



第三章 判别域代数界面方程法

- 3.1 判别域界面方程分类的概念
- 3.2 线性判别函数
- 3.3 判别函数值的鉴别意义、权空间及解空间
- 3.4 fisher线性判别
- 3.5 线性可分条件下判别函数权矢量算法
- 3.6 一般情况下的判别函数权矢量算法
- 3.7 非线性判别函数
- 3.8 最近邻方法



3.6 最近邻方法

聚类分析: 无先验知识，按最近距离原则进行分类。

代数界面方法: 有先验知识，要进行训练，按判别函数值符号或大小进行分类。

最近邻方法: 有先验知识，但不进行训练，按最近距离原则进行分类。

最近邻方法特点:

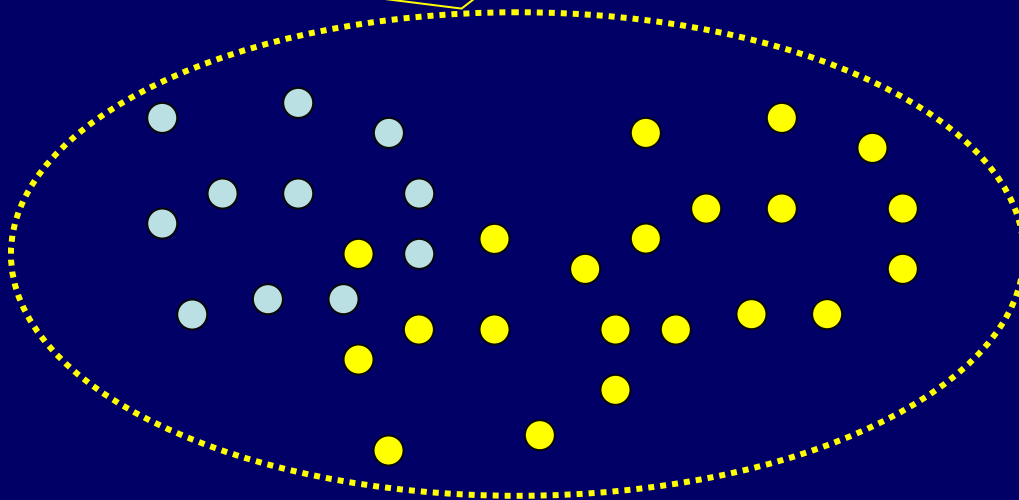
思想直观、方法简单、效果较好。



3.6 最近邻方法

1-NN

(1) 已知N个已知类别样本X



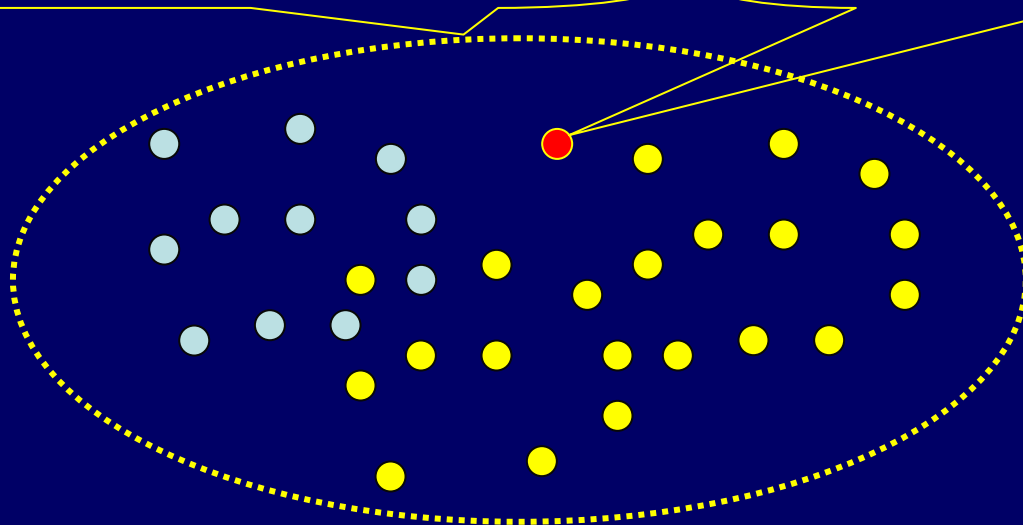


3.6 最近邻方法

1-NN

(1) 已知N个已知类别样本X

(2) 输入未知类别样本x



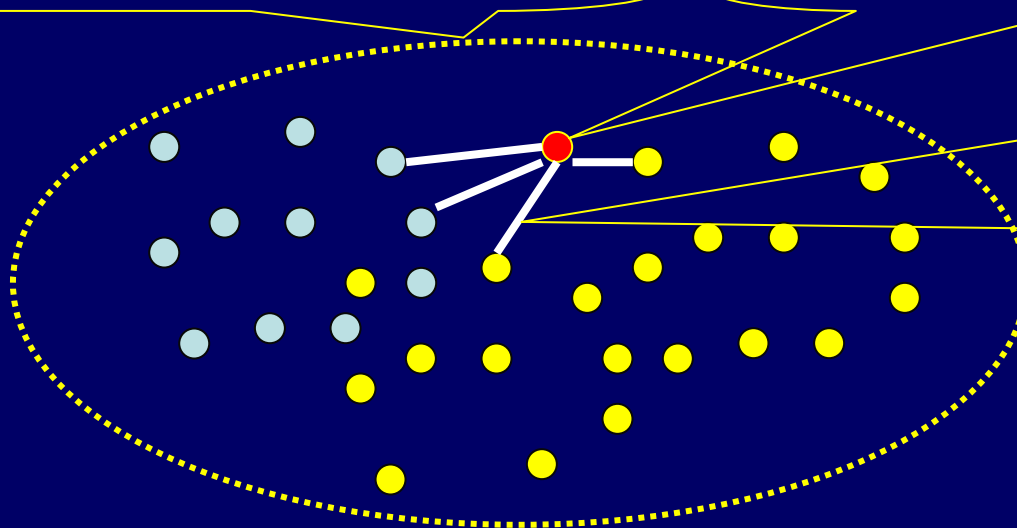


3.6 最近邻方法

1-NN

(1) 已知N个已知类别样本X

(2) 输入未知类别样本x



(3) 计算x到
 $x_i \in X$,
($i=1, 2, \dots, N$)
的距离 $d_i(x)$

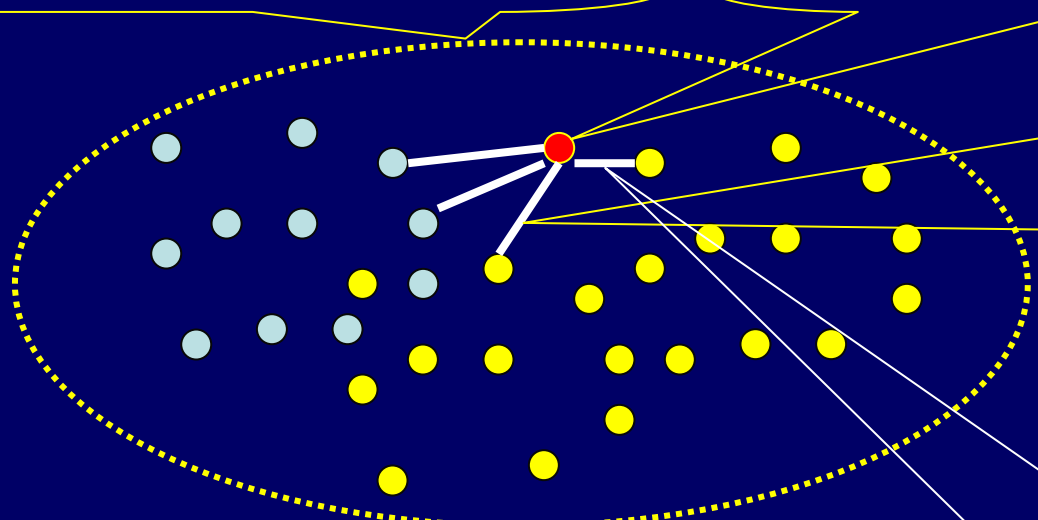


3.6 最近邻方法

1-NN

(1) 已知N个已知类别样本X

(2) 输入未知类别样本x



(3) 计算x到
 $x_i \in X$,
($i=1, 2, \dots, N$)
的距离 $d_i(x)$

(4) 找出最小距离
 $d_m(x) = \min \{d_i(x)\}$

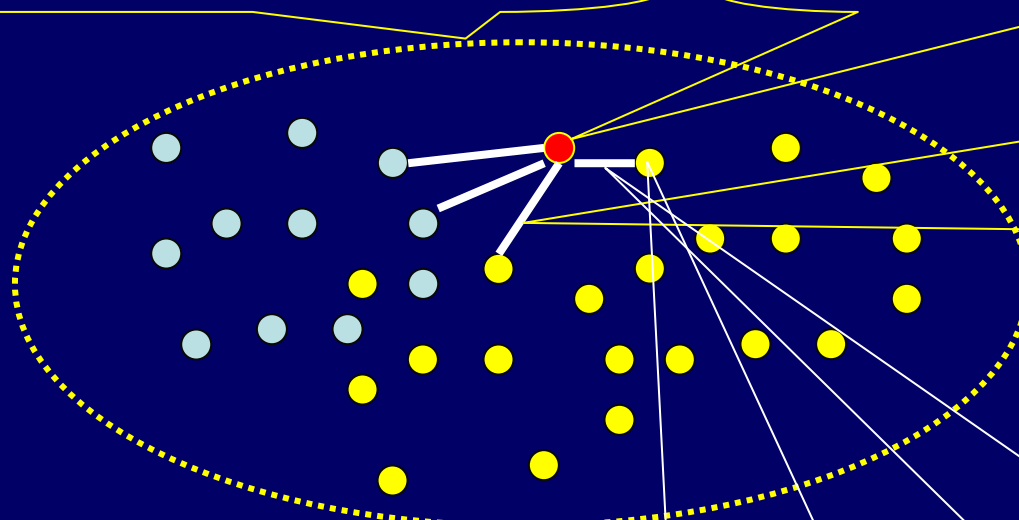


3.6 最近邻方法

1-NN

(1) 已知N个已知类别样本X

(2) 输入未知类别样本x



(3) 计算x到
 $x_i \in X$,
($i=1, 2, \dots, N$)
的距离 $d_i(x)$

(4) 找出最小距离
 $d_m(x) = \min \{d_i(x)\}$

(5) 看 x_m 属于哪一类: $x_m \in \omega_2$

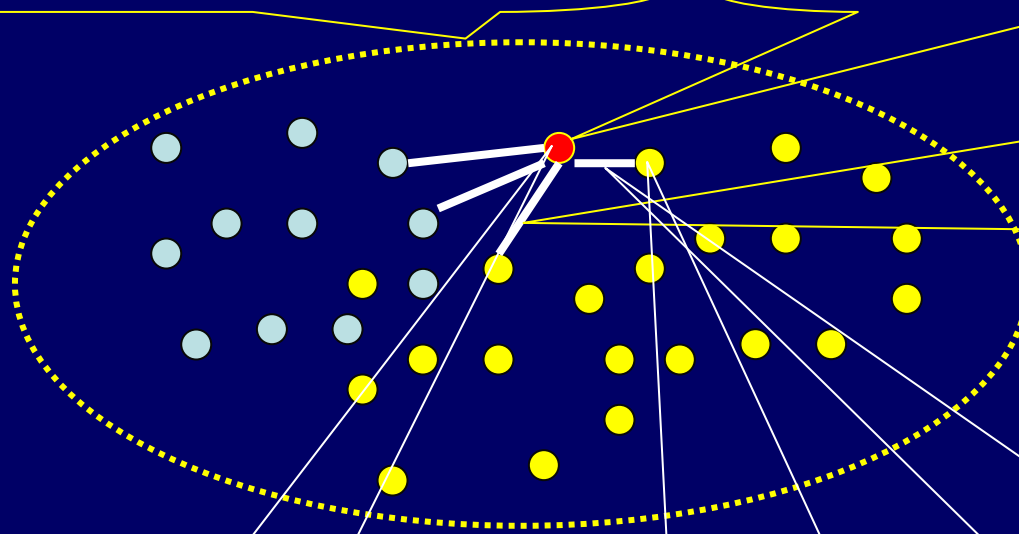


3.6 最近邻方法

1-NN

(1) 已知N个已知类别样本X

(2) 输入未知类别样本x



(3) 计算x到
 $x_i \in X$,
($i=1, 2, \dots, N$)
的距离 $d_i(x)$

(4) 找出最小距离
 $d_m(x) = \min \{d_i(x)\}$

(6) 判 $x \in \omega_2$

(5) 看 x_m 属于哪一类: $x_m \in \omega_2$



3.6 最近邻方法

3.6.1 最近邻决策规则—1-NN

对于C类问题,设类 $\omega_i (i=1,2,\dots,c)$ 有 N_i 个样本 $x_j^{(i)}$

分类的思想是: $(j=1,2,\dots,N_i)$

对于一个待识别模式 x , 分别计算它与 $N = \sum_{i=1}^c N_i$ 个已知类别的样本 $x_j^{(i)}$ 的距离,将它判为距离最近的那个样本所属的类。即:

$$d_i(x) = \min_{j=1,2,\dots,N_i} \|x - x_j^{(i)}\| \quad i=1,2,\dots,c$$

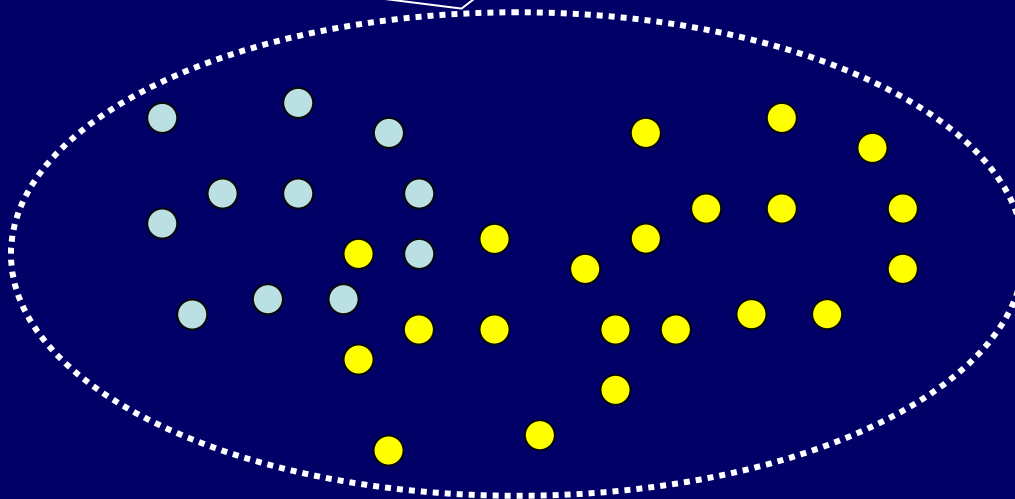
如果 $d_m(x) = \min_{i=1,2,\dots,c} d_i(x)$ 则 $x \in \omega_m$



3.6 最近邻方法

K-NN

(1) 已知N个已知类别样本X



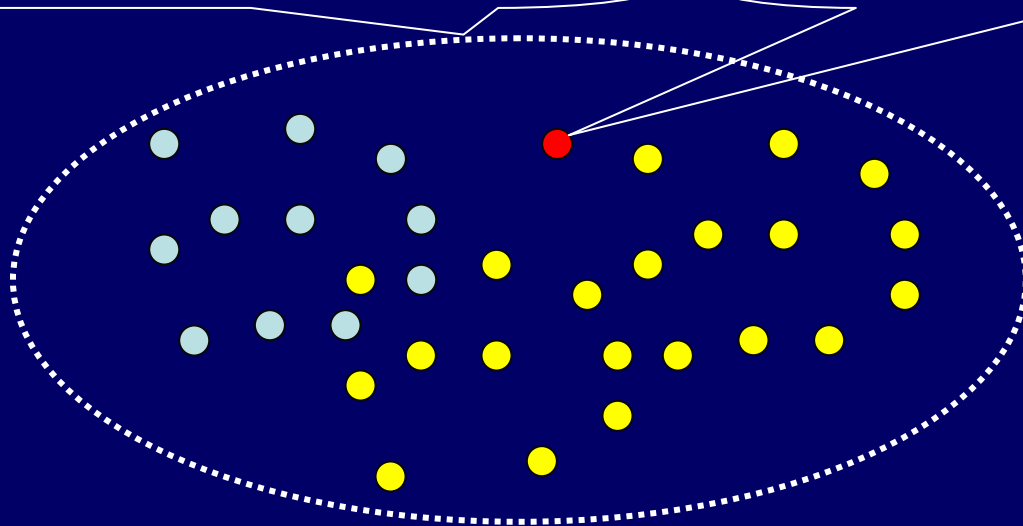


3.6 最近邻方法

K-NN

(1) 已知N个已知类别样本X

(2) 输入未知类别样本x



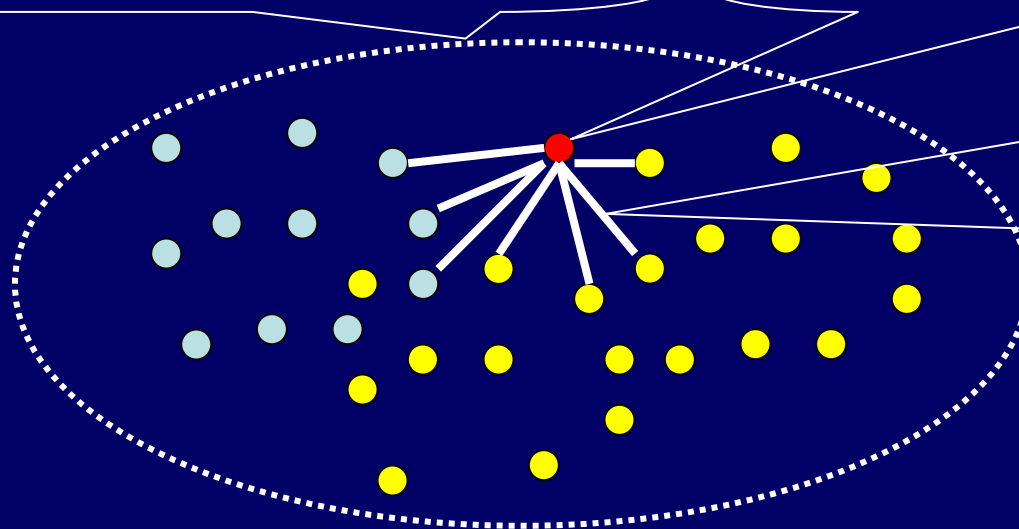


3.6 最近邻方法

K-NN

(1) 已知N个已知类别样本X

(2) 输入未知类别样本x



(3) 计算x到
 $x_i \in X$,
($i=1, 2, \dots, N$)
的距离 $d_i(x)$

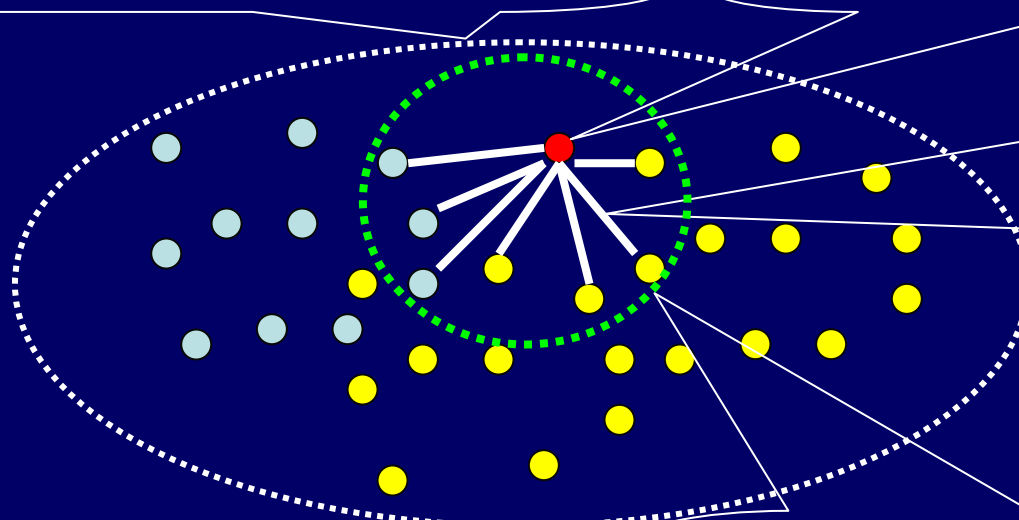


3.6 最近邻方法

K-NN

(1) 已知N个已知类别样本X

(2) 输入未知类别样本x



(3) 计算x到
 $x_i \in X$,
($i=1, 2, \dots, N$)
的距离 $d_i(x)$

(4) 找出x的k个最近邻元
 $X_k = \{x_i, i=1, 2, \dots, k\}$

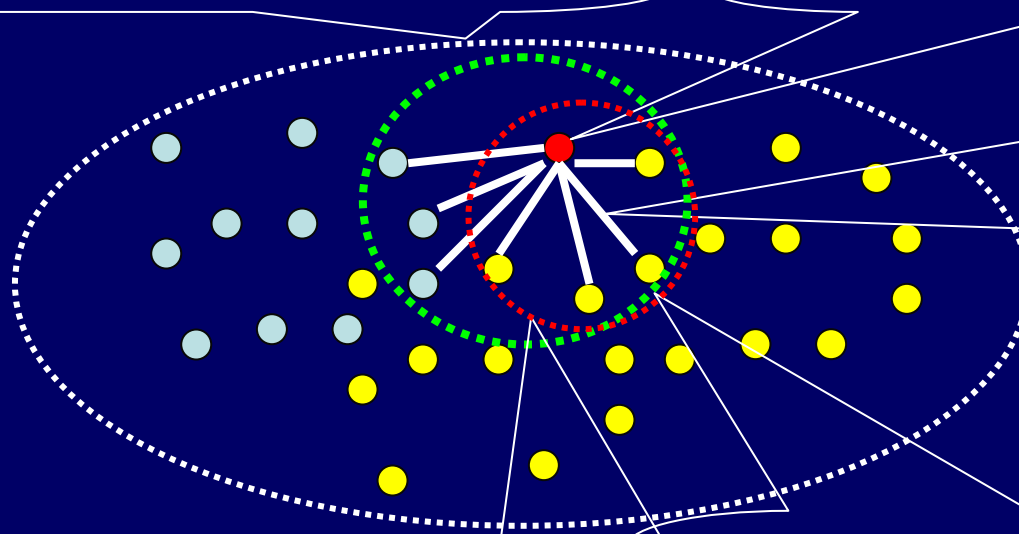


3.6 最近邻方法

K-NN

(1) 已知N个已知类别样本X

(2) 输入未知类别样本x



(3) 计算x到
 $x_i \in X$,
($i=1, 2, \dots, N$)
的距离 $d_i(x)$

(4) 找出x的k个最近邻元
 $X_k = \{x_i, i=1, 2, \dots, k\}$

(5) 看 X_k 中属于哪一类的样本最多
 $k_1=3 < k_2=4$



3.6 最近邻方法

K-NN

(1) 已知N个已知类别样本X

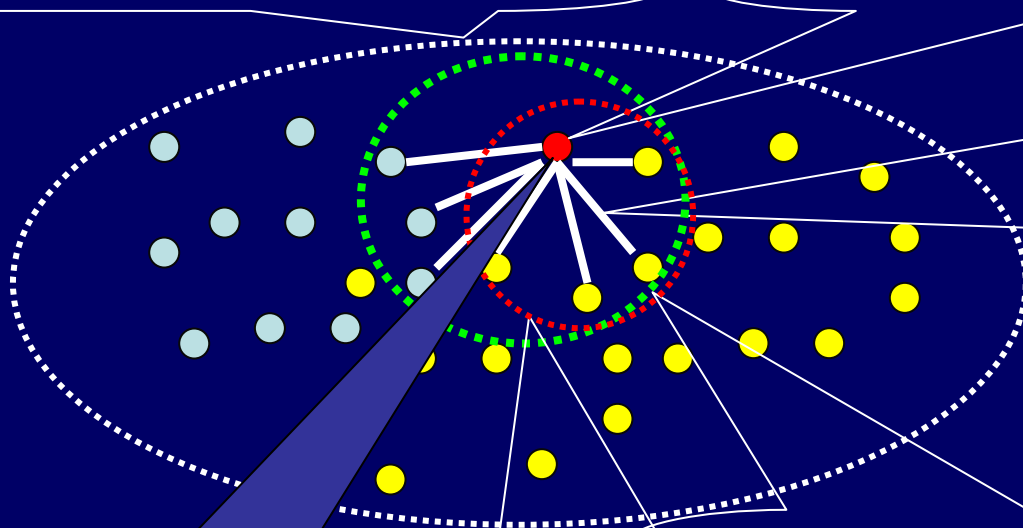
(2) 输入未知类别样本x

(3) 计算x到
 $x_i \in X$,
($i=1, 2, \dots, N$)
的距离 $d_i(x)$

(4) 找出x的k个最近邻元
 $X_k = \{x_i, i=1, 2, \dots, k\}$

(5) 看 X_k 中属于哪一类的样本最多
 $k_1=3 < k_2=4$

(6) 判 $x \in \omega_2$





3.6 最近邻方法

3.6.1 最近邻决策规则—K-NN

对于一个待识别模式 x , 分别计算它与 $N = \sum_{i=1}^c N_i$ 个已知类别的样本 $x_j^{(i)}$ 的距离, 取 k 个最近邻样本, 这 k 个样本中哪一类最多, 就判属哪一类。即:

$$d_i(x) = k_i \quad i = 1, 2, \dots, c$$

显然
$$\sum_{i=1}^c k_i = k$$

如果
$$d_m(x) = \underbrace{\max}_{i=1,2,\dots,c} d_i(x)$$
 则 $x \in \omega_m$



3.6 最近邻方法

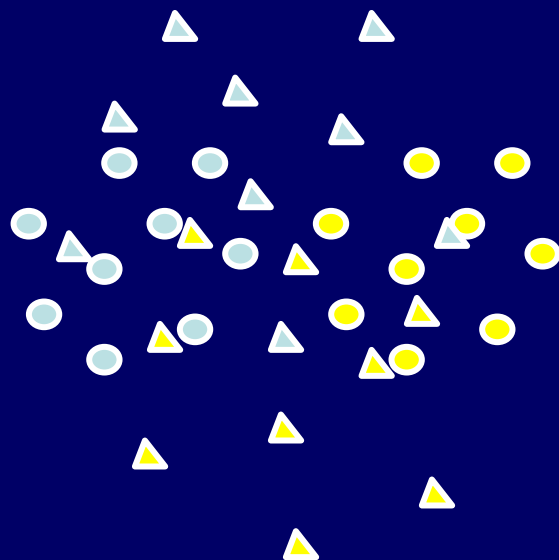
剪辑最近邻方法

■ $\in \omega_1$

■ $\in \omega_2$

○ $\in X^{(NR)}$

△ $\in X^{(NT)}$

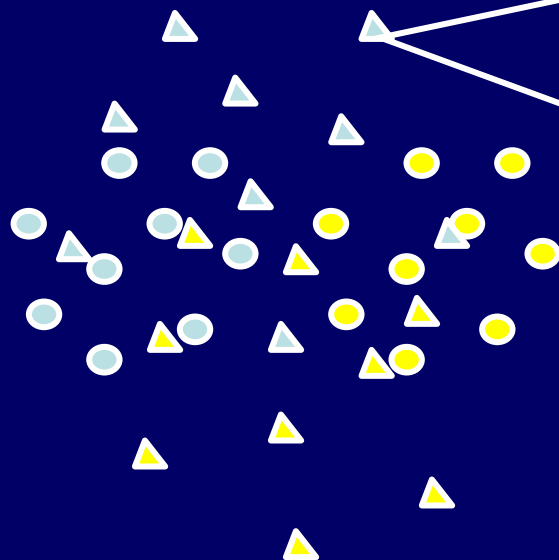




3.6 最近邻方法

剪辑最近邻方法

- $\in \omega_1$
- $\in \omega_2$
- $\in X^{(NR)}$
- △ $\in X^{(NT)}$



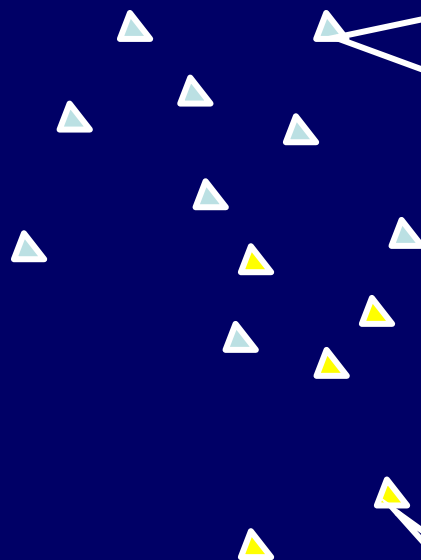
用 $X^{(NR)}$ 中的样本
采用最近邻规则
对 $X^{(NT)}$ 中的每个样
本分类，剪辑掉
 $X^{(NT)}$ 中被错误分类
的样本。



3.6 最近邻方法

剪辑最近邻方法

- $\in \omega_1$
- $\in \omega_2$
- $\in X^{(NR)}$
- △ $\in X^{(NT)}$



用 $X^{(NR)}$ 中的样本
采用最近邻规则
对 $X^{(NT)}$ 中的每个样
本分类，剪辑掉
 $X^{(NT)}$ 中被错误分类
的样本。

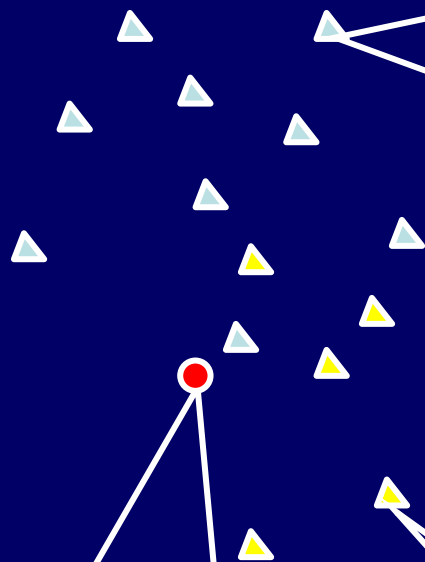
余下判决正确的
样本组成剪辑样
本集 $X^{(NTE)}$ 。



3.6 最近邻方法

剪辑最近邻方法

- $\in \omega_1$
- $\in \omega_2$
- $\in X^{(NR)}$
- △ $\in X^{(NT)}$



用 $X^{(NR)}$ 中的样本
采用最近邻规则
对 $X^{(NT)}$ 中的每个样
本分类，剪辑掉
 $X^{(NT)}$ 中被错误分类
的样本。

用 $X^{(NTE)}$ 对输入的未
知样本做1-NN分类。

余下判决正确的
样本组成剪辑样
本集 $X^{(NTE)}$ 。



3.6 最近邻方法

3.6.2 剪辑最近邻方法

对于两类问题，设将已知类别的样本集 $X^{(N)}$ 分成参照集 $X^{(NR)}$ 和测试集 $X^{(NT)}$ 两部分，这两部分没有公共元素，它们的样本数各为 NR 和 NT ， $NR+NT=N$ 。

利用参照集 $X^{(NR)}$ 中的样本 y_1, y_2, \dots, y_{NR} 采用最近邻规则对已知类别的测试集 $X^{(NT)}$ 中的每个样本 x_1, x_2, \dots, x_{NT} 进行分类，剪辑掉 $X^{(NT)}$ 中被错误分类的样本。



3.6 最近邻方法

3.6.2 剪辑最近邻方法

若 $y^0(x) \in X^{(NR)}$ 是 $x \in X^{(NT)}$ 的最近邻元，剪辑掉不与 $y^0(x)$ 同类的 x ，余下的判决正确的样本组成剪辑样本集 $X^{(NTE)}$ ，这一操作称为剪辑。



3.6 最近邻方法

3.6.2 剪辑最近邻方法

获得剪辑样本集 $X^{(NTE)}$ 后，对待识模式 x 采用最近邻规则进行分类。

$$d_i(x) = \min_{j=1,2,\dots,N_i} \|x - x_j^{(i)}\| \quad i = 1, 2, \dots, c$$

如果 $d_m(x) = \min_{i=1,2,\dots,c} d_i(x)$ 则 $x \in \omega_m$

这里 $x_j \in X^{(NTE)}$



3.6 最近邻方法

3.6.2 剪辑最近邻方法

剪辑最近邻法可以推广至 k —近邻法中，具体的做法是：第一步用 k — NW 法进行剪辑，第二步用 1 — NW 法进行分类。

如果样本足够多，就可以重复地执行剪辑程序，以进一步提高分类性能。称为重复剪辑最近邻法。



3.6 最近邻方法 MULTIEDIT实用算法

(1) 将样本集 $X^{(N)}$ 随机地划分为 s 个子集:

$$X^{(N)} = \{X_1, X_2, \dots, X_s\} \quad (s \geq 3)$$

(2) 用最近邻法, 以 $X_{(i+1) \bmod s}$ 为参照集, 对 X_i 中的样本进行分类, 其中 $i = 1, 2, \dots, s$;

(3) 去掉 (2) 中被错误分类的样本;

(4) 用所留下的样本构成新的样本集 $X^{(NE)}$;

(5) 如果经过 k 次迭代再没有样本被剪辑掉则停止; 否则转至 (1)。



3.6 最近邻方法

例子

有七个二维矢量：

$$X^{(1)} = \{\vec{x}_1 = (1, 0)', \vec{x}_2 = (0, 1)', \vec{x}_3 = (0, -1)'\} \in \omega_1$$

$$X^{(2)} = \{\vec{x}_4 = (0, 0)', \vec{x}_5 = (0, 2)', \vec{x}_6 = (0, -2)', \vec{x}_7 = (-2, 0)'\} \in \omega_2$$

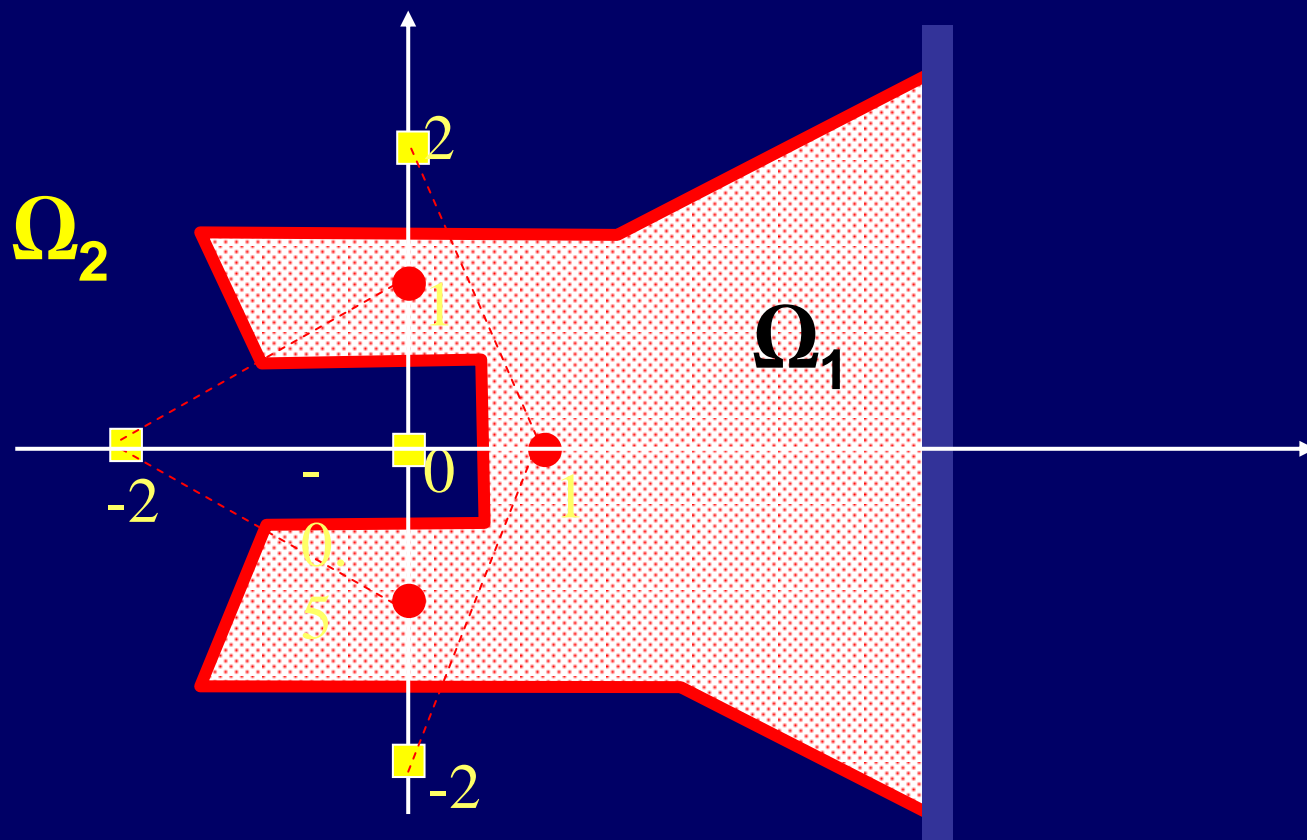
- (1) 画出最近邻法1-NN决策面；
- (2) 求样本均值，若按离样本均值距离的大小进行分类，试画出决策面。



3.6 最近邻方法

例子

(1) 若按1-NN进行分类, 则决策面由 $\forall \vec{x}_i \in X^{(1)}$ 与 $\forall \vec{x}_j \in X^{(2)}$ 连线的中垂面构成。





3.6 最近邻方法

例子

$$(2) \quad \vec{m}_1 = \frac{1}{3}(\vec{x}_1 + \vec{x}_2 + \vec{x}_3) = \left(\frac{1}{3}, 0\right)'$$

$$\vec{m}_2 = \frac{1}{4}(\vec{x}_4 + \vec{x}_5 + \vec{x}_6 + \vec{x}_7) = \left(-\frac{1}{2}, 0\right)'$$

则按离样本均值距离的大小进行分类的决策面是

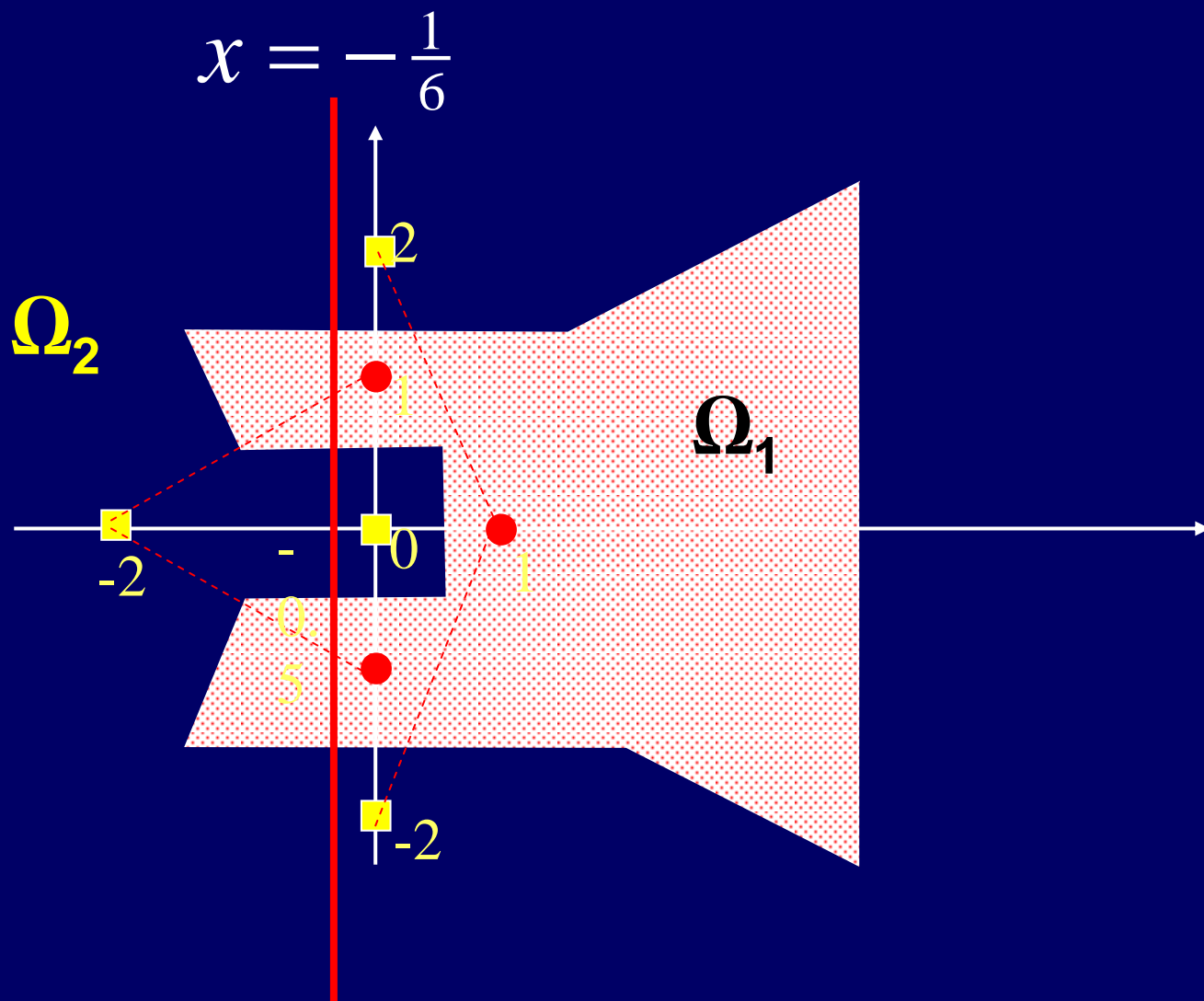
\vec{m}_1 与 \vec{m}_2 连线的中垂面。

$$\text{即: } x = -\frac{1}{6}$$



3.6 最近邻方法

例子





谢谢！