概率统计——习题十四参考答案

14.1 （1）小概率原理；（2）A；（3）B

14.2 由题设可知：总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，$\bar{x}=1637$，$n=26$，$\sigma=150$，$\alpha=0.05$。要检验的假设为：$H_0:\mu=1600;\quad H_1:\mu\neq 1600.$。

构造统计量$U=\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\overset{H_0\text{真}}{=}\dfrac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,\ 1)$，可得拒绝域$|U|\geq u_{\alpha/2}$.

对于给定的α=0.05，从附表中查得临界值$u_{\alpha/2}=u_{0.025}=1.96$。计算得$|U|=1.2578<1.96$，所以接受原假设$H_0$，即认为这批产品的该项指标为 1600。

14.3 用 X 表示测距仪对目标一次测量的距离，设 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$。由题设$\sigma=10$，如果测距仪无系统误差，则应有$\mu=500$，于是我们应该检验"$H_0:\mu=500;\quad H_1:\mu\neq 500.$"

构造统计量 $U=\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\overset{H_0\text{真}}{=}\dfrac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,\ 1)$，可得拒绝域 $|U|\geq u_{\alpha/2}$.

对于给定的α=0.05，从附表中查得临界值$u_{\alpha/2}=u_{0.025}=1.96$，

由$n=9,\bar{x}=510,\mu_0=500$计算得 $|U|=\dfrac{|\bar{x}-\mu_0|}{\sigma/\sqrt{n}}=\dfrac{510-500}{10/\sqrt{9}}=3>1.96$，所以拒绝$H_0$，即认为测距仪存在系统误差。

14.4 根据题意，待检验的假设为$H_0:\mu=23$；$H_1:\mu\neq 23$

由于σ^2未知，故采用统计量$T=\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}\overset{H_0\text{真}}{=}\dfrac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}\sim t(n-1)$.

由样本值可得由$n=5,\bar{x}=21.8,s^2=0.135$，$T=\dfrac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}=\dfrac{21.8-23.0}{\sqrt{0.135}/\sqrt{5}}=-7.30$.

对于给定的α=0.05，拒绝域为$W=\{|T|\geq t_{\alpha/2}(n-1)=t_{0.025}(4)=2.7764\}$

由于T值落在拒绝域中，故拒绝H_0，即认为该日生产不正常。

14.5 本题要求在α=0.02 下检验假设:$H_0:\sigma^2=5000;\ H_1:\sigma^2\neq 5000$

选取统计量 $\chi^2=\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\overset{H_0\text{真}}{=}\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1)$.

现在 n=26,$\chi^2_{\alpha/2}(\mathrm{n}-1)=\chi^2_{0.01}(25)=44.314,\chi^2_{1-\alpha/2}(\mathrm{n}-1)=\chi^2_{0.99}(25)=11.524$,故拒绝域

$W=\{\chi^2\geq 44.314\text{或}\chi^2\leq 11.524\}$.由已知条件得统计量$\chi^2=\dfrac{(26-1)(9200)}{5000}=46>44.314$，所以拒绝$H_0$，即认为这批电池寿命的波动性较以往的有显著的变化。

14.6 本题要求在α=0.05 下检验假设$H_0:\sigma^2=0.048^2$; $H_1:\sigma^2\neq 0.048^2$。**μ已知，**

选取统计量$\chi^2=\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$.现在$n$=5, $\chi^2_{\alpha/2}(n-1)=\chi^2_{0.025}(4)=11.143, \chi^2_{0.975}(4)=0.484$,故拒绝域为$W=\{\chi^2\geq 11.143或\chi^2\leq 0.484\}$。由样本观察值可得，$\bar{x}=1.414,(n-1)s^2=0.03112$，

$\boldsymbol{\chi^2=6.04<11.143}$，故接受$H_0$，即认为总体标准差正常。

14.7 按题意需假设 $H_0:\mu=40$（即假设新方法没有提高燃烧率）；

$$H_1:\mu>40 \text{（即假设新方法提高了燃烧率）}$$

这是右边检验问题，对于给定的α=0.05，其拒绝域为$W=\{U\geq u_{0.05}=1.645\}$.

由$n=25,\bar{x}=41.25,\mu_0=40,\sigma=2$计算统计量的值$U=\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}=\frac{41.25-40}{2/\sqrt{25}}=3.125$.

由于U值落在拒绝域中，所以拒绝H_0，即认为这批推进器的燃烧率较以往生产的有显著提高。

14.8 据题意假设 $\boldsymbol{H_0:\mu=\mu_0=0.5;\ H_1:\mu\neq\mu_0,\sigma=0.015}$**已知**。

构造$\boldsymbol{Z=\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\overset{H_0真}{=}\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)}$

由$\boldsymbol{P\{|Z|\geq z_{\alpha/2}\}=0.05=\alpha}$,查表$\boldsymbol{z_{0.025}=1.96}$

由样本数据计算统计量的值为

$\boldsymbol{\bar{x}=0.512,\ Z=\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}=\frac{0.512-0.5}{0.015/3}=2.4>1.96}$，

小概率事件发生了，故拒绝H_0，即机器工作不正常。