第五章 不确定推理

- 基本概念
- 概率方法
- 主观Bayes方法
- 可信度方法
- 模糊理论
- 简单模糊推理

5.1 基本概念

5.1.1 什么是不确定性推理

- 不确定性推理是建立在非经典逻辑基础上的一种推理，它是对不确定性知识的运用与处理。
- 具体地说，不确定性推理就是从不确定性的初始证据（即事实）出发，通过运用不确定性的知识，最终推出具有一定程度不确定性的结论。

5.1.2 不确定性推理中的基本问题

- 不确定性的表示
- 不确定性的匹配
- 组合证据的不确定性的计算
- 不确定性的更新
- 不确定性结论的合成

5.1.2 不确定性推理中的基本问题

1. 不确定性的表示与度量

- 不确定性推理中的“不确定性”一般分为两类：一是知识的不确定性，一是证据的不确定性。
- 知识不确定性的表示：目前在专家系统中知识的不确定性一般是由领域专家给出的，通常用一个数值表示，它表示相应知识的不确定性程度，称为知识的静态强度。
- 证据不确定性的表示：证据不确定性的表示方法与知识不确定性的表示方法一致，通常也用一个数值表示，代表相应证据的不确定性程度，称之为动态强度。

2. 不确定性匹配算法及阈值的选择

- 设计一个不确定性匹配算法；
- 指定一个匹配阈值。

3. 组合证据不确定性的计算方法

当知识的前提条件是多个证据的组合时，需要进行合成。

- 最大最小法：

  $T(E_1 \text{ AND } E_2)=\min\{T(E_1),T(E_2)\}$

  $T(E_1 \text{ OR } E_2)=\max\{T(E_1),T(E_2)\}$

- 概率法：

  $T(E_1 \text{ AND } E_2)=T(E_1)\times T(E_2)$

  $T(E_1 \text{ OR } E_2)=T(E_1)+T(E_2)-T(E_1)\times T(E_2)$

- 有界法：

  $T(E_1 \text{ AND } E_2)=\max\{0,T(E_1)+T(E_2)-1\}$

  $T(E_1 \text{ OR } E_2)=\min\{1,T(E_1)+T(E_2)\}$

其中，T(E)表示证据E为真的程度（动态强度），如可信度、概率等。

4. 不确定性的传递算法

在每一步推理中，如何把知识的不确定性传递给结论，即如何计算结论的不确定性。

5. 结论不确定性的合成

用不同知识进行推理得到了相同结论，但所得结论的不确定性却不同。此时，需要用合适的算法对结论的不确定性进行合成。

5.1.3 不确定性推理方法的分类

- 不确定性推理
  - 非数值方法
    - 框架推理
    - 语义网络推理
    - 常识推理…
  - 数值方法
    - 基于概率的方法
      - 可信度理论
      - 主观Bayes方法
      - 证据理论
    - 模糊推理

5.2 概率方法

5.2.1 经典概率方法

（1）设有如下产生式规则：

IF E THEN H

其中，E为前提条件，H为结论。条件概率P(H|E)可以作为在证据E出现时结论H的确定性程度，即规则的静态强度。

（2）对于复合条件

$$E=E_1 \text{ AND } E_2 \text{ AND } \dots \text{ AND } E_n$$

当已知条件概率$P(H|E_1,E_2,\dots,E_n)$时，就可把它作为在证据$E_1,E_2,\dots,E_n$出现时结论H的确定性程度。

（3）先验概率：P(H)　　后验概率：P(H|E)

- 把贝叶斯公式用于不确定推理的思想
  - 已知前提**E**的概率**P(E)**和结论**H**的先验概率**P(H)**
  - 已知**H**成立时**E**出现的条件概率**P(E|H)**
  - 利用规则推出**H**在**E**出现的条件下的后验概率：

$$P(H|E)=\frac{P(E|H)P(H)}{P(E)}$$

- 若$A_1, A_2, \ldots, A_n$是彼此独立的事件，对于事件B，则有

$$P(A_i \mid B) = \frac{P(A_i) \times P(B \mid A_i)}{\sum_{j=1}^{n} P(A_j) \times P(B \mid A_j)}, i = 1, 2, \ldots, n$$

其中，$P(A_i)$是事件A_i的先验概率；$P(B|A_i)$是在事件A_i发生条件下事件B的条件概率。

- 对于一组产生式规则

IF E THEN H_i

同样有后验概率如下（ H_i 确定性的程度，或规则的静态强度）：

$$P(H_i \mid E) = \frac{P(H_i) \times P(E \mid H_i)}{\sum_{j=1}^{n} P(H_j) \times P(E \mid H_j)}, i = 1, 2, \ldots, n$$

对于多个证据

- 对于有多个证据**E1**，**E2**，**…**，**Em**和多个结论**H1**，**H2**，**… Hn**，并且每个证据都以一定程度支持结论的情况，上面的式子可进一步扩展为

$$P(H_i \mid E_1 E_2 \cdots E_m)$$
$$= \frac{P(H_i) \times P(E_1 \mid H_i) \times P(E_2 \mid H_i) \times \cdots \times P(E_m \mid H_i)}{\sum_{j=1}^{n} P(H_j) \times P(E_1 \mid H_j) \times P(E_2 \mid H_j) \times \cdots \times P(E_m \mid H_j)}$$
$$, i = 1, 2, \ldots, n$$

概率方法举例

例1 .设H_1,H_2,H_3分别是三个结论，E是支持这些结论的证据。已知：

$P(H_1)=0.3$, $P(H_2)=0.4$, $P(H_3)=0.5$

$P(E|H_1)=0.5$, $P(E|H_2)=0.3$, $P(E|H_3)=0.4$

求$P(H_1|E)$,$P(H_2|E)$及$P(H_3|E)$的值各是多少？

解：

$$P(H_1|E)=\frac{P(H_1)\times P(E|H_1)}{P(H_1)\times P(E|H_1)+P(H_2)\times P(E|H_2)+P(H_3)\times P(E|H_3)}$$

$$=\frac{0.15}{0.15+0.12+0.2}$$

$$=0.32$$

同理可得： $P(H_2|E)=0.26$, $P(H_3|E)=0.43$

对应的产生式规则：

IF	**E**	**THEN**	H_1
IF	**E**	**THEN**	H_2
IF	**E**	**THEN**	H_3

规则的静态强度(H_i为真的程度、或不确定性程度)

$P(H_1|E)=0.32$， $P(H_1)=0.3$，

$P(H_2|E)=0.26$， $P(H_2)=0.4$，

$P(H_3|E)=0.43$， $P(H_3)=0.5$，

由于E的出现，H_1成立的可能性增加，H_2和H_3成立的可能性不同程度的下降。

例2 .设H_1,H_2,H_3分别是三个结论，E_1,E_2是支持这些结论的证据。已知：

$P(H_1)=0.4$；$P(H_2)=0.3$；$P(H_3)=0.3$

$P(E_1|H_1)=0.5$；$P(E_1|H_2)=0.6$；$P(E_1|H_3)=0.3.$

$P(E_2|H_1)=0.7$；$P(E_2|H_2)=0.9$；$P(E_2|H_3)=0.1$

求$P(H_1|E_1E_2),P(H_2|E_1E_2)$及$P(H_3|E_1E_2)$的值各是多少？

解：

$$P(H_1|E_1E_2)$$
$$=\frac{P(H_1)P(E_1|H_1)P(E_2|H_1)}{P(H_1)P(E_1|H_1)P(E_2|H_1)+P(H_2)P(E_1|H_2)P(E_2|H_2)+P(H_3)P(E_1H_3)P(E_2|H_3)}$$
$$=0.45$$

同理可得：

$P(H_2|E_1E_2)=0.52$

$P(H_3|E_1E_2)=0.03$

可见，由于E_1和E_2的出现，H_1和H_2成立的可能性不同程度的增加，H_3成立的可能性下降。

概率法的特点

优点：

- 概率法有较强的理论背景和良好的数学特性，当证据彼此独立时计算的复杂度比较低。

缺点：

- 概率法要求给出结论H_i的先验概率$P(H_i)$及条件概率$P(E_j|H_i)$。

5.3 主观Bayes方法

- 使用概率推理方法求结论H_i在存在证据E时的条件概率$P(H_i|E)$，需要给出结论H_i的先验概率$P(H_i)$及证据E的条件概率 $P(E|H_i)$。这对于实际应用是不容易做到的。
- **Duda** 和 **Hart** 等人在贝叶斯公式的基础上，于**1976**年提出主观贝叶斯方法，建立了不精确推理的模型，并把它成功地应用于**PROSPECTOR**专家系统（**PROSPECTOR**是国际上著名的一个用于勘察固体矿的专家系统）。

- 在主观Bayes方法中，知识是用产生式表示的，其形式为：

IF E THEN (LS, LN) H

  - **E**表示规则前提条件，它既可以是一个简单条件，也可以是用**AND**或**OR**把多个简单条件连接起来的复合条件。
  - **H**是结论，用**P(H)**表示**H**的先验概率，它指出没有任何专门证据的情况下结论**H**为真的概率，其值由领域专家根据以往的实践经验给出。

- **LS**是规则的充分性度量。用于指出**E**对**H**的支持程度，取值范围为**[0,+∞)**，其定义为：

$$LS = \frac{P(E \mid H)}{P(E \mid \neg H)}$$

- **LN**是规则的必要性度量。用于指出**E**对**H**为真的必要程度，即 **¬E**对**H**的支持程度。取值范围为**[0,+∞)**，其定义为：

$$LN = \frac{P(\neg E \mid H)}{P(\neg E \mid \neg H)} = \frac{1 - P(E \mid H)}{1 - P(E \mid \neg H)}$$

PROSPECTOR的不确定性推理过程，就是根据证据的概率**P(E)**或**P(E|S)**，利用**LS**或**LN**，把结论**H**的先验概率**P(H)**更新为后验概率**P(H|E)**的过程。

主观贝叶斯方法

- **1. 知识不确定性的表示**
- **2. 证据不确定性的表示**
- **3. 组合证据不确定性的计算**
- **4. 不确定性的传递算法**
- **5.不确定性结论的合成**

5.3.1 知识不确定性的表示

在主观**Bayes**方法中，知识是用产生式规则表示的，具体形式为：

IF E THEN (LS,LN) H (P(H))

其中，

- **P(H)**是结论**H**的先验概率，由专家根据经验给出。
- **LS**称为充分性度量，用于指出**E**对**H**的支持程度。
- **LN**称为必要性度量，用于指出**¬ E**对**H**的支持程度。
- **LS**和**LN**的值由领域专家给出，相当于知识的静态强度。

讨论LS和LN的含义

- 由Bayes公式可知：

$$P(H \mid E) = \frac{P(E \mid H) \times P(H)}{P(E)}$$

$$P(\neg H \mid E) = \frac{P(E \mid \neg H) \times P(\neg H)}{P(E)}$$

- 两式相除得：

$$\frac{P(H \mid E)}{P(\neg H \mid E)} = \frac{P(E \mid H)}{P(E \mid \neg H)} \times \frac{P(H)}{P(\neg H)}$$

$$\boxed{LS = \frac{P(E \mid H)}{P(E \mid \neg H)}}$$

- 引入几率函数$\Theta(x)$,它与概率的关系为:

$$\Theta(x)=P(x)/(1-P(x)),$$

$$P(x)=\Theta(x)/(1+\Theta(x))$$

它表示x的出现概率与不出现概率之比，显然随$P(x)$的加大 $\Theta(x)$也加大，且

当$P(x)=0$时，有$\Theta(x)=0$

当$P(x)=1$时，有$\Theta(x)=\infty$

于是，取值于[0,1]的$P(x)$被放大为取值于[0, ∞]的$\Theta(x)$。

- 讨论LS和LN的含义
  - 因此得到关于LS的公式： E对H的支持程度

$$\Theta(H \mid E)=\frac{P(H \mid E)}{P(\neg H \mid E)}=\frac{P(E \mid H)}{P(E \mid \neg H)}\times\frac{P(H)}{P(\neg H)}=LS\times\Theta(H)$$

  - 同理得到关于LN的公式： ¬ E对H的支持程度

$$\Theta(H \mid \neg E)=\frac{P(H \mid \neg E)}{P(\neg H \mid \neg E)}=\frac{P(\neg E \mid H)}{P(\neg E \mid \neg H)}\times\frac{P(H)}{P(\neg H)}=LN\times\Theta(H)$$

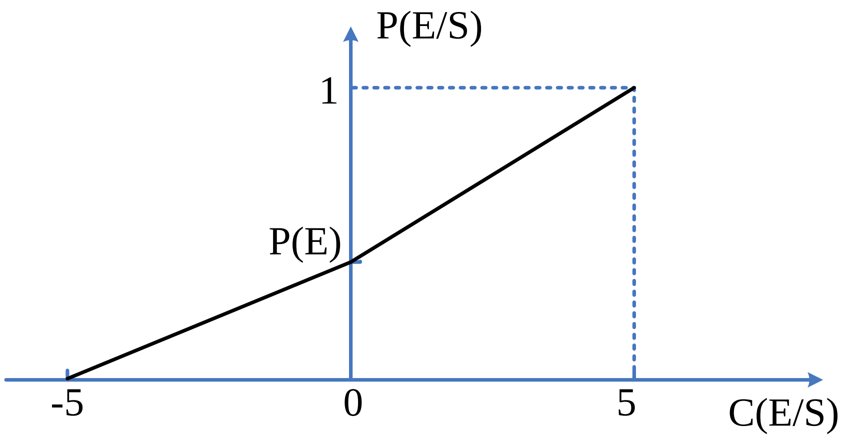
5.3.2 证据不确定性的表示

- 在主观**Bayes**方法中，证据的不确定性也用概率表示。对于证据**E**，由用户根据观察**S**给出**P(E|S)**，即动态强度。用**P(E|S)**描述证据的不确定性（证据**E**不是可以直接观测的）。

- 由于主观给定**P(E|S)**有所困难，所以实际中可以用可信度**C(E|S)**代替**P(E|S)**。

- 给定C(E|S)后，P(E|S)可近似计算如下：

$$P(E|S)=\begin{cases}\dfrac{C(E|S)+P(E)\times(5-C(E|S))}{5} & ,0\le C(E|S)\le 5\\[2ex] \dfrac{P(E)\times(5+C(E|S))}{5} & ,-5\le C(E|S)<0\end{cases}$$



例如，在PROSPECTOR中C(E|S)取整数：{-5，….5}

- C(E|S)=-5表示在观测S下证据E肯定不存在，P(E|S)=0
- C(E|S)= 5表示在观测S下证据E肯定存在，P(E|S)=1
- C(E|S)= 0表示S与E无关，即P(E|S)= P(E)

5.3.3 组合证据不确定性的算法

（1）最大最小法

当组合证据是多个单一证据的合取时，即

$$E=E_1 \text{ AND } E_2 \text{ AND } \ldots \text{ AND } E_n$$

则：$P(E|S)=\min\{P(E_1|S),P(E_2|S),\ldots,P(E_n|S)\}$

当组合证据是多个单一证据的析取时，即

$$E=E_1 \text{ OR } E_2 \text{ OR } \ldots \text{ OR } E_n$$

则：$P(E|S)=\max\{P(E_1|S),P(E_2|S),\ldots,P(E_n|S)\}$

（2）对于“¬”运算则：$P(\neg E|S)=1-P(E|S)$

5.3.4 不确定性的传递算法

- **根据证据E的条件概率P(E|S) 及LS、LN的值，把H的先验概率P(H)更新为后验概率P(H|S) 。**

- **分以下3种情况讨论：**

  证据肯定存在：　　$P(E|S)=1$，即$P(E)=1$

  证据肯定不存在：$P(E|S)=0$，即$P(E)=0$

  证据不确定：　　　$0<P(E|S)<1$

证据肯定存在时

- 当证据**E**肯定存在时，**P(H|S) = P(H|E)**。于是**Θ (H|S) = Θ (H|E)**。将**H**的先验几率Θ **(H)**更新为后验几率Θ **(H|S)**的公式为：

$$\Theta(H|S) = \Theta(H|E) = LS \times \Theta(H)$$

- 把**H**的先验概率**P(H)**更新为后验概率**P(H|S)**的公式为：

$$P(H \mid S) = P(H \mid E) = \frac{\mathrm{LS} \times P(H)}{(\mathrm{LS}-1) \times P(H) + 1}$$

Θ(x)=P(x)/(1-P(x)),

P(x)=Θ(x)/(1+Θ(x))

充分性度量LS的意义

- 对于知识：

  IF E THEN (LS,LN) H (P(H))

  在证据E肯定存在时，可以根据LS给出结论H的可信度P(H|E)。
- 当 LS>1 时，$\Theta(H|E)=LS\times\Theta(H)>\Theta(H)$，相应有P(H|E)>P(H)，表明由于证据E的存在，可增强H为真的程度（有利证据）。一般情况下LS>1。
- 当LS＝1时，$\Theta(H|E)=LS\times\Theta(H)=\Theta(H)$，表明E与H无关（无关证据）。
- 当LS<1时，$\Theta(H|E)=LS\times\Theta(H)<\Theta(H)$，表明由于证据E的存在，减小了H为真的程度（不利证据）。
- 当LS＝0时，$\Theta(H|E)=LS\times\Theta(H)=0$，表明由于证据E的存在，导致H为假（否定性的证据）。

证据肯定不存在时

- 当证据**E**肯定不存在时, **P(H|S) = P(H|¬E)**。于是

  Θ (H|S) = Θ (H|¬E)。将**H**的先验几率Θ **(H)**更新为后验几率Θ **(H|S)**的公式为:

  Θ (H|S)= Θ (H|¬E) =LN×Θ(H)

- 把**H**的先验概率**P(H)**更新为后验概率**P(H|S)**的公式为:

$$P(H \mid S) = P(H \mid \neg E) = \frac{\mathrm{LN} \times P(H)}{(\mathrm{LN}-1) \times P(H) + 1}$$

必要性度量LN的意义

- 对于知识：

  IF E THEN (LS,LN) H (P(H))

  在证据E肯定不存在时，可以根据LN给出结论H的可信度 $P(H|\neg E)$。

- 当LN<1时，$\Theta(H|\neg E)=LN\times\Theta(H)<\Theta(H)$，表明由于证据E不存在，减小了H为真的程度（ ¬E 为不利证据）。

  一般情况下LN<1。

  当LN＝0时， $\Theta(H|\neg E)=LN\times\Theta(H)=0$，表明由于证据E不存在，导致H为假（表明了证据E的必要性）。

- 当LN＝1时，$\Theta(H|\neg E)=LN\times\Theta(H)=\Theta(H)$，表明¬E与H无关。

- 当 LN>1 时 ， $\Theta(H|\neg E)=LN\times\Theta(H)>\Theta(H)$ ， 相 应 有 $P(H|\neg E)>P(H)$，表明由于证据E不存在，增强了H为真的程度（ ¬E 为有利证据）。

LS>1: 表明证据 E是对H有利的证据。

LN>1：表明证据¬E是对H有利的证据。

所以： 不能出现LS>1且LN>1的取值。

LS<1: 表明证据 E是对H不利的证据。

LN<1：表明证据¬E是对H不利的证据。

所以： 不能出现LS<1且LN<1的取值。

一般情况下，取LS>1， LN<1。

证据不确定时

当$0<P(E|S)<1$时，可以证明:

$$P(H|S)=P(H|E)\times P(E|S)+P(H|\neg E)\times P(\neg E|S)$$

- 当$P(E|S)=1$时，证据肯定存在，此时$P(H|S)=P(H|E)$。
- 当$P(E|S)=0$时，证据肯定不存在，此时$P(H|S)=P(H|\neg E)$。
- 当$P(E|S)=P(E)$时，证据E与观察S无关。由全概率公式得：

$$P(H|S)=P(H|E)\times P(E)+P(H|\neg E)\times P(\neg E)=P(H)$$

- 当$P(E|S)$为其它值时，通过分段线性插值计算$P(H|S)$，即

$$P(H|S)=\begin{cases} P(H|\neg E)+\dfrac{P(H)-P(H|\neg E)}{P(E)}\times P(E|S) & ,0\le P(E|S)<P(E) \\ P(H)+\dfrac{P(H|E)-P(H)}{1-P(E)}\times[P(E|S)-P(E)] & ,P(E)\le P(E|S)\le 1 \end{cases}$$

该公式称为EH公式

用C(E/S) 代替P(E/S)，可得到等价的CP公式

$$P(H|S)=\begin{cases}P(H|\neg E)+[P(H)-P(H|\neg E)]\times[\frac{1}{5}C(E|S)+1] & ,C(E|S)\le 0\\ P(H)+[P(H|E)-P(H)]\times\frac{1}{5}C(E|S) & ,\ C(E|S)>0\end{cases}$$

当用初始证据进行推理时，根据用户告知的**C(E/S),** 运用**CP**公式可以求得**P(E/S)**；

当推理过程中得到的中间结论作为证据进行推理时，运用**EH**公式可以求得**P(E/S)**。

5.3.5 结论不确定性的合成算法

- **若有n条知识都支持相同的结论，而且每条知识的前提条件所对应的相互独立的证据$E_i(i=1,2,\ldots,n)$都有相应的观察S_i与之对应，此时只要先对每条知识分别求出几率函数$\Theta(H|S_i)$，然后就可运用下述公式求出$\Theta(H|S_1S_2\ldots S_n)$:**

$$\Theta(H|S_1S_2\cdots S_n)=\frac{\Theta(H|S_1)}{\Theta(H)}\times\frac{\Theta(H|S_2)}{\Theta(H)}\times\cdots\times\frac{\Theta(H|S_n)}{\Theta(H)}\times\Theta(H)$$

$$\Theta\left(H\,\middle|\,S_1,S_2,\cdots,S_n\right)=\frac{P\left(H\,\middle|\,S_1,S_2,\cdots,S_n\right)}{P\left(\neg H\,\middle|\,S_1,S_2,\cdots,S_n\right)}$$

$$=\frac{P\left(S_1,S_2,\cdots,S_n\,\middle|\,H\right)\times P\left(H\right)/P\left(S_1,S_2,\cdots,S_n\right)}{P\left(S_1,S_2,\cdots,S_n\,\middle|\,\neg H\right)\times P\left(\neg H\right)/P\left(S_1,S_2,\cdots,S_n\right)}$$

$$=\frac{P\left(S_1,S_2,\cdots,S_n\,\middle|\,H\right)}{P\left(S_1,S_2,\cdots,S_n\,\middle|\,\neg H\right)}\times\frac{P\left(H\right)}{P\left(\neg H\right)}$$

$$=\frac{P\left(S_1\,\middle|\,H\right)\cdots P\left(S_n\,\middle|\,H\right)}{P\left(S_1\,\middle|\,\neg H\right)\cdots P\left(S_n\,\middle|\,\neg H\right)}\times\frac{P\left(H\right)}{P\left(\neg H\right)}$$

$$=\frac{P\left(H\,\middle|\,S_1\right)P\left(S_1\right)/P\left(H\right)\times\cdots\times P\left(H\,\middle|\,S_n\right)P\left(S_n\right)/P\left(H\right)}{P\left(\neg H\,\middle|\,S_1\right)P\left(S_1\right)/P\left(\neg H\right)\times\cdots\times P\left(\neg H\,\middle|\,S_n\right)P\left(S_n\right)/P\left(\neg H\right)}\times\frac{P\left(H\right)}{P\left(\neg H\right)}$$

$$=\frac{P\left(H\,\middle|\,S_1\right)/P\left(\neg H\,\middle|\,S_1\right)}{P\left(H\right)/P\left(\neg H\right)}\times\cdots\times\frac{P\left(H\,\middle|\,S_n\right)/P\left(\neg H\,\middle|\,S_n\right)}{P\left(H\right)/P\left(\neg H\right)}\times\frac{P\left(H\right)}{P\left(\neg H\right)}$$

$$=\frac{\Theta\left(H\,\middle|\,S_1\right)}{\Theta\left(H\right)}\times\frac{\Theta\left(H\,\middle|\,S_2\right)}{\Theta\left(H\right)}\times\cdots\times\frac{\Theta\left(H\,\middle|\,S_n\right)}{\Theta\left(H\right)}\times\Theta\left(H\right)$$

主观Bayes方法推理示例

例．设有如下知识：

R1: IF E_1 THEN (2, 0.001) H_1

R2: IF E_2 THEN (100, 0.001) H_1

R3: IF H_1 THEN (200, 0.01) H_2

已知：$\Theta(H_1)=0.1$， $\Theta(H_2)=0.01$ $C(E_1|S_1)=2$, $C(E_2|S_2)=1$

求： $\Theta(H_2|S_1S_2)=?$

1. 计算$\Theta(H_1|S_1)$

$P(H_1)=\Theta(H_1)/(1+\Theta(H_1))=0.09$

$P(H_1|E_1)=\Theta(H_1|E_1)/(1+\Theta(H_1|E_1))= LS_1\times\Theta(H_1)/(1+LS_1\times\Theta(H_1))=0.17$

$\because C(E_1|S_1)=2>0$

$\therefore P(H_1|S_1)=P(H_1)+[P(H_1|E_1)-P(H_1)]\times 1/5\times C(E_1|S_1)$

$=0.122$

$\Theta(H_1|S_1)=P(H_1|S_1)/(1- P(H_1|S_1))=0.14$

R1:	IF	E_1	THEN	(2, 0.001)	H_1
R2:	IF	E_2	THEN	(100, 0.001)	H_1
R3:	IF	H_1	THEN	(200, 0.01)	H_2

2. 计算$\Theta(H_1|S_2)$

$P(H_1|E_2)=\Theta(H_1|E_2)/(1+\Theta(H_1|E_2))=$

$LS_2\times\Theta(H_1)/(1+LS_2\times\Theta(H_1))=0.91$

$\because C(E_2|S_2)=1>0$

$\therefore P(H_1|S_2)=P(H_1)+[P(H_1|E_2)-P(H_1)]\times 1/5\times C(E_2|S_2)$

$=0.254$

$\Theta(H_1|S_2)=P(H_1|S_2)/(1- P(H_1|S_2))=0.34$

R1:	IF	E_1	THEN	(2, 0.001)	H_1
R2:	IF	E_2	THEN	(100, 0.001)	H_1
R3:	IF	H_1	THEN	(200, 0.01)	H_2

3. 计算$\Theta(H_1|S_1S_2)$

$$\Theta(H_1|S_1S_2)=\Theta(H_1|S_1)/\Theta(H_1)\times\Theta(H_1|S_2)/\Theta(H_1)\times\Theta(H_1)$$
$$=0.476$$

4. 计算$\Theta(H_2|S_1S_2)$

$\because\Theta(H_1|S_1S_2)=0.476>\Theta(H_1)=0.1$

$$\therefore P(H_2|S_1S_2)=P(H_2)+[P(H_2|H_1)-P(H_2)]/[1-P(H_1)]\times[P(H_1|S_1S_2)-P(H_1)]$$
$$=0.175$$

$$\Theta(H_2|S_1S_2)=P(H_2|S_1S_2)/(1-P(H_2|S_1S_2))=0.212$$

主观Bayes方法的特点

优点：

- 主观Bayes方法中的计算公式大多是在概率论的基础上推导出来的，具有较坚实的理论基础。
- 知识的静态强度LS及LN是由领域专家给出，避免了大量的数据统计工作。
- 主观Bayes方法不仅给出了证据肯定存在、肯定不存在时更新后验概率的方法，还给出了证据不确定时的更新方法，实现了不确定性的逐级传递。

缺点：

- 它要求领域专家在给出知识时，同时给出H的先验概率P(H)，这比较困难。
- Bayes定理要求事件间独立，使其应用受限制。

5.4 可信度方法

- 4.1 可信度的概念
- 根据经验对一个事物和现象为真的相信程度称为可信度。
- 在可信度方法中，由专家给出规则或知识的可信度，从而可避免对先验概率、或条件概率的要求。

5.4.2 C-F模型

知识不确定性的表示:

在C-F模型中，知识是用产生式规则表示的，其一般形式为：

IF E THEN H (CF(H,E))

其中，CF(H,E)是该知识的可信度，称为可信度因子或规则强度，即静态强度。一般情况下，$CF(H,E)\in[-1,1]$。

$CF(H,E)>0$对应于$P(H|E)>P(H)$;

$CF(H,E)<0$对应于$P(H|E)<P(H)$;

$CF(H,E)=0$对应于$P(H|E)=P(H)$。

可信度因子的定义

IF E THEN H (CF(H,E))

CF(H,E)定义为：

CF(H,E)=MB(H,E)-MD(H,E)

MB反映了证据对结论有利的一面，MD反映了证据对结论不利的一面。MB(Measure Belief)称为信任增长度。MD(Measure Disbelief)称为不信任增长度。 MB和MD的定义为：

$$MB(H,E)=\begin{cases}1 & ,P(H)=1\\ \dfrac{\max\{P(H|E),P(H)\}-P(H)}{1-P(H)} & ,\text{否则}\end{cases}$$

$$MD(H,E)=\begin{cases}1 & ,P(H)=0\\ \dfrac{\min\{P(H|E),P(H)\}-P(H)}{-P(H)} & ,\text{否则}\end{cases}$$

$$MB(H,E)=\begin{cases}1 & ,P(H)=1 \\ \dfrac{\max\{P(H|E),P(H)\}-P(H)}{1-P(H)} & ,\text{否则}\end{cases}$$

$$MD(H,E)=\begin{cases}1 & ,P(H)=0 \\ \dfrac{\min\{P(H|E),P(H)\}-P(H)}{-P(H)} & ,\text{否则}\end{cases}$$

- 当P(H|E)>P(H)时：
  信任增长度MB(H,E)>0，
  不信任增长度MD(H,E)=0 。
- 当P(H|E)<P(H)时，
  不信任增长度MD(H,E)>0，
  信任增长度MB(H,E) =0。
- MB(H,E)与MD(H,E)是互斥的：
  当MB(H,E)>0时，MD(H,E)＝0
  当MD(H,E)>0时，MB(H,E)＝0

CF(H,E)的计算公式

根据定义CF(H,E)=MB(H,E)-MD(H,E)，及MB(H,E)与MD(H,E)的互斥性，可得:

$$CF(H,E)=\begin{cases} MB(H,E)-0=\dfrac{P(H|E)-P(H)}{1-P(H)} & ,P(H|E)>P(H) \\ 0 & ,P(H|E)=P(H) \\ 0-MD(H,E)=-\dfrac{P(H)-P(H|E)}{P(H)} & ,P(H|E)<P(H) \end{cases}$$

从上式可看出：

CF(H,E)>0对应于P(H|E)>P(H);

CF(H,E)<0对应于P(H|E)<P(H);

CF(H,E)=0对应于P(H|E)=P(H)。

IF E THEN H (CF(H,E))

$$CF(H,E)=\begin{cases} MB(H,E)-0=\dfrac{P(H|E)-P(H)}{1-P(H)} & ,P(H|E)>P(H) \\ 0 & ,P(H|E)=P(H) \\ 0-MD(H,E)=-\dfrac{P(H)-P(H|E)}{P(H)} & ,P(H|E)<P(H) \end{cases}$$

当且仅当P(H|E)=1时，CF(H,E)=1

当且仅当P(H|E)=0时，CF(H,E)=-1

CF(H,E)定性地反映了P(H|E)的大小,因此可以用CF(H,E)近似表示P(H|E)的大小,从而描述了规则的可信度。

2.证据不确定性的表示

证据的不确定性也用可信度因子表示。如： CF(E)=0.6

CF(E)的取值范围：[-1，+1]。
CF(E)>0:表示证据以某种程度为真。
CF(E)<0:表示证据以某种程度为假。

CF(E)表示证据的强度，即动态强度。

3. 组合证据不确定性的算法

可采用最大最小法。

若$E=E_1$ AND E_2 AND…AND E_n,则

$$CF(E)=\min\{CF(E_1),CF(E_2),\ldots,CF(E_n)\}$$

若$E=E_1$ OR E_2 OR…OR E_n,则

$$CF(E)=\max\{CF(E_1),CF(E_2),\ldots,CF(E_n)\}$$

4. 不确定性的传递算法

IF E THEN H (CF(H,E))

结论H的可信度由下式计算：

CF(H)=CF(H,E)×max{0,CF(E)}

CF(H)的取值范围：[-1，+1]。

CF(H)>0:表示结论以某种程度为真。

CF(H)<0:表示结论以某种程度为假。

5. 结论不确定性的合成算法

- 若由多条不同知识推出了相同的结论，但可信度不同，则用合成算法求出综合可信度。

设有如下知识：

IF E_1 THEN H $(CF(H,E_1))$

IF E_2 THEN H $(CF(H,E_2))$

则结论H的综合可信度分如下两步算出：

首先分别对每一条知识求出CF(H): 计算$CF_1(H)$、$CF_2(H)$

然后用下述公式求出E_1与E_2对H的综合可信度$CF_{12}(H)$:

$$CF_{12}(H)=\begin{cases} CF_1(H)+CF_2(H)-CF_1(H)\times CF_2(H) & ,CF_1(H)\geq 0,CF_2(H)\geq 0 \\ CF_1(H)+CF_2(H)+CF_1(H)\times CF_2(H) & ,CF_1(H)<0,CF_2(H)<0 \\ \dfrac{CF_1(H)+CF_2(H)}{1-\min\{|CF_1(H)|,|CF_2(H)|\}} & ,CF_1(H)\times CF_2(H)<0 \end{cases}$$

C-F模型推理示例(1)

例5.5 设有如下一组知识：

R1: IF E_1 THEN H (0.8)

R2: IF E_2 THEN H (0.6)

R3: IF E_3 THEN H (-0.5)

R4: IF E_4 AND (E_5 OR E_6) THEN E_1 (0.7)

R5: IF E_7 AND E_8 THEN E_3 (0.9)

已知：$CF(E_2)=0.8$, $CF(E_4)=0.5$, $CF(E_5)=0.6$

$CF(E_6)=0.7$, $CF(E_7)=0.6$, $CF(E_8)=0.9$

求：CF(H)=？

解：由R4得到：

$$CF(E_1)=0.7\times \max\{0,CF[E_4 \text{ AND } (E_5 \text{ OR } E_6)]\}$$
$$=0.7\times \max\{0,\min\{CF(E_4),CF(E_5 \text{ OR } E_6)\}\}$$
$$=0.35$$

由R5得到：

$$CF(E_3)=0.9\times \max\{0,CF[E_7 \text{ AND } E_8]\}$$
$$=0.54$$

R1: IF E_1 THEN H (0.8)
R2: IF E_2 THEN H (0.6)
R3: IF E_3 THEN H (-0.5)

由R1得到：

$CF_1(H)=0.8\times \max\{0,CF(E_1)\}=0.28$

由R2得到：

$CF_2(H)=0.6\times \max\{0,CF(E_2)\}=0.48$

由R3得到：

$CF_3(H)=-0.5\times \max\{0,CF(E_3)\}=-0.27$

根据结论不确定性的合成算法：

$CF_{12}(H)=CF_1(H)+CF_2(H)-CF_1(H)\times CF_2(H)=0.63$

$CF_{123}(H)=[CF_{12}(H)+CF_3(H)]/[1-\min\{|CF_{12}(H)|,|CF_3(H)|\}]$
$=0.49$

即最终的综合可信度为CF(H)=0.49。

IF E　　THEN　H　(CF(H,E))

C-F模型的核心问题是三个可信度：

(1) 知识的可信度CF(H,E)：取值范围[-1，1]

CF(H,E)=1　对应于 P(H|E)=1 (证据绝对支持结论)

CF(H,E)=-1　对应于 P(H|E)=0 (证据绝对否定结论)

CF(H,E)=0　对应于 P(H|E)=P(H) (证据与结论无关)

(2) 证据的可信度CF(E)：取值范围[-1，1]

CF(E)=1　对应于 P(E)=1　(证据绝对存在) ;

CF(E)=-1 对应于 P(E)=0; (证据绝对不存在)

CF(E)=0　对应于 P(E)=0.5 (对证据一无所知)。

(3) 结论的可信度CF(H)：取值范围[-1，1]

CF(H)=CF(H,E)×max{0,CF(E)}

该公式隐含了一个知识运用的条件, 即CF(E)>0。

5.4.3 带有阈值限度的不确定性推理

1. 知识不确定性的表示

知识用下述形式表示：

IF E THEN H (CF(H,E),λ)

其中：

- CF(H,E)为知识的可信度，取值范围为[0,1]。

  CF(H,E)=0 对应于 P(H|E)=0 (证据绝对否定结论)

  CF(H,E)=1 对应于 P(H|E)=1 (证据绝对支持结论)

- λ是阈值，明确规定了知识运用的条件：只有当CF(E)≥λ时，该知识才能够被应用。λ的取值范围为(0,1]。

IF E THEN H (CF(H,E),λ)

2. 证据不确定性的表示

证据E的可信度仍为CF(E)，但其取值范围为：[0，1]

CF(E)=1 对应于 P(E)=1 (证据绝对存在) ;

CF(E)=0 对应于 P(E)=0; (证据绝对不存在)

3. 不确定性的传递算法

当CF(E)≥λ时，CF(H)=CF(H,E)×CF(E)

4. 结论不确定性的合成算法

设有多条规则有相同的结论，即

IF E_1 THEN H $(CF(H,E_1),\lambda_1)$

IF E_2 THEN H $(CF(H,E_2),\lambda_2)$

…

IF E_n THEN H $(CF(H,E_n),\lambda_n)$

如果这n条规则都满足：$CF(E_i)\geq\lambda_i$，$i=1,2,\ldots,n$

且都被启用，则首先分别对每条知识求出它对$CF_i(H)$；

然后求结论H的综合可信度CF(H)。

求综合可信度的几种方法

极大值法：

$CF(H)=\max\{CF_1(H),CF_2(H),\ldots,CF_n(H)\}$

加权求和法：

$$CF(H)=\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} CF(H,E_i)}\sum_{i=1}^{n} CF(H,E_i)\times CF(E_i)$$

有限和法：

$$CF(H)=\min\{\sum_{i=1}^{n} CF_i(H),1\}$$

递推法：

$C_1=CF(H,E_1)\times CF(E_1)$

$C_k=C_{k-1}+(1-C_{k-1})\times CF(H,E_k)\times CF(E_k)$

5.4.4 加权的不确定性推理

1. 知识不确定性的表示

IF　$E_1(\omega_1)$ AND $E_2(\omega_2)$ AND…AND $E_n(\omega_n)$

THEN　H　　(CF(H,E),λ)

其中ω_i(i=1, 2, …, n)是加权因子，λ是阈值，其值均由专家给出。

加权因子的取值范围一般为[0, 1]，且应满足归一条件，即

$$0\le\omega_i\le 1,\quad i=1,2,\cdots,n,\quad \sum_{i=1}^{n}\omega_i=1$$

2. 组合证据不确定性的算法

若有$CF(E_1)$，$CF(E_2)$，…，$CF(E_n)$，则组合证据的可信度为：

$$CF(E)=\frac{1}{\sum_{i=1}^{n}\omega_i}\sum_{i=1}^{n}(\omega_i\times CF(E_i))$$

3. 不确定性的传递算法

当一条知识的CF(E)满足如下条件时，

$$CF(E) \geq \lambda$$

该知识就可被应用。结论H的可信度为：

$$CF(H)=CF(H,E)\times CF(E)$$

- 加权因子的引入不仅可以区分不同证据的重要性，同时还可以解决证据不全时的推理问题。

加权不确定性推理举例(1)

例5.6 设有如下知识：

R1: IF $E_1(0.6)$ AND $E_2(0.4)$ THEN $E_6(0.8,0.75)$

R2: IF $E_3(0.5)$ AND $E_4(0.3)$ AND $E_5(0.2)$

THEN $E_7(0.7,0.6)$

R3: IF $E_6(0.7)$ AND $E_7(0.3)$ THEN H(0.75,0.6)

已知：$CF(E_1)=0.9$, $CF(E_2)=0.8$, $CF(E_3)=0.7$,

$CF(E_4)=0.6$, $CF(E_5)=0.5$

求：CF(H)=?

解：由R1得到：

$CF(E_1(0.6)\ AND\ E_2(0.4))=0.86>\lambda_1=0.75$

∴R1可被应用。

加权不确定性推理举例(2)

由R2得到：

CF(E_3(0.5) AND E_4(0.3) AND E_5(0.2))＝0.63>λ_2 =0.6

∴R2可被应用。

∵ CF(E_1(0.6) AND E_2(0.4))>CF(E_3(0.5) AND E_4(0.3) AND E_5(0.2))

∴R1先被应用。

由R1得到：CF(E_6)=0.69

由R2得到：CF(E_7)=0.44

由R3得到：

CF(E_6(0.7) AND E_7(0.3))=0.615>λ_3 =0.6

∴R3可被应用,得到：

CF(H)=0.46

即最终得到的结论H可信度为0.46

5.4.5 前提条件中带有可信度因子的不确定性推理

1. 知识不确定性的表示

IF $E_1(cf_1)$ AND $E_2(cf_2)$ AND…AND $E_n(cf_n)$ THEN H

(CF(H,E),λ)

其中，cf_i子条件E_i(i=1,2,…,n）的可信度。cf_i在[0,1]上取值，其值由专家给出。

核心思想：知识的前提条件不一定为真，只要前提条件满足一定的可信度，或具备一定的为真的可能性，就可以推出结论H。

IF $E_1(cf_1,\omega_1)$ AND $E_2(cf_2,\omega_2)$ AND…AND $E_n(cf_n,\omega_n)$

THEN H (CF(H,E),λ

2. 证据不确定性的表示

证据E_i的可信度记为cf'_i,其取值范围在[0,1]上。

3. 不确定性匹配算法

■ 不带加权因子的不确定性匹配算法：

知识：IF $E_1(cf_1)$ AND $E_2(cf_2)$ AND…AND $E_n(cf_n)$

THEN H (CF(H,E),λ)

条件：$E_1(cf'_1)$，$E_2(cf'_2)$，…， $E_n(cf'_n)$

匹配算法：

$$\max\{0,cf_1-cf'_1\}+\max\{0,cf_2-cf'_2\}+\ldots+\max\{0,cf_n-cf'_n\}\leq\lambda$$

■ 带加权因子的不确定性匹配算法：

知识：IF $E_1(cf_1,\omega_1)$ AND $E_2(cf_2,\omega_2)$ AND…AND $E_n(cf_n,\omega_n)$

THEN H (CF(H,E),λ)

匹配算法：

$$(\omega_1\times\max\{0,cf_1-cf'_1\})+(\omega_2\times\max\{0,cf_2-cf'_2\})+\ldots+(\omega_n\times\max\{0,cf_n-cf'_n\})\leq\lambda$$

4. 不确定性的传递算法

- 不带加权因子时：

$$CF(H)=[(1-\max\{0,cf_1-cf'_1\})\times(1-\max\{0,cf_2-cf'_2\})\times\ldots\times(1-\max\{0,cf_n-cf'_n\})]\times CF(H,E)$$

- 带加权因子时：

$$CF(H)=[(\omega_1\times(1-\max\{0,cf_1-cf'_1\}))\times(\omega_2\times(1-\max\{0,cf_2-cf'_2\}))\times\ldots\times(\omega_n\times(1-\max\{0,cf_n-cf'_n\}))]\times CF(H,E)$$

$$CF(H)=[(1-\omega_1\max\{0,cf_1-cf'_1\})\times(1-\omega_2\max\{0,cf_2-cf'_2\})\times\ldots\times(1-\omega_n\max\{0,cf_n-cf'_n\})]\times CF(H,E)$$

基于可信度的不确定性推理方法的特点

优点：

- 简单、直观。

缺点：

- 可信度因子依赖于专家主观指定，没有统一、客观的尺度，容易产生片面性。
- 随着推理延伸，可信度越来越不可靠，误差越来越大。当推理深度达到一定深度时，有可能出现推出的结论不再可信的情况。

5.5 证据理论

- 证据理论是由A.P.Dempster首先提出，并由G.Shafer进一步发展起来的一种处理不确定性的理论，因此又称为D-S理论。1981年J.A.Barnett把该理论引入专家系统，同年J.Garvey等人用它实现了不确定性推理。由于该理论满足比概率论弱的公理，能够区分“不确定”与“不知道”的差异，并能处理由“不知道”引起的不确定性，具有较大的灵活性。

完

谢谢