
dx	1.0949	
dy	0.5976	
h	1x1 Text	
mx	1.1150	
mxy	0.3375	
my	0.9880	
N	10	
rx	0.4172	
x	1x801 double	
X	[1.1800,-0.3100,0.090...	
x2	1x701 double	
x3	1x701 double	
y	1x701 double	
Y	[0.3600;0.8200;1.1800;...	
y2	1x801 double	
y3	1x801 double	

Рисунок 3 – Workspace

Листинг программы:

```
X=[1.18 -0.31 0.09 2.09 0.28 0.81 1.15 2.80 2.49 0.57];
Y=[0.36;0.82;1.18;1.09;-0.38;0.06;2.06;1.69;1.43;1.57];
N=10;
mx=mean(X);
my=mean(Y);
dx=var(X);
dy=var(Y);
mxy=(X*Y/N-mx*my)*N/(N-1);
rxy=mxy/(sqrt(dx*dy));
if abs(rxy)<=0.2;
    disp('очень слабая корреляция');
elseif abs(rxy)<=0.4;
    disp('слабая корреляция');
elseif abs(rxy)<=0.7;
    disp('средняя корреляция');
elseif abs(rxy)<=0.9;
    disp('сильная корреляция');
elseif abs(rxy)<=1;
    disp('очень сильная корреляция');
end;
x=-1:0.005:3;
y=-0.5:0.005:3;
y3=0*x;
x3=0*y;
y2=my+mxy*(x-mx)/dx;
x2=mx+mxy*(y-my)/dy;
plot(x,y3,'k',x3,y,'k',X,Y,'m*',x,y2,'r',x2,y,'b');
hold on;
plot(mx,my,'ko',[0,mx],[my,my],'k--',[mx,mx],[0,my],'k--');
hold on;
text(mx,-0.2,'mx');
```

```

hold on;
text(-0.2, my, 'my');
hold on;
h=text(-0.95, 0.4, 'регрессия Y по X', 'FontName', 'TimesNewRoman', 'FontSize', 9);
hold on;
text(0.2, 2.5, 'регрессия X по Y', 'FontName', 'TimesNewRoman', 'FontSize', 9);

```

График:

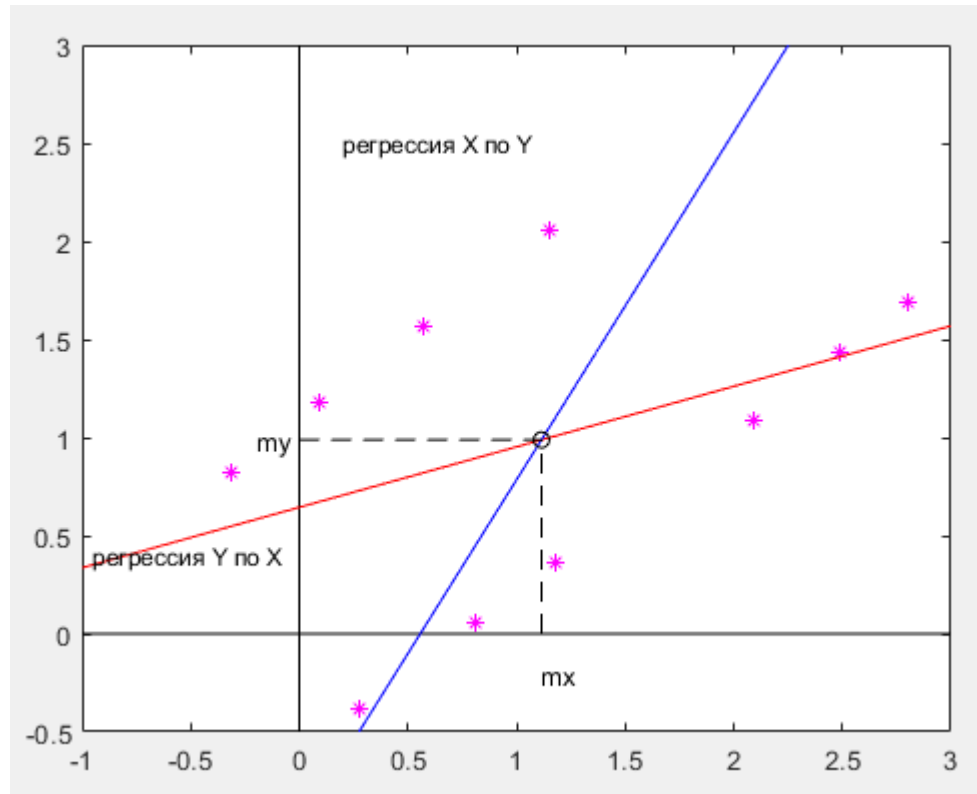


Рисунок 4 – график регрессии

2. Ручной расчет коэффициента корреляции и оценка силы корреляции:

Определяем выборочные средние:

$$m_{\tilde{x}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = \bar{x} = 1,115$$

$$m_{\tilde{y}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i = \bar{y} = 0,988$$

Определяем выборочные дисперсии:

$$D_{\tilde{x}} = S_x^2 = \left[ \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N - 1} \right] = \frac{9,8541}{9} = 1,0949$$

$$D_{\tilde{y}} = S_y^2 = \left[ \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}{N - 1} \right] = \frac{5,3784}{9} = 0,5976$$

Расчёт выборочного корреляционного момента:

$$\mu_{\tilde{xy}} = \left[ \frac{\sum_{i=1}^N x_i y_i}{N} - m_{\tilde{x}} m_{\tilde{y}} \right] \cdot \frac{N}{N - 1} = \left[ \frac{14,0537}{10} - 1,10162 \right] \cdot \frac{10}{9} = 0,3375$$

Определим эмпирический коэффициент корреляции:

$$r_{\tilde{xy}} = \frac{\mu_{\tilde{xy}}}{\sqrt{S_x^2 S_y^2}} = \frac{0,3375}{0,8089} = 0,4172$$

Эмпирические уравнения регрессии:

$$Y - \bar{y} = \frac{\mu_{\tilde{xy}}}{\sigma_{\tilde{x}}^2} (X - \bar{x})$$

$$Y = 0,988 + \frac{0,3375}{1,0949} (X - 1,115)$$

$$Y = 0,3082X + 0,6443$$

$$X - \bar{x} = \frac{\mu_{xy}}{\sigma_y^2} (Y - \bar{y})$$

$$X = 1,115 + \frac{0,3375}{0,5976} (Y - 0,988)$$

$$X = 0,5647Y + 0,5570$$

3. Нахождение по  $tg\alpha$  и  $tg\beta$  по графику:

$$tg\alpha = \frac{\mu_{xy}}{S_x^2} = \frac{0,3375}{1,0949} = 0,3082$$

$$\alpha = 17,13^\circ$$

$$tg\beta = \frac{\mu_{xy}}{S_y^2} = \frac{0,3375}{0,5976} = 0,5647$$

$$\beta = 29,45^\circ$$

Найдём коэффициент корреляции:

$$r = \sqrt{tg\alpha \, tg\beta} = 0,41718$$

4. Проведём расчет доверительного интервала коэффициента корреляции с помощью формулы Фишера:

$$z = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + r_{xy}}{1 - r_{xy}} = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + 0,4172}{1 - 0,4172} = 0,4443$$

СКО выборочного коэффициента корреляции:

$$\sigma_z = \frac{1}{\sqrt{N - 3}} = \frac{1}{\sqrt{10 - 3}} = 0,378$$

Найдём доверительный интервал (p):

$$\tilde{z} \pm U_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma_z$$

$$U_{1-\frac{\alpha}{2}} = U_{1-\frac{1-pd}{2}} = U_{1-\frac{1-0,935}{2}} = U_{0,9675} = 1,85$$

$$\tilde{z} \pm 1,85 \cdot 0,378 = \tilde{z} \pm 0,6993$$

Доверительный интервал  $\tilde{z}$ :

$$0,444 - 0,6993 \leq z \leq 0,444 + 0,699$$

$$-0,255 \leq z \leq 1,143$$

С помощью таблиц значений функций Z Фишера:

$$0,25 \leq r_{xy} \leq 0,81$$

$$0,25 \leq 0,4172 \leq 0,81$$

### **Выводы:**

В ходе лабораторной работы по результатам измерений двух случайных величин X и Y было построено поле корреляции, были определены и построены линейные уравнения регрессии.

Был найден коэффициент корреляции между результатами измерений двух случайных величин X и Y ( $\tilde{r}_{xy} = 0,4172$ ) и коэффициент корреляции найденный с помощью тангенсов  $r_{xy} = 0,41718$ . Значения коэффициентов практически совпали.



Также найден доверительный интервал коэффициента корреляции  $r_{xy}$  с помощью формулы Фишера и можно сделать вывод, что значение коэффициента корреляции попало в доверительный интервал.