概率统计——习题九参考答案

9.1 (1)0;(2)1/12

9.2 设 X_i 为第 i 部分的长度， $\boldsymbol{i=1,2,\cdots,10}$ ，且它们独立同分布； $\boldsymbol{E(X_i)=2, D(X_i)=0.05^2}$ ；

$$\boldsymbol{P\{20-0.1\le\sum_{i=1}^{10}X_i\le 20+0.1\}}$$

$$\boldsymbol{=P\{\frac{19.9-10\times 2}{\sqrt{10}\times 0.05}\le\frac{\sum_{i=1}^{10}X_i-10\times 2}{\sqrt{10}\times 0.05}\le\frac{20.1-10\times 2}{\sqrt{10}\times 0.05}\}}$$
$$\boldsymbol{\approx 2\Phi(0.63)-1=0.4714}$$

9.3 设 X_i 为第 i 个加数的舍入误差，$i=1,2,\cdots,$则 X_i 在 $(-0.5,0.5)$ 内服从均匀分布，且相互独立，

$E(X_i)=0, D(X_i)=1/12.$

（1） $P\{|\sum_{i=1}^{1500}X_i|>15\}=P\{|(\sum_{i=1}^{1500}X_i)^*|>\frac{15}{\sqrt{1500/12}}\}\approx 1-[2\Phi(3/\sqrt{5})-1]$ =2(1–0.90988)=0.18024;

（2）设最多可有 n 个数相加，则有 $0.9\le \mathrm{P}\{|\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}\mathrm{X}_{\mathrm{i}}|<10\}\approx 2\Phi(\frac{10}{\sqrt{\mathrm{n}/12}})-1$，

即 $\Phi(\frac{10}{\sqrt{n/12}})\ge 0.95.$ 从而 $\frac{10}{\sqrt{n/12}}\ge 1.645,\quad n\le 443.45.$ 故 n 最大可取出 443**.**

9.4 设 $\boldsymbol{X_i}$ 为第 i 台车床开工数， $\boldsymbol{X_i\sim B(1,0.6)}$；

则 200 台车床开工数 $\boldsymbol{Y=\sum_{i=1}^{200}X_i\sim B(200,0.6)}$

设供电为 n 千瓦的电能才能正常工作达 99.9%

$$\boldsymbol{P\{Y\le n\}=P\{\frac{Y-200\times 0.6}{\sqrt{200\times 0.6\times 0.4}}\le\frac{n-120}{\sqrt{48}}\}\ge 99.9\%}$$

查表 $\boldsymbol{\Phi(3.1)=0.999;}$故得 $\boldsymbol{\frac{n-120}{\sqrt{48}}\ge 3.1}$， $\boldsymbol{n\ge 141.4774}$

即供电 142 千瓦电能以 99.9%保证本车间正常工作。

9.5 设良种数为 X，则 $X\sim B(n, p)$，其中 n=6000, $p=1/6$，设不超过的界限为 a，则应有

$P\{\left|\frac{X}{6000}-\frac{1}{6}\right|\le a\}=0.99$，则由中心极限定理，得：

$$P\{\left|\frac{X}{6000}-\frac{1}{6}\right|\le a\}=P\{\left|\frac{X-6000\times\frac{1}{6}}{\sqrt{6000\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}}}\right|\le\frac{6000a}{\sqrt{6000\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}}}\}\approx 2\Phi(\frac{6000a}{\sqrt{6000\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}}})-1$$

故有 $2\Phi(\frac{6000a}{\sqrt{6000\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}}})-1=0.99$。查表得 $\frac{6000a}{\sqrt{6000\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}}}=2.58$，解得 $a=0.0124$.

良种粒数 X 的范围为

$(\frac{1}{6}-0.0124)\times 6000\le X\le(\frac{1}{6}+0.0124)\times 6000$，即 $925\le X\le 1075$。

9.6 设任意时刻使用外线的分机数为 X，则 X～B（200，0.05）；n=200,p=0.05
设至少需要 N 条外线，由德莫佛-拉普拉斯定理有

$$\boldsymbol{P\{0<X\le N\}=P\{-\frac{np}{\sqrt{np(1-p)}}<\frac{X-np}{\sqrt{np(1-p)}}\le\frac{N-np}{\sqrt{np(1-p)}}\}}$$

$$\boldsymbol{\approx\Phi(\frac{N-10}{\sqrt{9.5}})-\Phi(\frac{-10}{\sqrt{9.5}})\ge 0.9}$$

即 $\boldsymbol{\Phi(\frac{N-10}{3.1})\ge 0.9006}$，查表 $\boldsymbol{\frac{N-10}{3.1}\ge 1.28}$，N=14

9.7 设 X_n 为 n 次投掷中正面出现的次数，则 $X_n\sim B(n,0.5)$，正面出现的频数为 X_n/n，有题意，

有 $P\{0.4<\frac{X_n}{n}<0.6\}\ge 0.9$，

$$P\{0.4<\frac{X_n}{n}<0.6\}=P\{-0.2\sqrt{n}<\frac{X_n-0.5n}{\sqrt{n*0.5*0.5}}<0.2\sqrt{n}\}\approx\Phi(0.2\sqrt{n})-\Phi(-0.2\sqrt{n})$$

$$=2\Phi(0.2\sqrt{n})-1$$

因此 $2\Phi(0.2\sqrt{n})-1\ge 0.9$，查表得 $n\ge 67.65$，取 $n=68$。

9.8 设 X 表示 400 台机器中发生故障的台数，X~B（400，0.02）
由德莫佛-拉普拉斯定理有

$$\boldsymbol{P\{X\ge 2\}=1-P\{X\le 1\}=1-P\{\frac{X-8}{\sqrt{400\times 0.02\times 0.98}}\le\frac{-7}{\sqrt{400\times 0.02\times 0.98}}\}}$$

$$\boldsymbol{\approx 1-\Phi(-2.5)=\Phi(2.5)=0.9938}$$