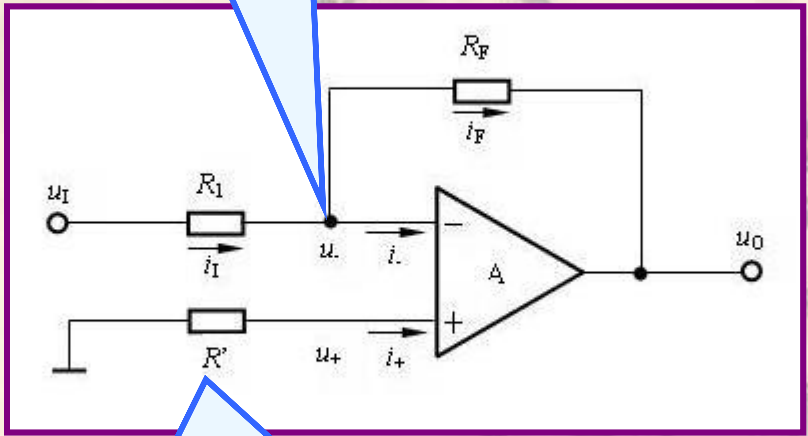
第九章 集成运放的应用

9.1 比例运算电路

9.1.1 反相比例运算电路

虚地点



平衡电阻(使输入端对地的静态电阻相等):R'=$R_1//R_F$

据“虚断”， $i_- = i_+ = 0$

据“虚短”， $u_- = u_+ = 0$

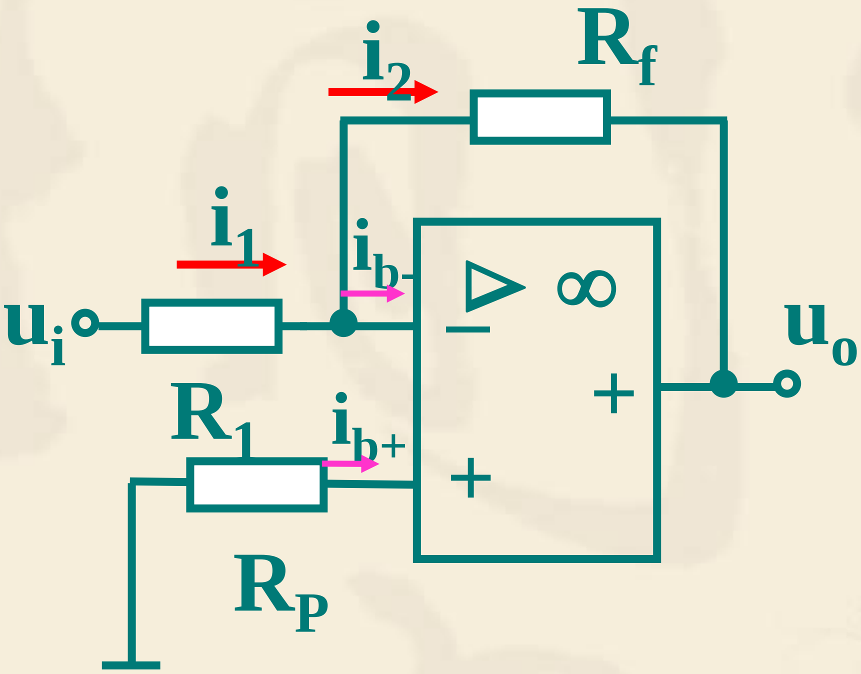
$$\frac{u_I - u_-}{R_1} = \frac{u_- - u_O}{R_F} \qquad \frac{u_I - 0}{R_1} = \frac{0 - u_O}{R_F}$$

故输出电压与输入电压运算关系为

$$\boxed{u_O = -\frac{R_F}{R_1} u_I}$$

若R_1=R_F，则u_O=-u_I，输出和输入反相，此时称该电路为单位增益倒相器

例题1. R_1=10kΩ , R_F=20kΩ , u_i =-1V。求:u_o 、R_i，R_P应为多大?



特点:
共模输入电压=0
（$u_-=u_+=0$）
缺点:
输入电阻小（ $R_i=R_1$）

A_u=-（R_f/R_1）=-20/10=-2

u_o= A_u u_i=(-2)(-1)=2V，　　$R_i=R_1$

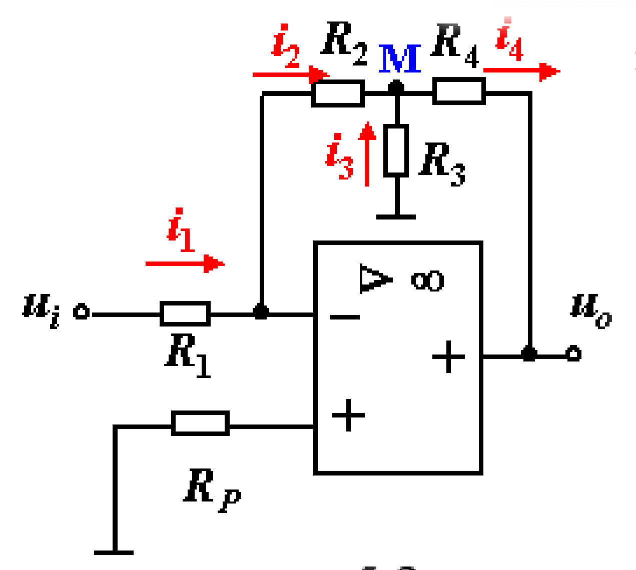
$R_P=R_1//R_f$=10//20=6.7 kΩ

采用T型反馈网络的反相比例电路

目的：在高比例系数时，为避免R_F阻值太大。

分析：$u_+=u_-=0$（虚短）

$i_1=i_2$（虚断）



5-2

$$\because \quad i_2 = i_1 = \frac{u_I}{R_1}$$

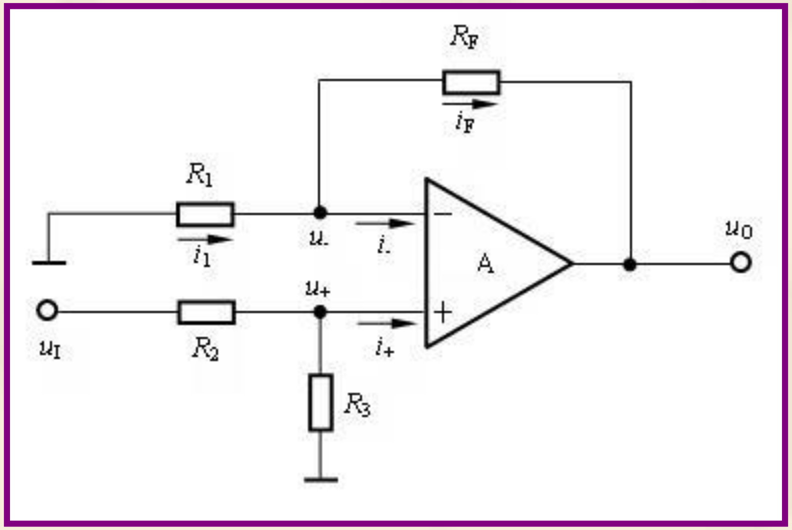
$$又\because \quad i_2 \cdot R_2 = i_3 \cdot R_3$$

$$\therefore \quad i_3 = \frac{R_2}{R_3} \cdot i_2 = \frac{R_2}{R_3} \cdot \frac{u_I}{R_1}$$

$$\therefore \quad u_0 = -i_2 \cdot R_2 - i_4 \cdot R_4 = -\frac{u_I}{R_1} \cdot R_2 - (i_2 + i_3) \cdot R_4 = -\frac{u_I}{R_1} \cdot R_2 - \left(\frac{u_I}{R_1} + \frac{R_2}{R_3} \cdot \frac{u_I}{R_1}\right) \cdot R_4$$

$$\therefore \quad A_V = -\frac{R_2 + R_4}{R_1}\left(1 + \frac{R_2 // R_4}{R_3}\right)$$

9.1.2 同相比例运算电路



据“虚断”， $i_- = i_+ = 0$

据“虚短”， $u_- = u_+$

对于反相输入端的节点，运用KCL，则有

$$\frac{0-u_-}{R_1} = \frac{u_- - u_O}{R_F}$$

$$u_O = (1+\frac{R_F}{R_1})u_- = (1+\frac{R_F}{R_1})u_+$$

而 $u_+ = \frac{R_3}{R_2+R_3}u_I$

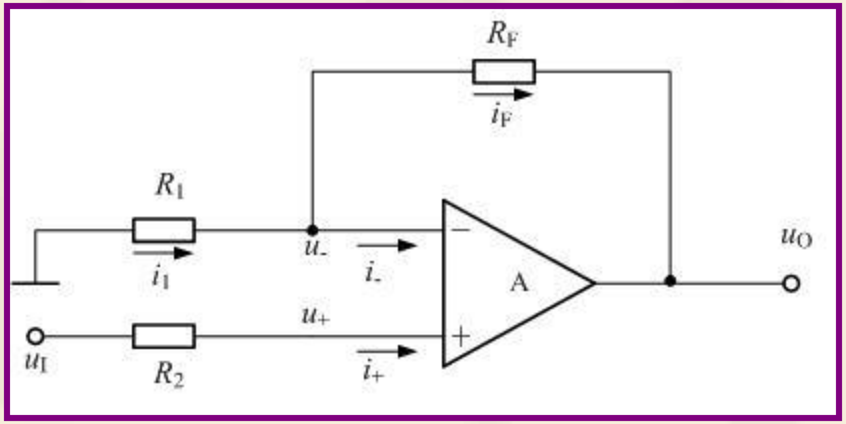
故输出电压与输入电压运算关系为

$$u_O = (1+\frac{R_F}{R_1})\frac{R_3}{R_2+R_3}u_I$$

若将电阻R_3断开，则为同相比例运算电路一种更简单的形式，此时

$$u_O = (1+\frac{R_F}{R_1})u_I$$

例题2. R_1=10kΩ，R_F=20kΩ，u_i =-1V。求:u_o，R_2应为多大?



特点:

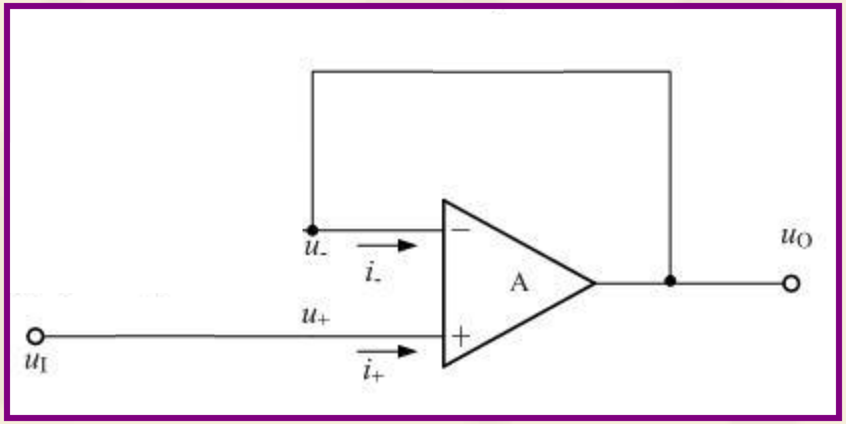
输入电阻(高)

$$A_u=1+\frac{R_f}{R_1}=1+20/10=3$$

$$u_o= A_u\ u_i=(3)(-1)=-3V$$

$$R_2=R_F//R_1 =10//20=6.7\ k\Omega$$

电压跟随器



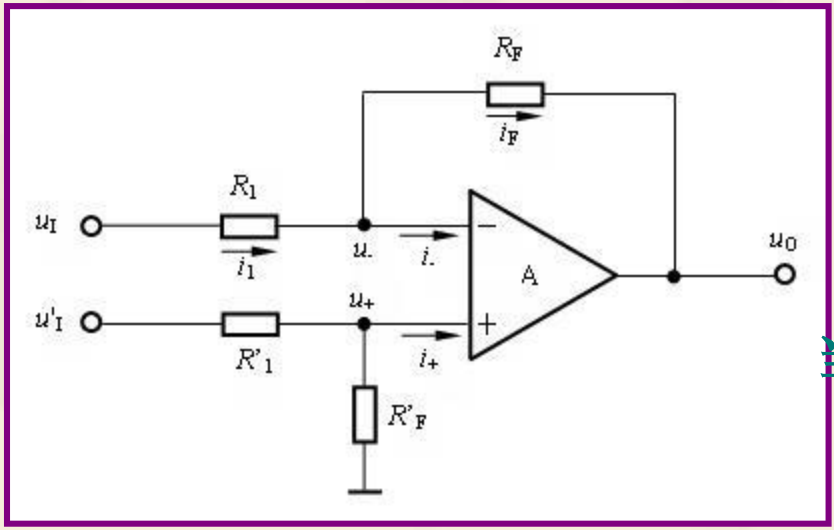
此电路是同相比例运算的特殊情况，输入电阻大，输出电阻小。**在电路中作用与分离元件的射极输出器相同，但是电压跟随性能好。**

$$A_u = 1 + \frac{R_F}{R_1}$$

当$R_F=0$时， $A_u=1$ $u_O=u_I$

当$R_1=\infty$时， $A_u=1$ $u_O=u_I$

9.1.3 差分比例运算电路



使用叠加原理：

当 u_I 单独作用时 $$u_{O1} = -\frac{R_F}{R_1}u_I$$

当 u'_I 单独作用时

$$u'_{O1} = (1+\frac{R_F}{R_1})\frac{R'_F}{R'_1+R'_F}u'_I$$

故输出电压与输入电压运算关系为

$$u_O = u_{O1} + u'_{O1}$$

$$= (1+\frac{R_F}{R_1})\frac{R'_F}{R'_1+R'_F}u'_I - \frac{R_F}{R_1}u_I$$

当满足条件$R_1=R'_1$　$R_F=R'_F$时

$$u_O = \frac{R_F}{R_1}u'_I - \frac{R_F}{R_1}u_I = -\frac{R_F}{R_1}(u_I - u'_I)$$

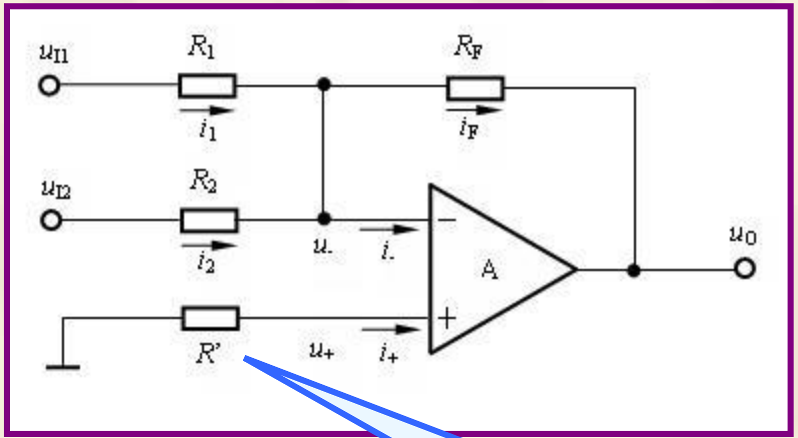
当进一步满足条件$R_1=R_F$时

$$u_O = u'_I - u_I$$

此时实现的是最简单的减法运算。

9.2 求和电路

9.2.1 反相输入求和电路



取$R' = R_1 // R_2 // R_F$

使用叠加原理：

当 u_{I1} 单独作用时 $u_{O1} = -\frac{R_F}{R_1} u_{I1}$

当 u_{I2} 单独作用时 $u_{O2} = -\frac{R_F}{R_2} u_{I2}$

故输出电压与输入电压运算关系为

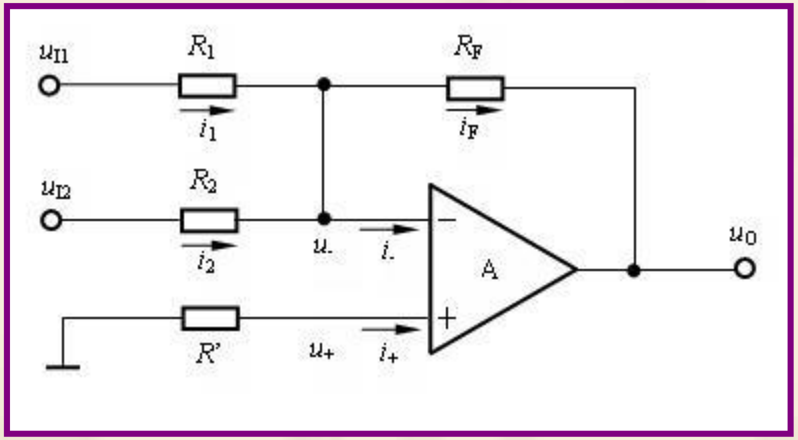
$$u_O = u_{O1} + u_{O2} = -\frac{R_F}{R_1} u_{I1} - \frac{R_F}{R_2} u_{I2}$$

当满足条件$R_1=R_2$时

$$u_O = -\frac{R_F}{R_1}(u_{I1} + u_{I2})$$

当改变输入回路中的电阻R_1时，仅改变输出电压与电阻R_1所在支路的输入电压之间的比例关系，对R_2电阻所在支路没有任何影响，因此调节灵活方便。该电路实际应用比较广泛。

另外，由于“虚地”，加在集成运放输入端的共模电压很小。



故输出电压与输入电压运算关系为

$$u_O = -\frac{R_F}{R_1}u_{I1} - \frac{R_F}{R_2}u_{I2}$$

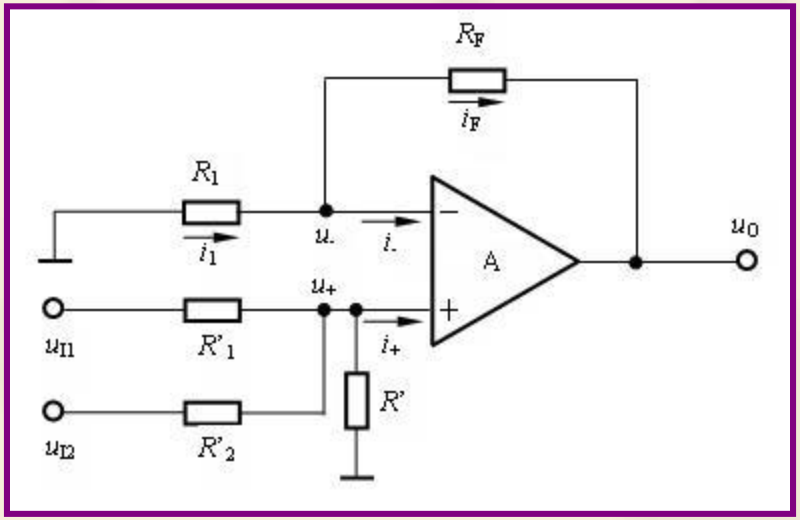
输出电压与输入电压关系也可以用“虚短”和“虚断”来进行计算

$$u_+ = u_- = 0$$

$$i_1 + i_2 = i_F$$

$$\frac{u_{I1}}{R_1} + \frac{u_{I2}}{R_2} = -\frac{u_O}{R_F}$$

9.2.2 同相输入求和电路



使用叠加原理：

当 u_{I1} 单独作用时

$$u_{O1} = (1 + \frac{R_F}{R_1}) \frac{R' // R_2'}{R_1' + R' // R_2'} u_{I1}$$

当 u_{I2} 单独作用时

$$u_{O2} = (1 + \frac{R_F}{R_1}) \frac{R' // R_1'}{R_2' + R' // R_1'} u_{I2}$$

故输出电压与输入电压运算关系为

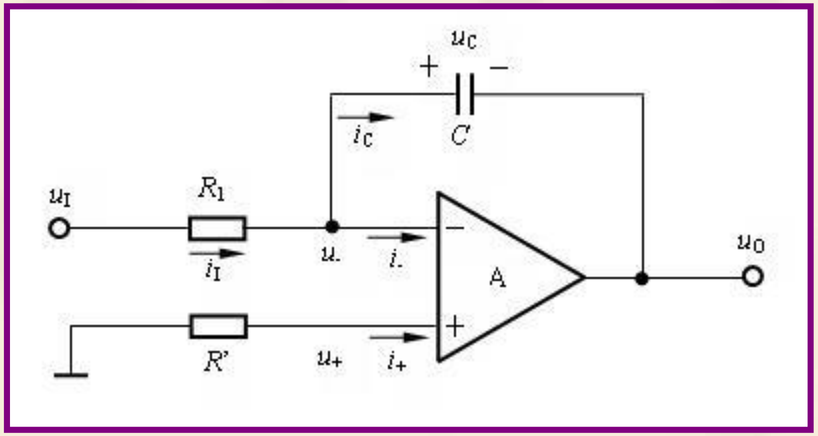
$$u_O = u_{O1} + u_{O2} = (1 + \frac{R_F}{R_1})(\frac{R' // R_2'}{R_1' + R' // R_2'} u_{I1} + \frac{R' // R_1'}{R_2' + R' // R_1'} u_{I2})$$

u_{I1}和u_{I2}前面的系数相互影响，这给电路参数的确定带来麻烦，因此其应用不如反相求和电路广泛。

当**R'**电阻断开时得到的同相输入求和电路的另外一种形式也比较常见。

9.3 积分和微分电路

9.3.1 积分电路



据“虚断”， $i_- = i_+ = 0$

据“虚短”， $u_- = u_+ = 0$

$$\frac{u_I}{R_1} = C\frac{du_C}{dt} = C\frac{d(0-u_O)}{dt}$$

$$u_O = -\frac{1}{R_1 C}\int u_I dt = -\frac{1}{\tau}\int u_I dt$$

其中 $\tau = R_1C$，称为积分时间常数

若积分之前，电容两端存在初始电压，则与之对应，积分电路有一初始输出电压$U_O(0)$

$$u_O = -\frac{1}{R_1 C}\int u_I dt + U_O(0)$$

反相积分器： 如果u_i=直流电压U,输出将反相积分，经过一定的时间后输出饱和。

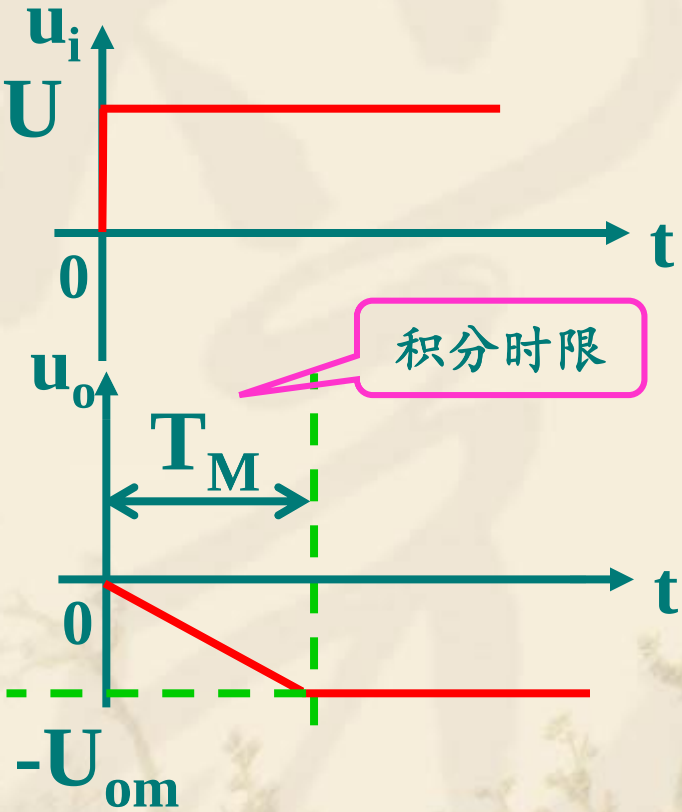
$$\boxed{u_o = -\frac{1}{RC}\int u_i dt}$$

$$u_o = -\frac{1}{RC}\int_0^t U dt$$

$$= -\frac{U}{RC}t$$

$$-U_{om} = -\frac{1}{RC}UT_M$$

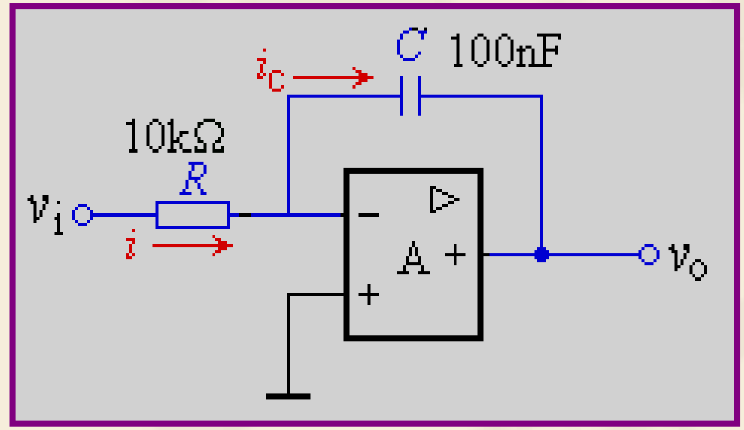
$$T_M = \frac{RCU_{om}}{U}$$ =0.05秒



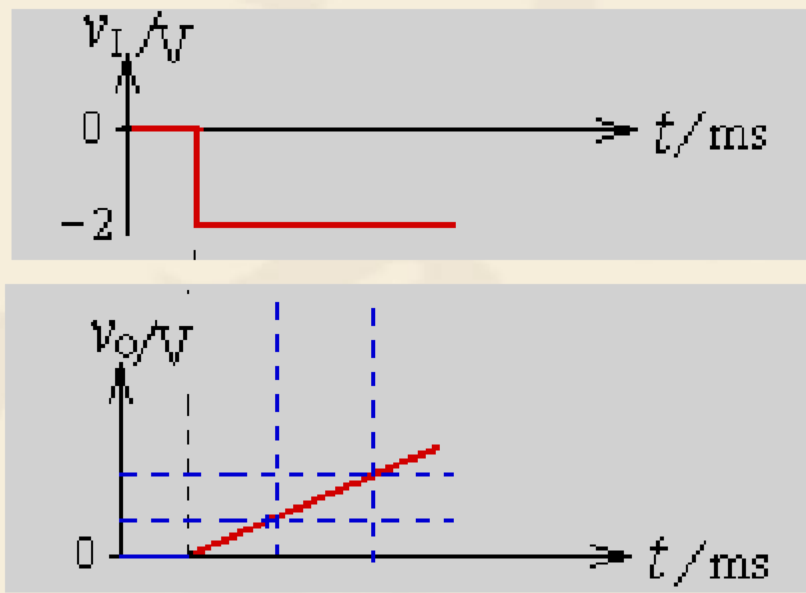
设U_{om}=15V,U=+3V,

R=10kΩ ,C=1μF

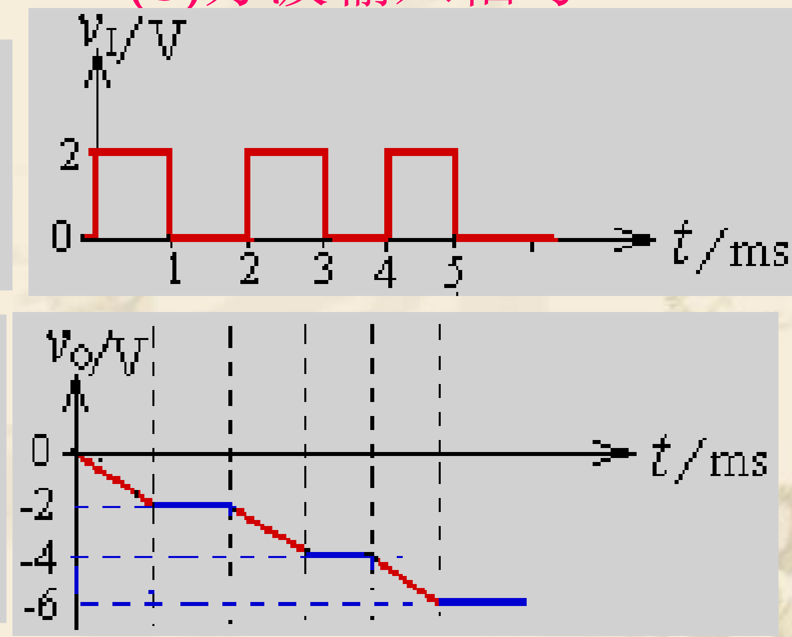
画出在给定输入波形作用下积分器的输出波形。



(a) 阶跃输入信号

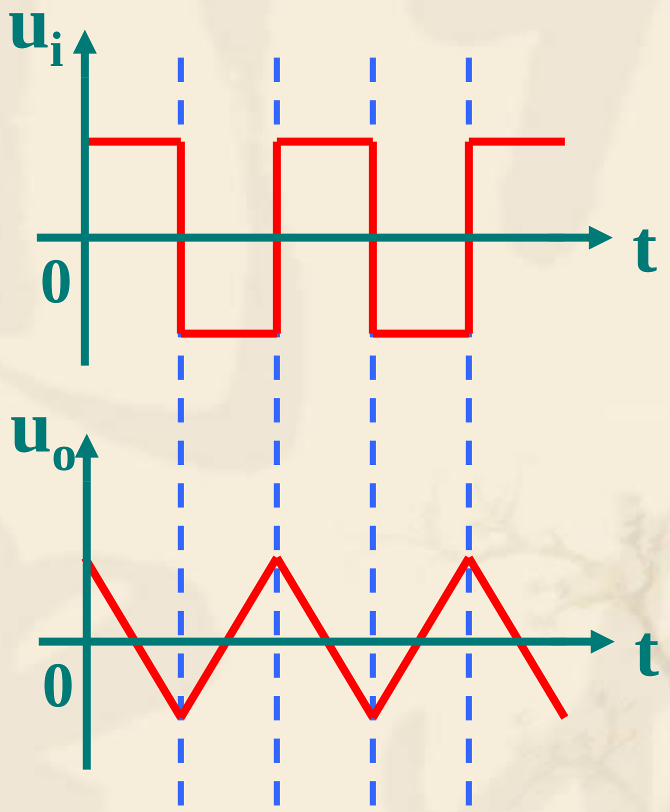


(b)方波输入信号



积分器的输入和输出波形图

应用：输入方波，输出是三角波



例: 基本积分电路的输入电压为矩形波，若积分电路的参数分别为以下三种情况，试分别画出相应的输出电压波形。

① $R = 100\ \mathrm{k\Omega}$, $C = 0.5\ \mathrm{\mu F}$;

② $R = 50\ \mathrm{k\Omega}$, $C = 0.5\ \mathrm{\mu F}$;

③ $R = 10\ \mathrm{k\Omega}$, $C = 0.5\ \mathrm{\mu F}$ 。

已知 $t = 0$ 时积分电容上的初始电压等于零，集成运放的最大输出电压 $U_{opp} = \pm\ 14\ \mathrm{V}$。

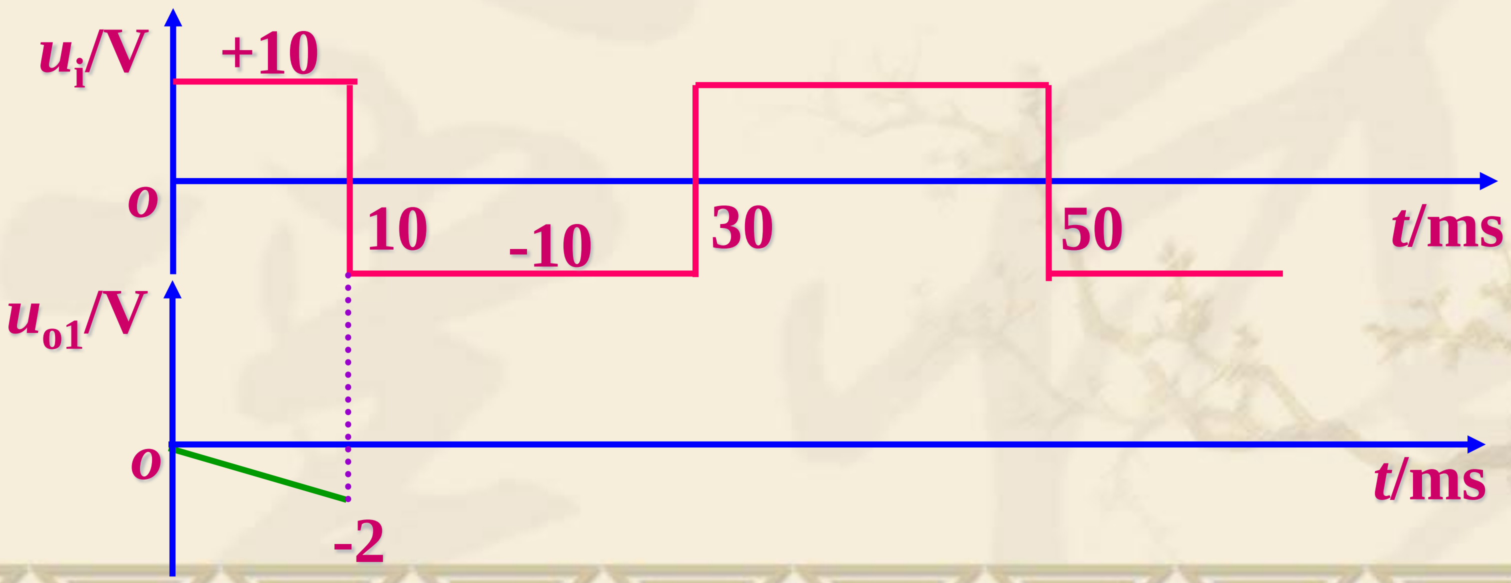
解：① $R = 100\ \text{k}\Omega$, $C = 0.5\ \mu\text{F}$

$t = (0\sim10)\text{ms}$ 期间，$u_i = +10\text{V}$,　　$U_o(0) = 0$ ，

$$u_{o1} = -\frac{U_i}{RC}(t - t_0) + U_o(0) \quad = (-200\, t)\ \text{V}$$

u_{o1} 将以每秒 200 V 的速度负方向增长。

当 $t = 10\text{ms}$ 时，$u_{o1} = (-200 \times 0.01)\ \text{V} = -2\ \text{V}$



在 $t = (10 \sim 30)$ 期间，$u_i = -10$ V，

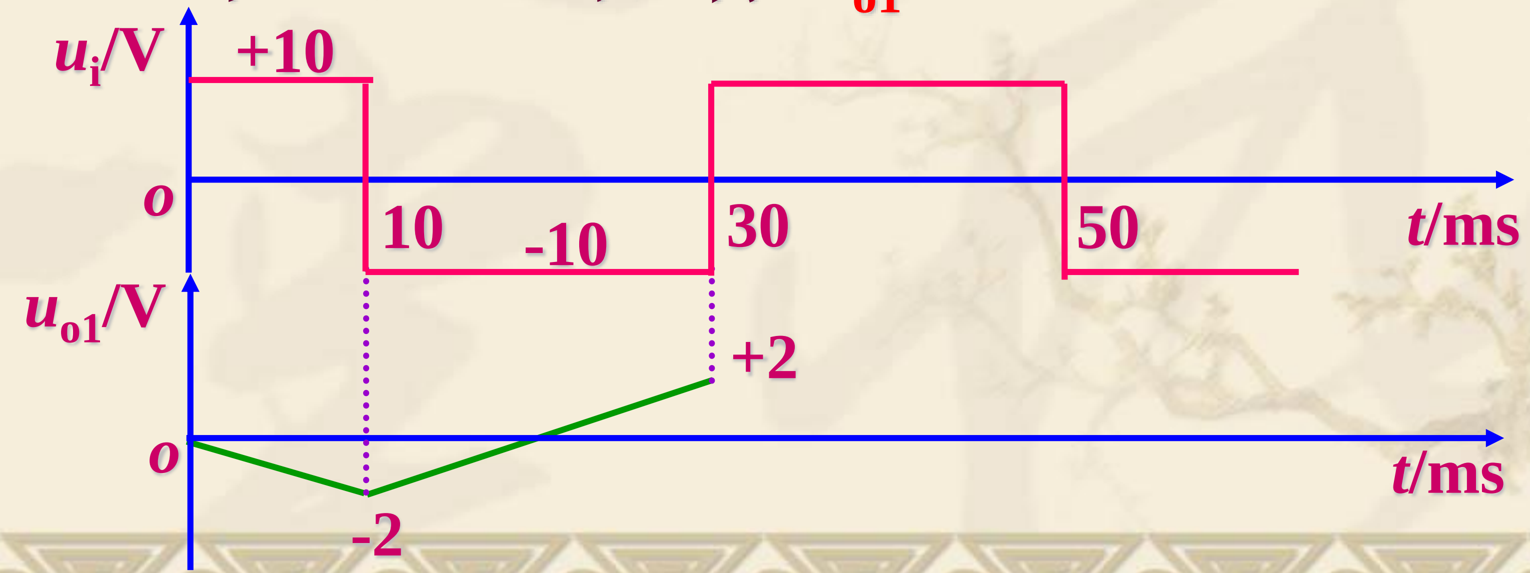
$t_0 = 10$ ms, $U_o(t_0) = -2$ V，

$u_{o1} = [\,200\,(t - 0.01) - 2\,]$ V，

即 u_{o1} 从 - 2 V 开始往正方向增长，

当 $t = 20$ms 时，得 $u_{o1} = 0$ V，

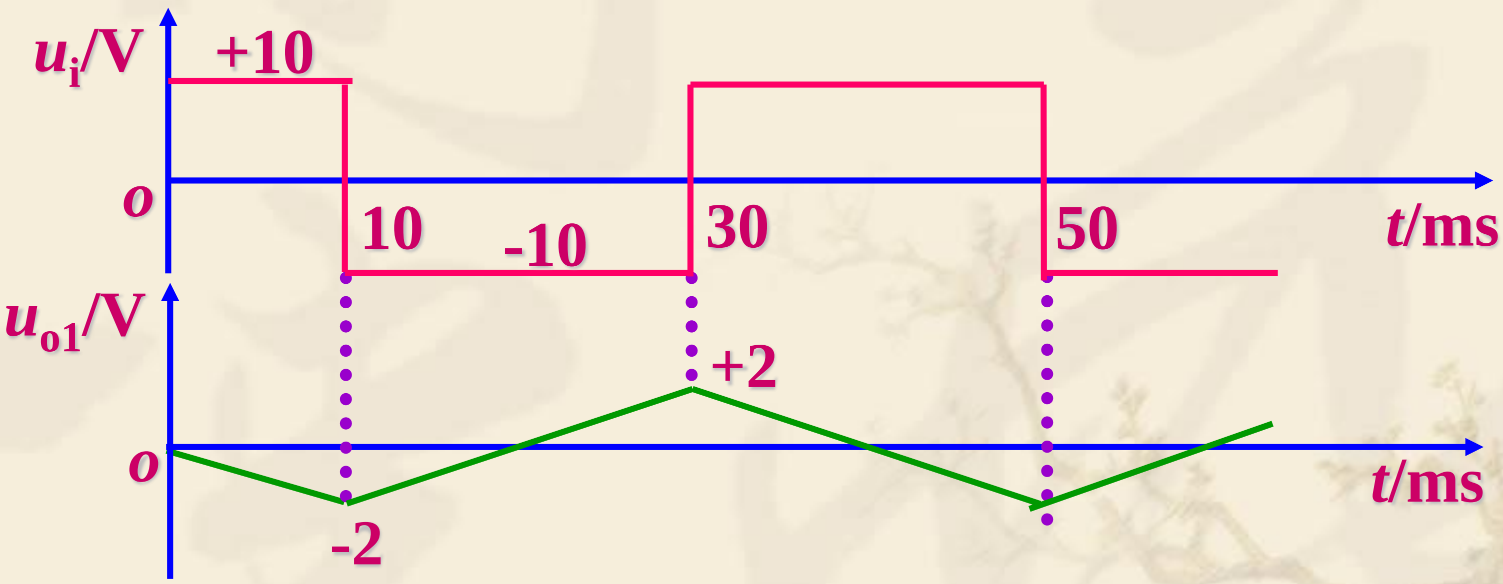
当 $t = 30$ms 时，得 $u_{o1} = 2$ V 。



在 t = (30 ~ 50) 期间， u_i = +10 V ，

u_{o1} 从 +2 V开始，

又以每秒 200 V 的速度往负方向增长，以后重复。



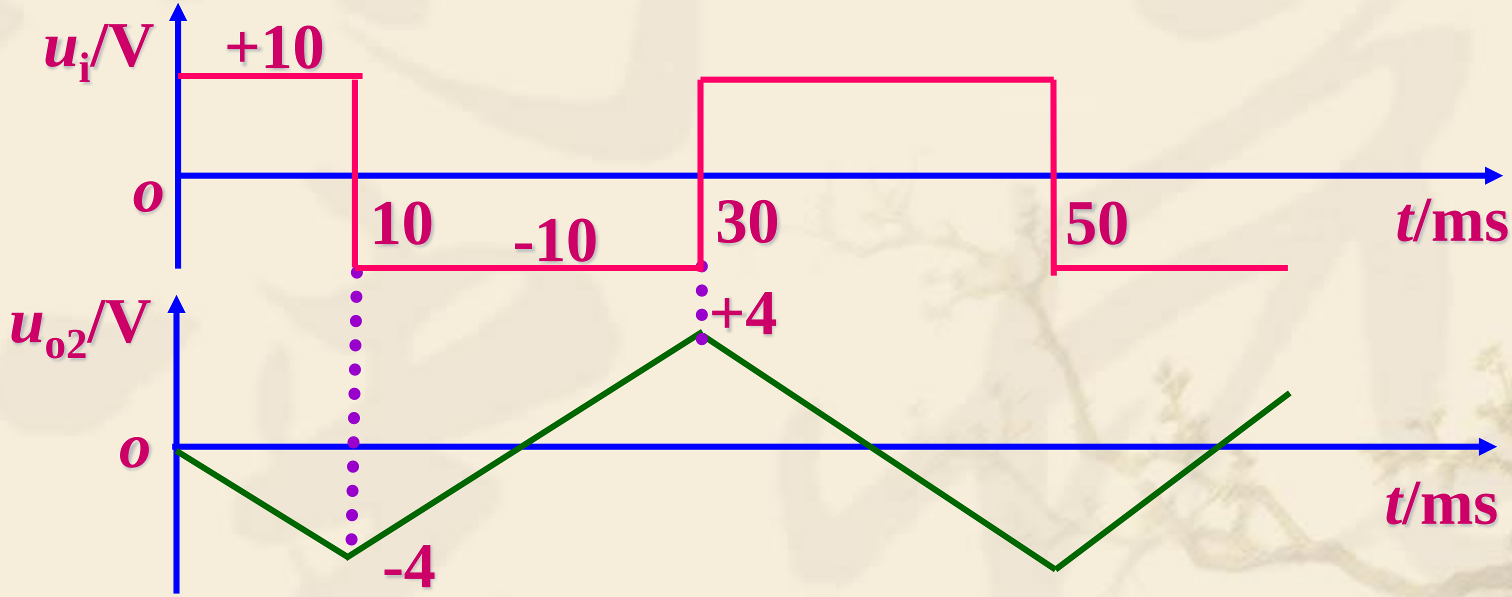
②R = 50 kΩ, C = 0.5 μF

在 t = (0 ~10)ms 期间， u_{o2} = (- 400 t) V

即 u_{o2} 将以每秒 400 V 的速度负方向增长。

当 t = 10 ms 时， u_{o2} = (- 400 × 0. 01) V = - 4 V。

t = (10 ~ 30) ms 期间，u_{o2} = [400 (t – 0.01) – 4] V



可见，积分时间常数影响输出电压的增长速度。

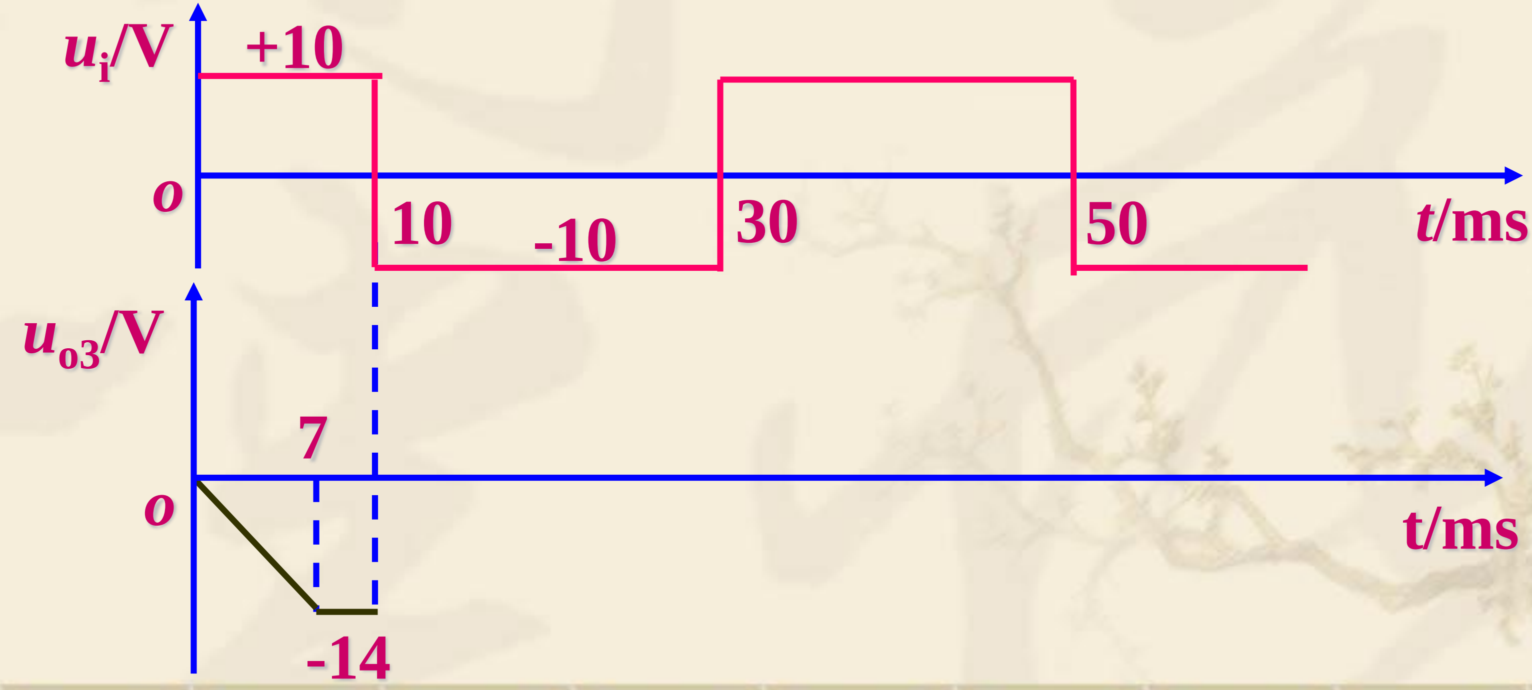
③ $R = 10\ \text{k}\Omega$, $C = 0.5\ \mu\text{F}$

在 $t = (0 \sim 10)$ms 期间， $u_{o3} = (-2000\,t\ )$ V，

当 $t = 10$ ms 时， $u_{o3} = (-2000 \times 0.01)\ \text{V} = -20\ \text{V}$。

超出 $U_{opp} = \pm 14$V，达到饱和，

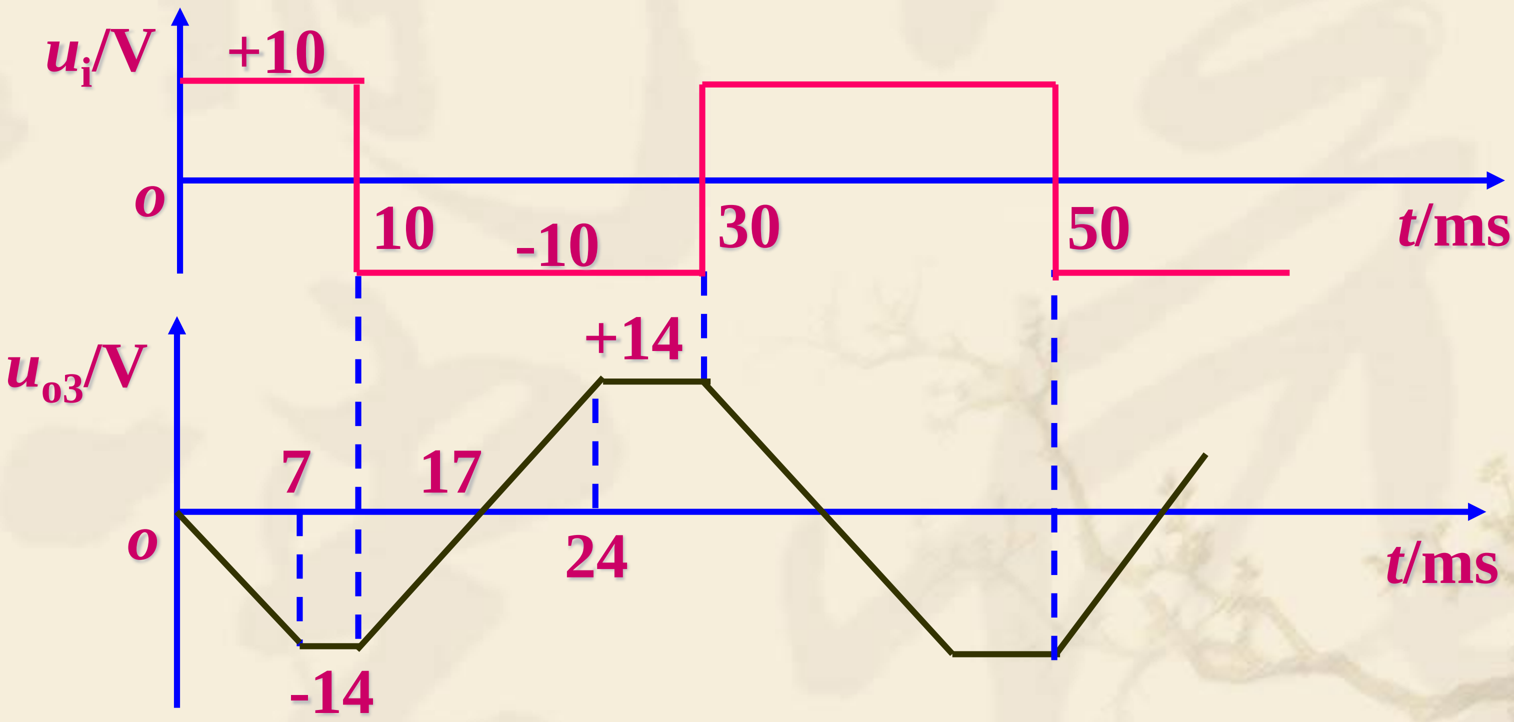
当 $t = 7$ ms 时， u_{o3} 增长到 -14 V。

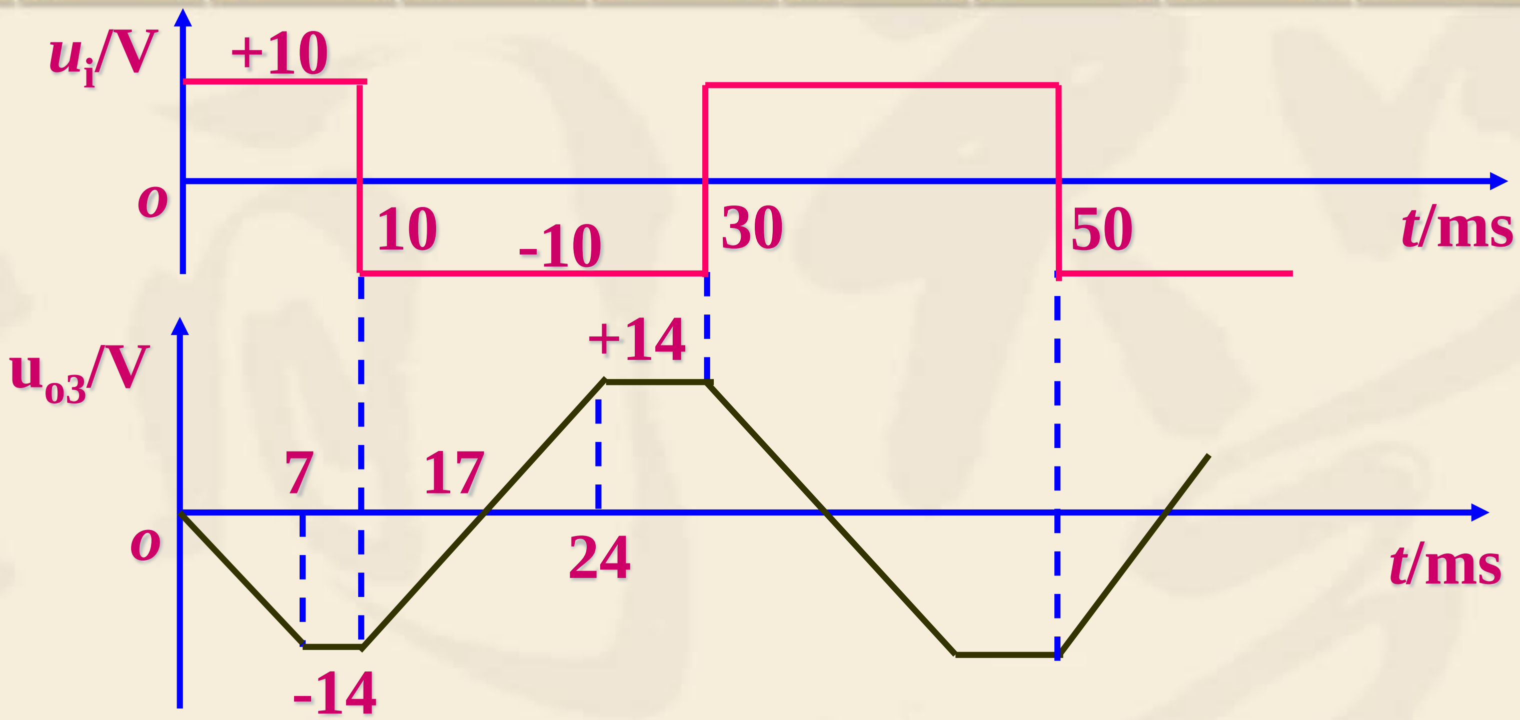


t = (10 ~ 30) ms 期间 u_{o2} = [2000 (t – 0.01) – 14] V

当 t = 17 ms 时， u_{o3} = 0 V。

当 t = 24 ms 时， u_{o3} = + 14 V。



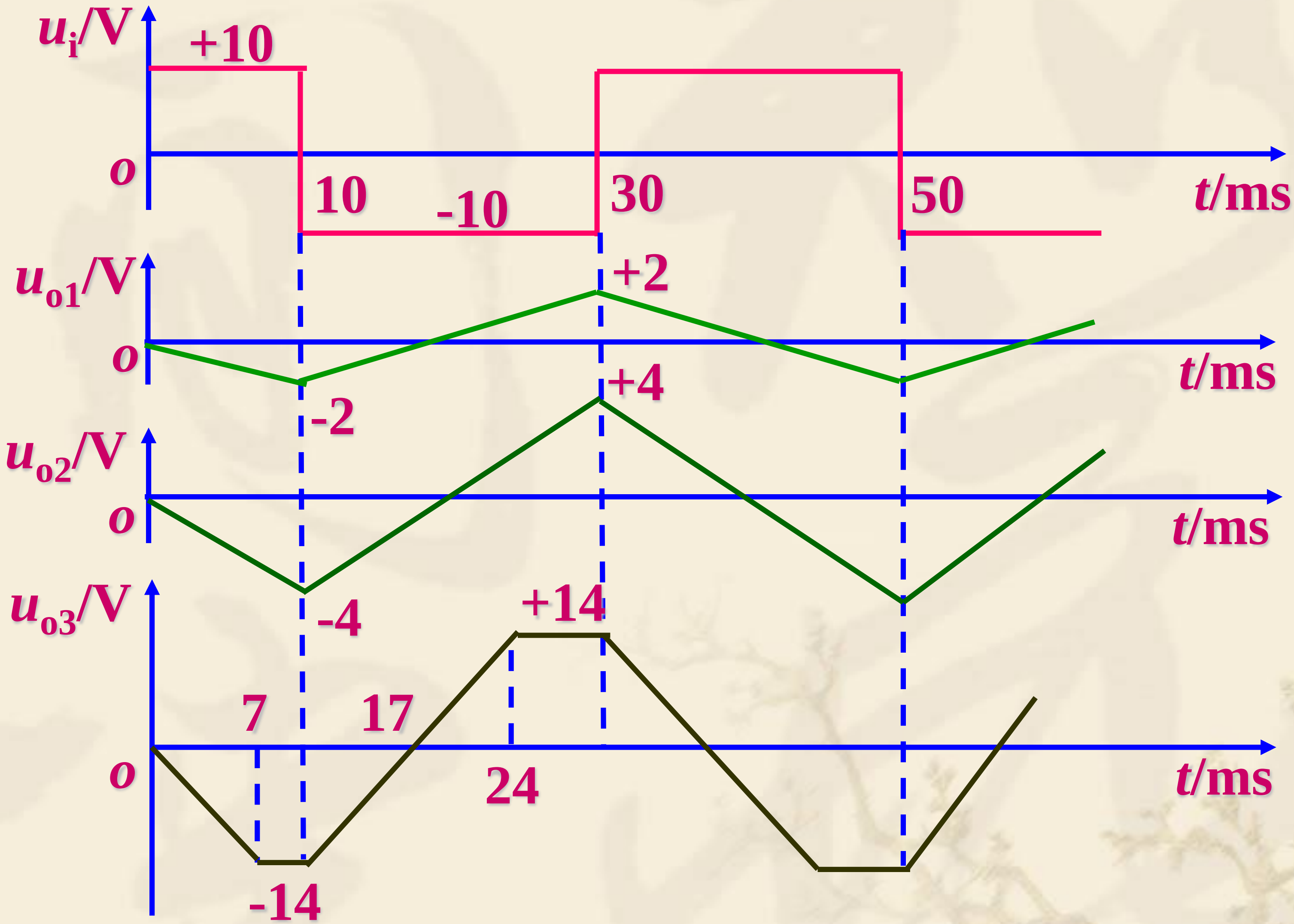


由图可见，当积分时间常数继续减小时，

输出电压的增长速度及输出电压幅度将继续增大。

但当 u_o 达到最大值后，将保持不变，

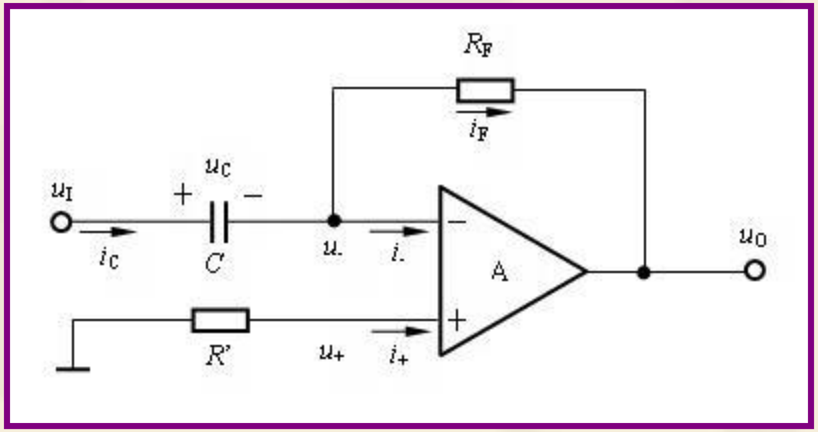
此时输出波形成为梯形波。



u_i/V
+10
o
10
-10
30
50
t/ms
u_{o1}/V
+2
o
t/ms
-2
+4
u_{o2}/V
o
t/ms
-4
u_{o3}/V
+14
7
17
o
24
t/ms
-14

完整的波形图

9.3.2 微分电路



据“虚断”， $i_- = i_+ = 0$

据“虚短”， $u_- = u_+ = 0$

$$C\frac{du_C}{dt} = C\frac{du_I}{dt} = \frac{0 - u_O}{R_F}$$

$$\boxed{u_O = -R_F C\frac{du_I}{dt} = -\tau\frac{du_I}{dt}}$$

其中 $\tau = R_F C$，称为微分时间常数

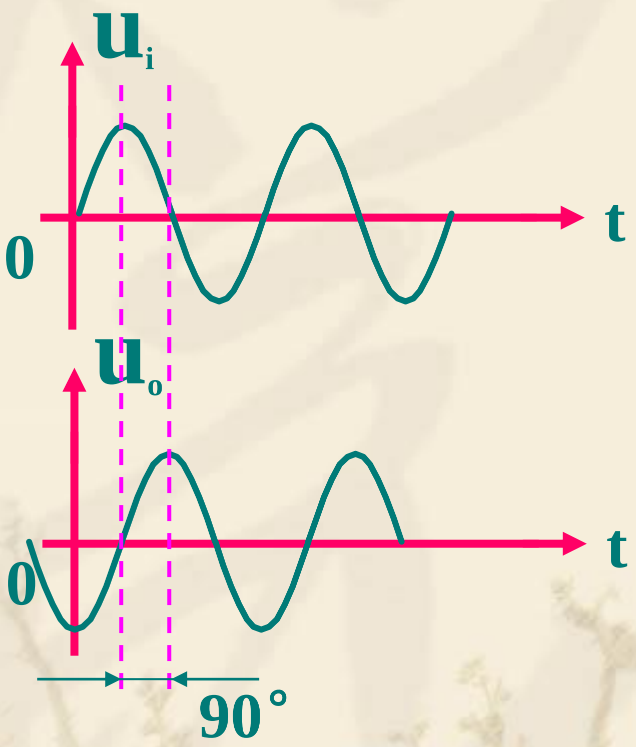
微分电路具有波形变换和移相的作用：

例：已知 $u_i = \sin \omega t$ ，求u_O

$$u_o = -RC\frac{du_i}{dt}$$

$$u_o = -RC\cos \omega t$$

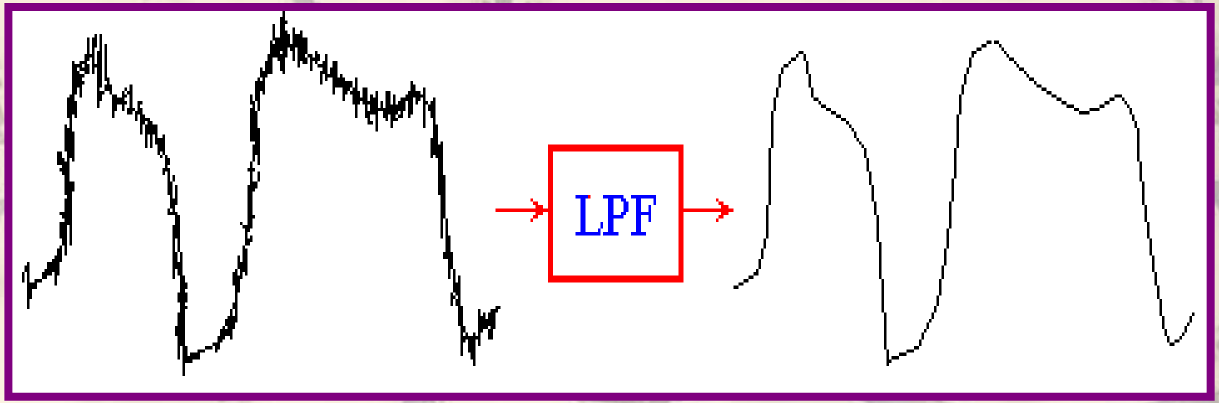
$$= RC\sin(\omega t - 90^\circ)$$



9.4 有源滤波器

9.4.1 滤波器的分类及作用

滤波器的作用实质上是“选频”,即允许某一部分频率的信号通过，而使另一部分频率的信号急剧衰减，一般而言，所滤掉的信号为噪声或干扰信号。



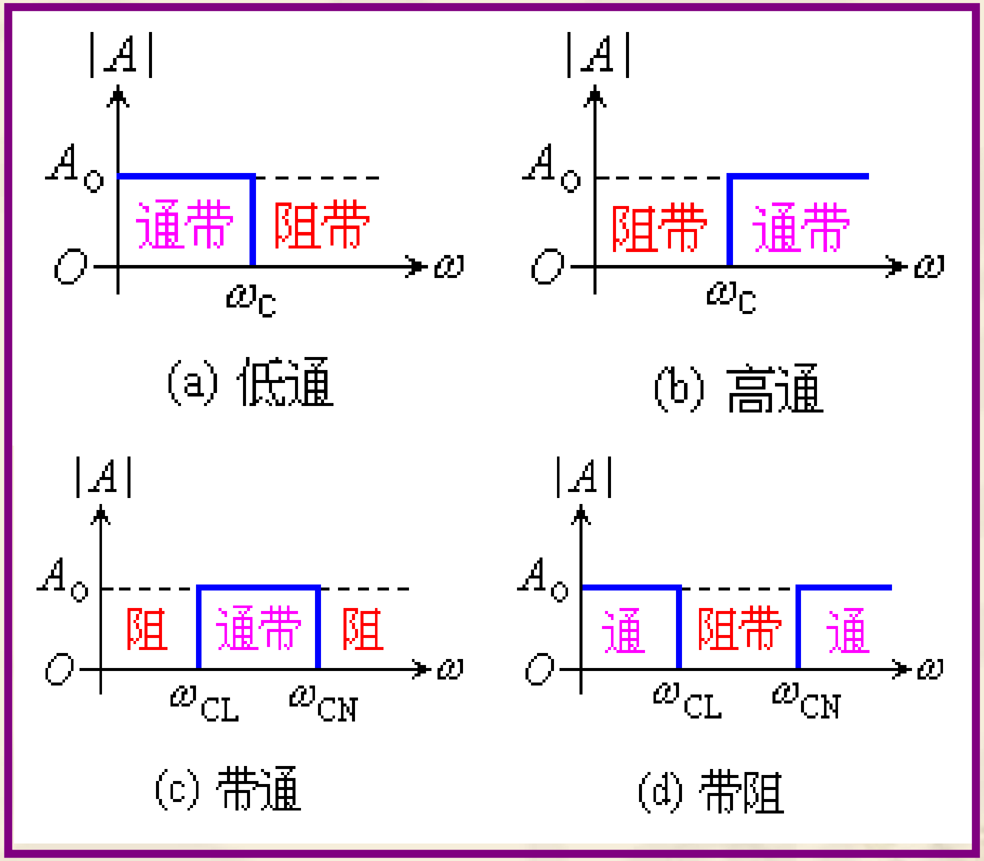
滤波器可分为

- 无源滤波器　由无源的电抗性元件组成
- 晶体滤波器　由晶体构成
- 有源滤波器

有源滤波器实际上是一种具有特定频率响应的放大器，它是在运算放大器的基础上增加一些R、C等无源元件组成的。

滤波器据其工作信号的频率范围可分为:

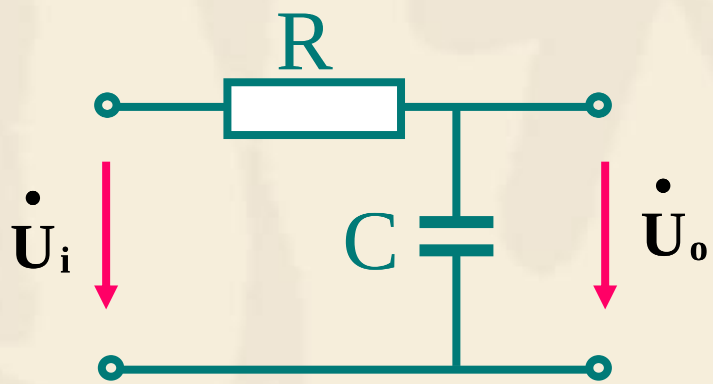
低通滤波器（LPF　Low Pass Filter）
高通滤波器（HPF　High Pass Filter）
带通滤波器（BPF　Band Pass Filter）
带阻滤波器（BEF　Band Elimination Filter）



有源滤波器的频响

9.4.2 低通滤波器

1. 一阶RC低通滤波器(无源)



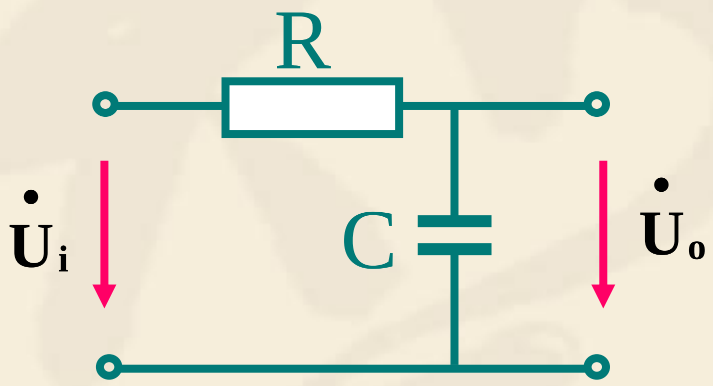
$$\frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i}=\frac{\frac{1}{j\omega C}}{R+\frac{1}{j\omega C}}=\frac{1}{1+j\omega RC}=\frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}} \qquad \omega_0=\frac{1}{RC}$$

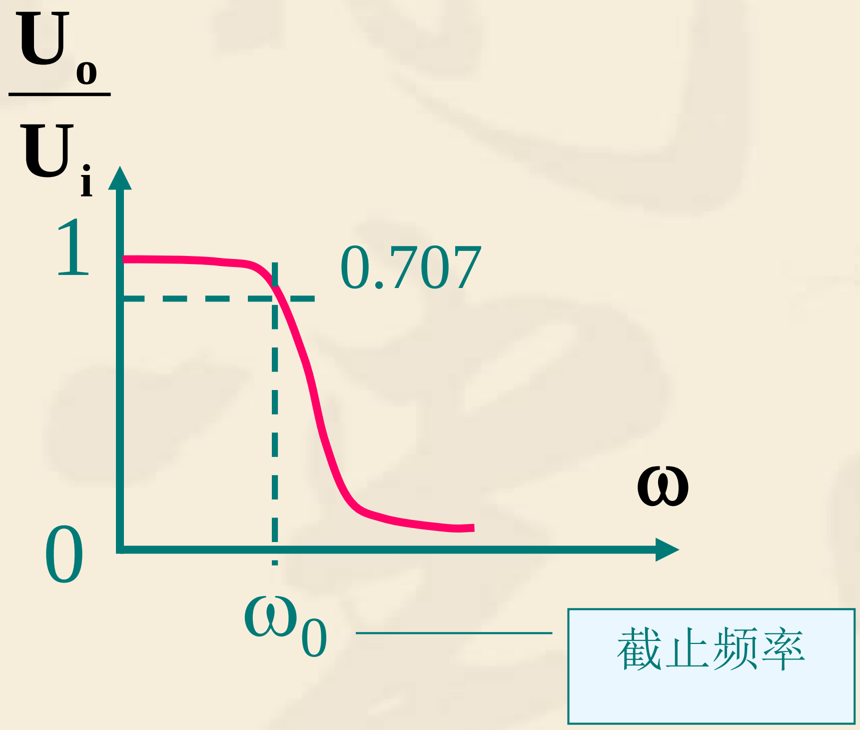
传递函数 $$T(j\omega)=\frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

幅频特性 $$|T(j\omega)|=\frac{1}{\sqrt{1+(\frac{\omega}{\omega_0})^2}}$$

幅频特性、幅频特性曲线

$$|T(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+(\frac{\omega}{\omega_0})^2}}$$

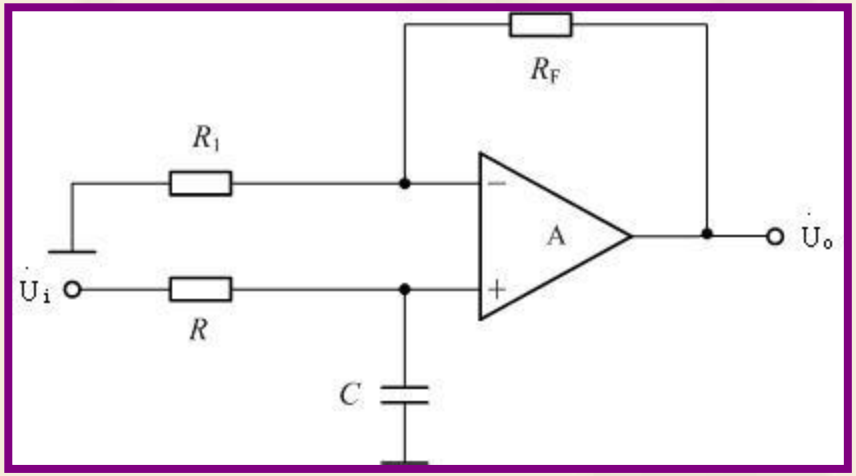




该电路的缺点：

（1）带负载能力差；
（2）无放大作用；
（3）特性不理想，边沿不陡

2.一阶有源低通滤波器



$$\dot{U}_- = \frac{R_1}{R_1 + R_F} \cdot \dot{U}_o$$

$$\dot{U}_+ = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot \dot{U}_i = \frac{1}{1 + j\omega RC} \cdot \dot{U}_i$$

$$\dot{U}_+ = \dot{U}_-$$

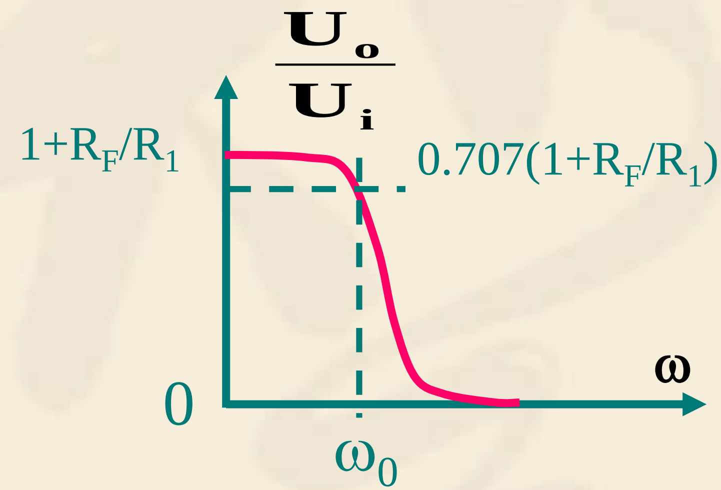
传递函数 $$\frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i} = (1 + \frac{R_F}{R_1}) \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

传递函数中出现ω 的一次项,故称为一阶滤波器

幅频特性及幅频特性曲线

$$\frac{U_o}{U_i}=(1+\frac{R_F}{R_1})\frac{1}{\sqrt{1+(\frac{\omega}{\omega_0})^2}}$$

式中 $\omega_0=\frac{1}{RC}$



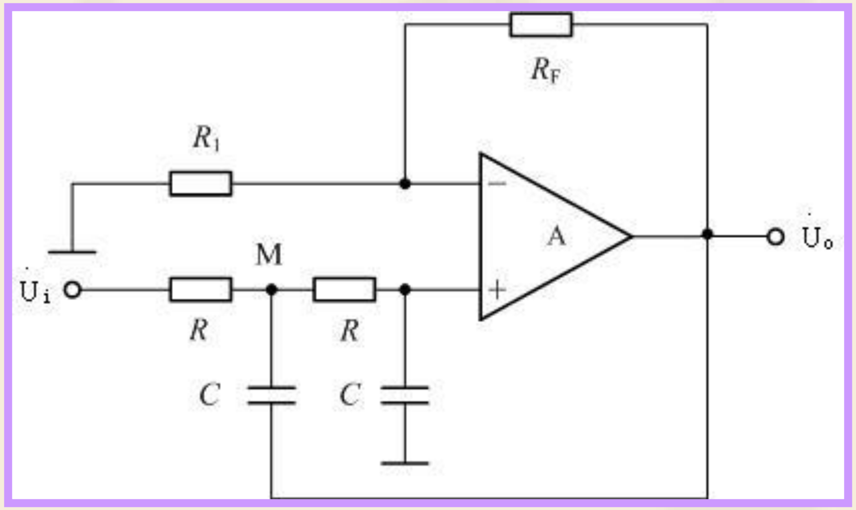
电路特点:

1、$\omega=0$ 时: $\frac{U_o}{U_i}=(1+\frac{R_F}{R_1})$ 有放大作用

2、$\omega=\omega_0$时: $\frac{U_o}{U_i}=(1+\frac{R_F}{R_1})\frac{1}{\sqrt{2}}$ 幅频特性与一阶无源低通滤波器类似

3、运放输出，带负载能力强。

3.二阶有源低通滤波器



$$\dot{U}_o = (1+\frac{R_F}{R_1})\dot{U}_+$$

$$\frac{\dot{U}_i - \dot{U}_M}{R} = \frac{\dot{U}_M - \dot{U}_+}{R} + \frac{\dot{U}_M - \dot{U}_o}{1/j\omega C}$$

$$\dot{U}_+ = \frac{1/j\omega C}{R+1/j\omega C}\dot{U}_M = \frac{1}{1+j\omega RC}\dot{U}_M$$

$$\dot{A}(j\omega) = \frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i} = \frac{A_0}{1-(\frac{\omega}{\omega_0})^2 + j\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}}$$

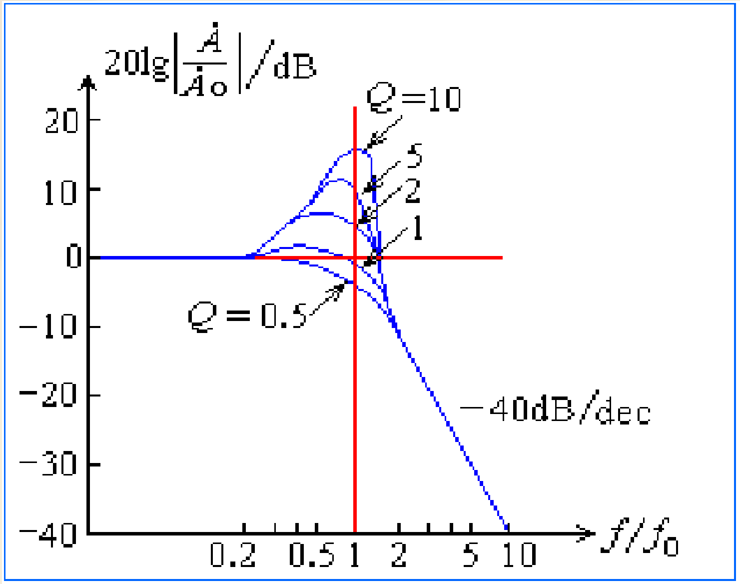
传递函数中出现ω 的二次项,故称为二阶滤波器

式中 $A_0 = 1+\frac{R_F}{R_1}$ $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ $Q = \frac{1}{3-A_0}$

传递函数

幅频特性曲线

$$\dot{A}(j\omega)=\frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i}=\frac{A_0}{1-(\frac{\omega}{\omega_0})^2+j\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}}$$



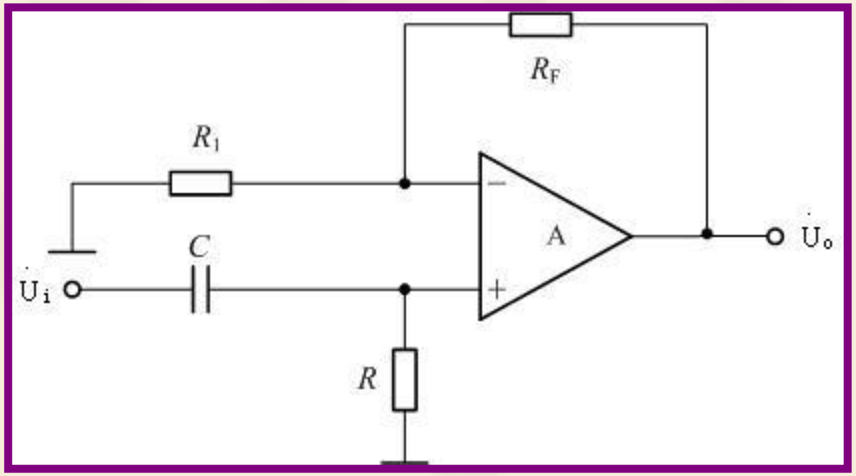
对于 $Q=\frac{1}{3-A_0}$ $\left|\dot{A}(j\omega)\right|_{(\omega=\omega_0)}=QA_0$

当2<A_0<3时，Q>1，f=f_0处的电压增益将大于A_0，幅频特性在此处将抬高

当A_o≥3时，Q =∞，有源滤波器自激。

9.4.3 高通滤波器

1.一阶有源高通滤波器



$$\dot{U}_- = \frac{R_1}{R_1 + R_F} \cdot \dot{U}_o$$

$$\dot{U}_+ = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot \dot{U}_i = \frac{1}{1 - j\frac{1}{\omega RC}} \cdot \dot{U}_i$$

$$\dot{U}_+ = \dot{U}_-$$

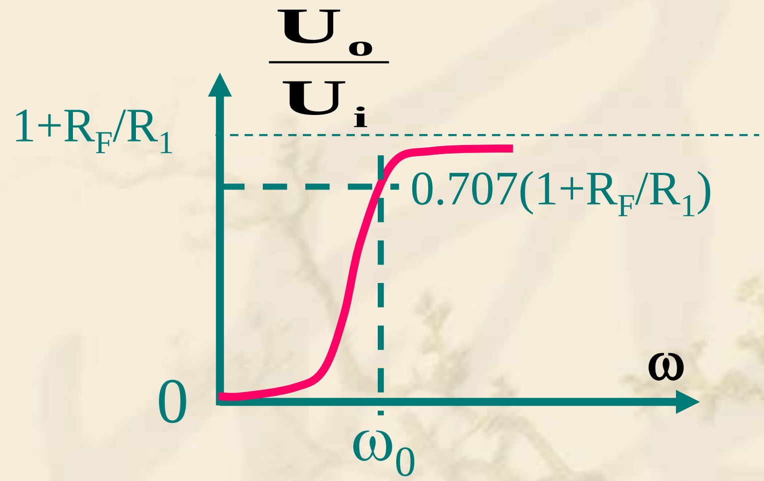
传递函数 $$\frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i} = (1 + \frac{R_F}{R_1})\frac{1}{1 - j\frac{1}{\omega RC}}$$

传递函数 $$\frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i}=(1+\frac{R_F}{R_1})\frac{1}{1-j\frac{1}{\omega RC}}$$

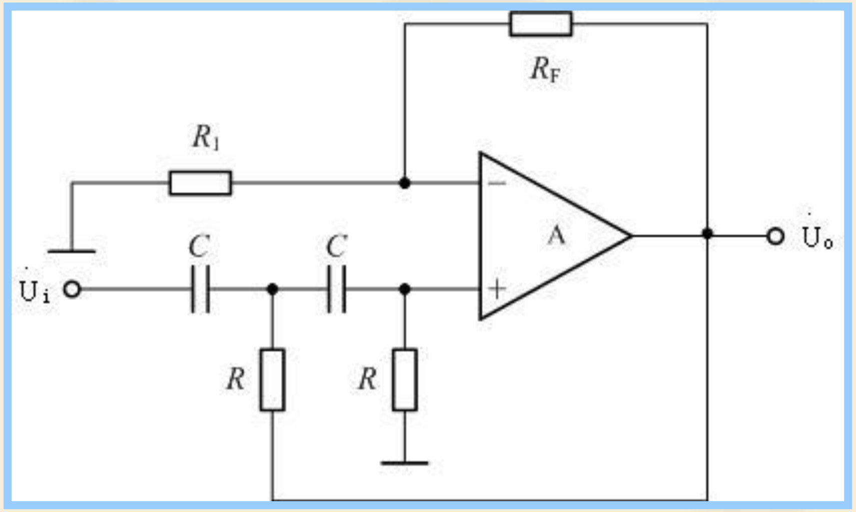
幅频特性及幅频特性曲线

$$\frac{U_o}{U_i}=(1+\frac{R_F}{R_1})\frac{1}{\sqrt{1+(\frac{\omega_0}{\omega})^2}}$$

式中 $\omega_0=\frac{1}{RC}$



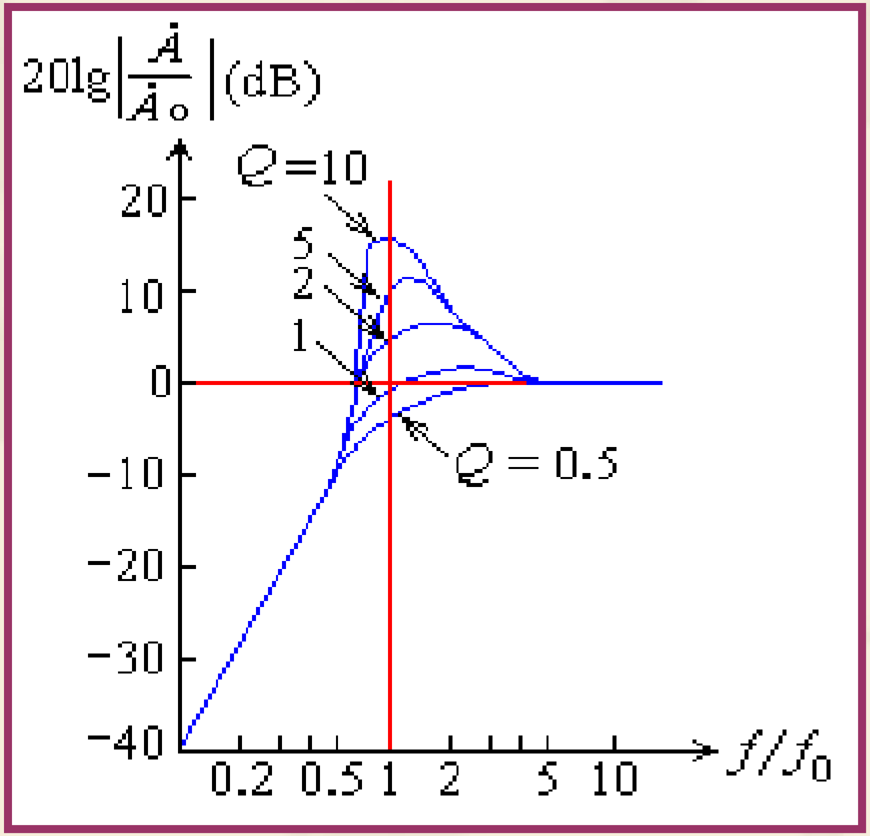
2.二阶有源高通滤波器



$$\dot{A}(j\omega)=\frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i}=\frac{A_0}{1-(\frac{\omega_0}{\omega})^2-j\frac{1}{Q}\frac{\omega_0}{\omega}}$$

式中 $A_0=1+\frac{R_F}{R_1}$ $\omega_0=\frac{1}{RC}$ $Q=\frac{1}{3-A_0}$

频率响应特性曲线



结论：

(1)当f＜＜f_0时，幅频特性曲线的斜率为+40 dB/dec；

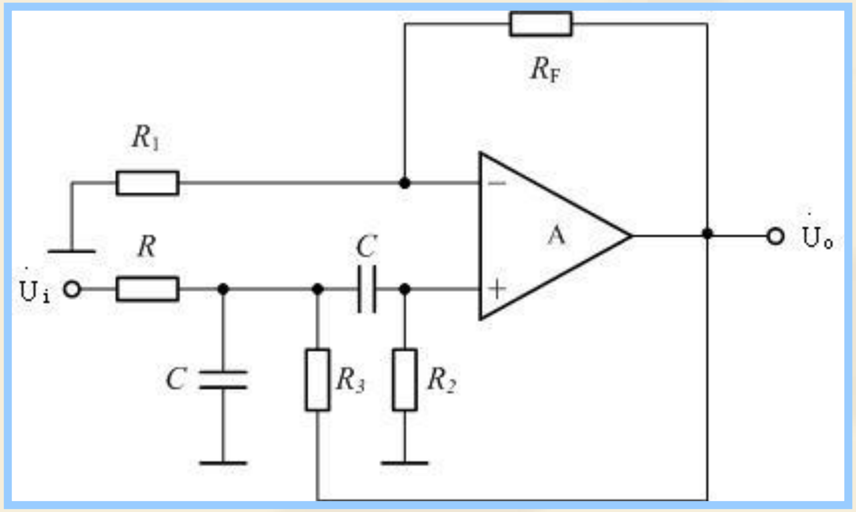
(2)当A_O≥3时，电路自激。

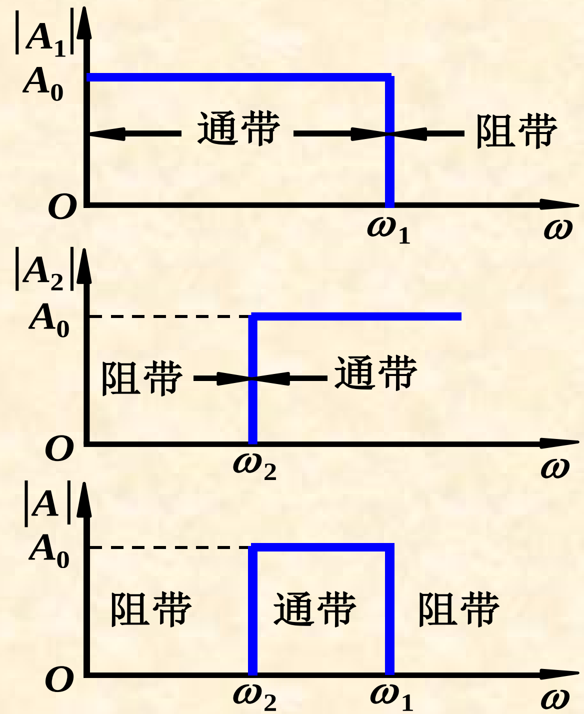
9.4.4 有源带通滤波器

可由低通和高通串联得到

$$\omega_1 = \frac{1}{R_1 C_1}$$ 低通特征角频率

$$\omega_2 = \frac{1}{R_2 C_2}$$ 高通特征角频率





必须满足 $\omega_2 < \omega_1$

计算方便起见，令R_2=2R，R_3=R，则其电压放大倍数为

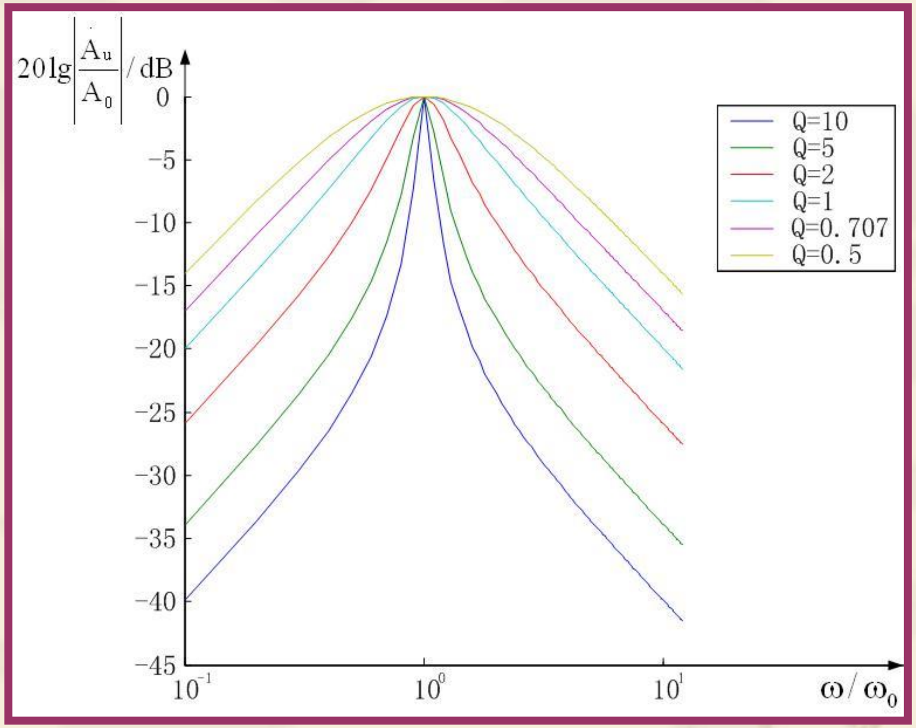
$$\dot{A}_u = \frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i} = \frac{A_0}{1 + jQ(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})}$$

式中 $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ $A_0' = 1 + \frac{R_F}{R_1}$ $Q = \frac{1}{3 - A_0'}$ $A_0 = QA_0'$

带通滤波器的通带宽度一般定义为其电压放大倍数下降为0.707A_0所包含的频带范围，此带通滤波器的通带宽度为：

$$B_\omega = \frac{\omega_0}{Q}$$

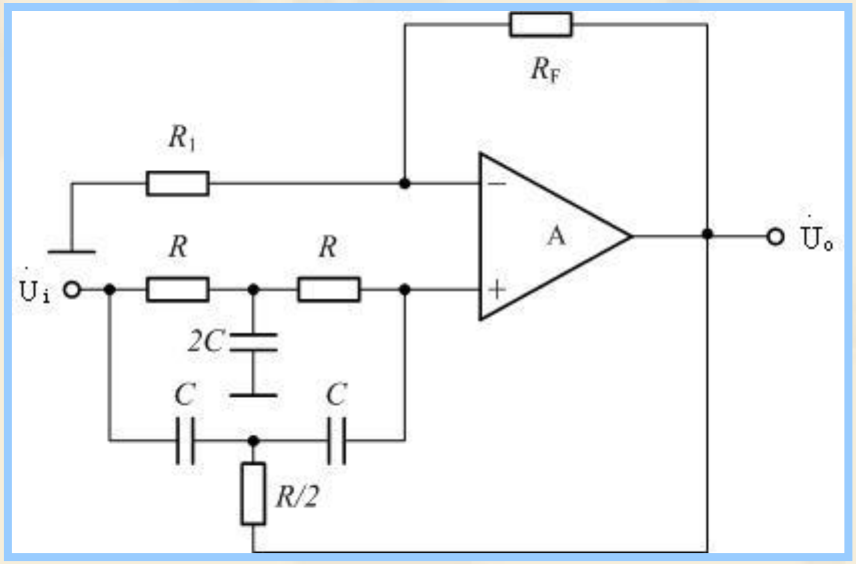
带通滤波器的对数幅频特性如下图所示

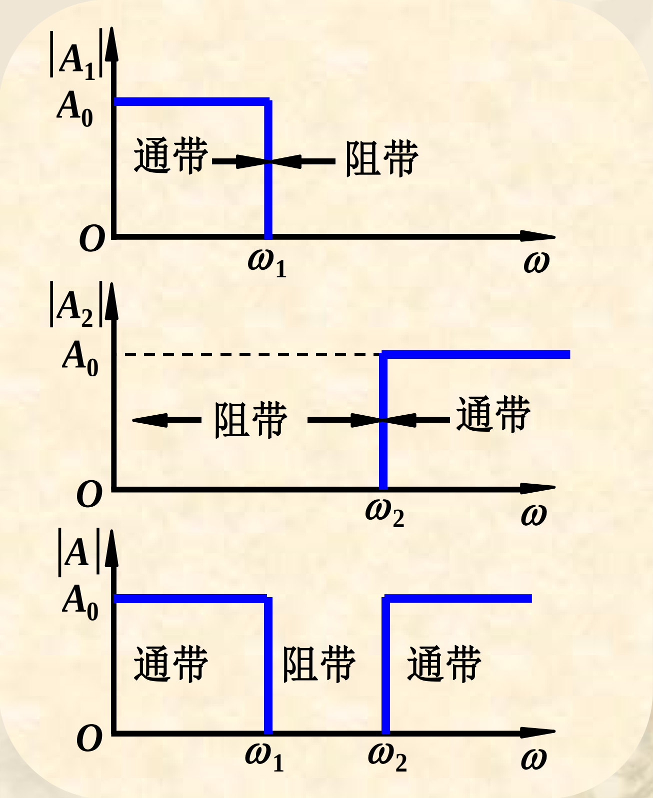


图中随着Q的增大对应的曲线按由上至下顺序排列。可以看出，Q越大，通频带越窄，选频特性越好。

9.4.5 有源带阻滤波器

可由低通和高通并联得到





必须满足 $\omega_2 > \omega_1$

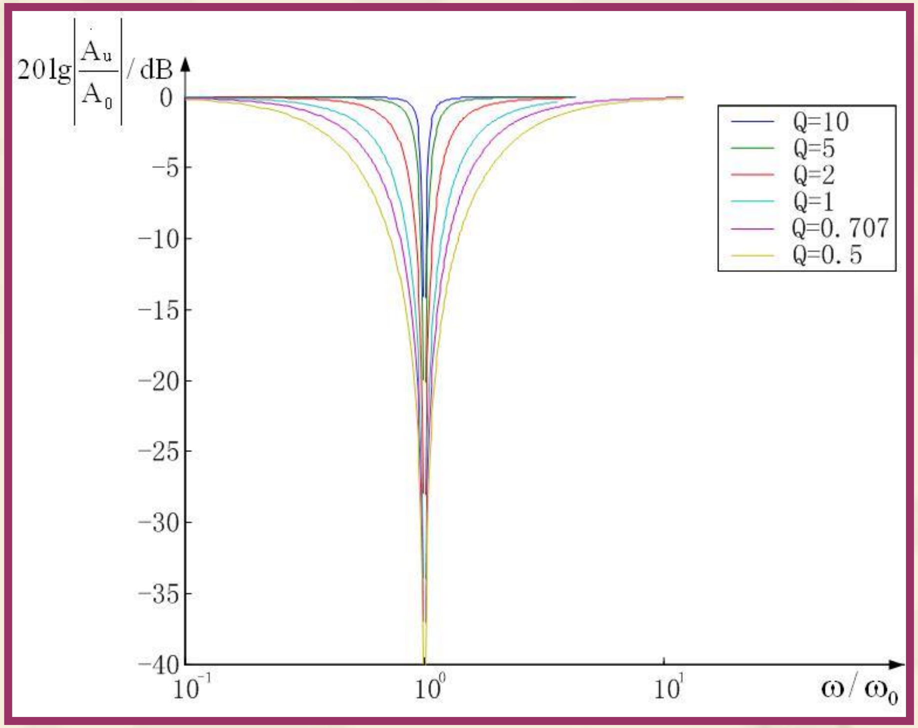
电压放大倍数为

$$\dot{A}_u = \frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i} = \frac{A_0}{1 + j\frac{1}{Q}\frac{1}{(\frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0})}}$$

式中 $A_0 = 1 + \frac{R_F}{R_1}$ $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ $Q = \frac{1}{2(2 - A_0)}$

阻带宽度 $B_\omega = \frac{\omega_0}{Q}$

带通滤波器的对数幅频特性如下图所示



图中随着Q的减小对应的曲线按由上至下顺序排列。可以看出，Q越大，阻带宽度越窄，选频特性越好。