第2章 电路的基本分析方法

2.1 电路的等效变换

2.2 电路的图

2.3 KCL和KVL的独立方程数

2.4 支路电流法

2.5 网孔电流法

2.6 回路电流法

2.7 结点电压法

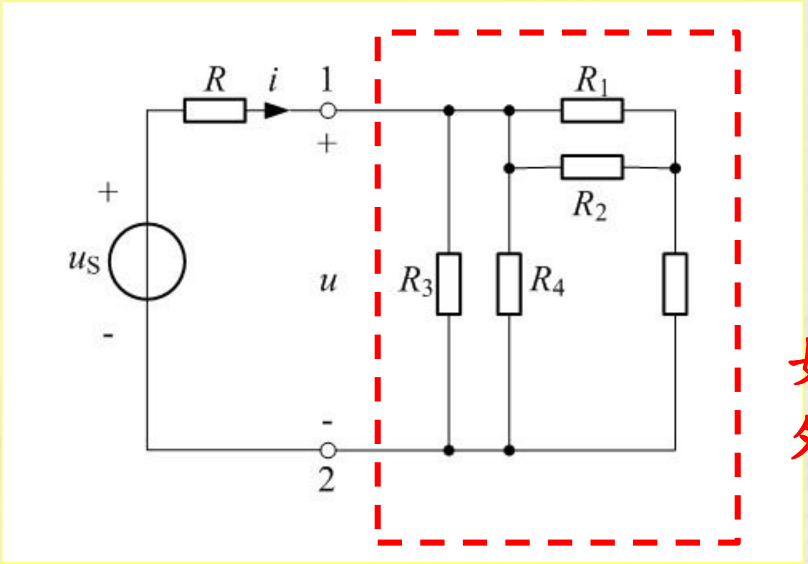
目的：运用电路等效变换简化电路；掌握求解任何电路的普遍方法！此为电路求解的核心部分！

一般来说，分析和计算电路的基本定律是欧姆定律、基尔霍夫定律。但对于结构复杂的电路，计算起来往往极为繁琐。因此，要根据电路的结构特点去寻找简便的分析和计算方法。

本章首先介绍电路的等效变换，目的是简化电路；其次给出线性电路的一般分析方法，根据列方程时所选变量的不同可分为支路电流法、网孔电流法、回路电流法和结点电压法，这些方法对任何电路都适用，具有普遍性，同时也有规律可循，可用计算机实现，具有系统性。

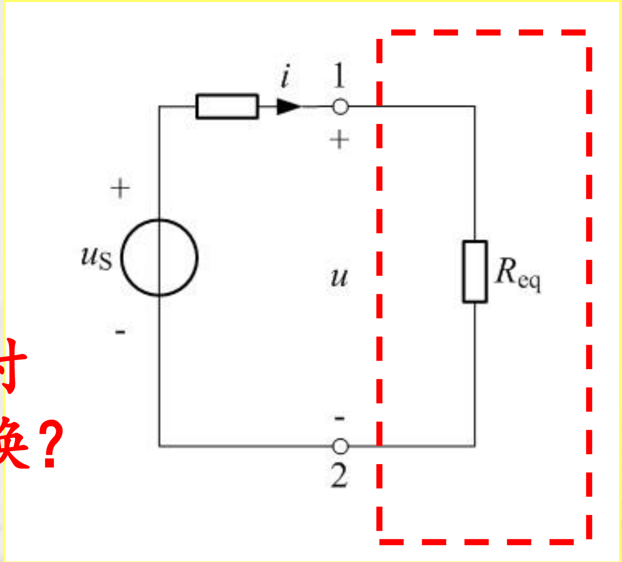
2.1 电路的等效变换

对电路进行分析和计算时，有时可以把电路的某一部分简化，即用一个较为简单的电路替代原电路。如下图：



简化为

如何做到对外等效变换？



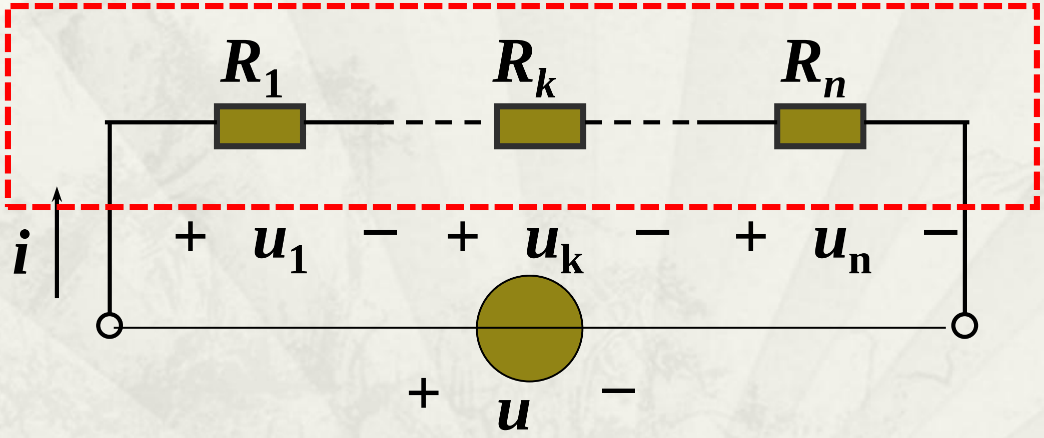
图(a)　　图(b)

以上两图中端子1-2以左部分电路的任何电压和电流都将维持与原电路相同，这就是电路中等效的概念。从虚线框往外看，等效前后电压电流保持不变的部分仅限于等效电路之外，也就是对外部特性等效，即“对外等效”。但“对内”，也就是两等效电路之内电压电流未必相同。

2.1.1 电阻的串联和并联

一、电阻的串联

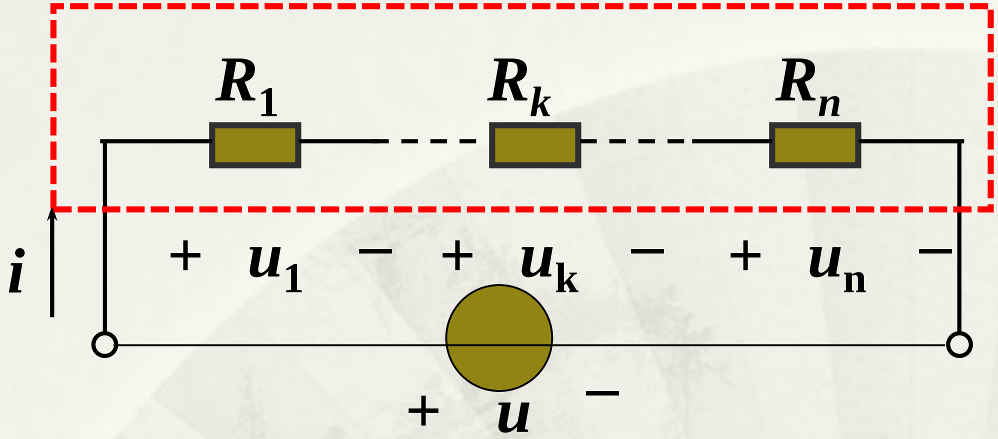
1. 电路特点:在一条支路上的各元件相互串接相联的方式.

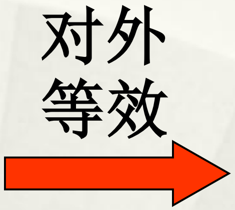


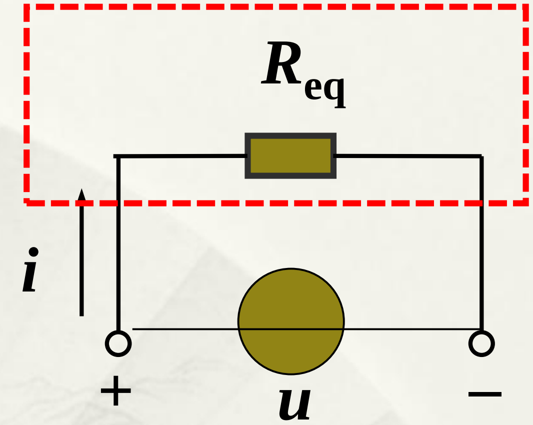
(a) 各电阻顺序连接，流过同一电流 (KCL)；

(b) 总电压等于各串联电阻的电压之和 (KVL)。

2. 等效电阻R_{eq}







对左图电路，由KVL，则有

$$u= u_1+ u_2 +\ldots+u_k+\ldots+u_n$$

由欧姆定律

$$u_k = R_k i \qquad (k=1, 2, \ldots, n)$$

$$u= (R_1+ R_2 +\ldots+R_k+\ldots+ R_n)\, i = R_{eq} i$$

对右图电路，据KVL，则

$$u= R_{eq} i$$

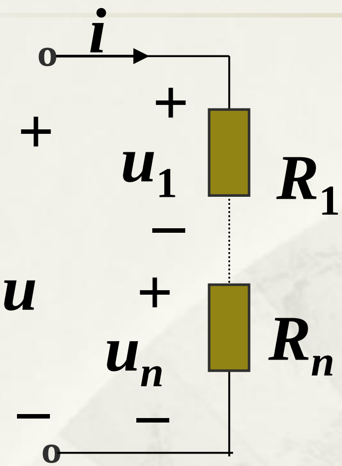
若两电路等效，则需

$$(R_1+ R_2 +\ldots+R_k+\ldots+ R_n)\, i = R_{eq} i$$

$$R_{eq}=(R_1+ R_2 +\ldots+R_n) =\sum R_k$$

即：串联电路的总电阻等于各分电阻之和。

3. 串联电阻上电压的分配

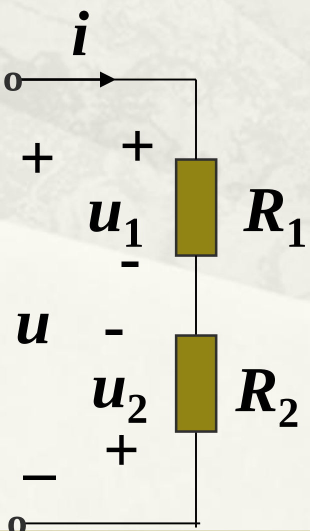


由 $$\frac{u_k}{u}=\frac{R_k i}{R_{eq} i}=\frac{R_k}{R_{eq}}=\frac{R_k}{\sum R_k}$$

即 电压与电阻成正比

故有 $$u_k=\frac{R_k}{\sum R_k}u$$

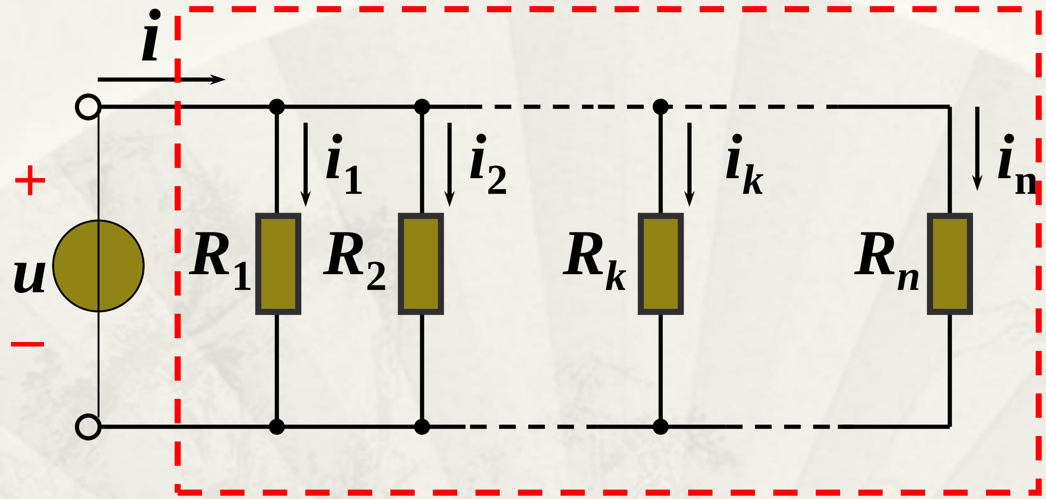
例：两个电阻分压，如下图



$$u_1=\frac{R_1}{R_1+R_2}u$$

$$u_2=-\frac{R_2}{R_1+R_2}u$$ （注意方向！）

二、电阻并联 (Parallel Connection)

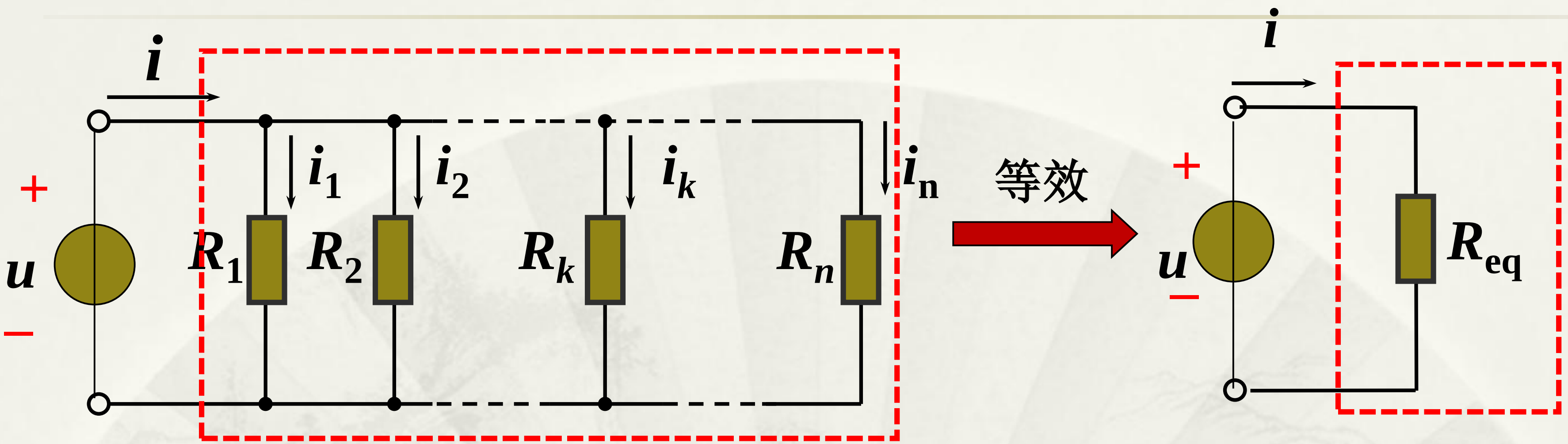


1. 电路特点:

(a) 各电阻两端分别接在一起，两端为同一电压 (KVL)；

(b) 总电流等于流过各并联电阻的电流之和 (KCL)。

2. 等效电阻R_{eq}



由KCL: $i = i_1 + i_2 + \ldots + i_k + i_n = u / R_{eq}$

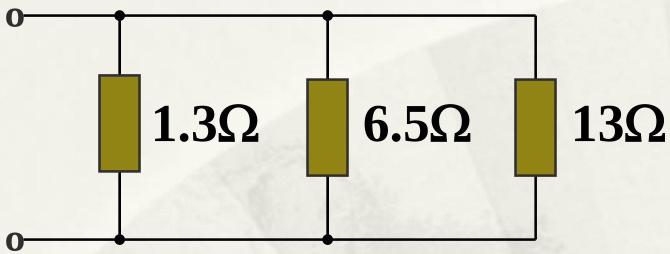
故有 $u/R_{eq} = i = u/R_1 + u/R_2 + \ldots + u/R_n = u(1/R_1 + 1/R_2 + \ldots + 1/R_n)$

即 $1/R_{eq} = 1/R_1 + 1/R_2 + \ldots + 1/R_n$

令 $G = 1 / R$, 称为**电导**

$$G_{eq} = G_1 + G_2 + \ldots + G_k + \ldots + G_n = \sum G_k = \sum 1/R_k$$

例：求下图所示端口右侧的等效电阻



R_{eq}=1.3 // 6.5 // 13

由 G =1/1.3+1/6.5+1/13 = 1(S)

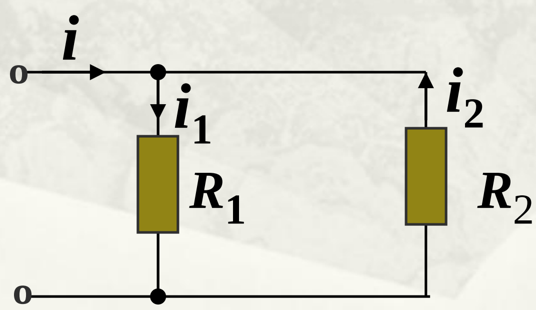
故 R=1/G=1(Ω)

3. 并联电阻的电流分配

由 $\dfrac{i_k}{i}=\dfrac{u/R_k}{u/R_{eq}}=\dfrac{G_k}{G_{eq}}$ 即 电流分配与电导成正比

知 $i_k=\dfrac{G_k}{\sum G_k}i$

对于两电阻并联， 则有



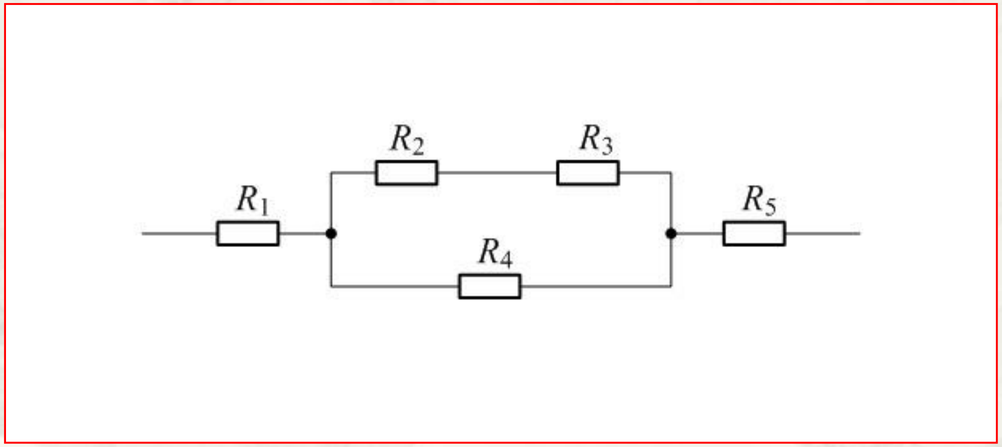
$$i_1=\frac{1/R_1}{1/R_1+1/R_2}i=\frac{R_2}{R_1+R_2}i$$

$$i_2=\frac{-1/R_2}{1/R_1+1/R_2}i=-\frac{R_1}{R_1+R_2}i$$

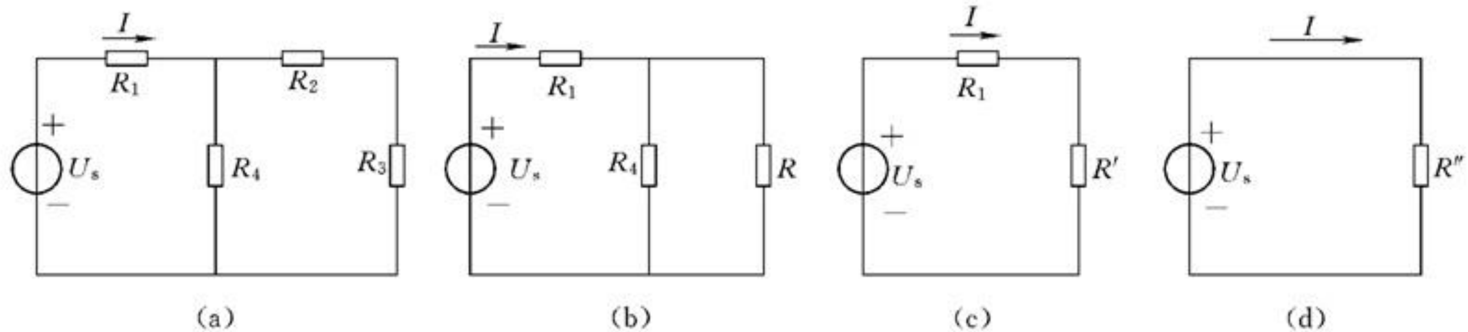
三、电阻的混联

混联：既有串联又有并联的电阻端口

分析：同时利用并联、串联的性质进行解答。



[例] 在图所示的电路中，Us=15V, $R_1=R_2=R_3=5\Omega$, $R_4=10\Omega$, 计算电流I。



通过电阻等效变换，将图2-1-4(a)所示电路依次化为图(b),(c),(d)。

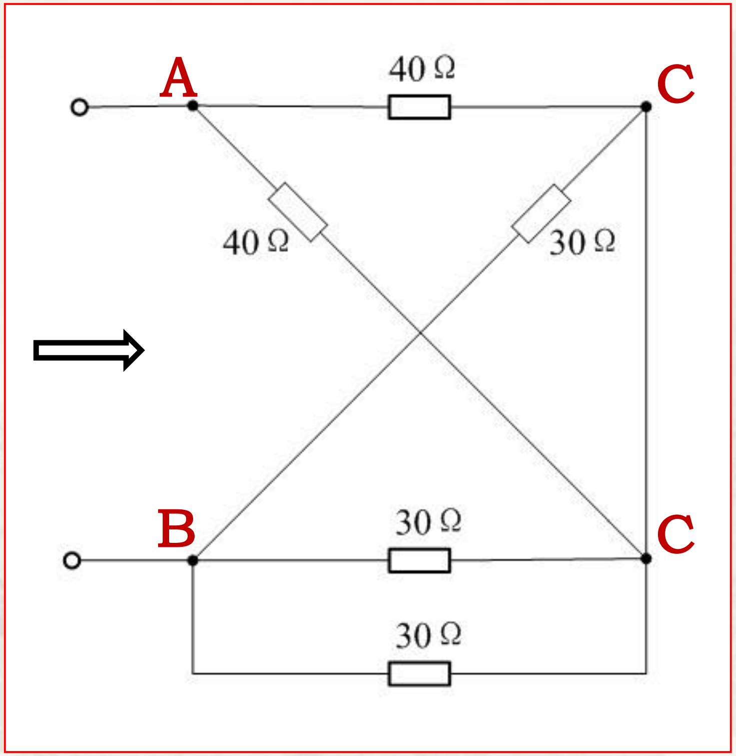
在图(a)中，R_2、R_3串联，故图（b）中等效电阻R为　$R=R_2+R_3=5+5=10\Omega$

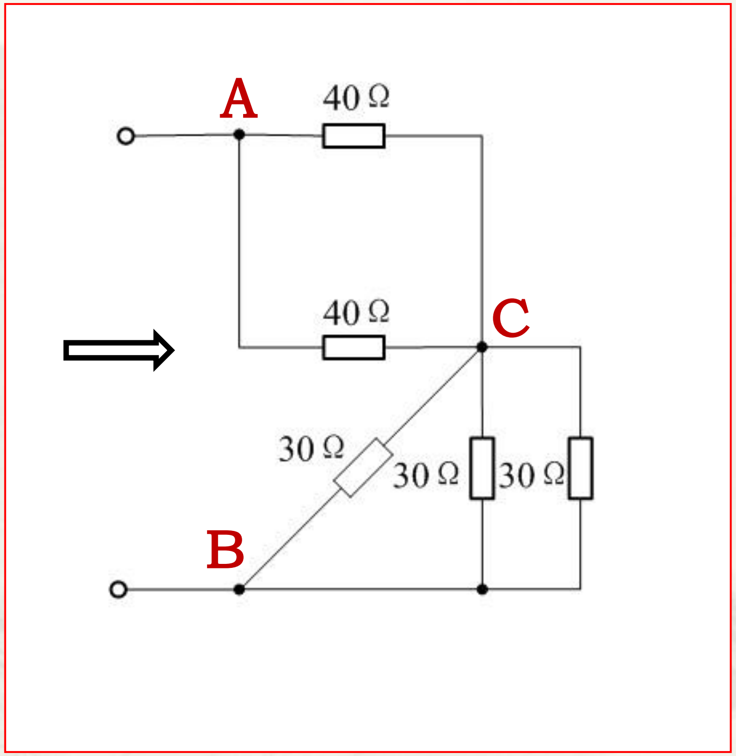
在图(b)中，R、R_4并联，故图（c）中等效电阻为　$R^{'}=\dfrac{RR_4}{R+R_4}=\dfrac{10\times10}{10+10}=5\Omega$

在图(c)中，R’与R1串联，所以，图（d）中等效电阻为　$R^{''}=R^{'}+R_1=5+5=10\Omega$

于是所求电流为　$I=\dfrac{U_S}{R^{''}}=\dfrac{15}{10}=1.5\ A$

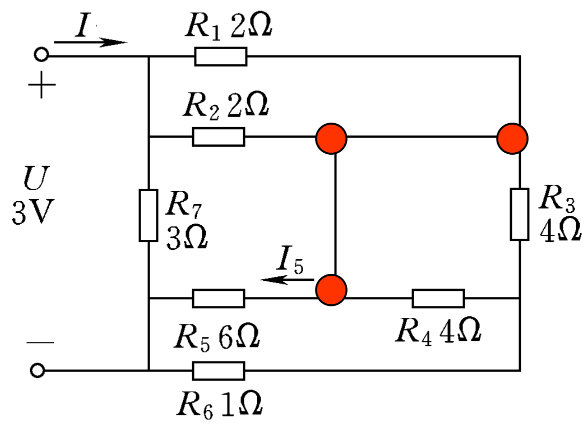
[例] 求下图所示电路中端口右侧的等效电阻





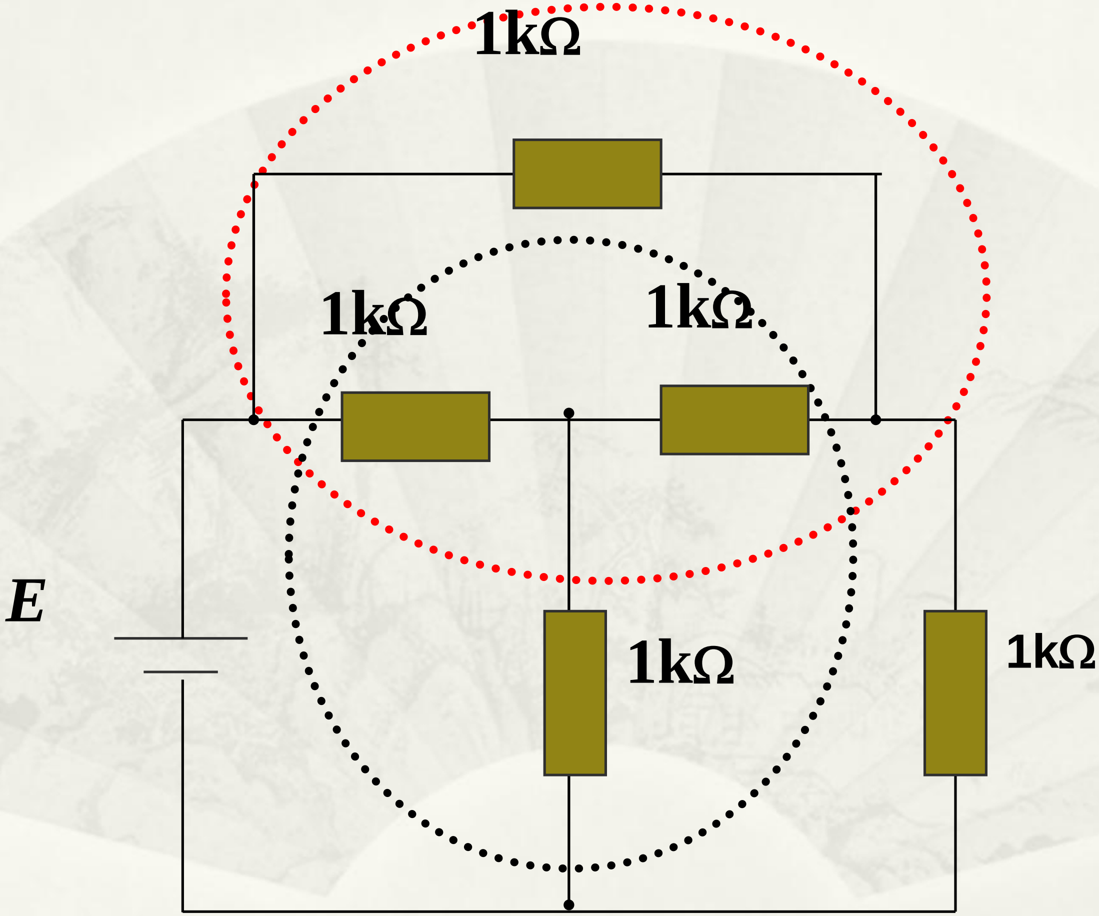
$$R = (40 \,/\!/\, 40 + 30 \,/\!/\, 30 \,/\!/\, 30) = 30\Omega$$

[例] 求下图所示电阻电路的等效电阻R



(a)

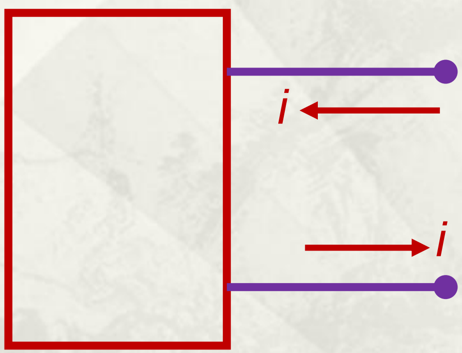
如何简化下面电路?

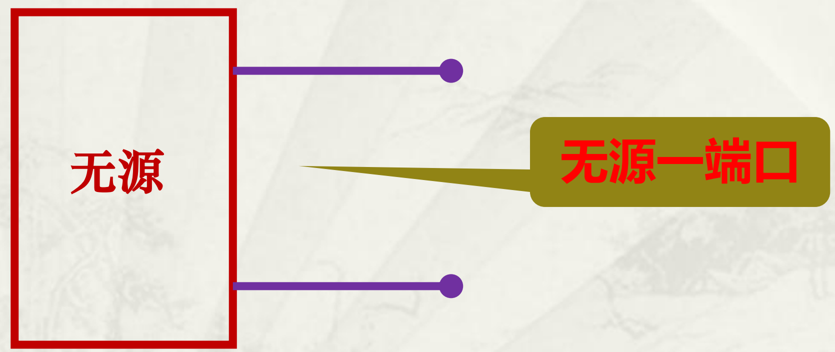


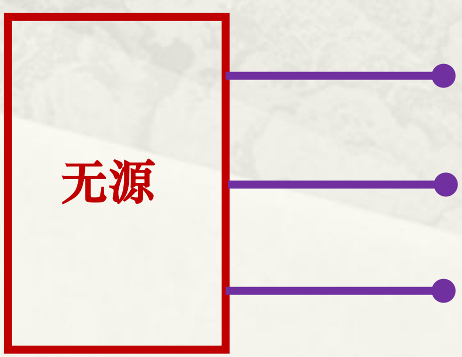
2.1.2 Y形和Δ形电阻网络的等效变换

端口电路（网络）的概念

任何一个复杂的电路，向外引出两个端钮，且从一个端子流入的电流等于从另一端子流出的电流，则称这一电路为二端网络 (或一端口网络)。

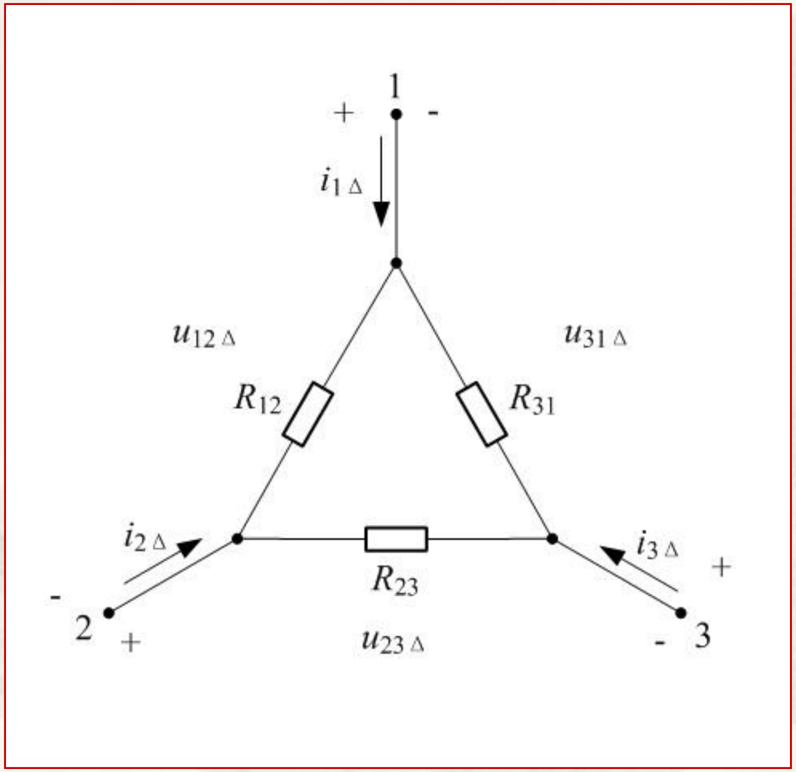


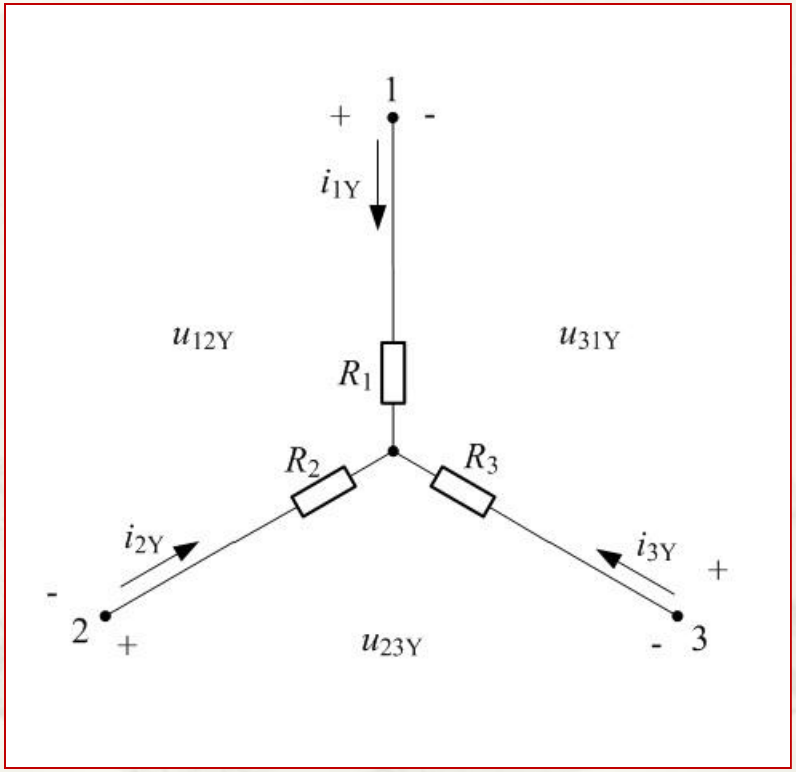




三端无源网络:引出三个端钮的网络，并且**内部没有独立源。**

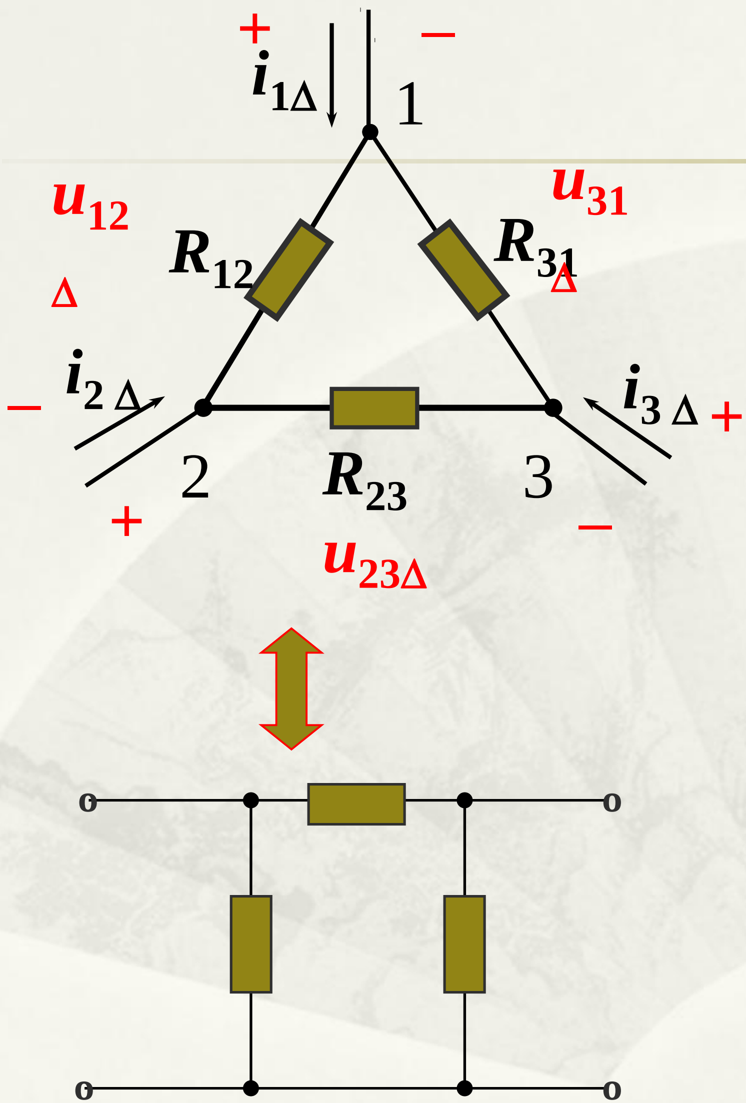
常见的三端无源网络：Δ，Y网络



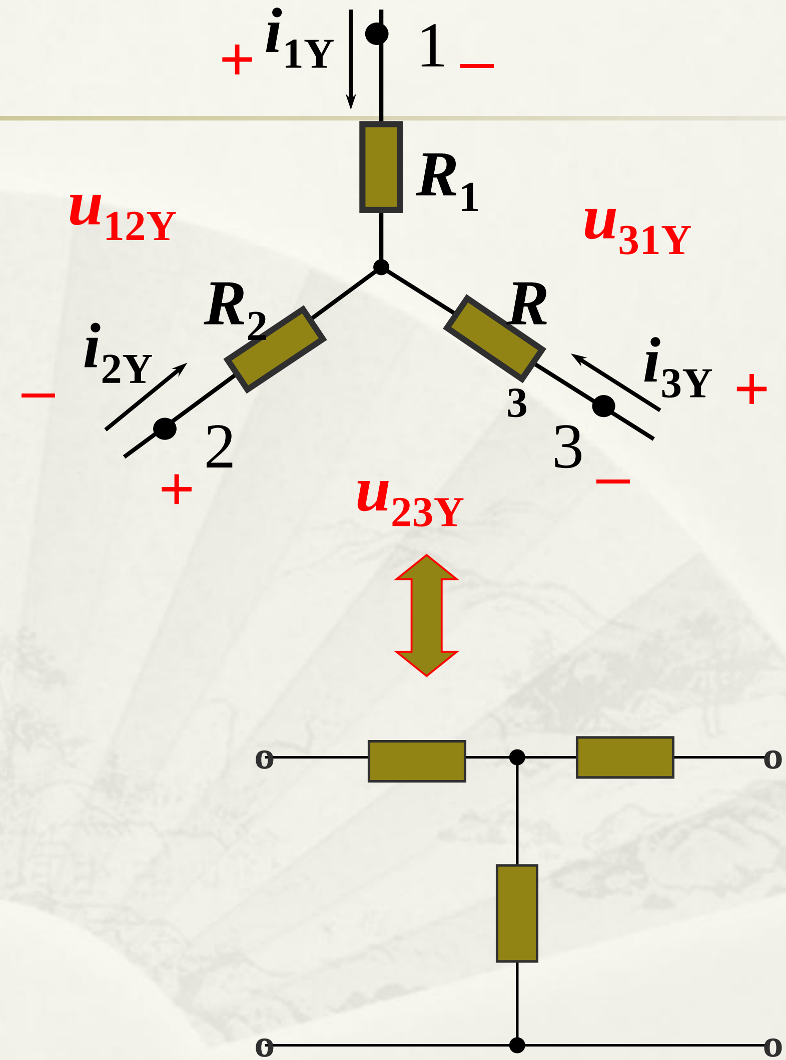


Δ 型网络　　　　Y型网络

下面是 Δ，Y 网络的变形：

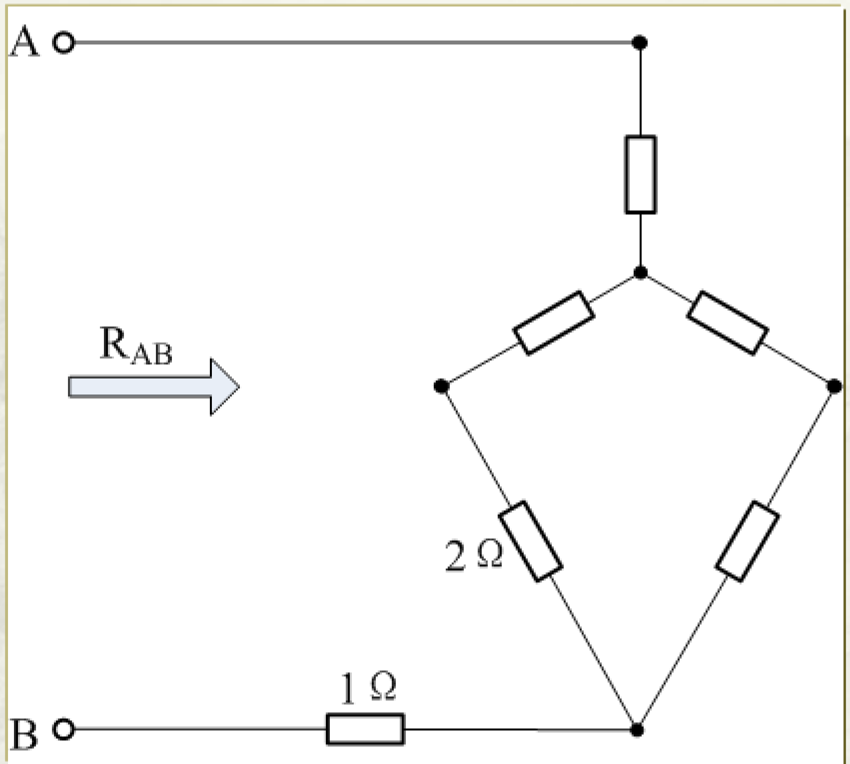


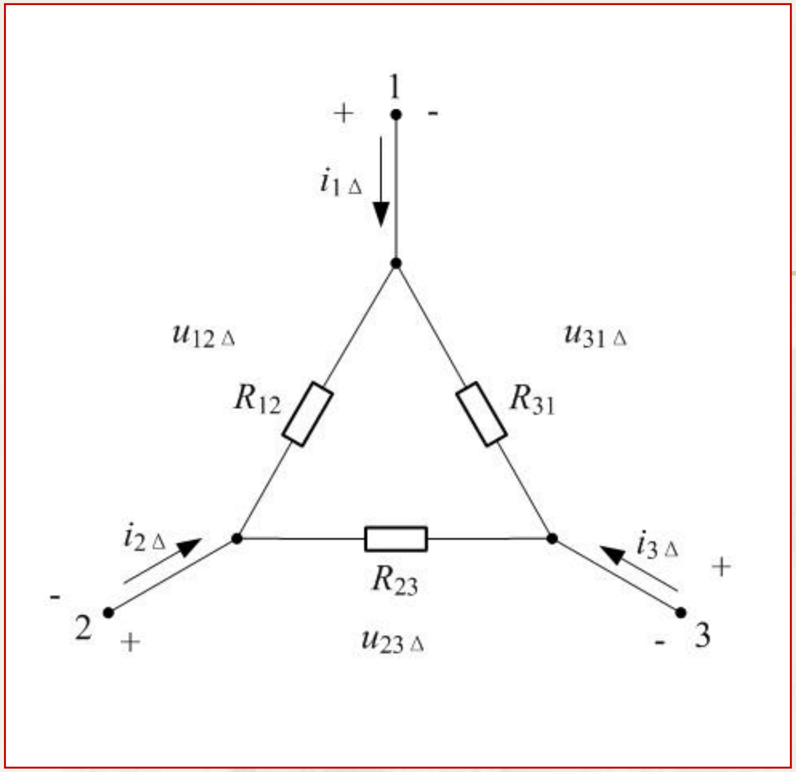
π 型电路 (Δ 型)

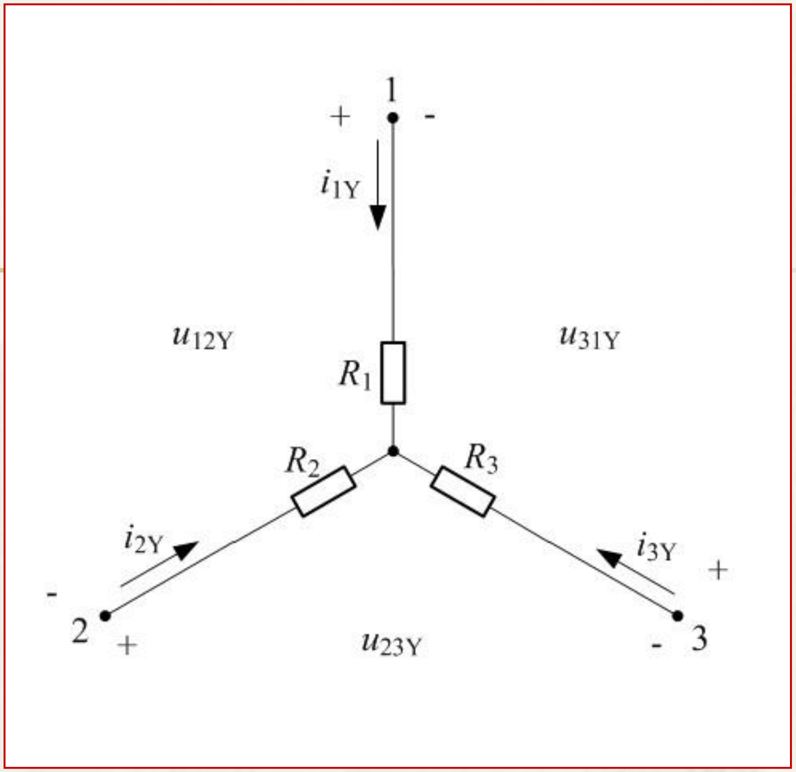


T 型电路 (Y 型)

下图电路如何进行简化?







Δ接: 用电压表示电流

$$\left.\begin{aligned} i_{1\Delta} &= u_{12\Delta}/R_{12} - u_{31\Delta}/R_{31} \\ i_{2\Delta} &= u_{23\Delta}/R_{23} - u_{12\Delta}/R_{12} \\ i_{3\Delta} &= u_{31\Delta}/R_{31} - u_{23\Delta}/R_{23} \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Y接: 用电流表示电压

$$\left.\begin{aligned} u_{12Y} &= R_1 i_{1Y} - R_2 i_{2Y} \\ u_{23Y} &= R_2 i_{2Y} - R_3 i_{3Y} \\ u_{31Y} &= R_3 i_{3Y} - R_1 i_{1Y} \\ i_{1Y} &+ i_{2Y} + i_{3Y} = 0 \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

由式(2)解得：

$$\left.\begin{aligned} i_{1Y} &= \frac{u_{12Y}R_3 - u_{31Y}R_2}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1} \\ i_{2Y} &= \frac{u_{23Y}R_1 - u_{12Y}R_3}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1} \\ i_{3Y} &= \frac{u_{31Y}R_2 - u_{23Y}R_1}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1} \end{aligned}\right\} (3)$$

$$\left.\begin{aligned} i_{1\Delta} &= u_{12\Delta}/R_{12} - u_{31\Delta}/R_{31} \\ i_{2\Delta} &= u_{23\Delta}/R_{23} - u_{12\Delta}/R_{12} \\ i_{3\Delta} &= u_{31\Delta}/R_{31} - u_{23\Delta}/R_{23} \end{aligned}\right\} (1)$$

根据等效条件，比较式(3)与式(1)，得由Y接→Δ接的变换结果：

$$\left.\begin{aligned} R_{12} &= R_1 + R_2 + \frac{R_1R_2}{R_3} \\ R_{23} &= R_2 + R_3 + \frac{R_2R_3}{R_1} \\ R_{31} &= R_3 + R_1 + \frac{R_3R_1}{R_2} \end{aligned}\right\} \text{或} \quad \left.\begin{aligned} G_{12} &= \frac{G_1G_2}{G_1 + G_2 + G_3} \\ G_{23} &= \frac{G_2G_3}{G_1 + G_2 + G_3} \\ G_{31} &= \frac{G_3G_1}{G_1 + G_2 + G_3} \end{aligned}\right\}$$

类似可得到由Δ接→ Y接的变换结果：

$$\left.\begin{aligned}G_1 &= G_{12} + G_{31} + \frac{G_{12}G_{31}}{G_{23}}\\ G_2 &= G_{23} + G_{12} + \frac{G_{23}G_{12}}{G_{31}}\\ G_3 &= G_{31} + G_{23} + \frac{G_{31}G_{23}}{G_{12}}\end{aligned}\right\}$$

或

$$\left.\begin{aligned}R_1 &= \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}\\ R_2 &= \frac{R_{23}R_{12}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}\\ R_3 &= \frac{R_{31}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}\end{aligned}\right\}$$

当三个电阻相等时?

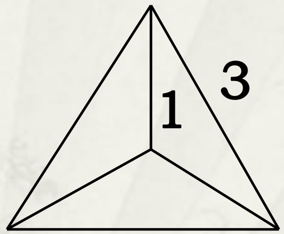
简记方法:

$$R_{\mathrm{Y}}=\frac{\Delta\text{相邻电阻乘积}}{\sum R_{\Delta}}\qquad \textbf{或}\qquad G_{\Delta}=\frac{\mathrm{Y}\text{相邻电导乘积}}{\sum G_{\mathrm{Y}}}$$

特例：若三个电阻相等(对称)，则有

$$R_{\Delta}=3R_{Y}$$

(外大内小)

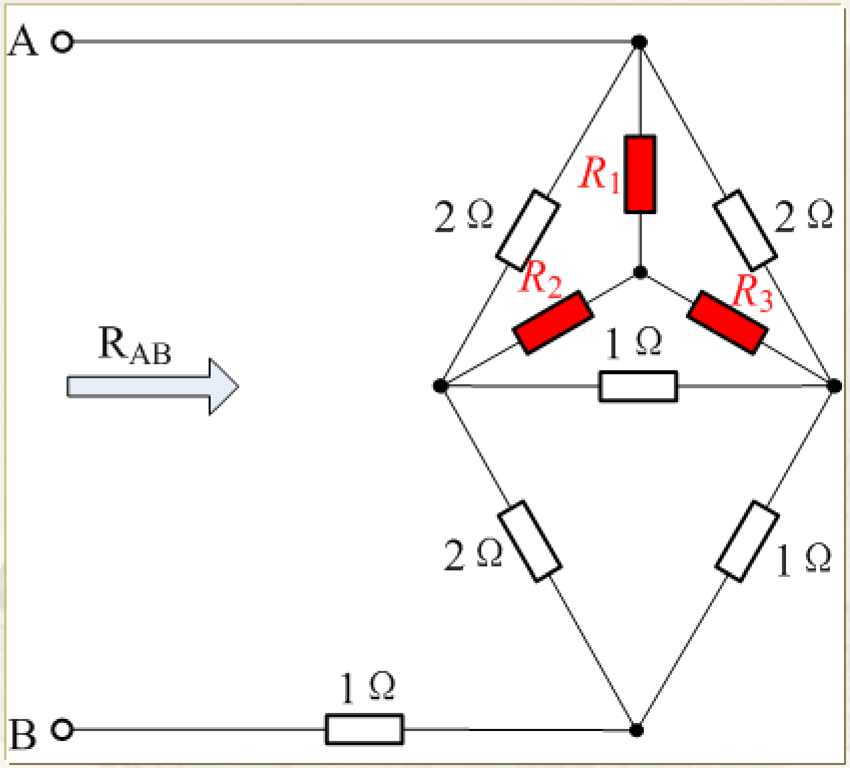


注意:

(1) 等效对外部(端钮以外)有效，对内不成立。

(2) 等效电路与外部电路无关。

【例】对如下所示电路进行化简



$$R_1 = \frac{2\times 2}{2+2+1} = 0.8\Omega$$

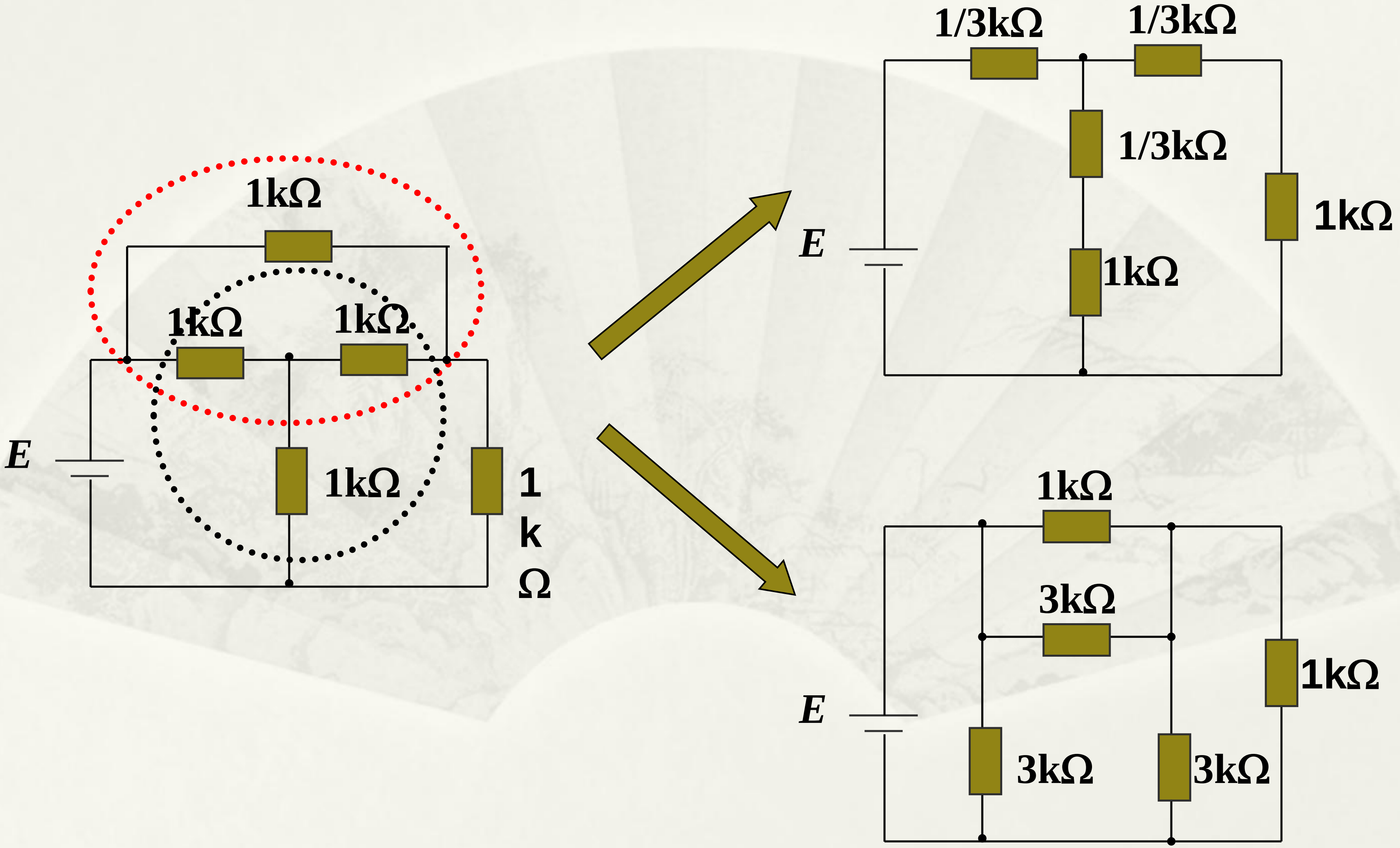
$$R_2 = \frac{2\times 1}{2+2+1} = 0.4\Omega$$

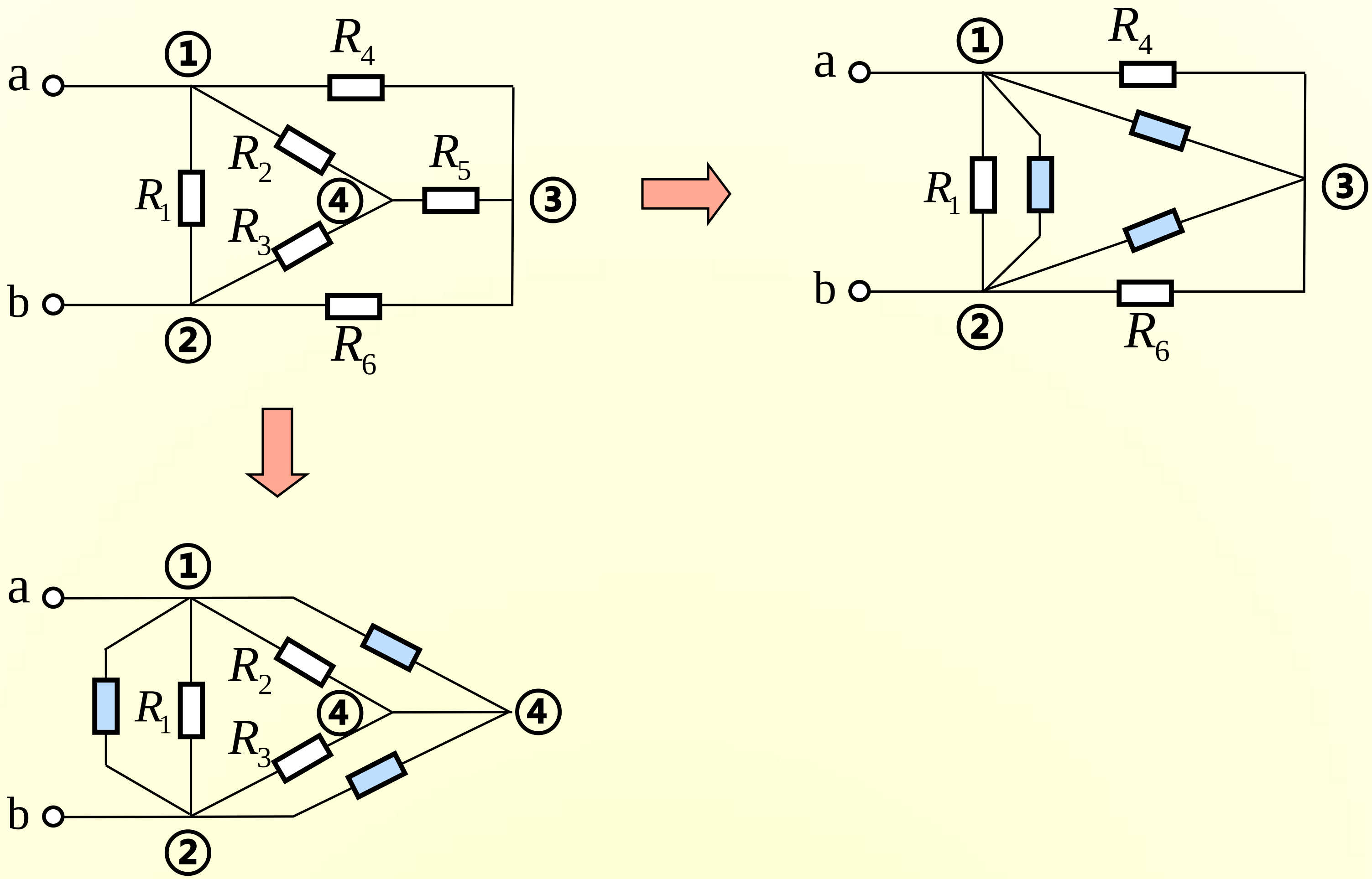
$$R_3 = \frac{2\times 1}{2+2+1} = 0.4\Omega$$

$$R_{AB} = 0.8 + \frac{1.4\times 2.4}{1.4+2.4} + 1 = 2.684\Omega$$

变换前后，注意对应端口连接！

[例]桥 T 电路


1kΩ
1kΩ
1kΩ
E
1kΩ
1
k
Ω
1/3kΩ
1/3kΩ
1/3kΩ
E
1kΩ
1kΩ
1kΩ
3kΩ
E
1kΩ
3kΩ
3kΩ

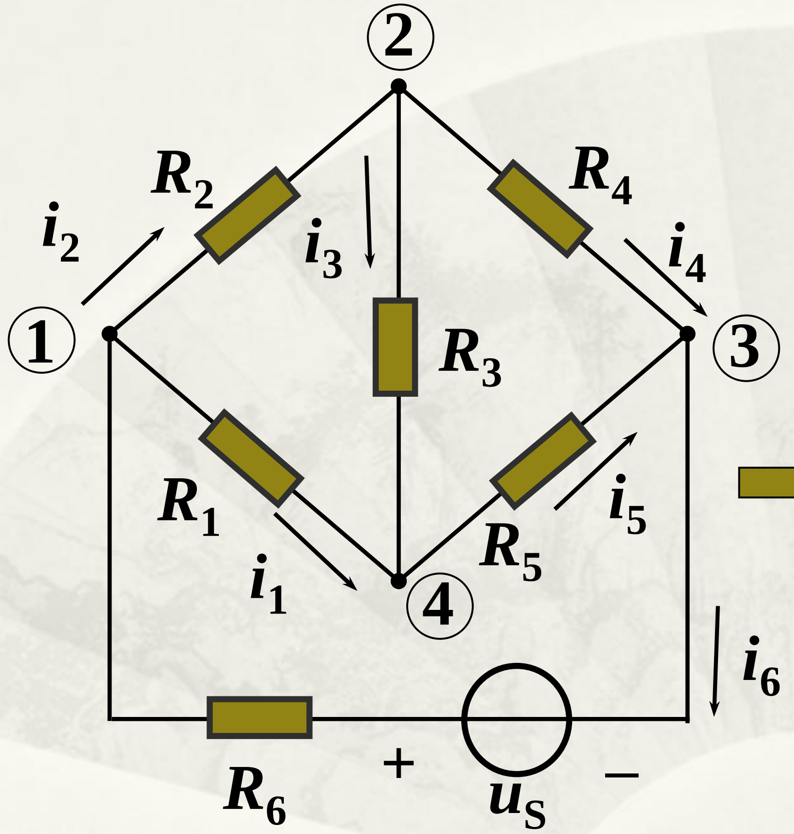


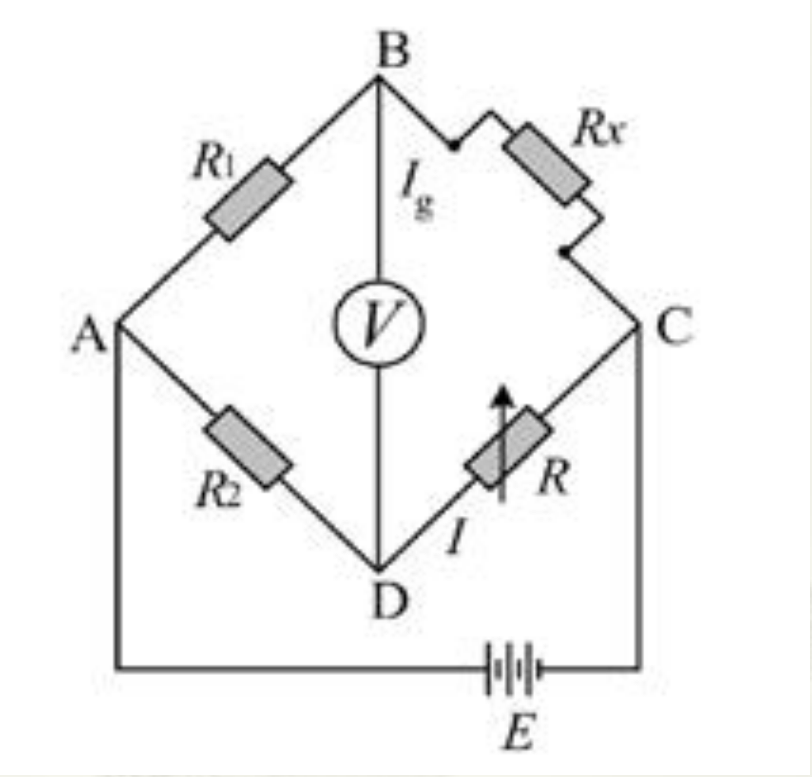
进行Δ-Y变换需要注意两点：

①画草图帮助确定变换方案；

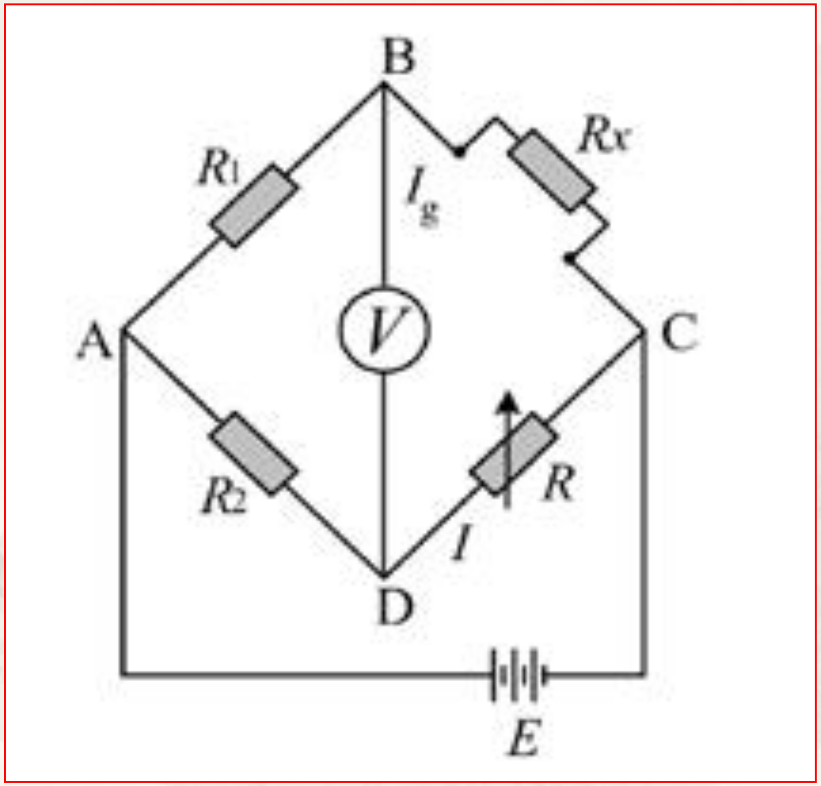
②标出Δ或Y形网络的对外连接点，避免等效变换后的连接错误。

惠斯通电桥电路应用





惠斯通电桥电路应用



当图中B点与D点之间的电位差为零时，表明电桥两端达到平衡。此时：

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_x}{R}$$

即：

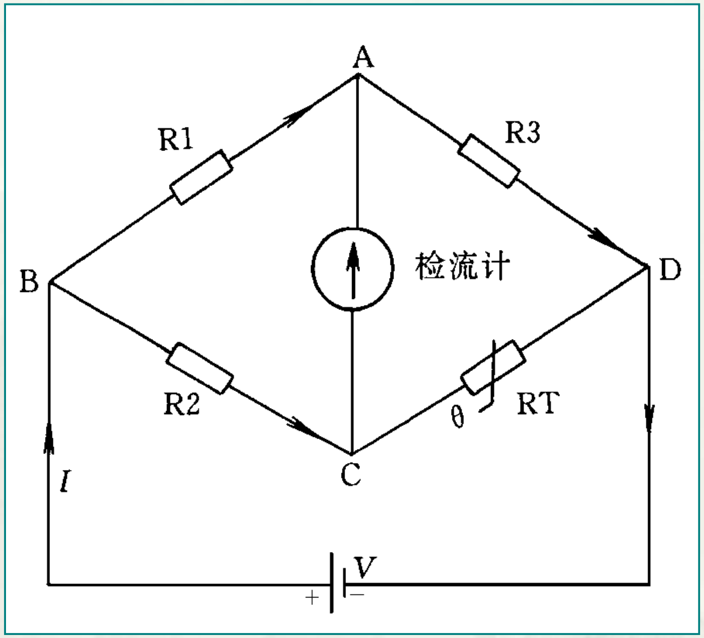
$$R_x = \frac{R_1}{R_2} \cdot R$$

其中R_1、R_2、R_0均已知，R_x即可由上式计算得出。

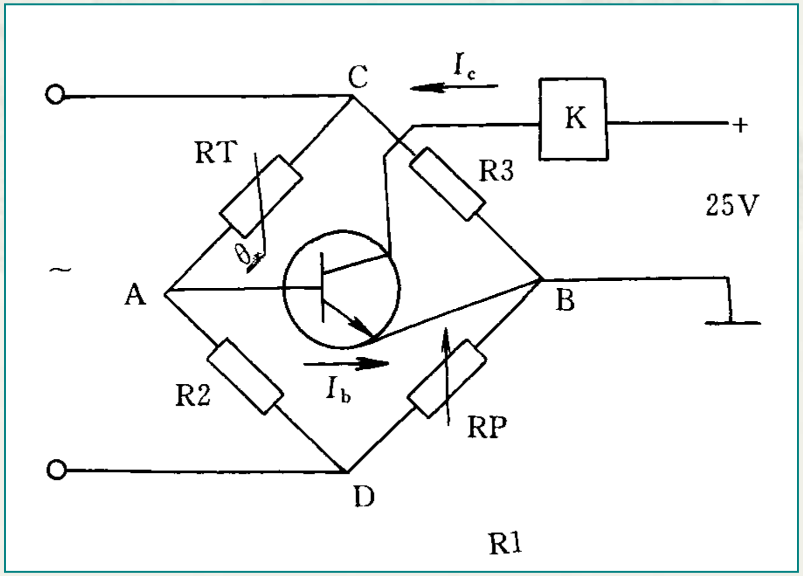
由于惠斯通电桥的这种特点，使其具有测试灵敏度高、测量精确和使用方便等特点，被广泛应用于现代工业自动控制电器技术和非电量电测法中。

冰箱、空调温度控制电路

根据桥式电路制成的热敏电阻式温度控制器，就是将惠斯登电桥的一个热敏电阻桥路作为感温元件，直接放在适当的位置，三极管的发射极和基极接在电桥的一个对角线上。当热敏电阻受到温度变化的影响时，其阻值就发生相应的变化。通过平衡电桥来改变通往三极管的电流，再经放大来控制制冷设备的运行，达到温度控制。

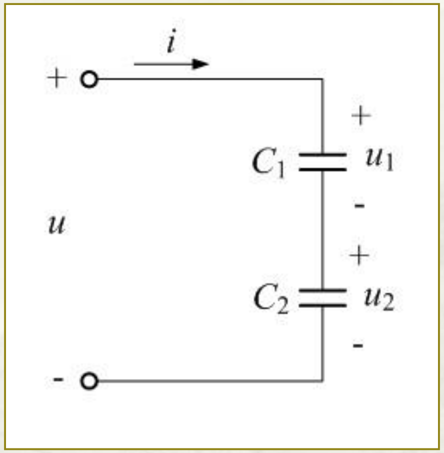


图中 RT——热敏电阻，RP——温度调节电位器，K——控制压缩机起动的继电器。

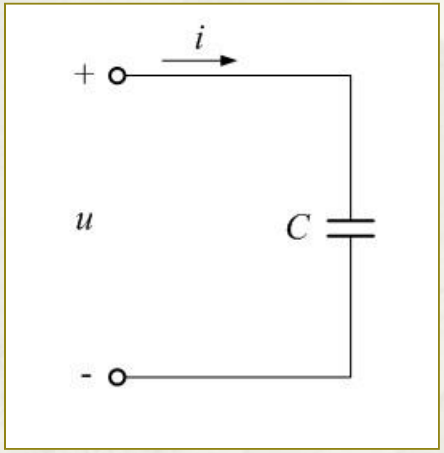


2.1.3 电容、电感元件的串联与并联

1.电容的串联



等效



$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\boxed{C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}$$

$$u_1 = \frac{1}{C_1}\int_{-\infty}^{t} i(t)\mathrm{d}t$$

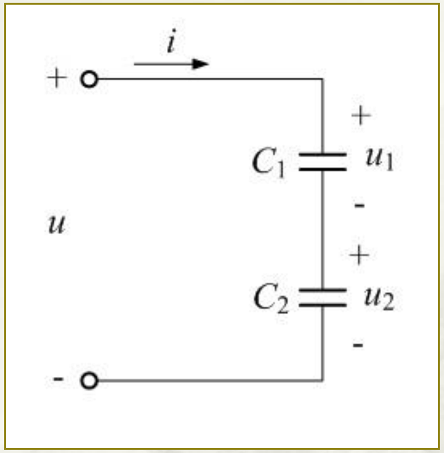
$$u_2 = \frac{1}{C_2}\int_{-\infty}^{t} i(t)\mathrm{d}t$$

$$u = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t)\mathrm{d}t$$

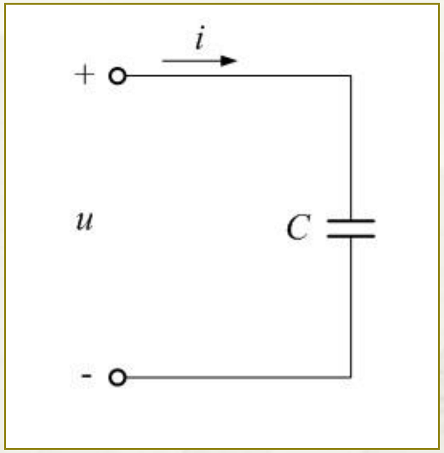
$$u = u_1 + u_2 = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)\int_{-\infty}^{t} i(t)\mathrm{d}t$$

$$= \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t)\mathrm{d}t$$

▲串联电容的分压



等效



$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

$$u_1 = \frac{1}{C_1}\int_{-\infty}^{t} i(t)\mathrm{d}t$$

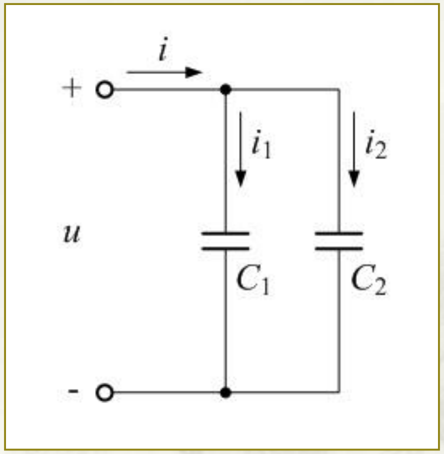
$$u_2 = \frac{1}{C_2}\int_{-\infty}^{t} i(t)\mathrm{d}t$$

$$u = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t)\mathrm{d}t$$

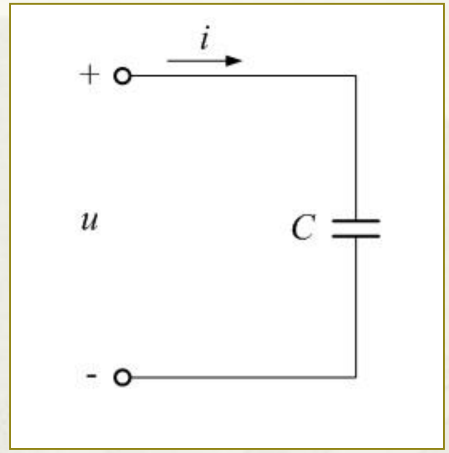
$$u_1 = \frac{C}{C_1}u = \frac{C_2}{C_1 + C_2}u$$

$$u_2 = \frac{C}{C_2}u = \frac{C_1}{C_1 + C_2}u$$

2.电容的并联



等效



$$C = C_1 + C_2$$

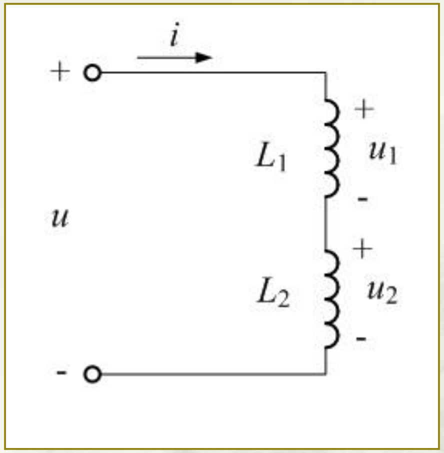
$$i_1 = C_1 \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} \qquad i = C \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

$$i_2 = C_2 \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} \qquad i = i_1 + i_2 = (C_1 + C_2)\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

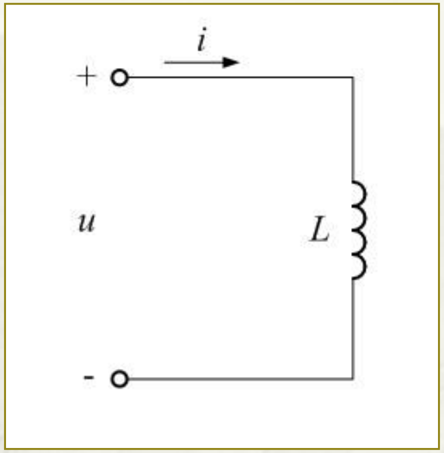
并联电容的分流：

$$i_1 = \frac{C_1}{C}\,\mathrm{i} \qquad i_2 = \frac{C_2}{C}\,i$$

3.电感的串联



等效



$$\boxed{L = L_1 + L_2}$$

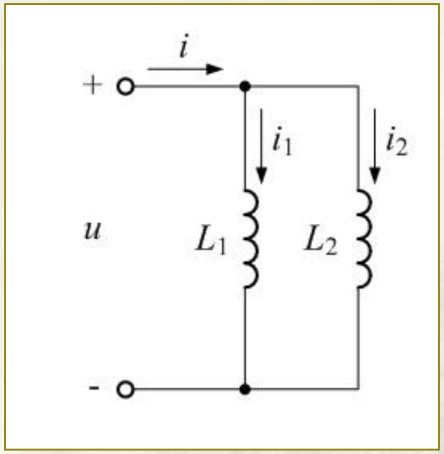
$$u_1 = L_1 \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \qquad u = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

$$u_2 = L_2 \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \qquad u = u_1 + u_2 = (L_1 + L_2)\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

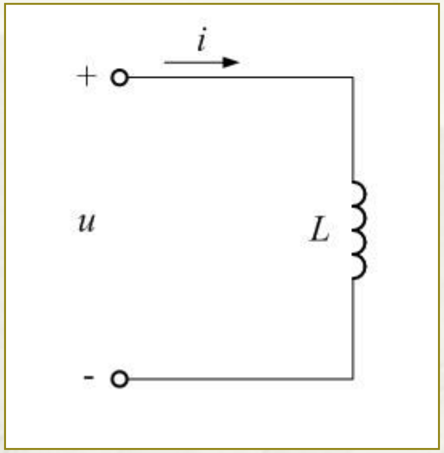
串联电感的分压:

$$u_1 = L_1 \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \frac{L_1}{L}u = \frac{L_1}{L_1 + L_2}u \qquad u_2 = L_2 \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \frac{L_2}{L}u = \frac{L_2}{L_1 + L_2}u$$

4.电感的并联



等效



$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

$$\boxed{L = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}}$$

$$i_1 = \frac{1}{L_1} \int_{-\infty}^{t} u(t)\mathrm{d}t$$

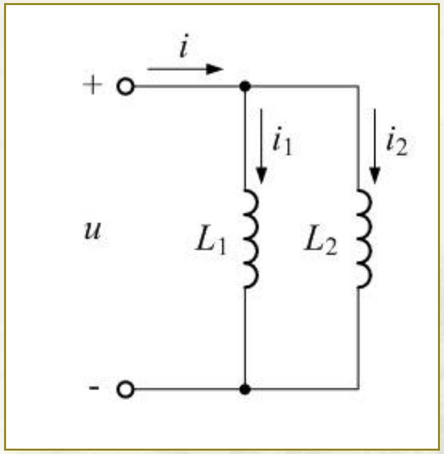
$$i_2 = \frac{1}{L_2} \int_{-\infty}^{t} u(t)\mathrm{d}t$$

$$i = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{t} u(t)\mathrm{d}t$$

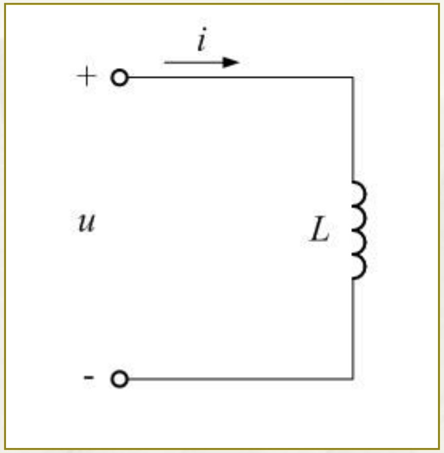
$$i = i_1 + i_2 = \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_1}\right)\int_{-\infty}^{t} u(t)\mathrm{d}t$$

$$= \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{t} u(t)\mathrm{d}t$$

▲并联电感的分流



等效



$$\frac{1}{L}=\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}$$

$$\boxed{L=\frac{L_1L_2}{L_1+L_2}}$$

$$i_1=\frac{1}{L_1}\int_{-\infty}^{t}u(t)\mathrm{d}t \qquad i=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t}u(t)\mathrm{d}t$$

$$i_2=\frac{1}{L_2}\int_{-\infty}^{t}u(t)\mathrm{d}t \qquad i_1=\frac{L}{L_1}i=\frac{L_2 i}{L_1+L_2} \quad i_2=\frac{L}{L_2}i=\frac{L_1 i}{L_1+L_2}$$

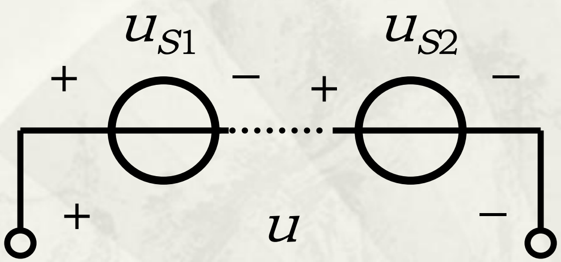
以上虽然是关于两个电容或两个电感的串联和并联等效，但其结论可以推广到 n 个电容或 n 个电感的串联和并联等效。

2.1.4 理想电源的串联和并联等效变换

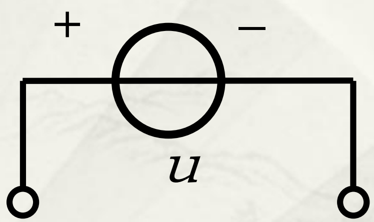
1.理想电压源的串联和并联

① 串联 $u = u_{s1} + u_{s2} = \sum u_{sk}$

注意参考方向

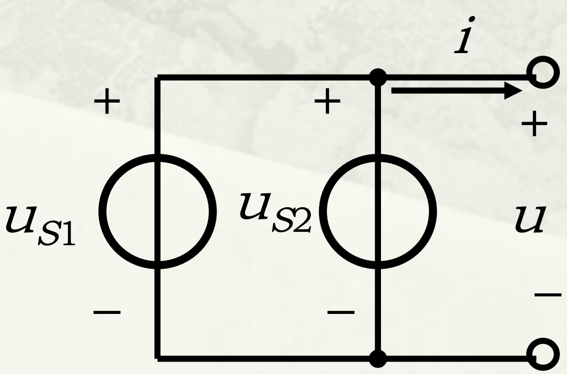


等效电路

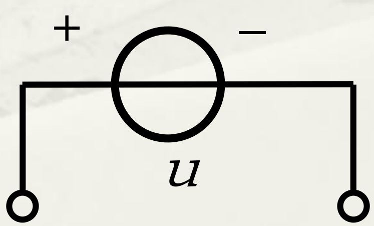


② 并联 $u = u_{s1} = u_{s2}$

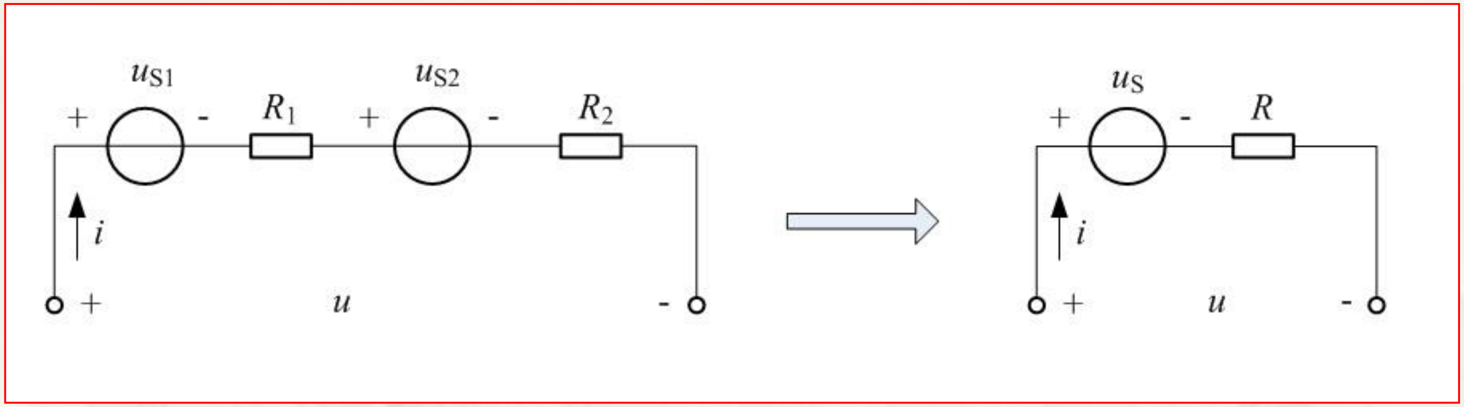
相同电压源才能并联，电源中的电流不确定



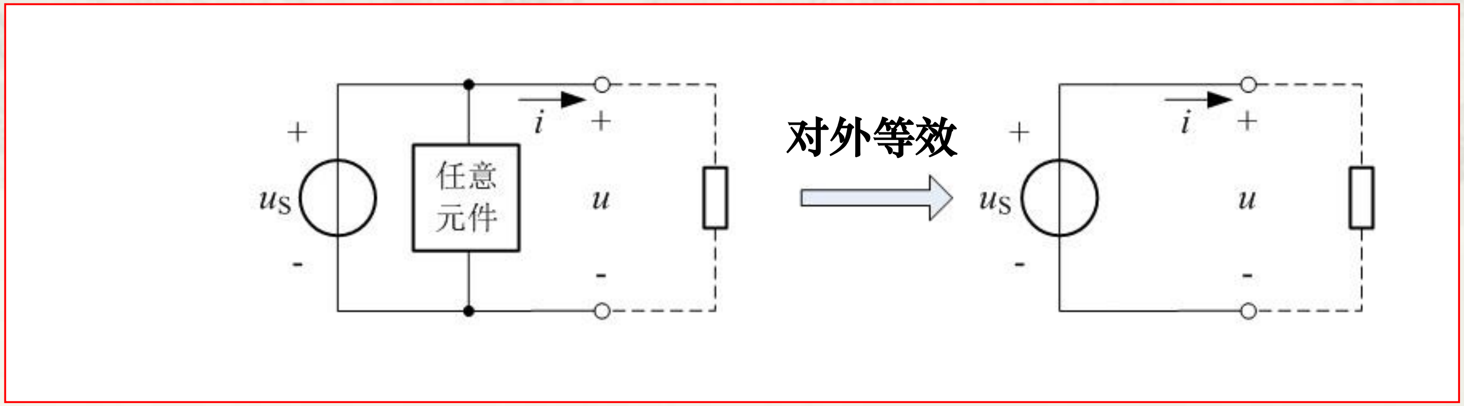
等效电路



③ 电压源与支路的串、并联等效

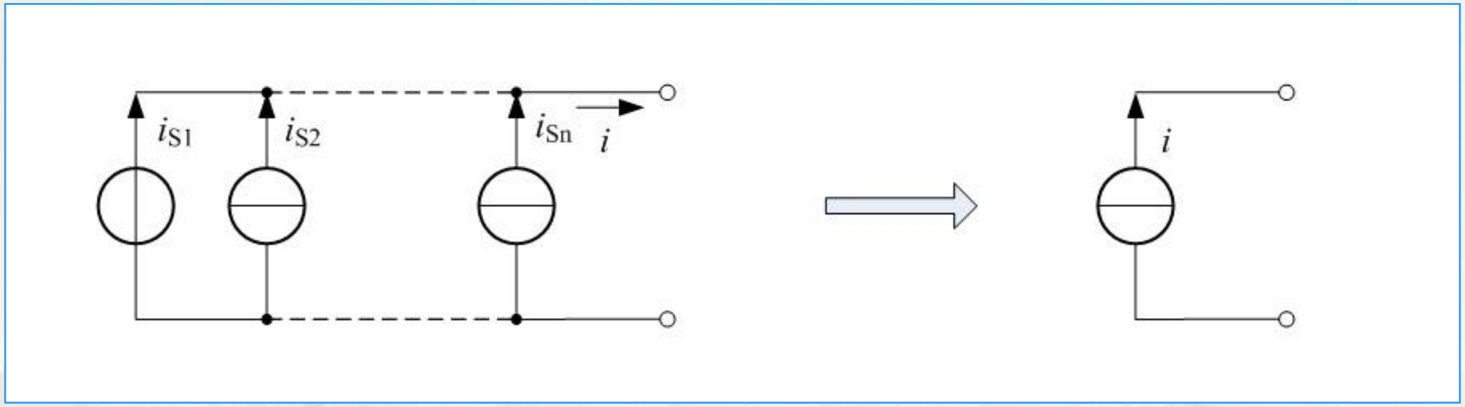


$$u = u_{s1} + R_1 i + u_{s2} + R_2 i = (u_{S1} + u_{S2}) + (R_1 + R_2)i = u_S + Ri$$

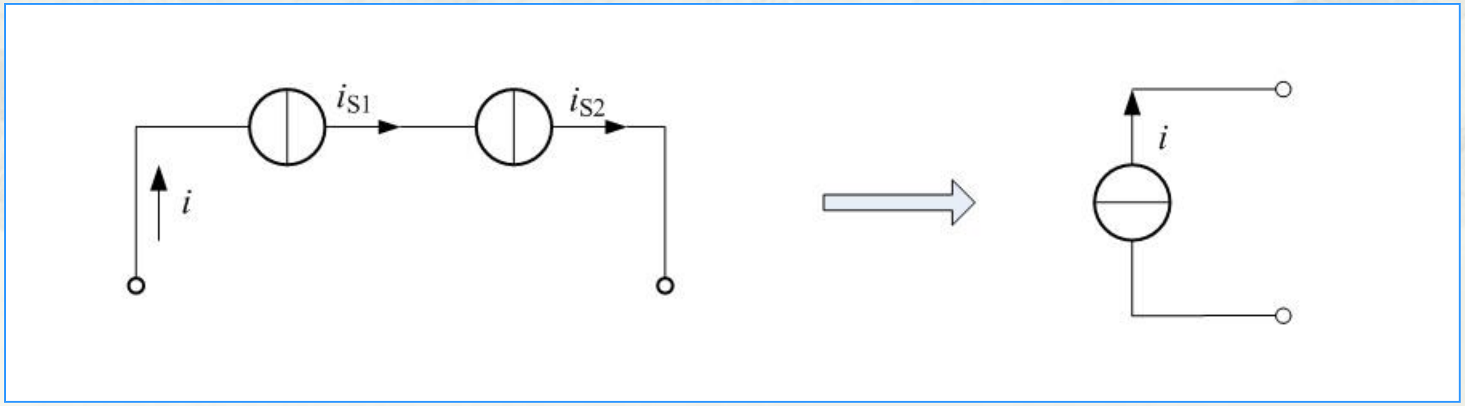


2. 理想电流源的串联并联

① 并联 $i = i_{s1} + i_{s2} + \cdots + i_{sn} = \sum i_{sk}$ 注意电流的参考方向

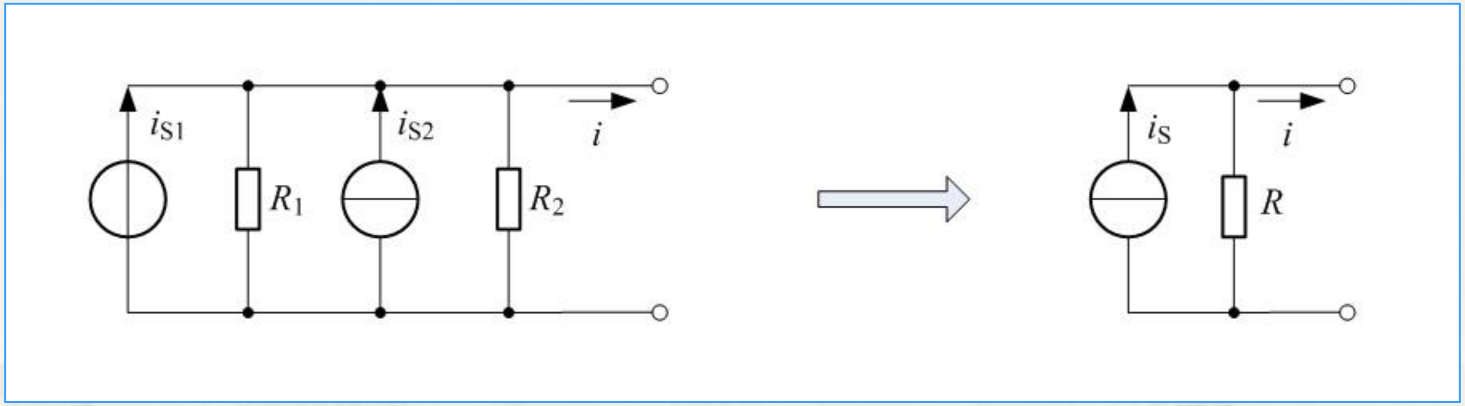


②串联 $i = i_{s1} + i_{s2}$

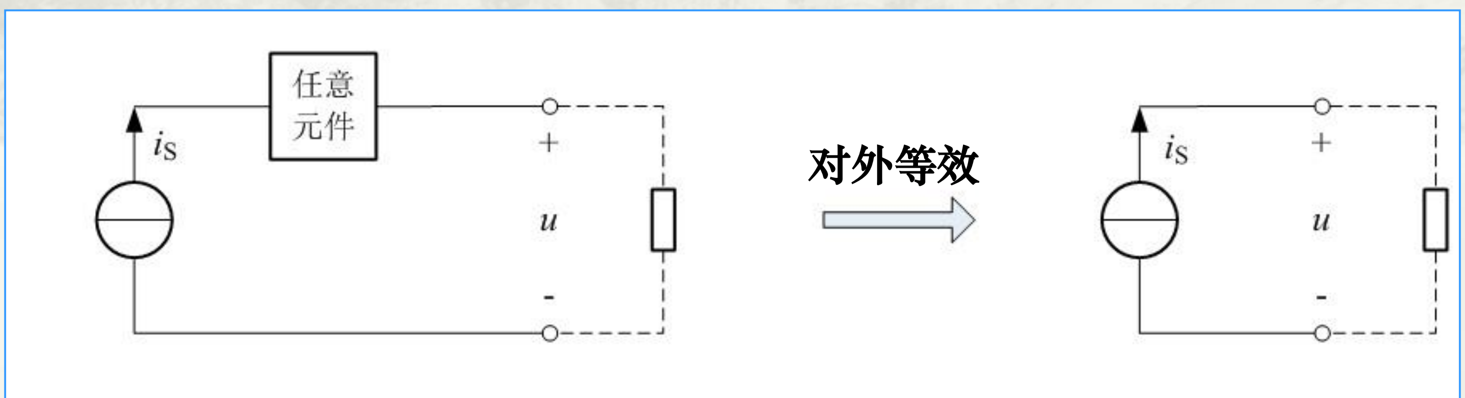


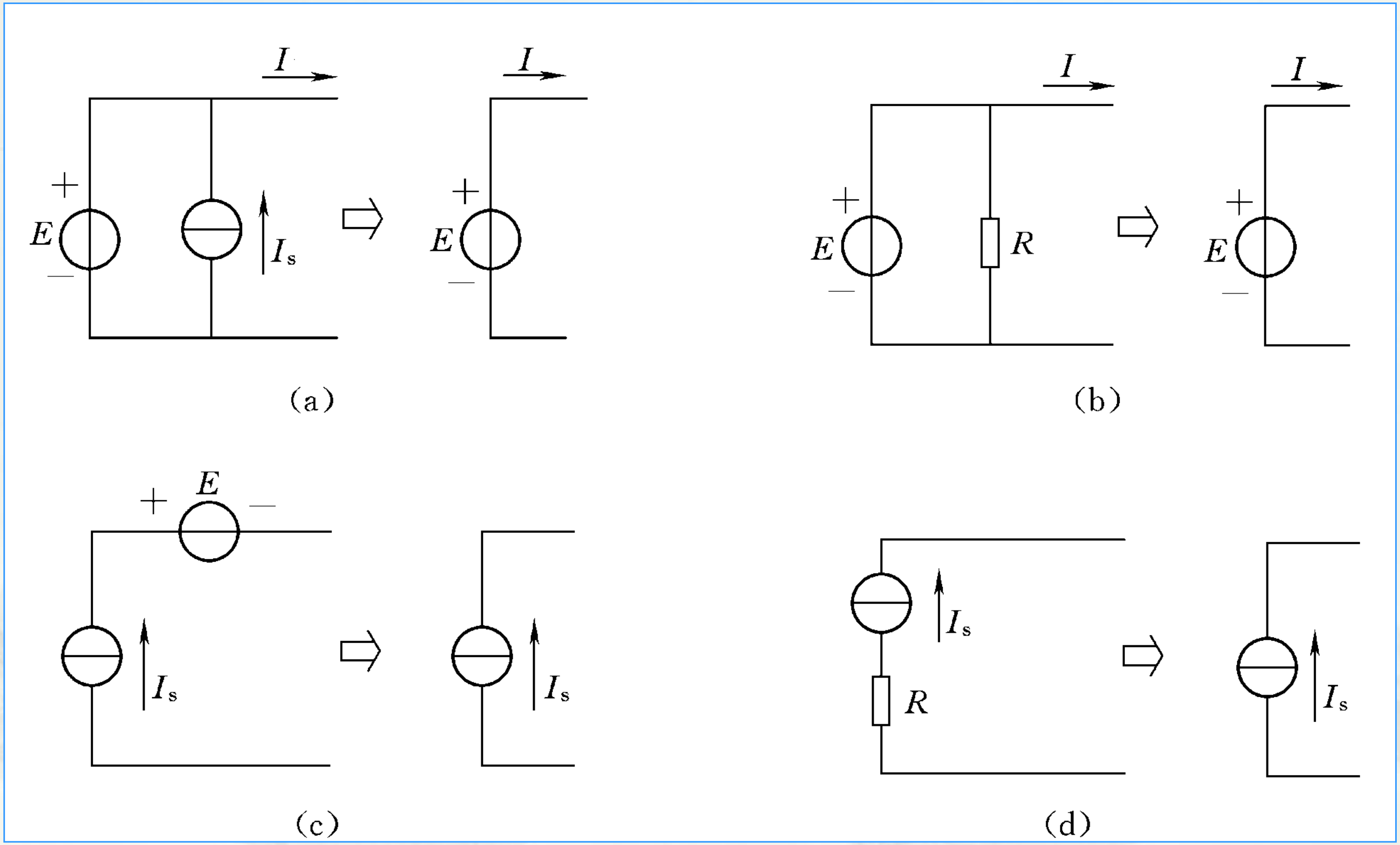
相同的理想电流源才能串联，每个电流源的端电压不能确定。

③ 电流源与支路的串、并联等效



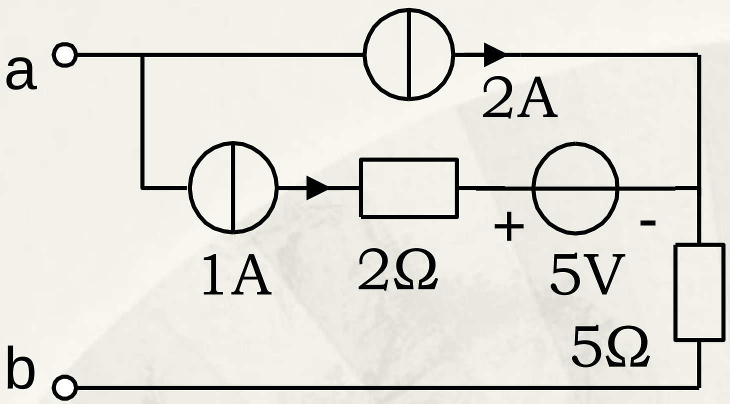
$$i = i_{s1} - \frac{u}{R_1} + i_{s2} - \frac{u}{R_2} = i_{s1} + i_{s2} - \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)u = i_s - \frac{u}{R}$$

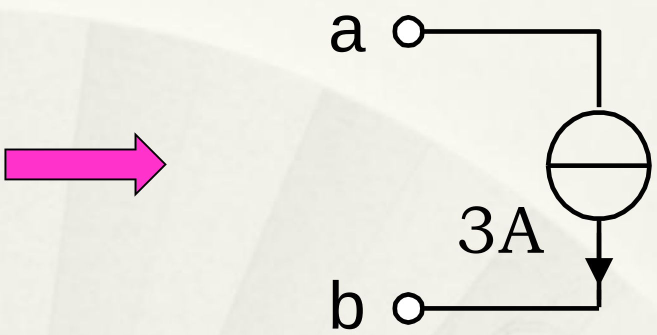


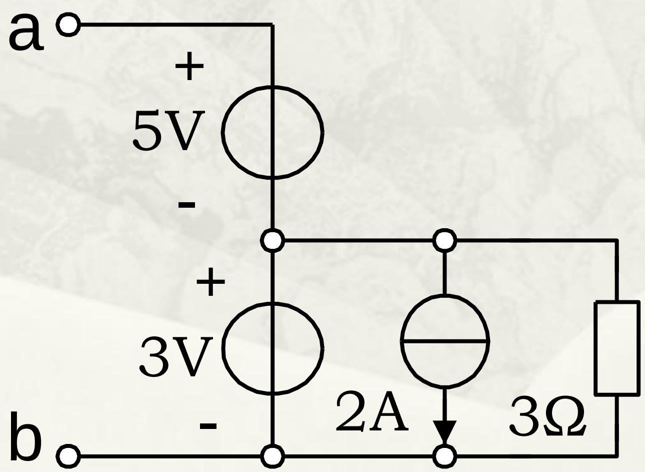


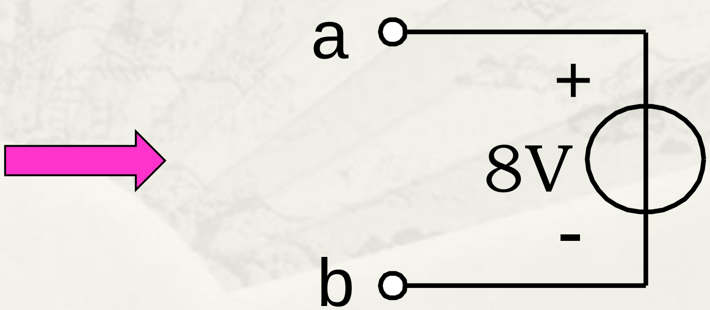
* 理想电压源与任何一条支路(含电流源或电阻支路)并联后，其等效电源仍为电压源；
* 理想电流源与任何一条支路(含电压源或电阻支路)串联后，其等效电源仍为电流源。

例：试将以下两电路进行简化

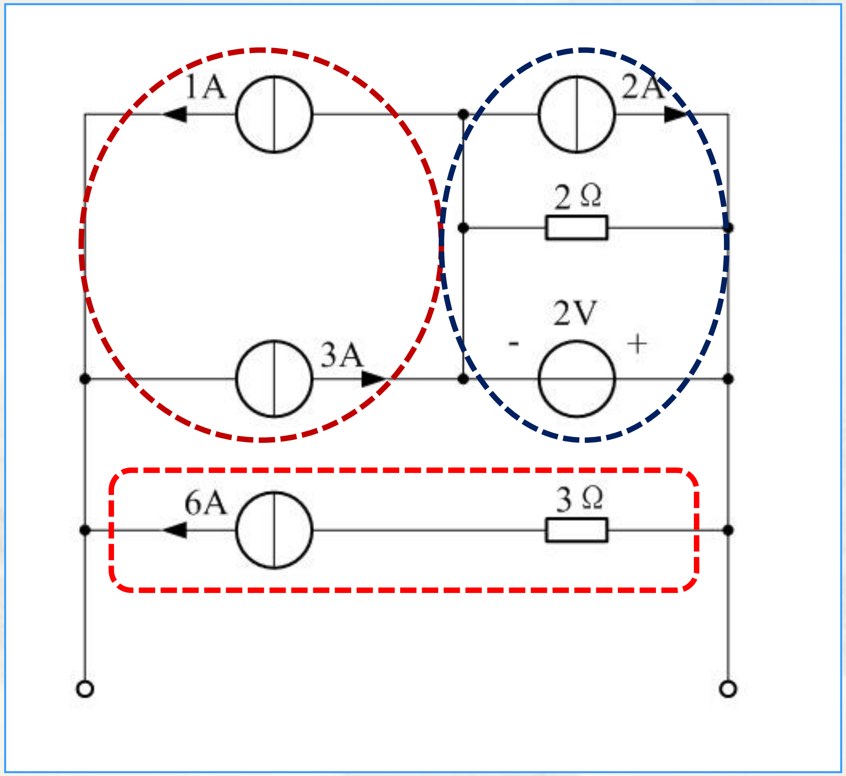


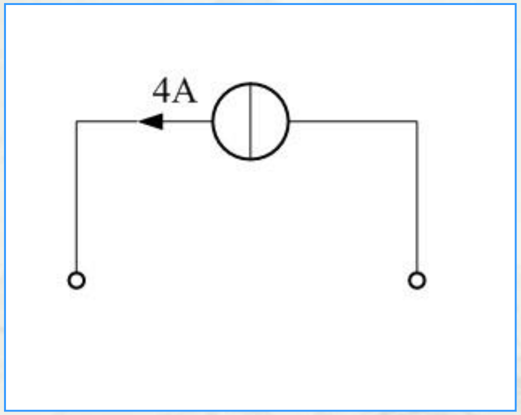






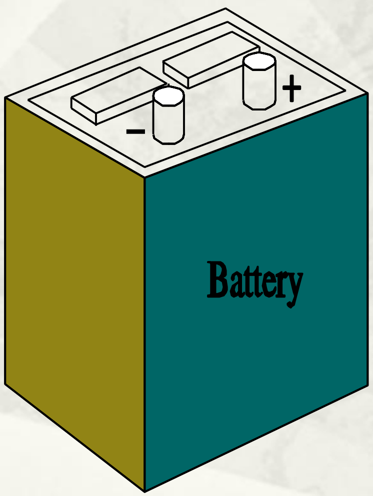
【例】试化简下面电路





2.1.5 实际电源之间的等效变换

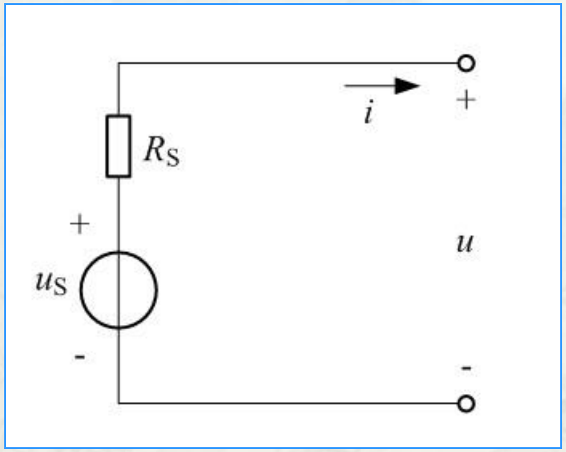
实际电源是实际电源的抽象模型，当计及本身的功率损耗,电源分为**实际电压源和实际电流源**两种。



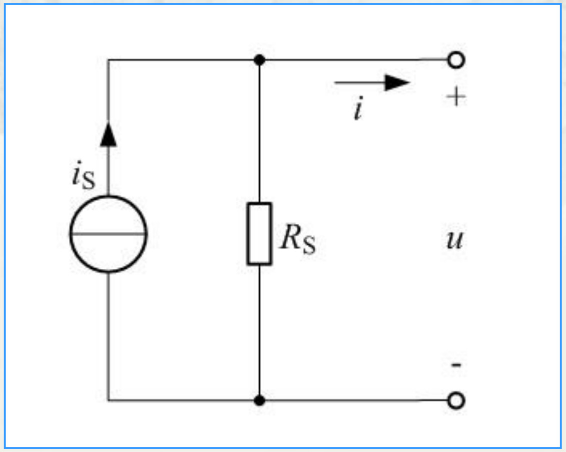
实际独立

电源电路

科学抽象

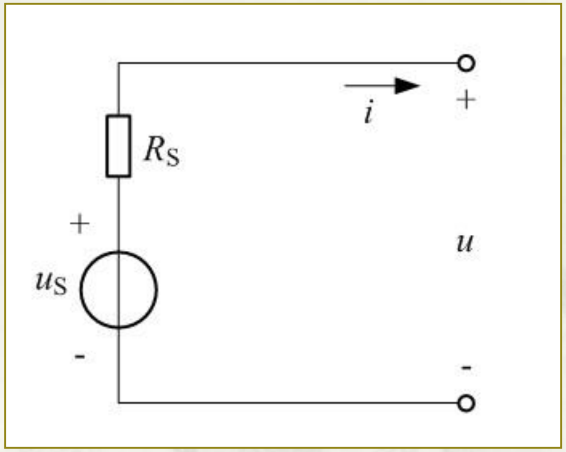


电压源与内阻串联

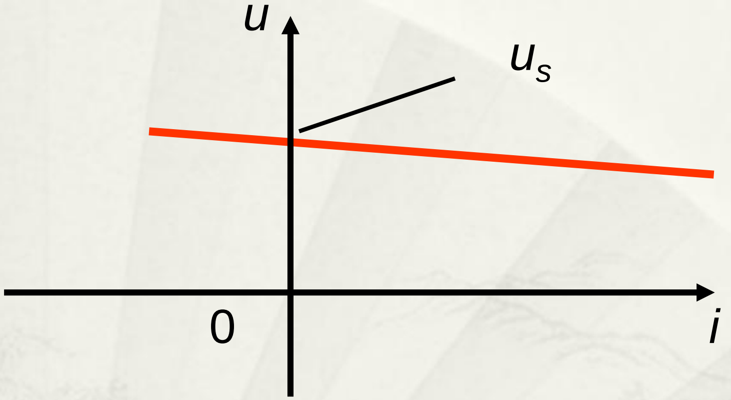


电流源与内阻并联

1. 实际电压源



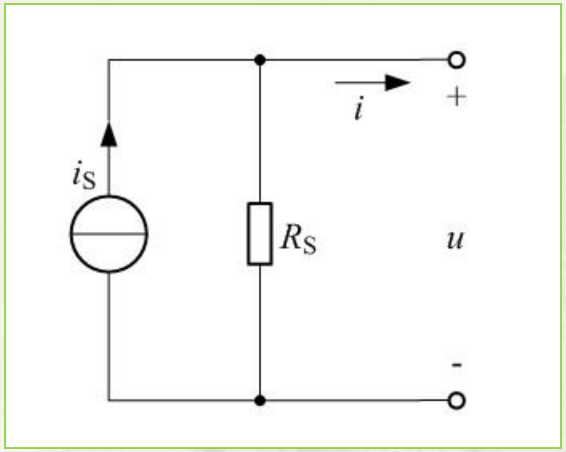
伏安特性： $u = u_S - R_S i$



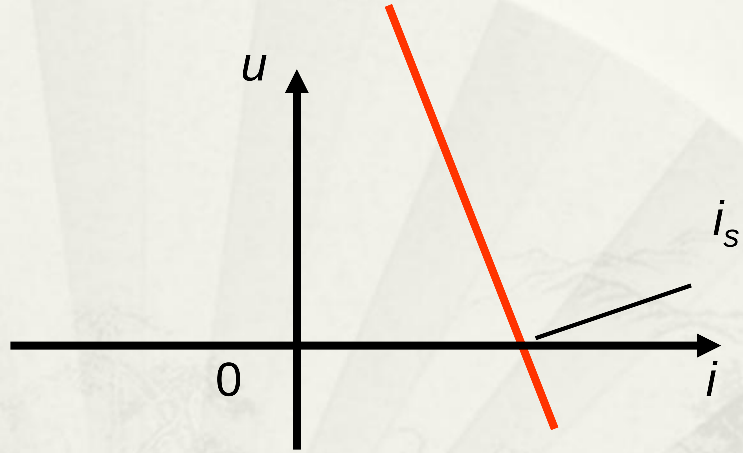
可以看出，电压源R_S越接近于0越好

另外，实际电压源也不允许短路。因其内阻小，若短路，电流很大，可能烧毁电源。

2. 实际电流源



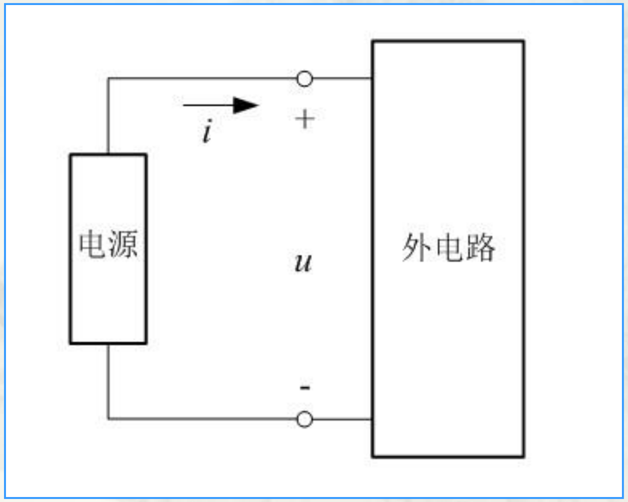
伏安特性： $i = i_S - \dfrac{u}{R_S}$

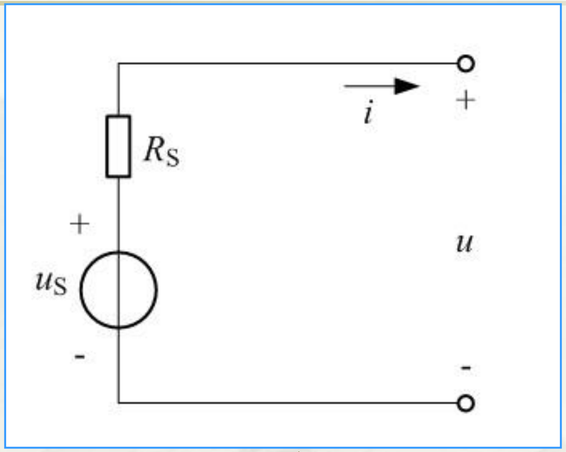


可看出，电流源内阻越大越好。

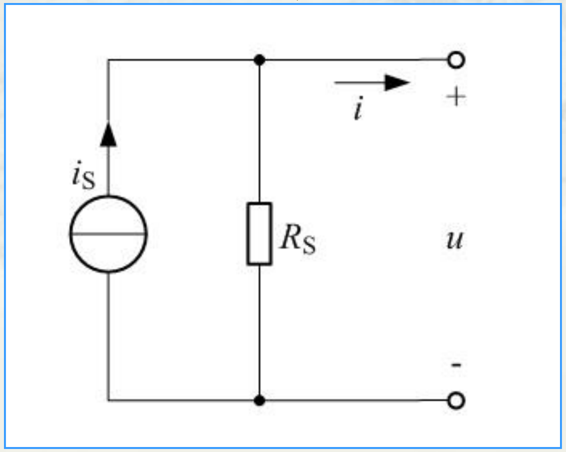
实际电流源也不允许开路。因其内阻大，若开路，电压很高，可能烧毁电源。

3.两种电源电路的等效（对外）





电压源与内阻串联

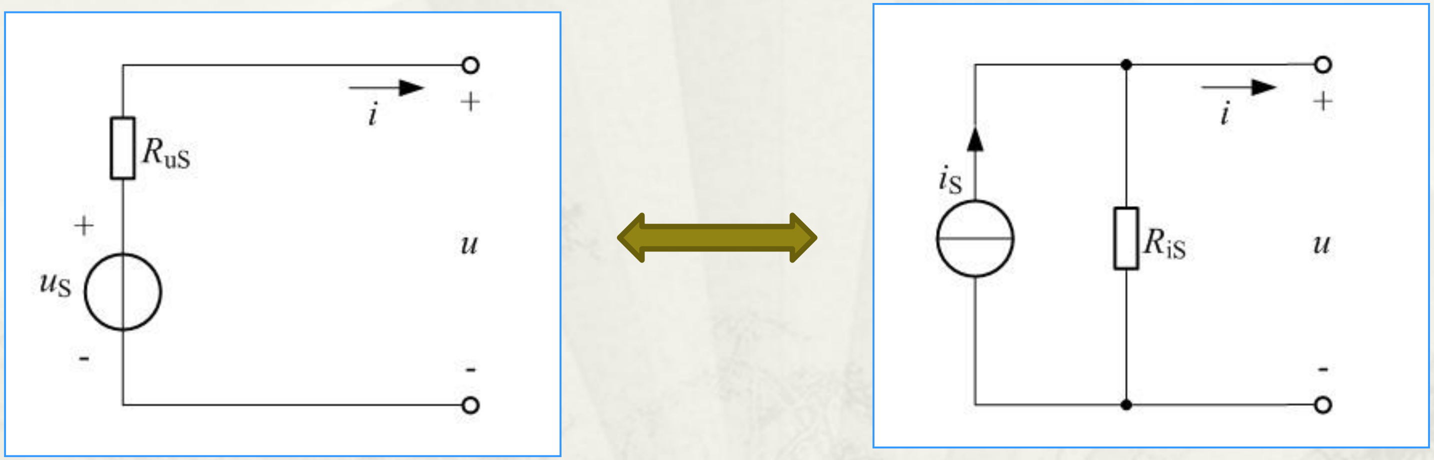


电流源与内阻并联

只考虑其外部特性，如果电压源和电流源具有相同的外特性，相互间是可以进行等效变换。

3.两种电源电路的等效（续）

实际电压源和电流源的等效变换中，需保证端口的电压、电流保持不变。



$$u = u_S - iR_{uS}$$

$$u = (i_S - i)R_{iS} = i_S R_{iS} - iR_{iS}$$

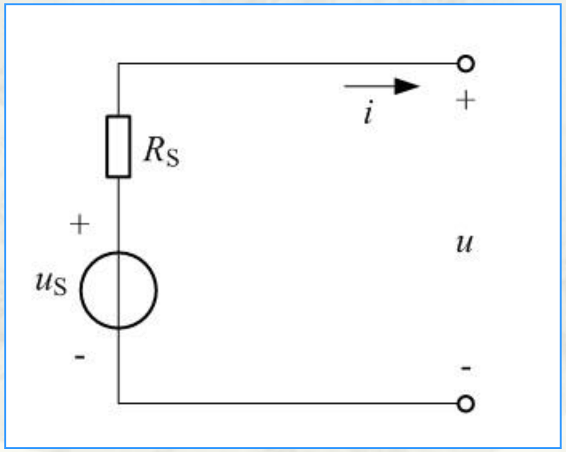
$$\begin{cases} u_S = i_S R_{iS} \\ R_{uS} = R_{iS} (G_{uS} = G_{iS}) \end{cases}$$

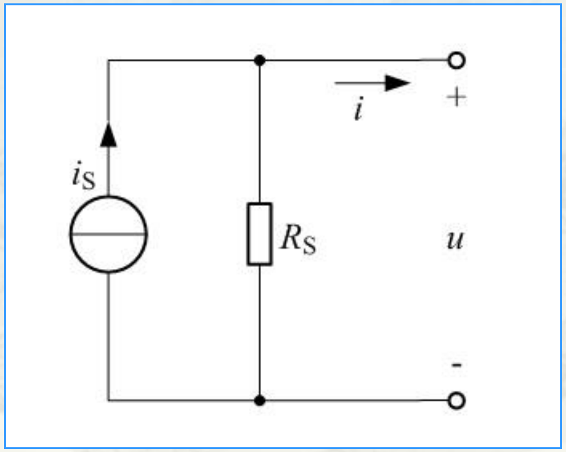
比较可得等效条件

注意：

1）电压源模型与电流源模型互换前后的电流源、电压源方向相反。

2）等效是对外部电路等效，对内部电路是不等效的。如实际电源开路时，电压源内阻不消耗能量，但电流源内阻则消耗能量。

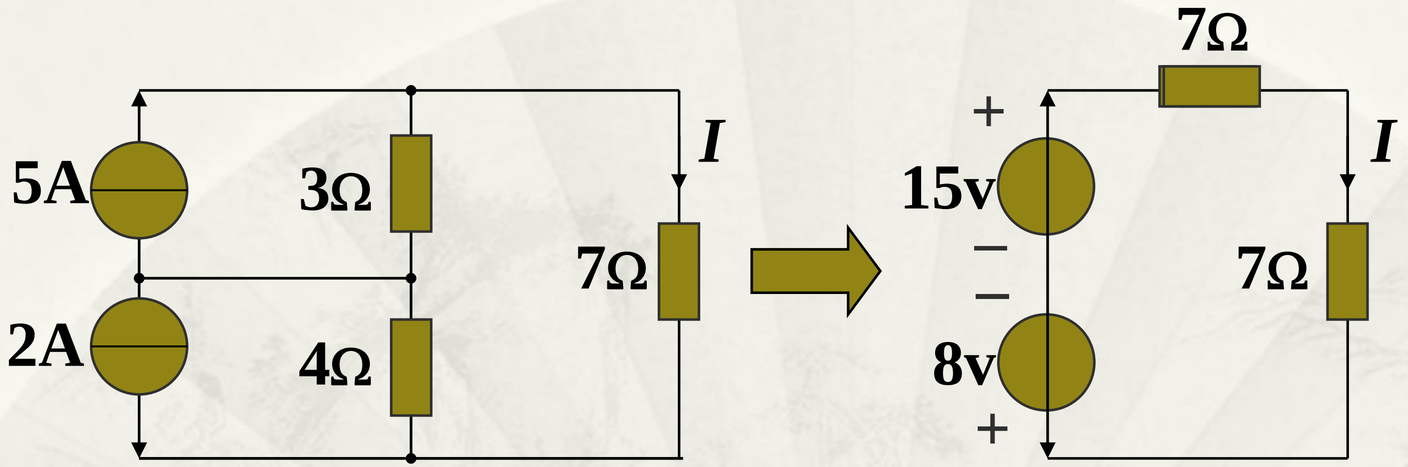




3）理想电压源（恒压源）与理想电流源（恒流源）之间不能互换。

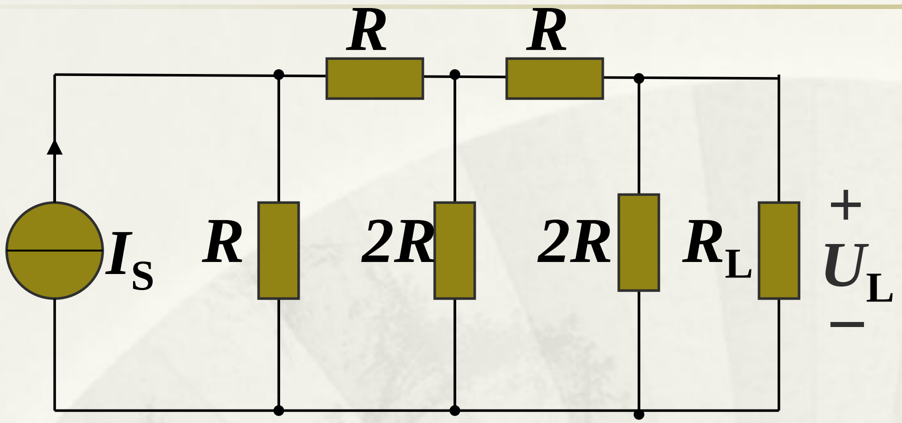
4）受控源和独立源一样可以进行电源转换，注意变换过程中保存控制量所在支路，不要把它消掉。

【例】试求下面电路中的电流I。

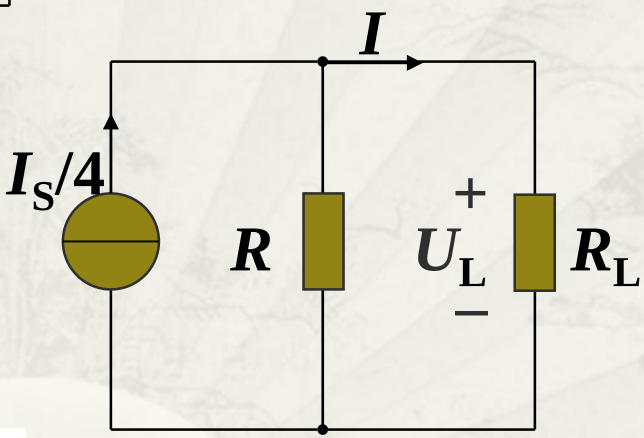


I=0.5A

【例】试求下图中U_L

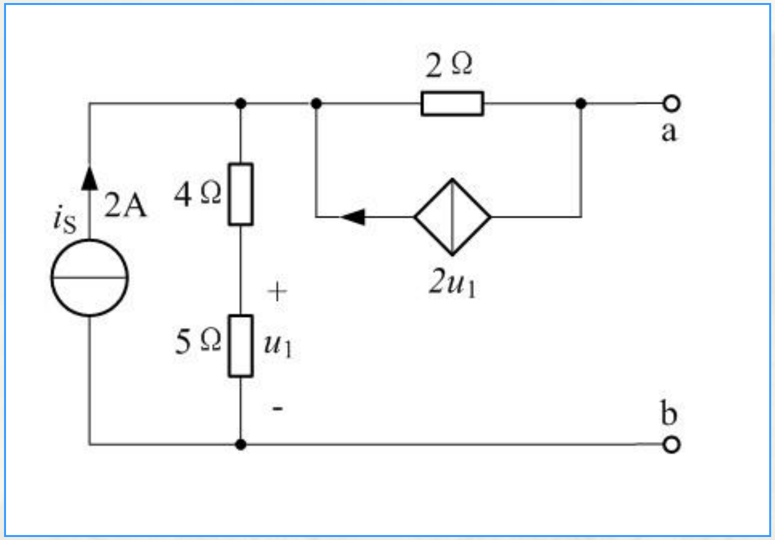


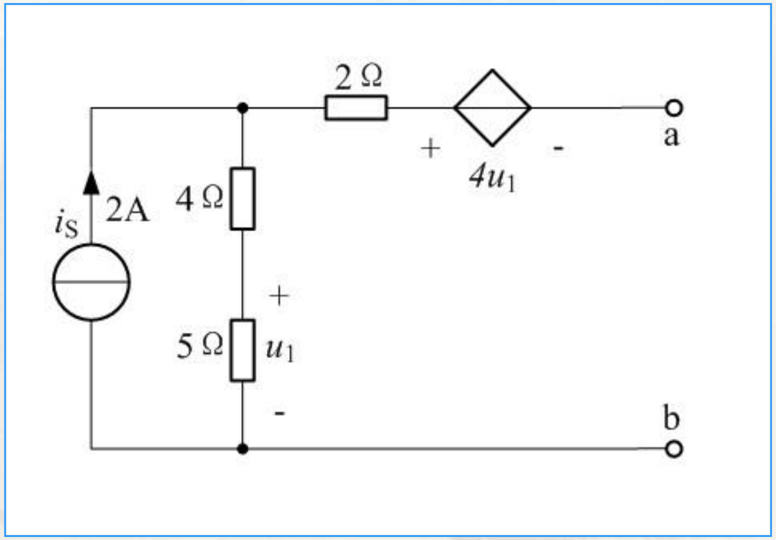
即



$$U_L = \frac{I_S}{4} \frac{RR_L}{R+R_L}$$

【例】求图示二端电路的开路电压U$_{ab}$。



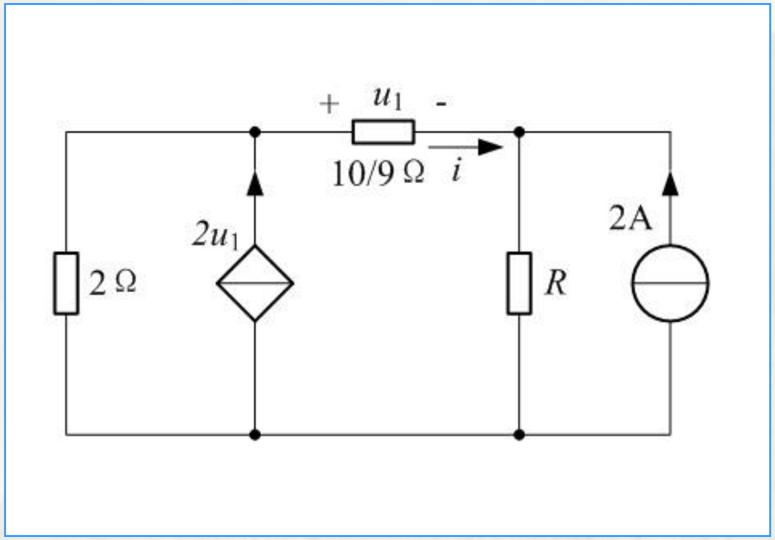


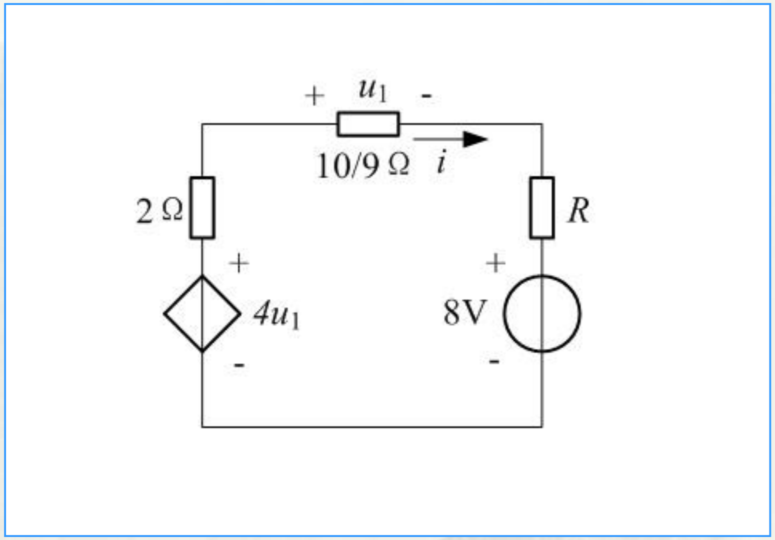
$$U_{ab} = -4U_1 + 2\times(4+5)$$

$$U_1 = 2\times 5 = 10$$

$$U_{ab} = -4\times 10 + 18 = -22(V)$$

【例】对下图所示电路，（1）若R=4Ω，求u_1和i;(2)若u_1=4V，求R。





$$4u_1 - 8 = \frac{u_1}{10/9}(2 + 10/9 + 4)$$

$$u_1 = -\frac{10}{3}V$$

$$i = \frac{u_1}{10/9} = -3A$$

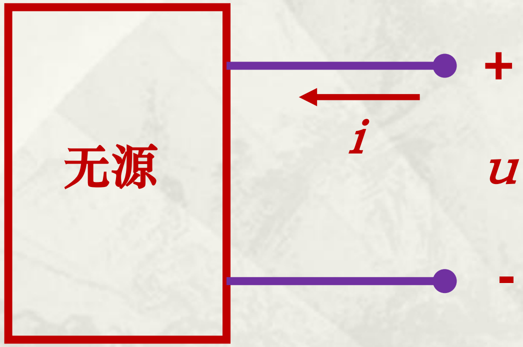
$$i = \frac{u_1}{10/9} = 3.6A$$

$$4u_1 - 2R = i(2 + 10/9 + R)$$

$$R = \frac{4.8}{5.6} = \frac{6}{7}\Omega$$

2.1.6 输入电阻

输入电阻有时也称为等效电阻，是一个无源二端网络的端口电压与端口电流的比值，用R_{in}来表示,可以用来等效替代一个无源二端网络。



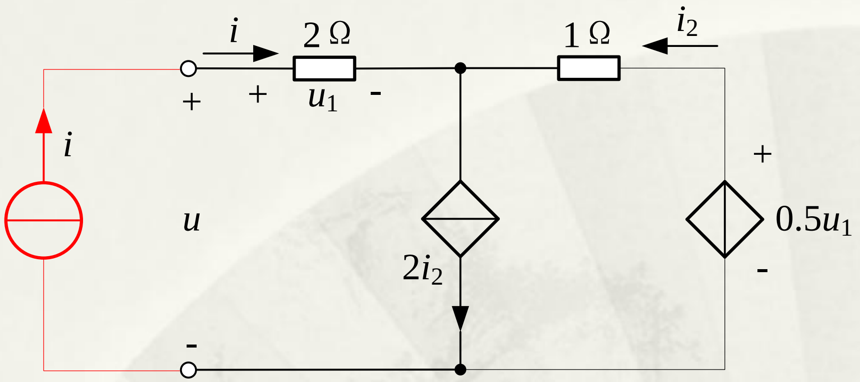
$$R_{in} = \frac{u}{i}$$

输入电阻的计算方法有以下两种：

（1）如果一端口内部仅含电阻，则应用电阻的串、并联和Δ—Y变换等方法求取；

（2）对含有受控源和电阻的两端电路，用电压、电流法求输入电阻，即在端口加电压源，求得电流，或在端口加电流源，求得电压，得其比值。

[例]求图示电路的输入电阻



由 KVL 得

$$u = u_1 - i_2 + 0.5u_1$$

$$= 1.5u_1 - i_2 = 3i - i$$

$$= 2i$$

解　由欧姆定律、KCL

$$u_1 = 2i \qquad i + i_2 = 2i_2$$

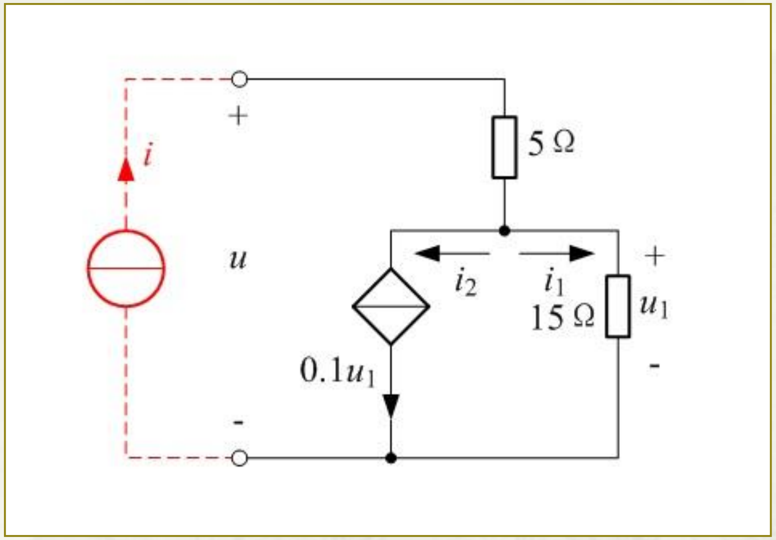
$$i = i_2$$

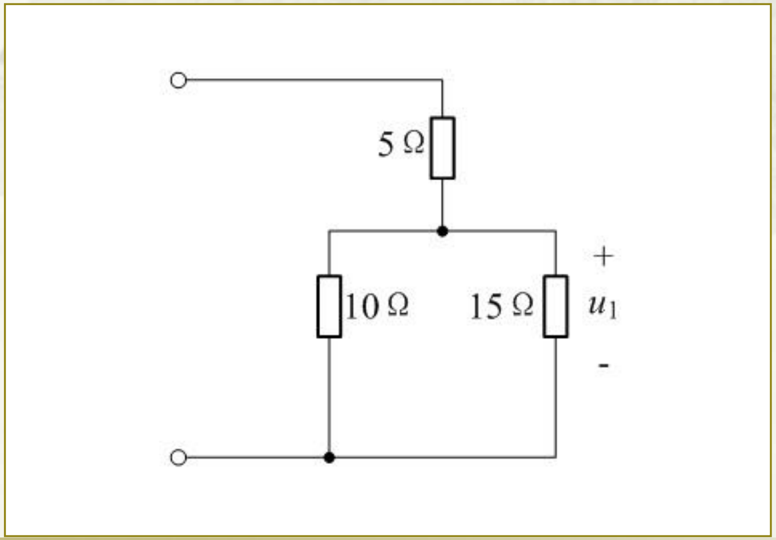
输入电阻

$$R_{in} = \frac{u}{i} = 2\Omega$$

若采用端口加电压源求电流的方法该如何解答？

[例]求图示电路的输入电阻





$$u_1 = 15i_1 \qquad i_2 = \frac{u_1}{10} = 1.5i_1$$

$$i = i_1 + i_2 = 2.5i_1$$

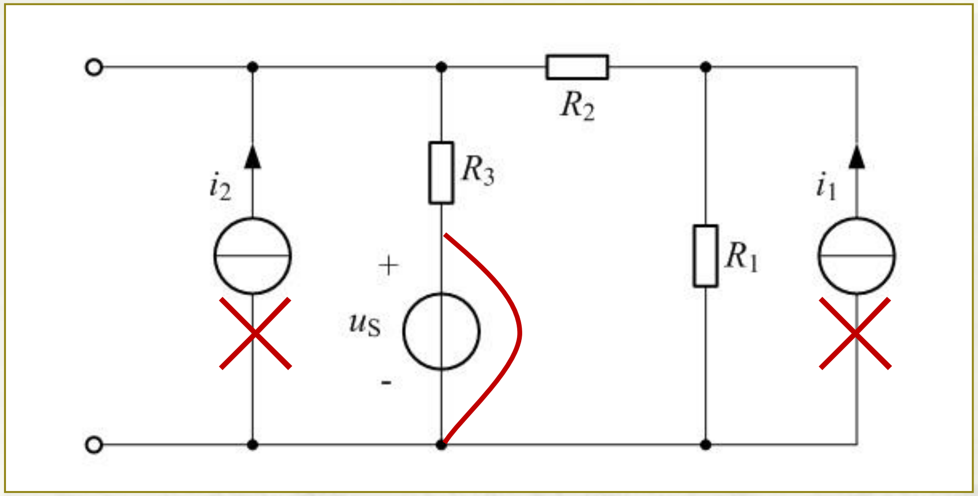
$$u = 5i + u_1 = 5 \times 2.5i_1 + 15i_1$$

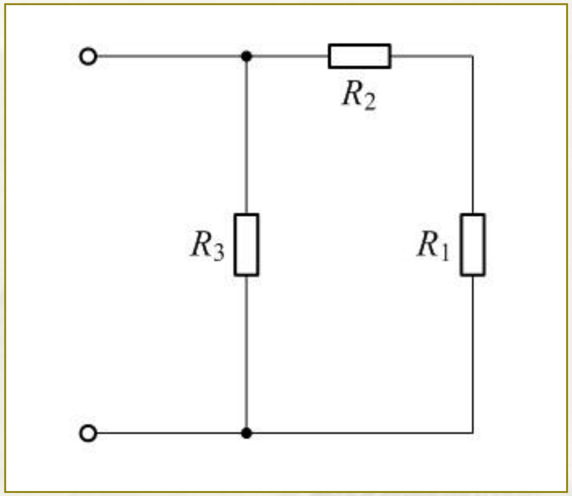
$$= 27.5i_1$$

$$R_{in} = \frac{u}{i} = \frac{27.5i_1}{2.5i_1} = 11\Omega$$

$$R_{in} = 5 + \frac{10 \times 15}{10 + 15} = 11\Omega$$

[例]计算下图一端口电路的输入电阻



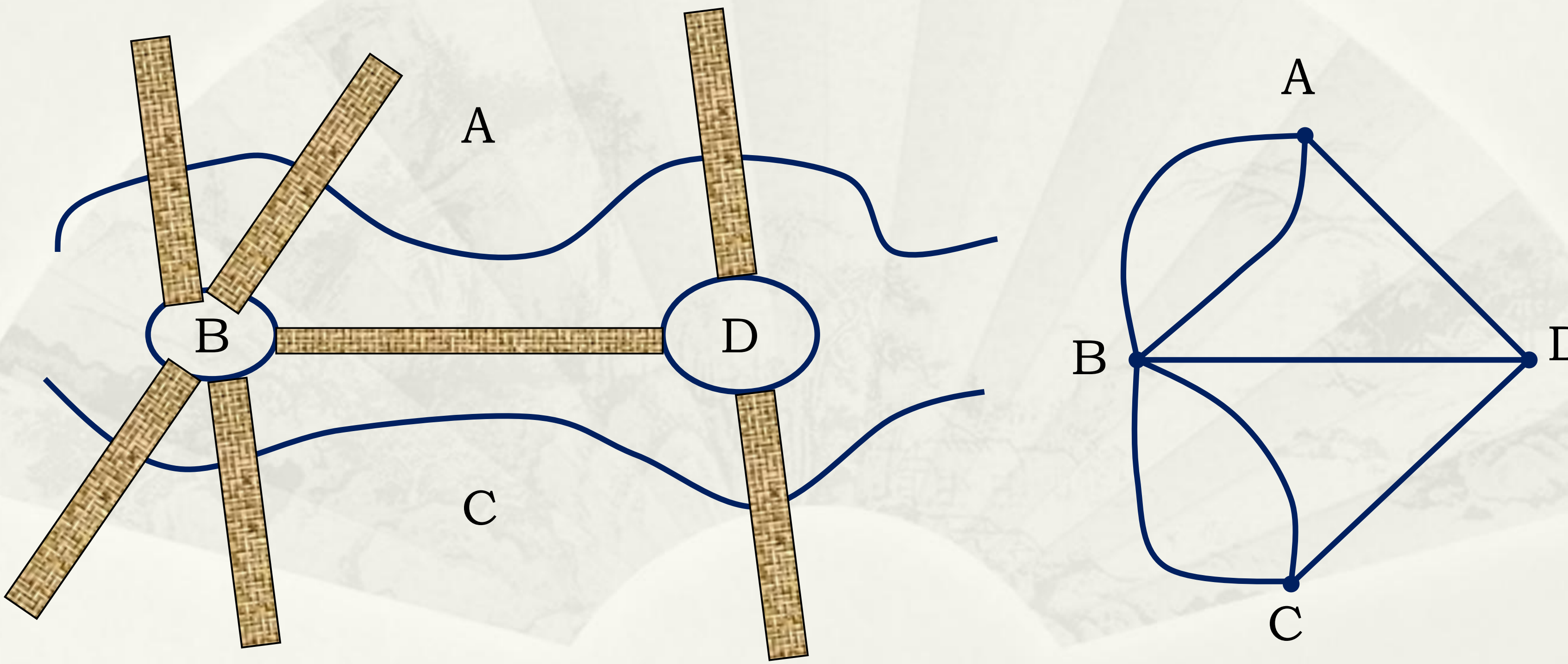


★先把有源网络的独立源置零：电压源短路；电流源开路，再求输入电阻。

$$R_{in} = (R_1 + R_2) // R_3$$

2.2 电路的图

1.网络图论　　　　1736年,欧拉提出“七桥问题”,图论和拓扑学诞生。图论是拓扑学的一个分支，是富有趣味和应用极为广泛的一门学科。



哥尼斯堡七桥难题(现名加里宁格勒,属俄罗斯)

Leonhard Euler——数学大师！

1707年欧拉生于瑞士巴塞尔

1720年（13岁）入读巴塞尔大学，师从微积分权威约翰·伯努利

1722年（15岁）大学毕业，获得学士学位

1723年（16岁）获得巴赛尔大学的哲学硕士学位

1726年（19岁）受聘于圣彼得堡科学院（工作14年）

1738年积劳成疾，右眼失明

1741年受聘于柏林科学院

1766年携家人回到阔别25年的俄国

1771年双目失明，住所发生火灾，财产、手稿付之一炬

1773年前妻去世

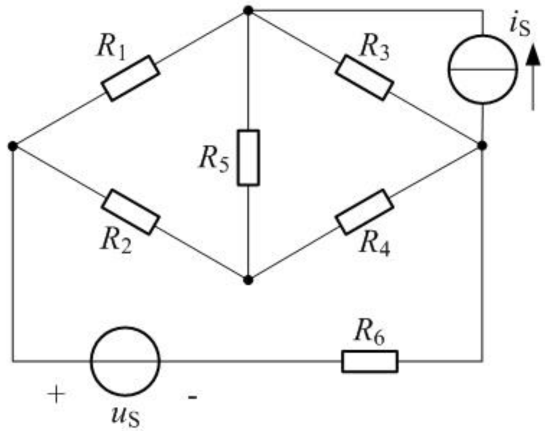
1783年逝于俄国

莱昂哈德·欧拉
(Leonhard Euler)

身残志坚，不折不挠，
人类有史以来最多产的数学家！

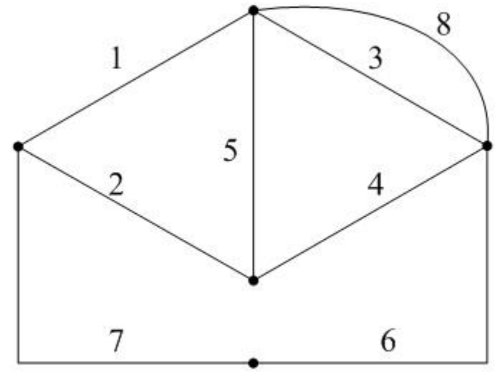
图论趣味题：如下圖，9個點成一正方形排列。試畫四條直線（筆不得離紙）貫穿全部9個黑點。

2.电路的图的形成



抛开元件性质

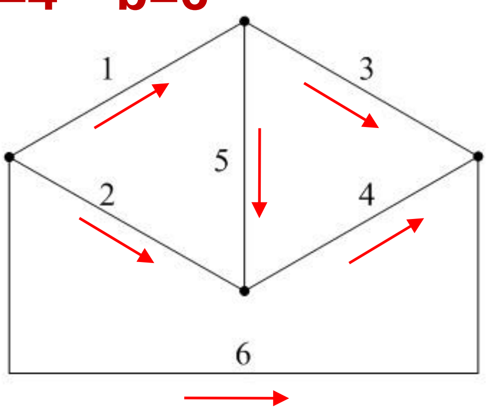
n=5　b=8



一个元件作为一条支路

若元件的串联及并联组合各作为一条支路

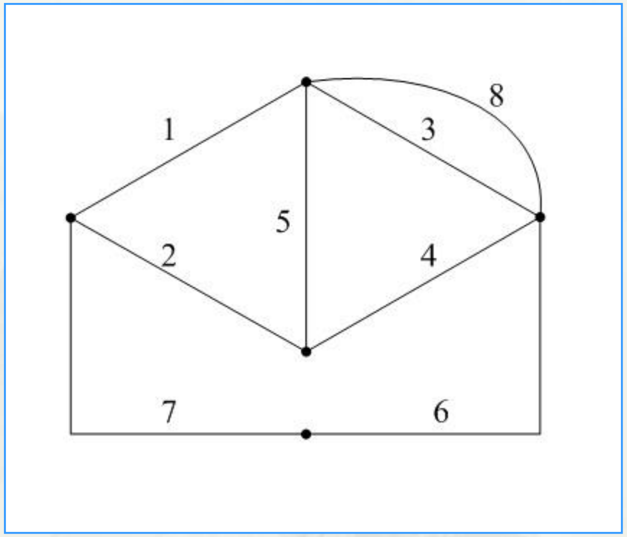
n=4　b=6



有向图

一个图G是具有连接关系的结点和支路的集合。电路的图是用以表示电路几何结构的图形。

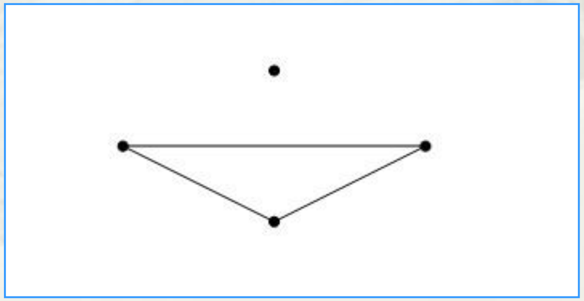
(1)图的定义(Graph) → G={支路，结点}



① 图中的结点和支路各自是一个整体。

② 移去图中的支路，与它所联接的结点依然存在，因此允许有孤立结点存在。

③ 如把结点移去，则应把与它联接的全部支路同时移去。

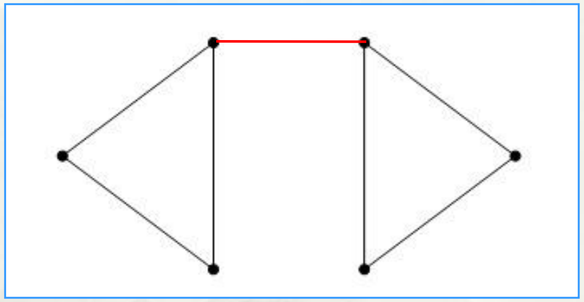


(2)路径

从图G的一个结点出发沿着一些支路连续移动到达另一结点，这一系列所经过的支路构成路径。

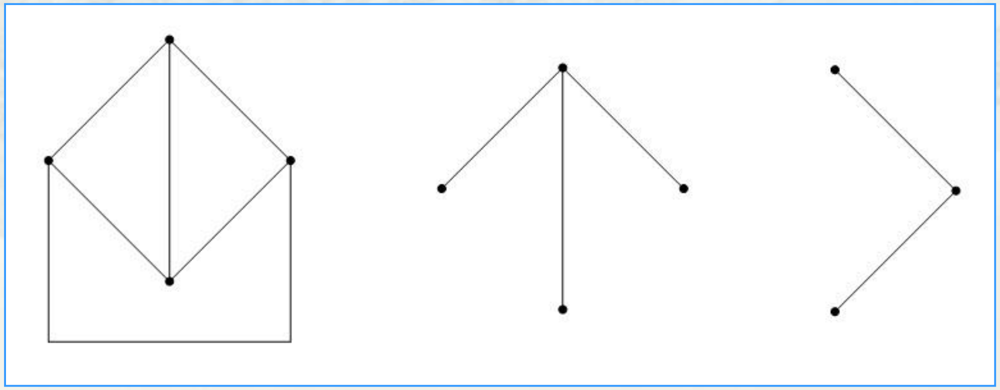
(3)连通图

图G的任意两结点间至少有一条路径时称为连通图，非连通图至少存在两个分离部分。



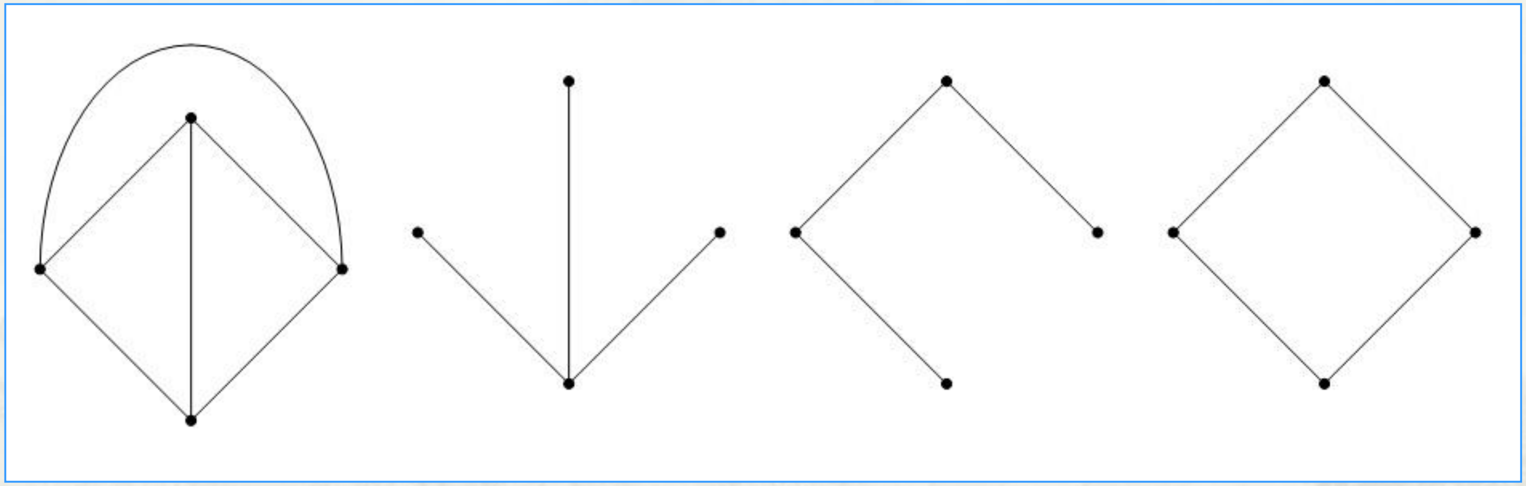
(4)子图

若图G_1中所有支路和结点都是图G中的支路和结点，则称G_1是G的子图。



①树(Tree) → 树是连通图的子图必须满足下列条件：

a. 连通
b. 包含所有结点
c. 不含闭合路径



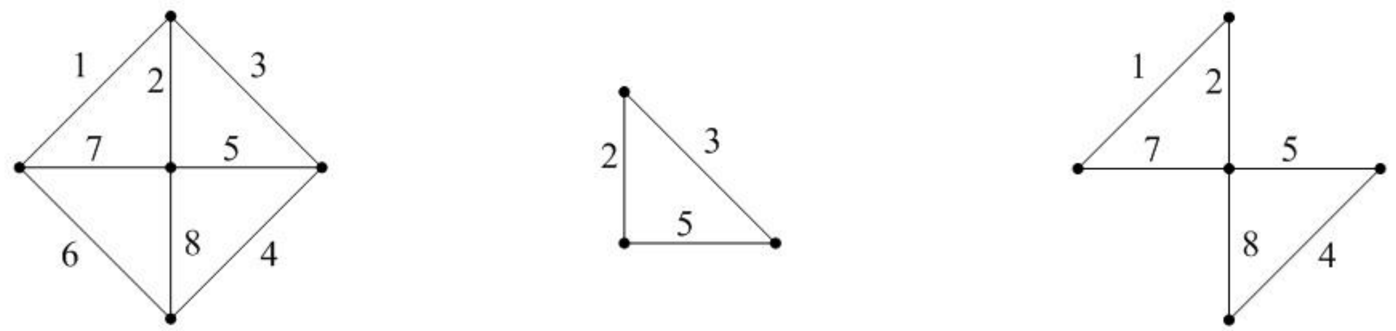
树支：构成树的支路　　**连支**：属于G而不属于T的支路

注意：① 对应一个图有很多的树

② 树支的数目是一定的　$b_t = n - 1$

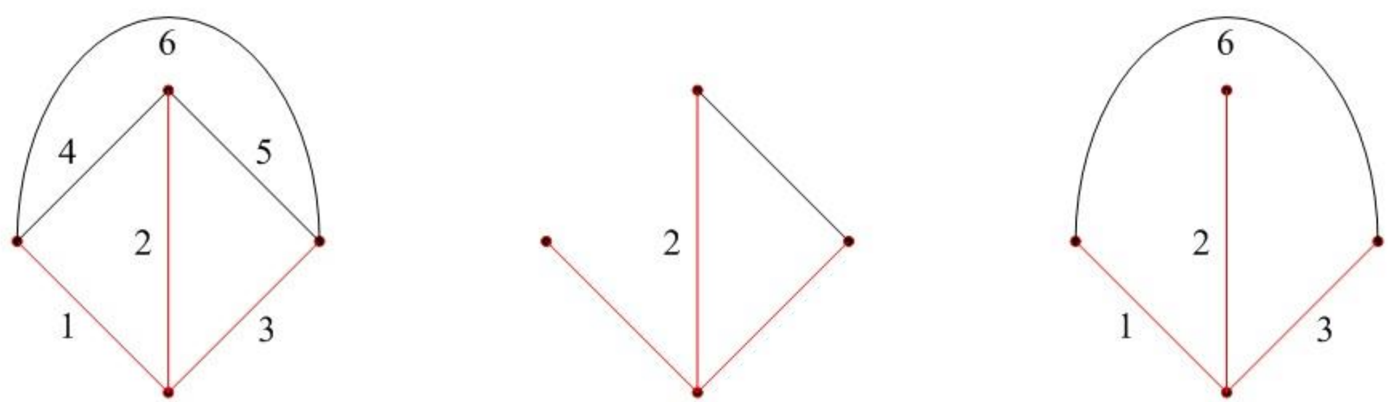
连支数：$b_l = b - b_t = b - (n - 1)$

②回路(Loop) → L是连通图的一个子图，构成一条闭合路径，并满足：(1)连通，(2)每个结点关联2条支路。



回路　　不是回路

基本回路(单连支回路：每个回路仅包含一条连支)



注意:

1）对应一个图有很多的回路；

2）基本回路的数目是一定的，为连支数；　$l = b_l = b - (n-1)$

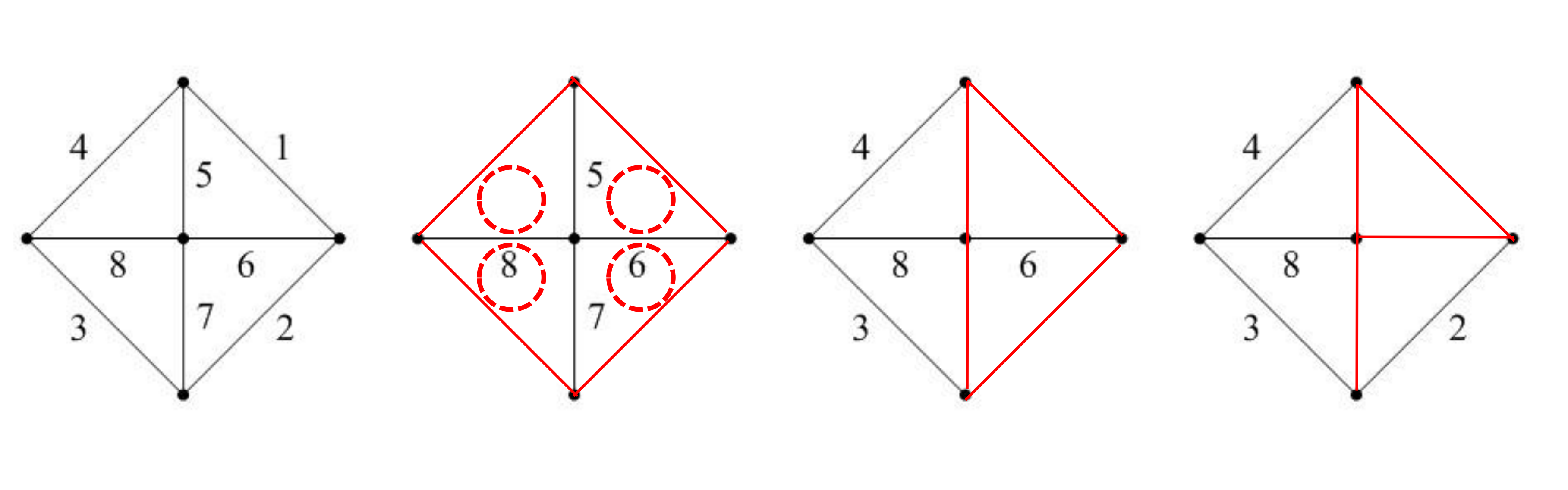
3）对于平面电路，网孔数等于基本回路数。

结点、支路和基本回路关系:

支路数＝树支数＋连支数＝结点数－1＋基本回路数

$$b = b_t + b_l = n + l - 1$$

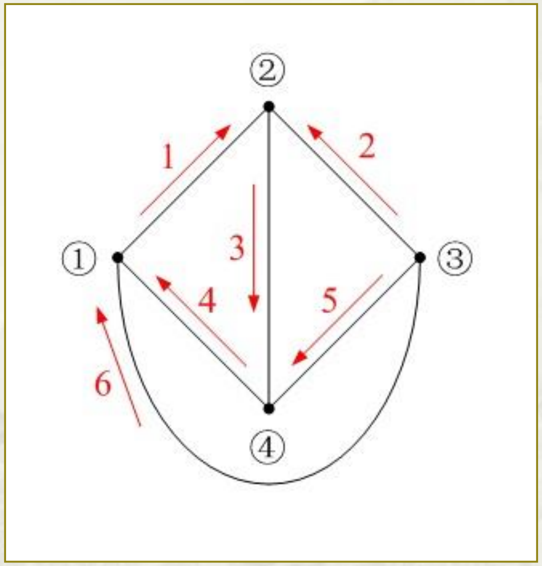
【例】图示为电路的图，画出三种可能的树及其对应的基本回路。



网孔是肯定基本回路！

2.3　KCL和KVL的独立方程数

1.KCL的独立方程数



分别对图中四个结点列写KCL方程

① $i_1 - i_4 - i_6 = 0$

② $-i_1 - i_2 + i_3 = 0$

③ $i_2 + i_5 + i_6 = 0$

④ $-i_3 + i_4 - i_5 = 0$

是否为独立方程?

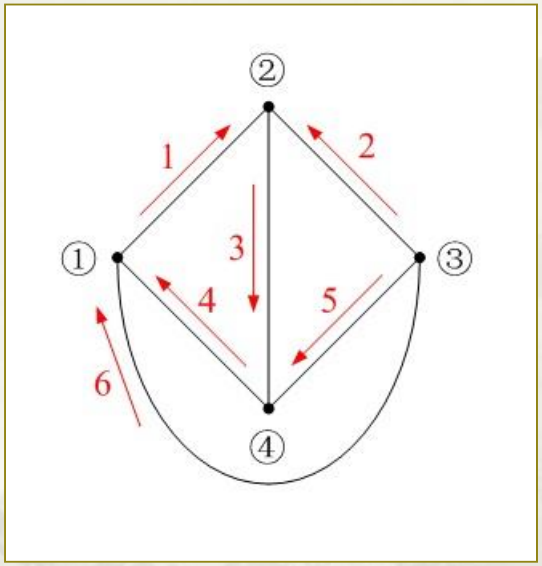
① + ② + ③ + ④ = 0

n个结点的电路，独立的KCL方程为n-1个。

一般情况下，对有n个节点的电路，就有n个KCL方程。每条支路对应于两个节点,支路电流一个流进,一个流出。 如果将n个节点电流方程式相加必得0=0，所以独立节点数最多为$(n-1)$。可以证明：此数目恰为$(n-1)$个。即 n个方程中的任何一个方程都可以从其余$(n-1)$个方程推出 来。

独立节点为与独立方程对应的节点。任选$(n-1)$个节点即为独立节点。

2.KVL的独立方程数



分别对图中四个网孔列写KVL方程

(1) $u_1 + u_3 + u_4 = 0$

(2) $u_2 + u_3 - u_5 = 0$

(3) $u_4 + u_5 - u_6 = 0$

(1)-(2) $u_1 - u_2 + u_4 + u_5 = 0$

可以证明通过对以上三个网孔方程进行加、减运算可以得到其他回路的KVL方程：

选择基本回路列KVL，列出的方程为独立KVL方程！方程个数=$b-(n-1)$

2.4 支路电流法（简介）

1. 支路电流法

支路电流法是以各支路电流为未知量列写电路方程分析电路的方法。

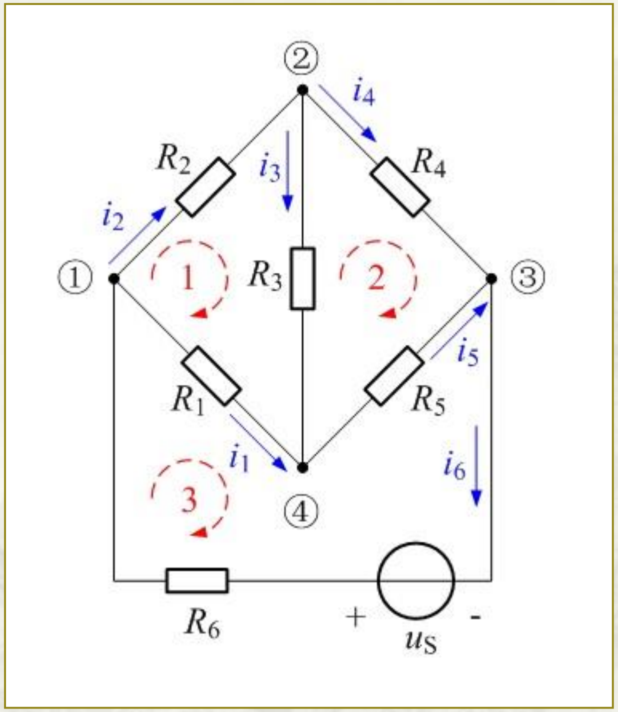
对于有n个结点、b条支路的电路，要求解支路电流,未知量共有b个。只要列出b个独立的电路方程，便可以求解这b个变量。

2. 独立方程的列写

① 从电路的n个结点中任意选择n-1个结点列写KCL方程

② 选择基本回路列写b-(n-1)个KVL方程。

3. 支路电流法的步骤



（1）标定各支路电流（电压）的参考方向；

（电压参考方向若未标明，可取默认）

（2）选定$(n-1)$个结点，列写其KCL方程；

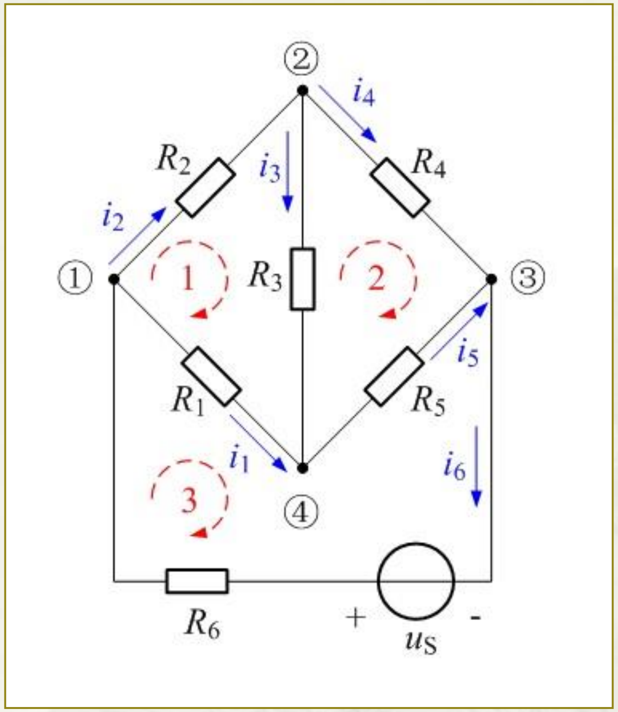
① $i_1 + i_2 - i_6 = 0$

② $-i_2 + i_3 + i_4 = 0$

③ $-i_4 - i_5 + i_6 = 0$

（3）选定$b-(n-1)$个独立回路，指定回路绕行方向，结合KVL和支路方程列写；

$$\sum R_k i_k = \sum u_{Sk}$$



取网孔为独立回路，沿顺时针方向绕行列KVL写方程：

可省去

$$
\begin{cases}
\text{回路1} \quad -u_1 + u_2 + u_3 = 0 \\
\text{回路2} \quad -u_3 + u_4 - u_5 = 0 \\
\text{回路3} \quad u_1 + u_5 + u_6 = 0
\end{cases}
$$

此处u_i表示支路电压，而不是仅指电阻上电压

应用欧姆定律消去支路电压得：

$$-R_1 i_1 + R_2 i_2 + R_3 i_3 = 0$$

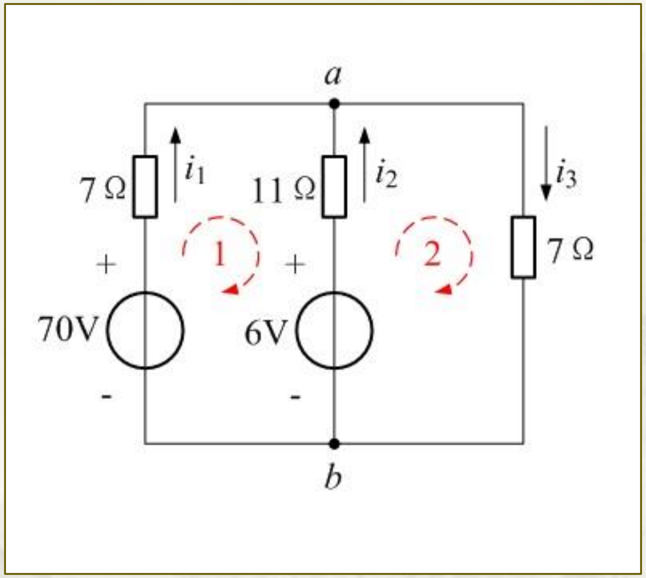
$$-R_3 i_3 + R_4 i_4 - R_5 i_5 = 0$$

$$R_1 i_1 + R_5 i_5 + R_5 i_6 = u_S$$

（4）综合KCL和KVL进行求解，得到*b*个支路电流；

（5）进一步计算支路电压和进行其它分析。

【例】求各支路电流及各电压源发出的功率。



(1)列写n－1=1个KCL方程：

对于结点a：　$-i_1-i_2+i_3=0$

(2)列写b-(n－1)=2个KVL方程：

$$\begin{cases} 7i_1-11i_2=70-6=64 \\ 11i_2+7i_3=6 \end{cases}$$

写成$\sum U=\sum U_S$的形式

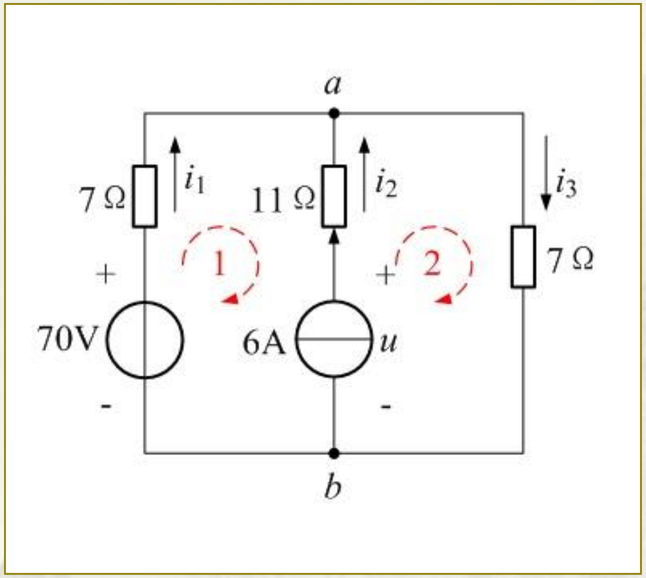
解方程组得

$i_1=6A$　　$i_2=-2A$　　$i_3=4A$

$P_{70发}=6\times70=420W$

$P_{6发}=-2\times6=-12W$

【例】列写支路电流方程。(电路中含有理想电流源)



解法1：

(1)列写n－1=1个KCL方程：

对于结点a： $-i_1-i_2+i_3=0$

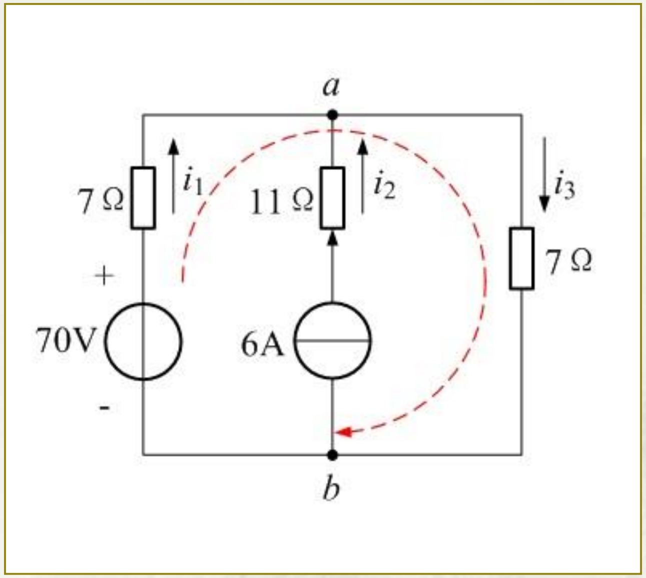
(2)列写b-(n－1)=2个KVL方程：

因6A电流源两端电压未知，假设为u，参考方向如图所示

$$\begin{cases} 7i_1-11i_2=70-u \\ 11i_2+7i_3=u \end{cases}$$

增补方程 $i_2=6A$

联立以上方程组即可进行求解。



(2)列写KVL方程：

避开电流源支路，取如图所示回路列方程

$7i_1+7i_3=70$

联立以上两方程即可进行求解。

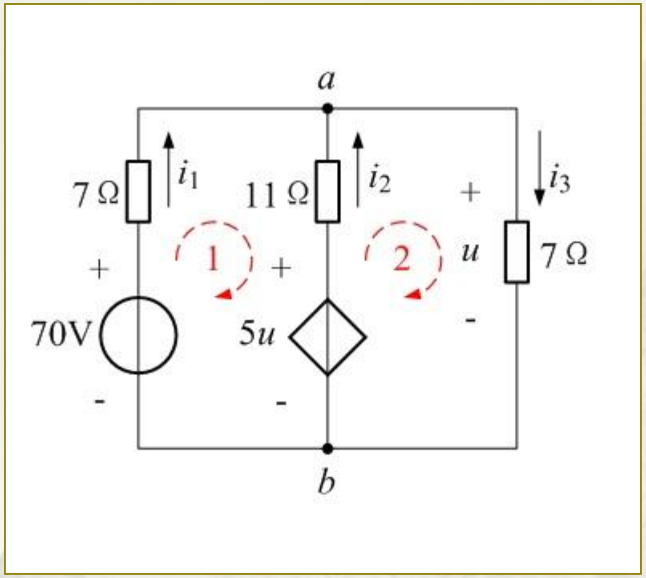
解法2：

(1)列写n－1=1个KCL方程：

对于结点a：　$-i_1+i_3=6$

（因i_2已知为6A）

【例】列写支路电流方程。(电路中含有受控源)



解：(1)列写n－1=1个KCL方程：

对于结点a： $-i_1-i_2+i_3=0$

(2)列写b-(n－1)=2个KVL方程：

$$\begin{cases} 7i_1-11i_2=70-5u \\ 11i_2+7i_3=5u \end{cases}$$

增补方程 $u=7i_3$

支路电流法特点：

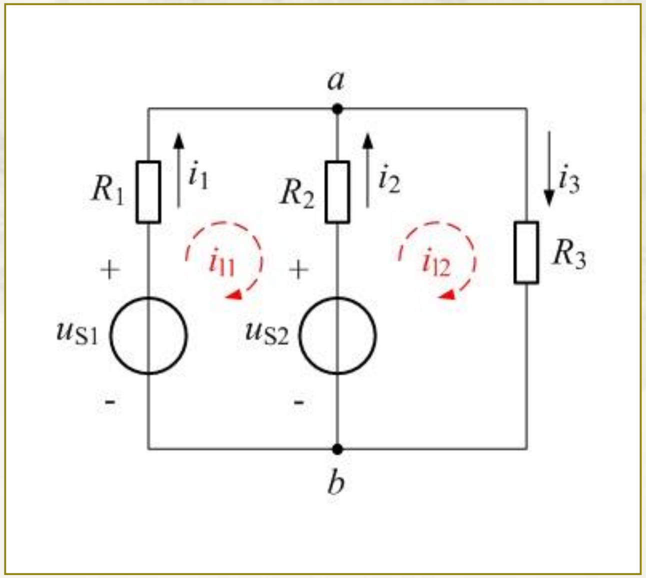
支路电流法是最基本的方法，在方程数目不多的情况下可以使用。由于支路法要同时列写 KCL和KVL方程， 所以方程数较多，且规律性不强(相对于后面的方法)，手工求解比较繁琐，也不便于计算机编程求解。

2.5 网孔电流法

1.网孔电流法

以沿网孔连续流动的假想电流为未知量列写电路方程分析电路的方法称网孔电流法。它仅适用于平面电路。

网孔电流法的目的是减少未知量(方程)的个数，假想每个网孔中有一个网孔电流。各支路电流可用网孔电流的线性组合表示，来求得电路的解。



网孔数为2。选图示的两个网孔电流i_{l1}，i_{l2}

支路电流可表示为：

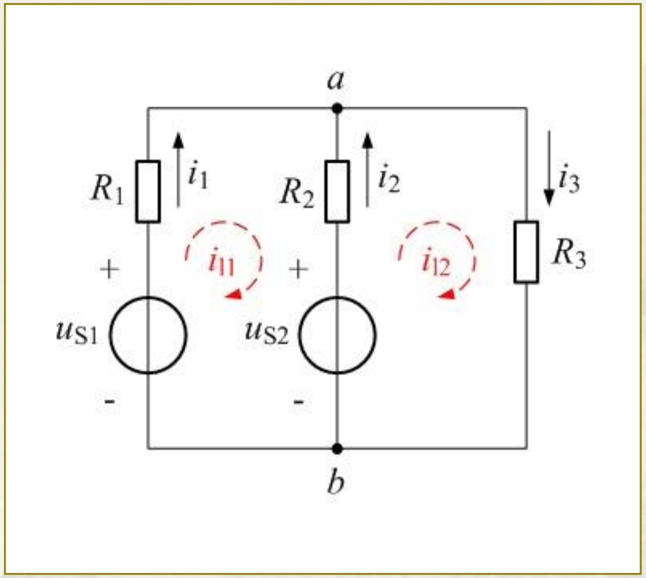
$$i_1 = i_{l1} \qquad i_3 = i_{l2} \qquad i_2 = i_{l2} - i_{l1}$$

▲网孔电流的特点：

（1）独立性：网孔电流自动满足KCL，且相互独立；

（2）完备性：所有支路电流均可用网孔电流表示。

2.方程的列写



网孔1:　$R_1 i_{l1}+R_2(i_{l1}- i_{l2})-u_{S1}+u_{S2}=0$

网孔2:　$R_2(i_{l2}- i_{l1})+ R_3 i_{l2} -u_{S2}=0$

整理得:
$$\begin{cases}(R_1+ R_2)\, i_{l1}-R_2 i_{l2}=u_{S1}-u_{S2}\\ - R_2 i_{l1}+ (R_2 +R_3)\, i_{l2} =u_{S2}\end{cases}$$

方程的标准形式:
$$\begin{cases}R_{11}i_{l1} + R_{12}i_{l2} = u_{sl1}\\ R_{21}i_{l1} + R_{22}i_{l2} = u_{sl2}\end{cases}$$

观察可以看出如下规律:

(1) R_{kk}称为自电阻，第k个网孔中所有电阻之和。　$R_{11}=R_1+R_2$;　$R_{22}=R_2+R_3$

(2) R_{kj}称为互电阻，第k个网孔和第j个网孔之间公共支路的电阻之和。$R_{12}= R_{21}= -R_2$

(3) u_{Slk}第k个网孔中的等效电压源，所有支路电压源电压的代数和。

$u_{Sl1}= u_{S1}-u_{S2}$;　$u_{Sl2}= u_{S2}$

▲网孔电流法方程的标准形式及相关参数正负号的选取

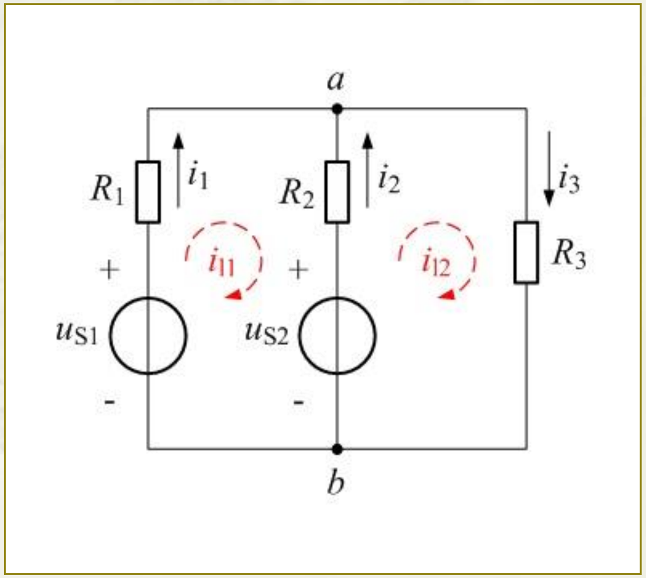
对于具有 l 个网孔的电路，有:

$$\begin{cases} R_{11}i_{l1} + R_{12}i_{l2} + \ldots + R_{1l}i_{ll} = u_{sl1} \\ R_{21}i_{l1} + R_{22}i_{l2} + \ldots + R_{2l}i_{ll} = u_{sl2} \\ \ldots \\ R_{l1}i_{l1} + R_{l2}i_{l2} + \ldots + R_{ll}i_{ll} = u_{sll} \end{cases}$$

R_{kk}: 自电阻(总为正)

R_{kj}: 互电阻 $\begin{cases} + \text{：流过互阻的两个网孔电流方向相同；} \\ - \text{：流过互阻的两个网孔电流方向相反；} \\ 0 \text{：两个网孔无互阻。} \end{cases}$

u_{slk}: 等效电压源 $\begin{cases} + \text{：电压源的电压方向与网孔电流相反；} \\ - \text{：电压源的电压方向与网孔电流相同；} \\ 0 \text{：网孔中无电压源。} \end{cases}$



3. 网孔电流法的步骤

① 选网孔为独立回路，并确定其绕行方向；

② 以网孔电流为未知量，列写其KVL方程；

③ 求解上述方程，得到 *l* 个网孔电流；

④ 求各支路电流；

⑤ 其它分析。

另需注意，求解过程中若电路不含受控源，则系数矩阵为对称阵。

4. 网孔电流法应用时几种常见情况的处理

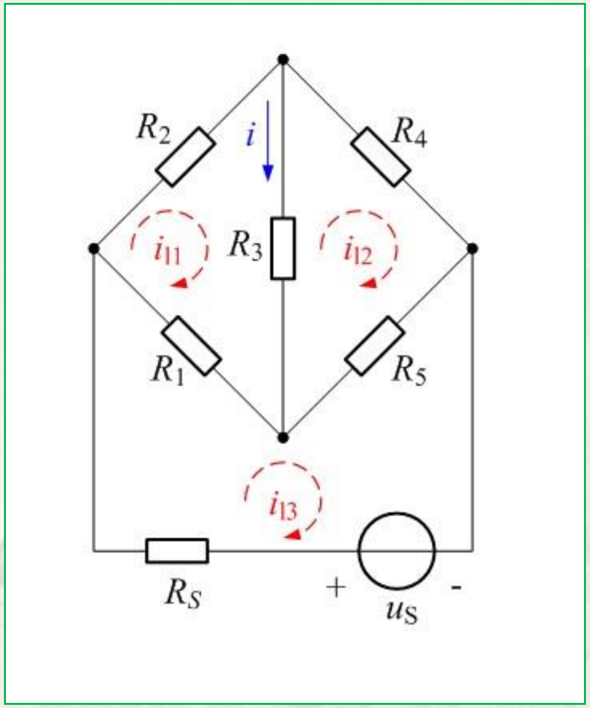
（1）电路中仅含电压源

（2）电路中含有实际电流源

（3）电路中含有理想电流源

（4）电路中含有受控源

【例】用网孔电流法求解电流 i



解：选图示网孔为独立回路，并取顺时针方向为绕行方向

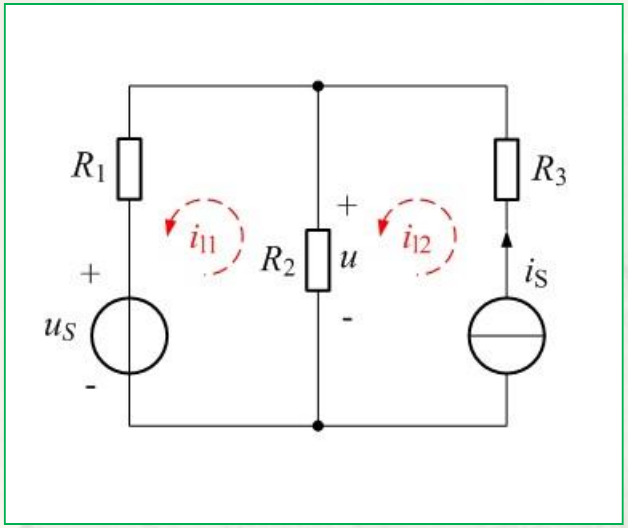
$$
\begin{cases}
R_{11}i_{l1} + R_{12}i_{l2} + \ldots + R_{1l}i_{ll} = u_{sl1} \\
R_{21}i_{l1} + R_{22}i_{l2} + \ldots + R_{2l}i_{ll} = u_{sl2} \\
\ldots \\
R_{l1}i_{l1} + R_{l2}i_{l2} + \ldots + R_{ll}i_{ll} = u_{sll}
\end{cases}
$$

此处标准形式仅用来加强记忆，实际求解中可不写

$$
\begin{cases}
(R_1 + R_2 + R_3)i_{l1} - R_3 i_{l2} - R_1 i_{l3} = 0 \\
-R_3 i_{l1} + (R_3 + R_4 + R_5)i_{l2} - R_5 i_{l3} = 0 \\
-R_1 i_{l1} - R_5 i_{l2} + (R_1 + R_5 + R_S)i_{l3} = u_s
\end{cases}
$$

$$i = i_{l1} - i_{l2}$$

【例】用网孔电流法电压u



解：选图示网孔为独立回路，并取逆时针方向为绕行方向

$$(R_1 + R_2)i_{l1} - R_2 i_{l2} = -u_s$$

$$i_{l2} = i_s$$

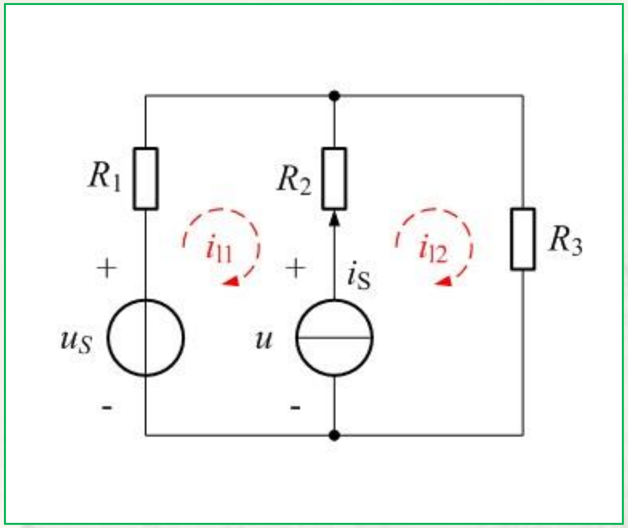
$$u = R_2(i_{l2} - i_{l1})$$

理想电流源位于边沿支路：

a：含理想电流源支路的网孔电流为已知量，即电流源电流

b：对不含有电流源支路，按一般方法列方程

【例】用网孔电流法求独立电源的功率



解：选图示网孔为独立回路，并取顺时针方向为绕行方向

$$(R_1 + R_2)i_{l1} - R_2 i_{l2} = u_s - u$$

$$-R_2 i_{l1} + (R_2 + R_3)i_{l2} = u$$

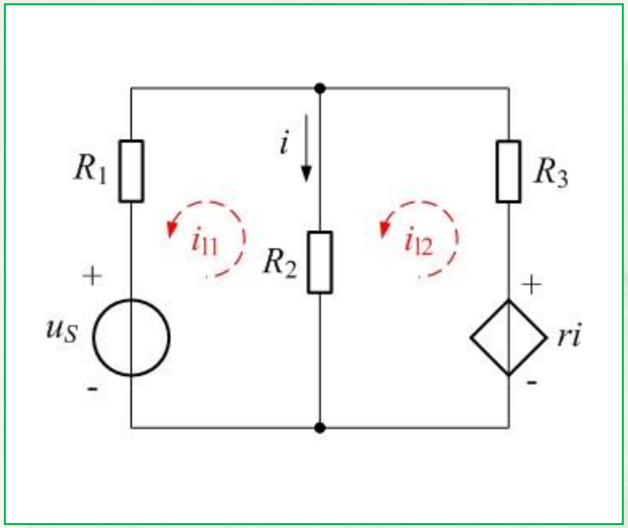
增补方程： $i_S = i_{l2} - i_{l1}$

理想电流源位于公共支路 ：

a：虚设电流源电压u，按一般方法列写方程

b：添加电流间的约束方程

【例】用网孔电流法求独立电源的功率



解：选图示网孔为独立回路，并取逆时针方向为绕行方向

$$(R_1+R_2)i_{l1}-R_2 i_{l2}=-u_s$$

$$-R_2 i_{l1}+(R_2+R_3)i_{l2}=ri$$

$$i=i_{l2}-i_{l1}$$

整理得

$$\begin{cases}(R_1+R_2)i_{l1}-R_2 i_{l2}=-u_s\\(r-R_2)i_{l1}+(R_2+R_3-r)i_{l2}=0\end{cases}\qquad \begin{bmatrix}R_1+R_2 & -R_2\\ r-R_2 & R_2+R_3-r\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_{l1}\\ i_{l2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-u_s\\ 0\end{bmatrix}$$

对于含受控源电路：

a：将受控源作独立源处理，列写方程

b：用未知量表示控制量

c：系数矩阵不是对称阵

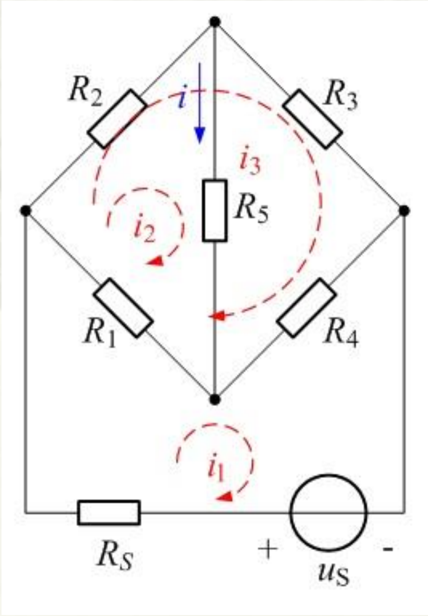
2.6 回路电流法（网孔法的扩展简介）

1.回路电流法

以基本回路中沿回路连续流动的假想电流为未知量列写电路方程分析电路的方法。它适用于平面和非平面电路。

回路电流法是对独立回路列写KVL方程，方程数为b-(n-1)，与支路电流法相比，方程数减少n-1个，适用于含多个理想电流源支路的电路。

2.方程的列写



只让一个回路电流经过R_5支路。

$$(R_S + R_1 + R_4)i_1 - R_1 i_2 - (R_1 + R_4)i_3 = u_S$$

$$-R_1 i_1 + (R_1 + R_2 + R_5)i_2 + (R_1 + R_2)i_3 = 0$$

$$-(R_1 + R_4)i_1 + (R_1 + R_2)i_2 + (R_1 + R_2 + R_3 + R_4)i_3 = 0$$

$$i = i_2$$

▲回路电流法方程的标准形式及相关参数正负号的选取

对于具有 l =b-(n-1)个回路的电路，有:

$$\begin{cases} R_{11}i_{l1} + R_{12}i_{l2} + \ldots + R_{1l}i_{ll} = u_{sl1} \\ R_{21}i_{l1} + R_{22}i_{l2} + \ldots + R_{2l}i_{ll} = u_{sl2} \\ \ldots \\ R_{l1}i_{l1} + R_{l2}i_{l2} + \ldots + R_{ll}i_{ll} = u_{sll} \end{cases}$$

R_{kk}: 自电阻(总为正)

R_{kj}: 互电阻
- + : 流过互阻的两个网孔电流方向相同;
- - : 流过互阻的两个网孔电流方向相反;
- 0 : 两个网孔无互阻。

u_{slk}: 等效电压源
- + : 电压源的电压方向与网孔电流相反;
- - : 电压源的电压方向与网孔电流相同;
- 0 : 网孔中无电压源。

3. 回路电流法的步骤

① 根据电路图，选一棵树，选l=b-(n-1)个独立回路，并确定其绕行方向；

② 以所选独立回路的回路电流为未知量，列写其KVL方程；

③ 求解上述方程，得到 l 个回路电流；

④ 求各支路电流；

⑤ 其它分析。

▲回路法的特点：

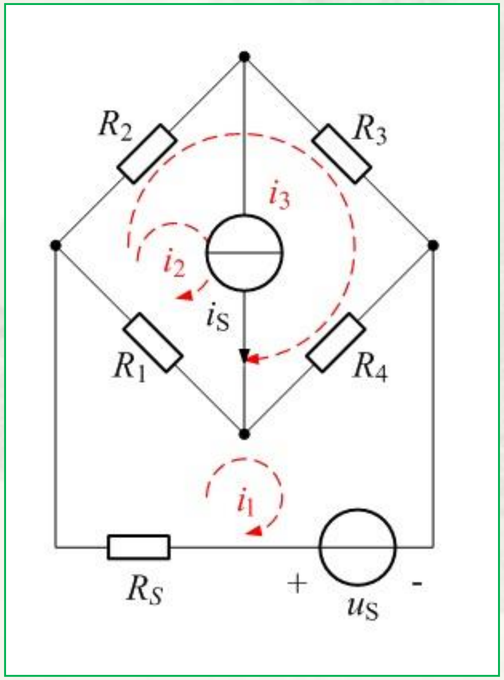
① 通过灵活的选取回路可以减少计算量；

② 互电阻的识别难度加大，易遗漏互电阻。

4. 理想电流源支路的处理

（1）引入电流源电压，增加回路电流和电流源电流的关系方程。（见网孔法例）

（2）选取合适的独立回路，使理想电流源支路仅仅属于一个回路,该回路电流即 I_S 。



$$(R_S+R_1+R_4)i_1-R_1i_2-(R_1+R_4)i_3=u_S$$

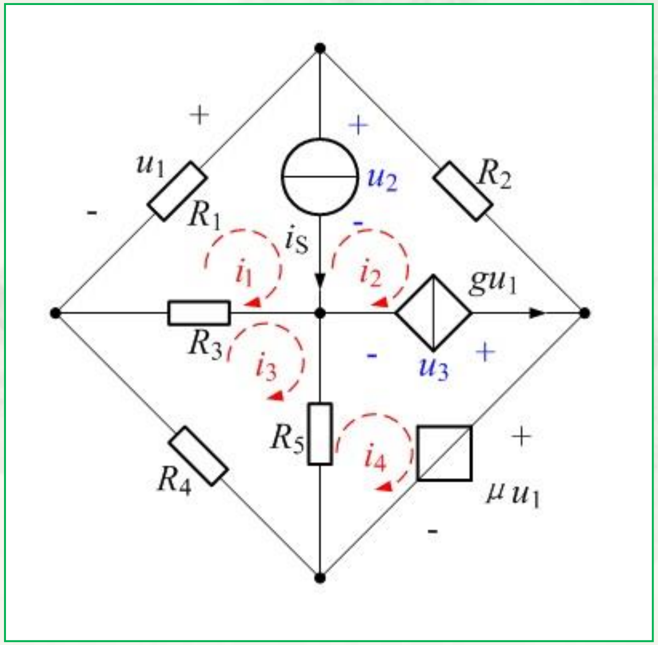
$i_2=i_S$ 已知电流，实际减少了一方程

$$-(R_1+R_4)i_1+(R_1+R_2)i_2+(R_1+R_2+R_3+R_4)i_3=0$$

5. 受控源支路的处理

对含有受控电源支路的电路，可先把受控源看作独立电源按上述方法列方程，再将控制量用回路电流表示。

【例】列回路电流方程



解法1：选图示网孔为独立回路，并取顺时针方向为绕行方向

$$(R_1 + R_3)i_1 - R_3 i_3 = -u_2$$

$$R_2 i_2 = u_2 - u_3$$

$$-R_3 i_1 + (R_3 + R_4 + R_5)i_3 - R_5 i_4 = 0$$

$$-R_5 i_3 + R_5 i_4 = u_3 - \mu u_1$$

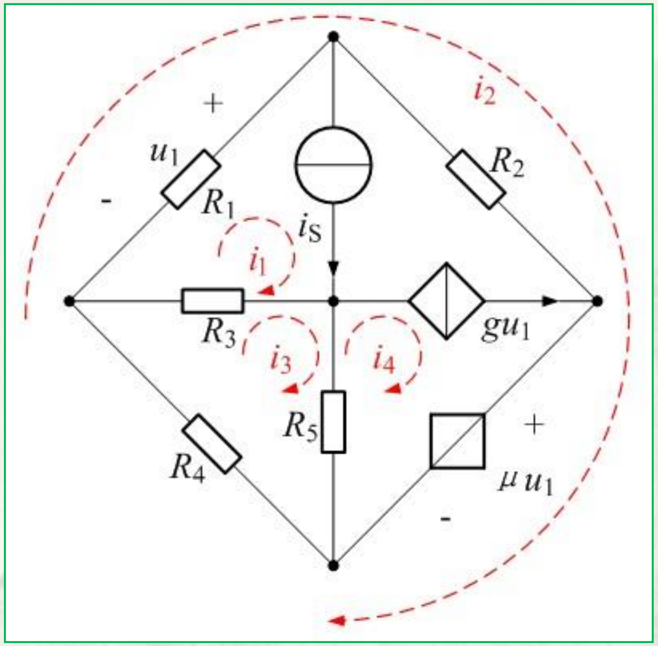
增补方程：

$$i_1 - i_2 = i_S$$

$$i_4 - i_2 = gu_1$$

$$u_1 = -R_1 i_1$$

【例】列回路电流方程（续）



解法2：选图示独立回路，其中回路2为最大回路，并取顺时针方向为绕行方向

$$i_1 = i_S$$

$$R_1 i_1 + (R_1 + R_2 + R_4) i_2 + R_4 i_3 = -\mu u_1$$

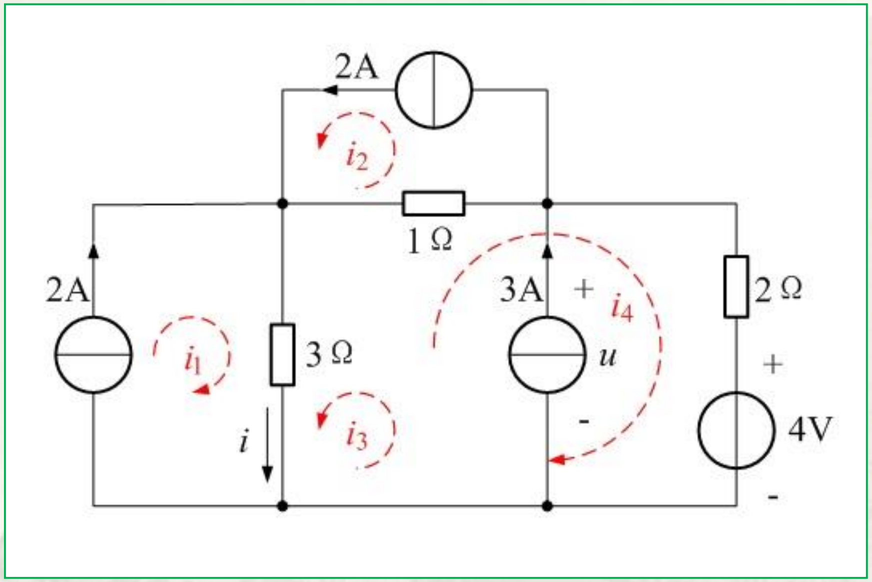
$$-R_3 i_1 + R_4 i_2 + (R_3 + R_4 + R_5) i_2 - R_5 i_4 = 0$$

$$i_4 = g u_1$$

增补方程： $u_1 = -R_1(i_1 + i_2)$

多条理想电流源支路为公共支路时，适当选取回路，使电流源支路只有一个回路电流流过

【例】求电路中电压u，电流i和电压源产生的功率



$$i_4 = (6 - 2 + 12 - 4)/6 = 2\text{A}$$

$$i = 2 + 3 - 2 = 3\text{A}$$

$$u = 2i_4 + 4 = 8\text{V}$$

$$P = 4 \times i_4 = 8\text{W}$$ 实际吸收功率

解：选图示独立回路，并设定图示各回路的绕行方向

$$i_1 = 2\text{A} \qquad i_2 = 2\text{A} \qquad i_3 = 3\text{A}$$

$$-3i_1 + i_2 - 4i_3 + 6i_4 = -4$$

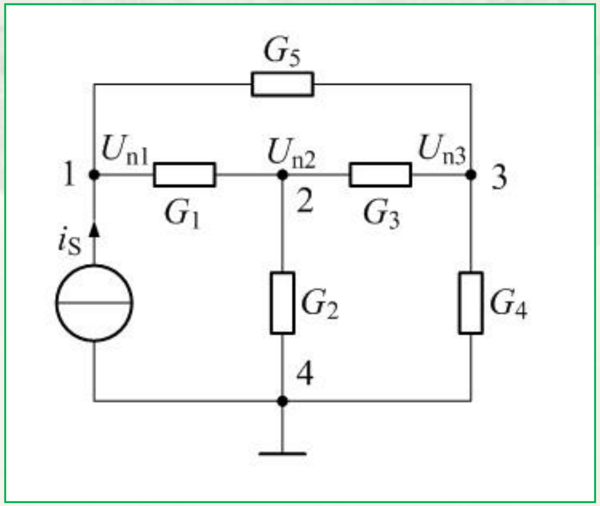
2.7 结点电压法

1.结点电压法

以结点电压为未知量列写电路方程分析电路的方法。适用于结点较少的电路。

任意选择电路中某一结点作为参考结点，其余结点与此参考结点间的电压称为对应结点的结点电压。结点电压的参考极性均以参考结点为负极性端(-)，以所对应结点为正极性端(+)。

如图所示电路，选结点4为参考结点(接地，取该点电位为0)，则其余三个结点电压分别为U_{n1}、U_{n2}、U_{n3}



结点电压的特点:

独立性：结点电压自动满足KVL，而且相互独立

完备性：电路中所有支路电压都可以用结点电压表示

▲结点电压法的基本思想:

选结点电压为未知量，根据KCL列关于结点电压的电路方程（由于KVL自动满足，无需列写KVL 方程）。

各支路电流、电压可视为结点电压的线性组合，求出结点电压后，便可方便地得到各支路电压、电流。

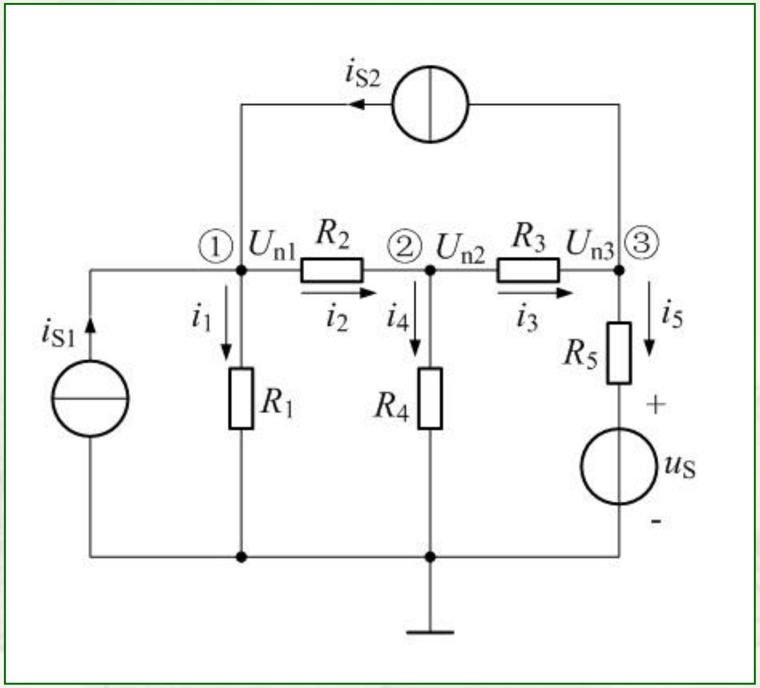
结点电压法列写的是结点上的KCL方程，独立方程数为：n-1

2.方程的列写

① 选定参考结点，标明其余n-1个独立结点的电压；u_{n1}、u_{n2}、u_{n3}

② 列KCL方程：

$$\begin{cases} i_1+i_2-i_{S1}-i_{S2}=0 \\ -i_2+i_4+i_3=0 \\ -i_3+i_5+i_{S2}=0 \end{cases}$$



整理得：

$$\begin{cases} i_1+i_2=i_{S1}+i_{S2} \\ -i_2+i_4+i_3=0 \\ -i_3+i_5=-i_{S2} \end{cases}$$

把支路电流用结点电压表示：

$$\frac{u_{n1}}{R_1}+\frac{u_{n1}-u_{n2}}{R_2}=i_{S1}+i_{S2}$$

$$-\frac{u_{n1}-u_{n2}}{R_2}+\frac{u_{n2}-u_{n3}}{R_3}+\frac{u_{n2}}{R_4}=0$$

$$-\frac{u_{n2}-u_{n3}}{R_3}+\frac{u_{n3}-u_S}{R_5}=-i_{S2}$$

整理得:

令 $G_k=1/R_k$，k=1, 2, 3, 4, 5 上式简记为:

$$\begin{cases}(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2})u_{n1}-\frac{1}{R_2}u_{n2}=i_{S1}+i_{S2}\\ -\frac{1}{R_2}u_{n1}+(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4})u_{n2}-\frac{1}{R_3}u_{n3}=0\\ -\frac{1}{R_3}u_{n2}+(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_5})u_{n3}=-i_{S2}+\frac{u_S}{R_5}\end{cases}$$

$$\begin{cases}G_{11}u_{n1}+G_{12}u_{n2}+G_{13}u_{n3}=i_{Sn1}\\ G_{21}u_{n1}+G_{22}u_{n2}+G_{23}u_{n3}=i_{Sn2}\\ G_{31}u_{n1}+G_{32}u_{n2}+G_{33}u_{n3}=i_{Sn3}\end{cases}$$

标准形式的结点电压方程

$G_{11}=G_1+G_2$ 结点1的自电导

$G_{22}=G_2+G_3+G_4$ 结点2的自电导

$G_{33}=G_3+G_5$ 结点3的自电导

结点的自电导等于接在该结点上所有支路的电导之和。

$G_{12}=G_{21}=-G_2$ 结点1与结点2之间的互电导

$G_{23}=G_{32}=-G_3$ 结点2与结点3之间的互电导

互电导为接在结点与结点之间所有支路的电导之和，总为负值。

$i_{Sn1}=i_{S1}+i_{S2}$ 流入结点1的电流源电流的代数和。

$i_{Sn3}=-i_{S2}+u_S/R_5$ 流入结点3的电流源电流的代数和。

流入结点取正号，流出取负号。

由结点电压方程求得各结点电压后即可求得各支路电压，各支路电流可用结点电压表示:

▲结点电压法标准形式的方程

$$\begin{cases} G_{11}u_{n1}+G_{12}u_{n2}+\ldots+G_{1,n-1}u_{n,n-1}=i_{\mathrm{Sn1}} \\ G_{21}u_{n1}+G_{22}u_{n2}+\ldots+G_{2,n-1}u_{n,n-1}=i_{\mathrm{Sn2}} \\ \ldots \\ G_{n-1,1}u_{n1}+G_{n-1,2}u_{n2}+\ldots+G_{n-1,n-1}u_{n,n-1}=i_{\mathrm{Sn,n-1}} \end{cases}$$

G_{ii}—自电导，总为正。

$G_{ij}=G_{ji}$—互电导，结点i与结点j之间所有支路电导之和，总为负。

$i_{\mathrm{Sn}i}$— 流入结点i的所有电流源电流的代数和。

若电路不含受控源时，系数矩阵为对称阵。

3.结点电压法的一般步骤

(1)选定参考结点，标定n-1个独立结点的电压；

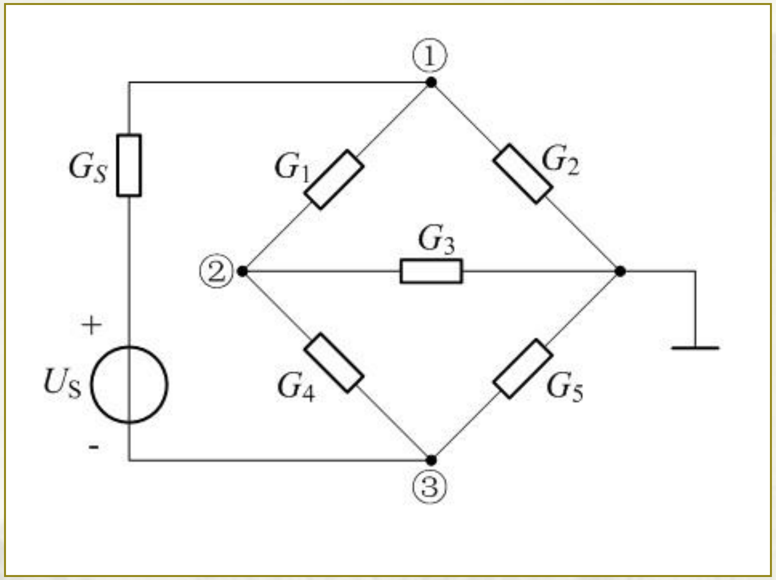
(2)对n-1个独立结点，以结点电压为未知量，列写其KCL方程；

(3)求解上述方程，得到n-1个结点电压；

(4)通过结点电压求各支路电流；

(5)其它分析。

【例】试列写电路的结点电压方程



$$(G_1+G_2+G_S)U_1-G_1U_2-G_sU_3=G_SU_S$$

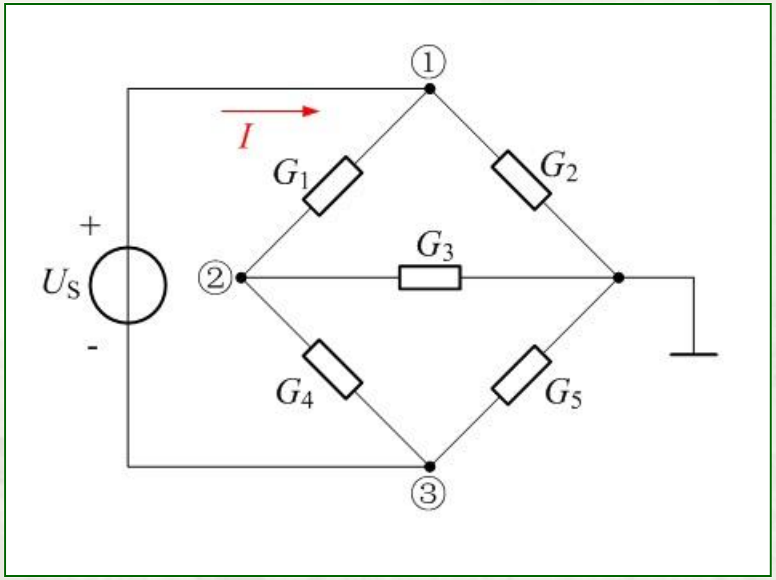
$$-G_1U_1+(G_1+G_3+G_4)U_2-G_4U_3=0$$

$$-G_SU_1-G_4U_2+(G_4+G_5+G_S)U_3=-U_SG_S$$

4. 无伴电压源支路的处理

看成电流源，注意方向

① 以电压源电流为变量，增补结点电压与电压源间的关系。



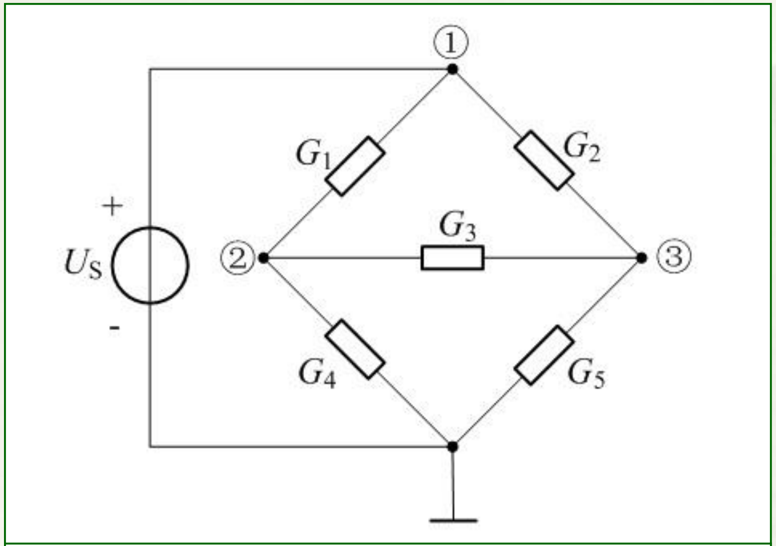
$$(G_1+G_2)U_1-G_1U_2=I$$

$$-G_1U_1+(G_1+G_3+G_4)U_2-G_4U_3=0$$

$$-G_4U_2+(G_4+G_5)U_3=-I$$

增补方程 $U_1-U_3=U_S$

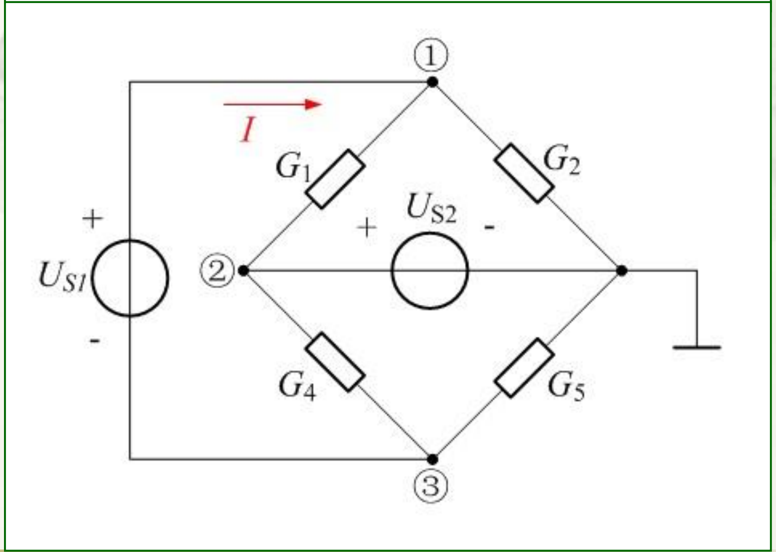
② 选择合适的参考点



$$U_1 = U_S$$

$$-G_1U_1 + (G_1 + G_3 + G_4)U_2 - G_3U_3 = 0$$

$$-G_2U_1 - G_3U_2 + (G_2 + G_3 + G_5)U_3 = 0$$



对于多条无伴电压源支路，如左图

$$U_2 = U_{S2}$$

$$(G_1 + G_2)U_1 - G_1U_2 = I$$

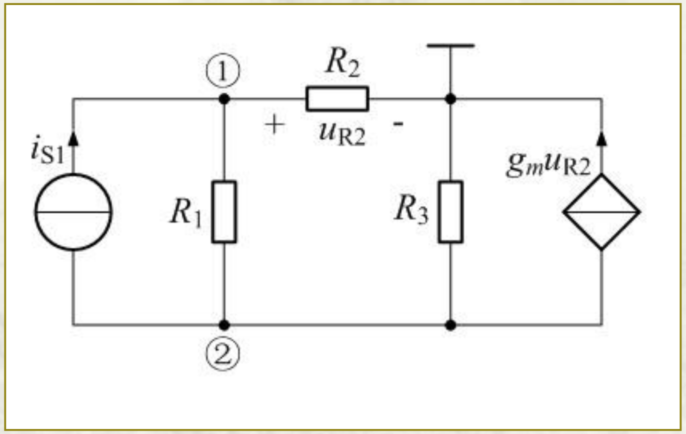
$$-G_4U_2 + (G_4 + G_5)U_3 = -I$$

增补方程 $U_1 - U_3 = U_{S1}$

5. 受控源支路的处理

对含有受控电源支路的电路，先把受控源看作独立电源列方程，再将控制量用结点电压表示。

【例】列写电路的结点电压方程



解：（1）先把受控源当作独立源列方程；

$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)u_{n1}-\frac{1}{R_1}u_{n2}=i_{S1}$$

$$-\frac{1}{R_1}u_{n1}+\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_3}\right)u_{n2}=-g_m u_{R_2}-i_{S1}$$

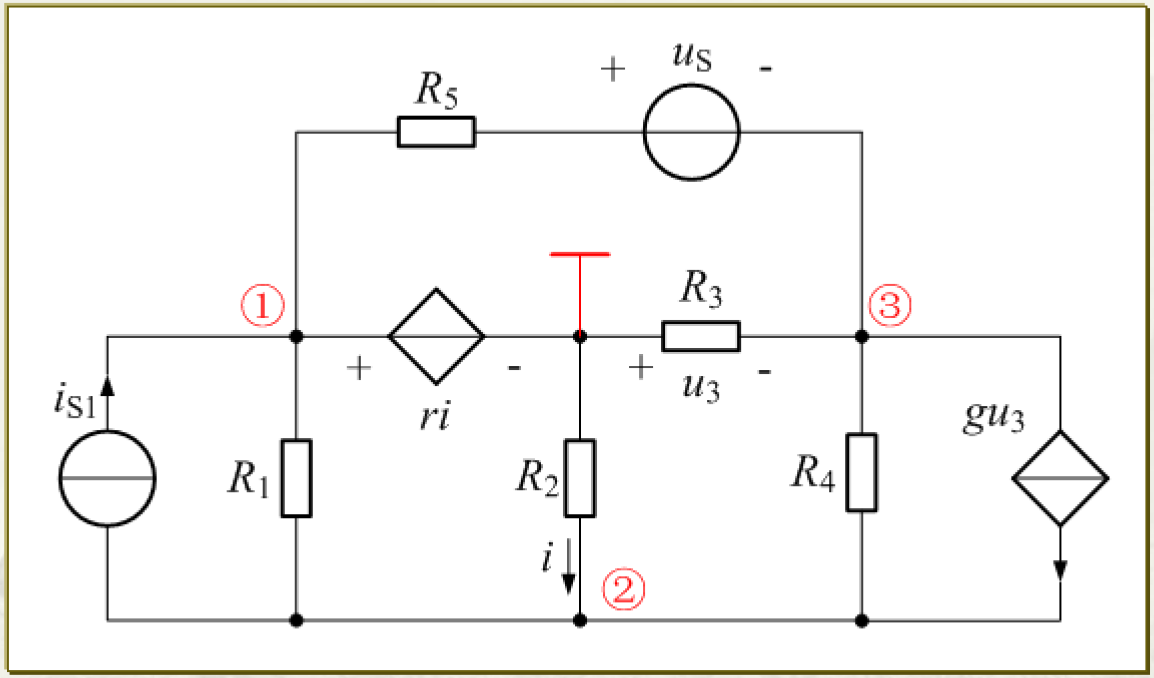
（2）用结点电压表示控制量

$$u_{R2}=u_{n1}$$

系数矩阵不是对称阵

$$\begin{cases}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)u_{n1}-\frac{1}{R_1}u_{n2}=i_{S1}\\ \left(g_m-\frac{1}{R_1}\right)u_{n1}+\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_3}\right)u_{n2}=-i_{S1}\end{cases}$$

【例】列写电路的结点电压方程



解：（1）设立参考点

（2）把受控源当作独立源列方程；

$$u_{n1} = ri$$

（3）用结点电压表示控制量。

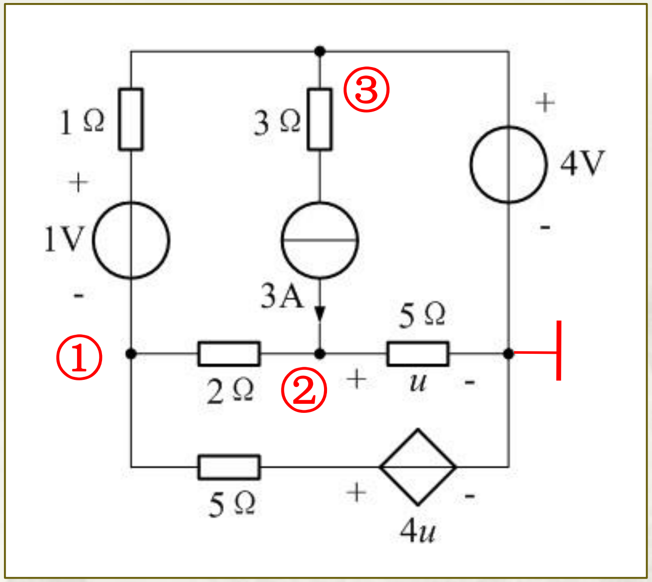
$$u_3 = -u_{n3}$$

$$i = -u_{n2}/R_2$$

$$-\frac{1}{R_1}u_{n1} + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}\right)u_{n2} - \frac{1}{R_4}u_{n3} = -i_{S1} + gu_3$$

$$-\frac{1}{R_5}u_{n1} - \frac{1}{R_4}u_{n2} + \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}\right)u_{n3} = -gu_3 - \frac{u_S}{R_5}$$

【例】列写电路的结点电压方程



$$(1+0.5+0.2)u_{n1}-0.5u_{n2}-u_{n3}=-1+\frac{4U}{5}$$

$$-0.5u_{n1}+(0.5+0.2)u_{n2}=3\text{A}$$

$$u_{n3}=4\text{V}$$

增补方程： $u=u_{n2}$

与电流源串接的电阻不参与列方程。