МИНОБРНАУКИ РОССИИ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ

ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)

Кафедра ЛИНС

Индивидуальное задание

по дисциплине «Методы обработки измерительной информации»

Студент гр. 8571	____________________	Пахомов С. И.
Преподаватель	____________________	Ларионов Д. Ю.

Санкт-Петербург

2022

Цель работы

Написать программу определения промахов в результатах наблюдений, сделать проверку по критерию Пирсона, Колмогорова, Фишера.

Основные теоретические положения

Определение промахов в результатах наблюдений.

Пусть результаты наблюдений подчинены нормальному закону, статистически независимы и не содержат систематических погрешностей. Проверяемая гипотеза состоит в утверждении, что результат наблюдений xi не содержит грубой погрешности, т.е. является одним из значений случайной величины X, распределенной по нормальному закону. Сомнительными может быть лишь наибольший x_{max} или наименьший x_{min} из результатов наблюдений. Для решения используются приближенные равенства:

$$p_{\max} \approx n\left[0.5-\Phi_0\left(\frac{x_{\max}-\bar{x}}{s}\sqrt{\frac{n}{n-1}}\right)\right],$$

$$p_{\min} \approx n\left[0.5-\Phi_0\left(\frac{\bar{x}-x_{\min}}{s}\sqrt{\frac{n}{n-1}}\right)\right],$$

где p_{max} (p_{min}) – вероятность того, что случайное значение наибольшего (наименьшего) измерения превосходит наибольшее(наименьшее) из n наблюдений; Ф0 – функция Лапласа; s- выборочная точечная оценка среднеквадратичного отклонения.

Определение выборочных характеристик случайного процесса.

Согласно методу максимального правдоподобия и предположению. Что результаты наблюдений x_i случайной величины X распределены по нормальному закону.

$$\bar{x}_j = \frac{1}{n_j}\sum_{i=1}^{n_j} x_{i,j},$$

$$\hat{D}_j = \frac{1}{n_j - 1}\sum_{i=1}^{n_j}(x_{i,j}-\bar{x}_j)^2,$$

$$s_j = \sqrt{\frac{1}{n_j - 1}\sum_{i=1}^{n_j}(x_{i,j}-\bar{x}_j)^2},$$

Проверка по критерию К. Пирсона

При проверке закона распределения эмпирическре распределение относительных частот, рассчитанное для заданной реализации, сравнивается с плотностью нормального распределения вероятности. Для исследования используется полная реализация случайного процесса, которая получается последовательным объединением всех пяти выборок, содержащих наблюдения случайного процесса. Принятие гипотезы означет, что она не противоречит экспериментальным данным.

Проверка по критерию Колмогорова.

Проверка соответствия распределения случайной величины нормальному распределению по критерию Колмогорова осуществляется по первой выборке. Гипотеза о нормальном распределении случайной величины X не отвергается, если удовлетворяется условие $\lambda \leq \lambda_{1-q}$.

Результаты выполнения работы

Листинг программы:

```
clear all;
clc;
close all;
data = load('Данные/kyrs1_7.txt');
origData = data;
q = 0.01;
[observNum,samplesNum]=size(data);
while 1
    [maxVal,maxIdx]= max(data,[],'omitnan');
    [minVal,minIdx]= min(data,[],'omitnan');
    M = mean(data,'omitnan');
    RMS = std(data,'omitnan');
    %Нахождение вероятности
    Pmax = 1-erf(((maxVal-M)./RMS)/sqrt(2)); %erf функция ошибок
    Pmin = 1-erf(((M-minVal)./RMS)/sqrt(2));
    alldone = 1;
    %Промахи
    assert(all(Pmax>0))
    assert(all(Pmax<1))
    assert(all(Pmin>0))
    assert(all(Pmin<1))
    %Сравнение с уровнем значимости
    for curSample = 1:samplesNum
        if Pmax(curSample)<q
            data(maxIdx(curSample),curSample)=NaN;
            alldone = 0;
        end
        if Pmin(curSample)<q
            data(minIdx(curSample),curSample)=NaN;
            alldone = 0;
        end
    end
```

```
    if alldone == 1
        break
    end
end
%счёт промахов NaN
promah = nnz(isnan(data));
figure(1);
hold on;
grid on;
for curSample=1:samplesNum
    origSample = origData(:,curSample);
    plot(origSample);
    outliers = isnan(data(:,curSample));
    plot(find(outliers),origSample(outliers),'ro');
end
```

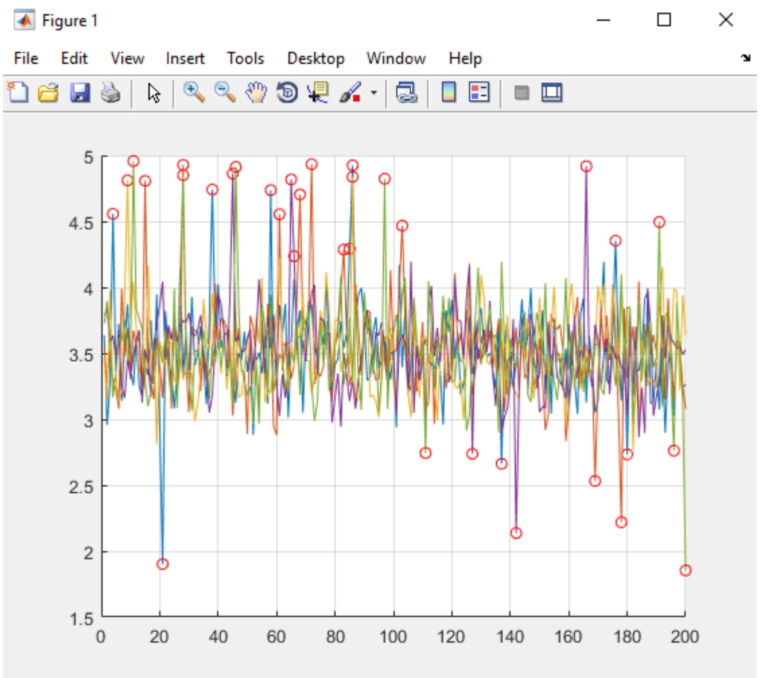

Рисунок 1 – Промахи в результатах наблюдений

Листинг программы:

```
%Критерий Пирсона (нормальный закон) пункт 3.2
filteredData = data;
data = data(~isnan(data));%получаем вектор
n = length(data)%количество измерений
k = round(log(n)*1.44+1)%опечатка(вместо 1,44 стоит 3,22) количество
интервалов
xMin=min(data); %ширина интервала
xMax=max(data);
delta = (xMax-xMin)/k; %длина интервала
Nm = zeros(1,k);%выделение памяти под вектор
M = mean (data);
RMS = std(data);
Pm = zeros(1,k);
for i=1:k
    if i==1
        leftBorder = -inf; %левая граница минус бесконечность
    else
        leftBorder = xMin+(i-1)*delta;
```

```
    end
    if i==k
        rightBorder = inf; %правая граница
    else
        rightBorder = xMin+i*delta;
    end
    Nm(i) = nnz(data>leftBorder&data<=rightBorder);%количество измерений
попавших в интервал
    Pm(i) = normcdf((rightBorder-M)/RMS)- normcdf((leftBorder-
M)/RMS);%вероятность нахождения в интервале
end
assert(sum(Nm)== n);
assert(sum(abs(Pm)-1)<eps);%eps - это эпсилон(в интервале маленькое число)
figure(2)
hold on;
bar(Nm);
Em = Pm*n;
plot(Em);
%сравниваем с таблицей Пирсона столбец 8, строка 0,05
chiSq = sum(((Nm-Em).^2)./Em) %критерий Хи квадрат,число степеней свободы
8(число столбцов -3), уровень значимости 0,05 (15,5 в таблице, наше значение
меньше)
```

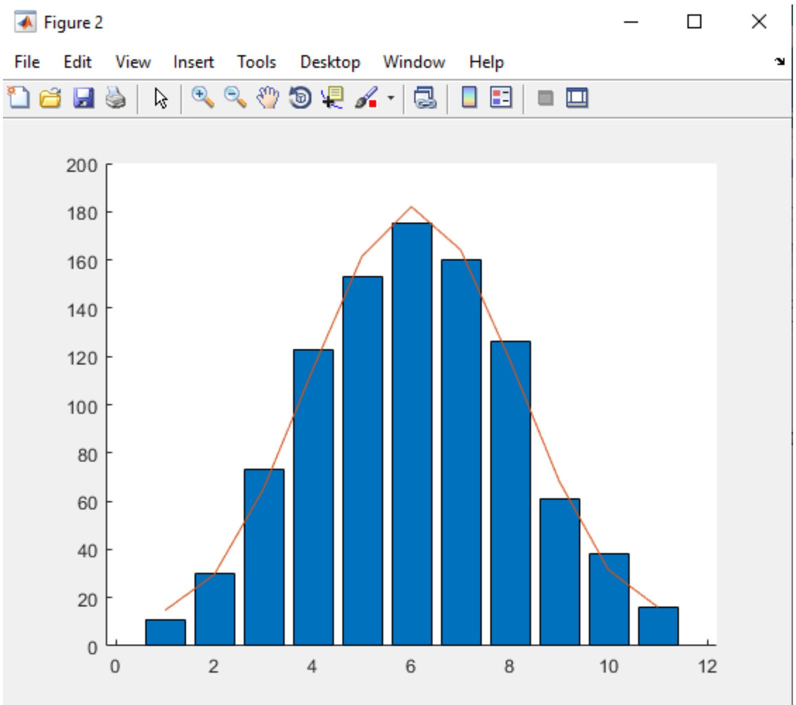

Рисунок 2 – Гистограмма критерия Пирсона

квантиль распределения Пирсона:

χ^2 = 5.9440 – полученное значение;

$\chi^2_т$ =15.5 – теоретическое значение.

Так как полученное значение меньше теоретического, то гипотеза о нормальном распределении принимается.

Листинг программы:

```
%Критерий Колмогорова (нормальный закон)пункт 3.3
data = filteredData(:,1);
data = data(~isnan(data));
data = sort(data);
n = length(data); %абсцисса
Fn = (1:n)/n;
F = normcdf((data-mean(data))/std(data));
Fn = Fn'; %транспонирование
delta = F - Fn;
[dMax,iMax] = max(abs(delta));
delta = F(2:end) - Fn(1:(end-1)); %обрез первой точки F и последней в Fn
delta = [0;delta];
[dMax2,iMax2] = max(abs(delta));
if dMax<dMax2
    dMax=dMax2;
    iMax=iMax2;
end
clear dMax2 iMax2
figure(3)
hold on
stairs(data,Fn)
plot(data,F);
plot(repmat(data(iMax),1,2),[0,1]); %матрица, строка, столбец
lambda=dMax*sqrt(n)%смотрим обратное распределиние Колмогорова
q = 0.1;
kolminv(1-q) %лямбда меньше, значит нормальное распределение
```

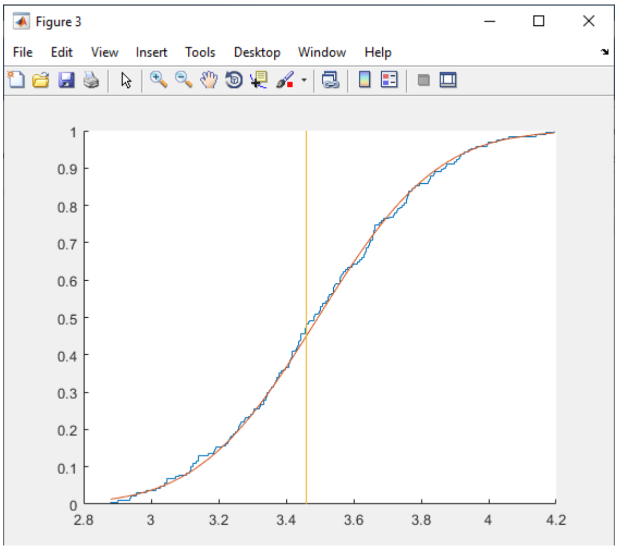

Рисунок 3 – Критерий Колмогорова

На графике: Красный – теоретический, синий – эмпирический, жёлтый – максимальное отклонение от теории.

Квантиль распределения Колмогорова:

$\lambda = 0.4341.$

$\lambda_{1\text{-}q} = 1.2238.$

Гипотеза о нормальном распределении случайной величины X не отвергается.

Листинг программы:

```
%Корреляционная функция, пункт 4
data = filteredData;
data = data(~isnan(data));
n = round(length(data)/2); %максимальный сдвиг, округлил
correl = zeros(1,n); %максимальный сдвиг, округлил
for i=1:n
    correl(i)= Rx(data,i-1);
end
figure(4)
plot(correl);
```

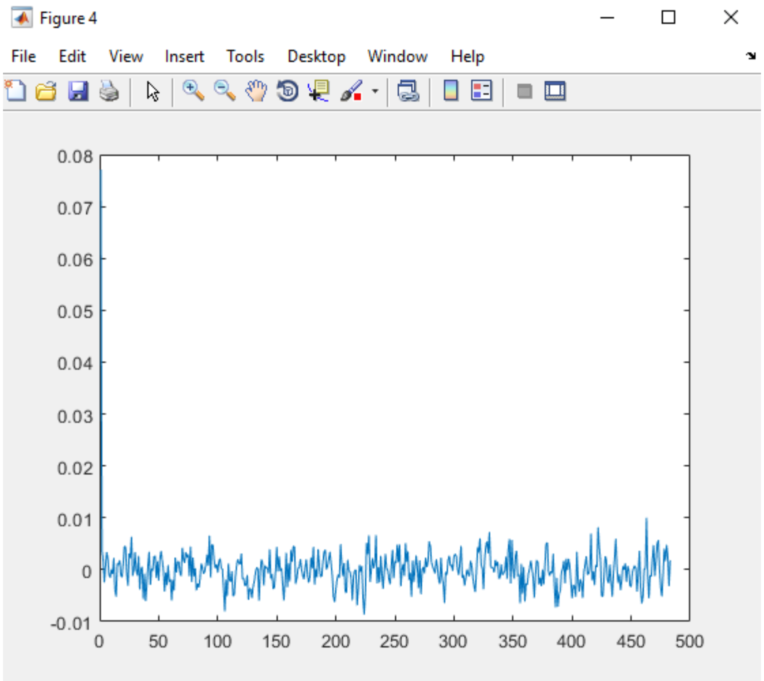

Рисунок 4 – Корреляционная функция

Листинг программы:

```
%Пункт 5
data = filteredData;
sampleSizes = zeros(1,samplesNum);
for sample = 1:samplesNum
    sampleSizes(sample) = nnz(~isnan(data(:,sample)));
end
shortest = min(sampleSizes)
data = zeros(shortest,samplesNum);
for sample = 1:samplesNum
    cur = filteredData(:,sample);
    cur = (~isnan(cur));
    data(:,sample) = cur(1:shortest);
    clear cur
end
D = var(data);
g = max(D)/sum(D)
```

Квантиль Кохрана:

q = 0.2789 – полученное значение.

$q_т = 0.2434$ – теоретическое значение.

Гипотеза о незначимости расхождения значений дисперсий не принимается.

Листинг программы:

```
%Пункт 6
data = filteredData;
M = mean(data,'omitnan');
D = var(data,'omitnan');
n = nnz(~isnan(data));
f = (n*var(M)/mean(D))
q = 0.05;
fx = samplesNum - 1;
fo = samplesNum*(n-1)
%finv(1-q,fx,f0) - возвращает квантиль Фишера 2,371, f должно быть меньше
2,37
```

Квантиля критерия Фишера:

F = 0.6759 – полученное значение.

Fт = 2.371 – теоретическое значение.

Полученное значение меньше теоретического, следовательно, гипотеза о незначимости расхождений между выборочными средними принимается.

Выводы

В индивидуальном домашнем задании были построены графики промахов в результатах наблюдений, гистограмма критерия Пирсона, корреляционная функция, критерий Колмогорова. Также были проверены гипотезы о незначимости расхождения значений дисперсий по критерию Кохрана и гипотеза по критерию Фишера.