

2016-2017 学年第一学期《数值计算方法》期末试卷 (A)

考试对象：计算机科学与技术专业 2015 级

班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____ 成绩 _____

1. 填空 (每空 2 分,共 32 分)

(1) 已知真值 $x^* = 0.22845\cdots$, 则近似值 $x = 0.23$ 有 _____ 位有效数字。

(2) 方程 $e^x - 3 = 0$ 根的隔离区间为 _____ (区间长度不超过 2); 若用二分法求方程的根, 则第一次二分后根所在区间为 _____, 且二分 _____ 次后能使根的误差不超过 $\frac{1}{2} \times 10^{-4}$ 。

(3) 已知 $f(x) = x^5 + 2x^2 + 4$, 则差商 $f[2^0, 2^1] =$ _____ ,
 $f[2^0, 2^1, \cdots, 2^5] =$ _____ , $f[2^0, 2^1, \cdots, 2^6] =$ _____ 。

(4) 插值型求积公式是重要的求积分近似值的方法, 其中梯形公式、辛卜生公式和柯特斯公式分别具有 _____ 次、_____ 次和 _____ 次代数精度。

(5) 给出 Matlab 中定义下列矩阵的函数: 3 行 2 列的全 0 矩阵: _____; 6 阶单位矩阵: _____。

(6) 在 Matlab 中输入: `>>A=[2 3 1;-4 3 2;3 4 3];`

`>>norm(A,1)`

`ans=` _____

`>>norm(A, inf)`

`ans=` _____。

(7) 写出 Matlab 中可求方程根的函数 (任意一个即可) _____。

(8) 用欧拉 (Euler) 公式法解初值问题 $\begin{cases} y' = -2xy \\ y|_{x=0} = 1 \end{cases}$, 取步长 $h = 0.1$, 则 $y_2 =$

_____。

2. (8 分) 用牛顿迭代法求 $\sqrt{35}$ 的近似值 (结果精确到小数点后四位有效数字).

3. (12 分) 给定数据表:

x	-1	0	1/2	1
$f(x)$	-3	-1/2	0	1

(1) 构造差商表, 并给出 $f(x)$ 的三次牛顿插值多项式;

(2) 计算 $f(-0.5)$ 的近似值, 并估计其误差。

4. (10 分) 对于方程组
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 10x_3 = 15 \\ 10x_1 - 4x_2 - x_3 = 5 \\ 2x_1 + 10x_2 - 4x_3 = 8 \end{cases}$$
, 通过调整参数, 建立收敛的雅克

比迭代法和高斯—赛德尔迭代法, 并解释为什么。

5. (10 分) 已知实验数据如下, 求二次最小二乘法拟多项式。

x_i	-2	-1	0	1	2
y_i	0	1	2	1	0

6. (10 分) 已知 $\int_{-2h}^{2h} f(x)dx \approx A_{-1}f(-h) + A_0f(0) + A_1f(h)$, 其中 $-h, 0, h$ 为已知节点, 试确定求积系数, 使其具有尽可能高的代数精度, 并给出所求公式的代数精度。

7. (10 分) 用龙贝格算法计算积分 $I = \int_0^1 \frac{dx}{2x}$, (要求将积分区间二分三次, 即使
用 R_1 计算)。

8. (8 分) 设 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上具有二阶连续导数.

(1) 写出以 $x_0 = -1, x_1 = 0, x_2 = 1$ 为插值节点 $f(x)$ 的二次插值多项式 $L_2(x)$;

(2) 设想要计算积分 $\int_{-1}^1 f(x)dx$, 现以 $L_2(x)$ 代替 $f(x)$ 导出求积公式;