第一章 命题逻辑基本概念

§1.1 命题与联结词

例1 判断下列命题的真假。

什么是命题?

（1）3不是偶数。 ➔真命题

（2）三角形两边长度之和大于第三边长度。

➔真命题

（3）四个角为直角的四边形为正方形。

➔假命题

一、命题的定义

能判断真假的陈述句称为命题（*proposition*）。

作为命题所表达的判断结果称为命题的真值（*truth value*），命题的真值只取两个值：真或假。

真值为真的命题称为真命题；

真值为假的命题称为假命题。

说明

（1）命题是具有唯一真值的陈述句。

（2）以下类型的句子，如疑问句、祈使句、感叹句、不能唯一确定真值的陈述句，都不是命题。

例2 判断下列句子是否为命题，及命题的真值

（1）4是素数。 → 假命题

（2） π 是无理数。 → 真命题

（3）2016年元旦是晴天。 → 命题(真值唯一)

（4）存在外星人。 → 命题(真值唯一)

（5）x大于y。 → 非命题（无确定真值）

（6）3大于2吗？ → 非命题（疑问句）

（7）请不要吸烟！ → 非命题（祈使句）

（8）这朵花真美丽啊！ → 非命题（感叹句）

（9）我正在说假话。 → 非命题（无法确定真值）

悖论

悖论

- 悖论（*paradox*）字面意思为“荒谬的理论或自相矛盾的话”。
- 从逻辑上看，悖论语句具有这样的特征：如果假定这个语句为真，那么会推出这个语句为假；反之，如果假定这个语句为假，又会推出这个语句为真。
- 悖论古已有之，一般认为，最早的悖论是古希腊的“说谎者悖论”。

“说谎者悖论”的来源

- 《新约全书·提多书》是这样记述的：克里特人中的一个本地先知说：“克里特人总是撒谎，乃是恶兽，又馋又懒。”这个克里特岛的“先知”是伊壁孟尼德（Epimenides）。
- 后来，欧布里德（Eubulides）将他的话改进为：我正在说谎。

- 注：克里特岛是希腊东南沿海的一个岛屿，位于地中海东部。它的迈诺斯文明是世界是最早的文明之一，是欧洲文明的发源地，并在公元前17世纪纪达到其财富和权势的顶峰。克里特岛先后被希腊人、罗马人、拜占廷人、阿拉伯人、威尼斯人和奥托曼土耳其人攻陷。岛上居民在1908年宣布与现代的希腊结成联盟。

二、命题的分类

- 根据命题陈述句的复杂度，命题可以分为两类：
- （1）简单命题
- （2）复合命题

简单命题

- 不能被分解成更简单的陈述句的肯定陈述句称为简单命题或原子命题（*atomic proposition*）。
- 例如，例2中命题（1）~（4）都是简单命题。
- （1）4是素数。
- （2）π 是无理数。
- （3）2016年元旦是晴天。
- （4）存在外星人。
- 简单命题是命题逻辑最小、最基本的研究单位。

复合命题

- 能够被分解出更简单的肯定陈述句（简单命题）的命题称为**复合命题（*compound proposition*）**。

例3 复合命题的例子

（1）3不是偶数。

（2）2是偶素数。

（3）2或4是素数。

（4）如果2是素数，则3也是素数。

（5）2是素数当且仅当3也是素数。

- 在形式上，复合命题是由若干个简单命题通过联结词（*connective*）、标点符号连接起来的命题。

在命题逻辑中有五个基本联结词：非、并且、或、如果…，则…、当且仅当

（1）3不是偶数。

➔ 非3是偶数。

简单命题：3是偶数。 联结词：非

（2）2是偶素数。

➔ 2是偶数并且2是素数。

简单命题：2是偶数。2是素数。 联结词：并且

（3）2或4是素数。

➔ 2是素数或4是素数。

简单命题：2是素数。4是素数。 联结词：或

（4）如果2是素数，则3也是素数。

简单命题：2是素数。3是素数。

联结词：如果，则

（5）2是素数当且仅当3也是素数。

简单命题：2是素数。3是素数。

联结词：当且仅当

三、命题的符号化

- 简单命题的符号化
- 教材采用小写英文字母p、q、r、…、p_i、q_i、r_i、…来表示简单命题，在论述中来代替命题，这些字母称为命题标识符。
- 用命题标识符来代替命题的过程称为命题的符号化；
- 用“1”表示真，用“0”表示假，于是命题的真值取值为1或0。

简单命题符号化的格式
命题标识符 ：符号化的对象（简单命题）

例4 符号化下列简单命题。

（1）4是素数。

（2） π 是无理数。

（3）2016年元旦是晴天。

（4）存在外星人。

设 p：4是素数

q： π 是无理数

r：2016年元旦是晴天

s：存在外星人

于是p, q, r, s成为这四个简单命题的标识符。

复合命题的符号化

- 复合命题的符号化是基于简单命题的符号化来实现的，分为三个步骤：
- （1）分析出简单命题和联结词
- （2）将简单命题符号化
- （3）用联结词联结命题标识符

例5 将下面的复合命题符号化

（1）3不是偶数。

（2）2是偶素数。

（3）2或4是素数。

（4）如果2是素数，则3也是素数。

（5）2是素数当且仅当3也是素数。

（1）3不是偶数。

➔ 非3是偶数。

简单命题：3是偶数。　　　　联结词：非

（2）2是偶素数。

➔ 2是偶数并且2是素数。

简单命题：2是偶数。2是素数。　联结词：并且

（3）2或4是素数。

➔ 2是素数或4是素数。

简单命题：2是素数。4是素数。　联结词：或

（4）如果2是素数，则3也是素数。

简单命题：2是素数。3是素数。联结词：如果，则

（5）2是素数当且仅当3也是素数。

简单命题：2是素数。3是素数。联结词：当且仅当

（1）3不是偶数。

➔ 非3是偶数。

简单命题：3是偶数。　　　　　联结词：非

（2）2是偶素数。

➔ 2是偶数并且2是素数。

简单命题：2是偶数。2是素数。　联结词：并且

（3）2或4是素数。

➔ 2是素数或4是素数。

简单命题：2是素数。4是素数。　联结词：或

（4）如果2是素数，则3也是素数。

简单命题：2是素数。3是素数。联结词：如果，则

（5）2是素数当且仅当3也是素数。

简单命题：2是素数。3是素数。联结词：当且仅当

解：简单命题的符号化为：

p：3是偶数。

q：2是偶数。

r：2是素数。

s：4是素数。

t：3是素数。

为了得到复合命题的符号化形式，我们还必须对五个联结词进行符号化！

3不是偶数。 符号化为：非p

2是偶素数。 符号化为： q并且r

2或4是素数。 符号化为： r或s

如果2是素数，则3也是素数。符号化为：如果r，则t

2是素数当且仅当3也是素数。符号化为： r当且仅当t

四、逻辑联结词

- 在命题逻辑中有五个基本联结词：

非	并且	或	如果....，则....	当且仅当
↓	↓	↓	↓	↓
否定$\neg$	合取$\wedge$	析取$\vee$	蕴涵$\rightarrow$	等价$\leftrightarrow$

1、命题的否定（*negation*）

- **定义1.1** 设p为任意的命题，则复合命题“p的否定”称为p的否定式，记作¬ p，符号“¬ ”称为否定联结词。
- 由定义可知：当p为真时，¬ p为假；反之当p为假时，¬ p为真。

例5 符号化复合命题“3不是偶数。”

解：设p：3是偶数

则命题符号化为¬ p。

p的真值为0，所以¬ p的真值为1。

2、命题的合取（*conjunction*）

- **定义1.2** 设p、q为任意两个命题，复合命题"p与q"（或"p并且q"）称为p与q的合取式，记作$p\wedge q$，符号$\wedge$称为合取联结词。

- 由定义可知：$p\wedge q$的逻辑关系为p与q同时成立，所以$p\wedge q$为真当且仅当p与q同时为真。

例5 符号化复合命题"2是偶素数"。

解：设q：2是偶数，r：2是素数

则命题符号化为$q\wedge r$

由于q与r的真值都为1，

所以$q\wedge r$的真值为1

说明：既…，又…、不但…，而且…、虽然…，但是…、一面…，一面…、…，而是…，等都符号化为合取式。

练习1 将下列命题符号化。

（1）李平不仅用功而且聪明。

（2）李平虽然聪明，但不用功。

（3）李平不是不聪明，而是不用功。

（4）李平和王丽都用功。

（5）李平和王丽是同学。

解：令p: 李平用功、q: 李平聪明

（1）符号化为$p \wedge q$

（2）符号化为$q \wedge \neg p$

（3）符号化为$\neg (\neg q) \wedge \neg p$

令r:王丽用功

（4）符号化为$p \wedge r$

练习1 将下列命题符号化。

（1）李平不仅用功而且聪明。

（2）李平虽然聪明，但不用功。

（3）李平不是不聪明，而是不用功。

（4）李平和王丽都用功。

（5）李平和王丽是同学。

解： 令s: 李平是同学、t:王丽是同学

（5）符号化$s \wedge t$

“李平和王丽是同学”是简单命题！！

解： 令s: 李平和王丽是同学

（5）符号化为s

注意： 并非所有的“与”或“和”都可以使用联结词$\wedge$。

3、命题的析取（*disjunction*）

定义1.3 设p、q为任意的两个命题，复合命题"p或q"称为p与q的析取式，记作$p \vee q$，符号$\vee$称为析取联结词。

规定：$p \vee q$为假当且仅当p与q同时为假。

例5 符号化复合命题"2或4是素数"。

解：令r：2是素数，s：4是素数

则命题符号化为$r \vee s$。

由于r为真，所以$r \vee s$为真。

例6 将下列命题符号化。

（1）张晓静爱唱歌或爱听音乐。

（2）张晓静只能挑选202或203房间。

（3）张晓静是江苏人或安徽人。

（1）张晓静爱唱歌或爱听音乐。

解：令p:张晓静爱唱歌，q:张晓静爱听音乐。

符号化为：$p \vee q$

（2）张晓静只能挑选202或203房间。

解：令r:张晓静挑选202房间，

s:张晓静挑选203房间。

符号化为：$(r \wedge \neg s) \vee (\neg r \wedge s)$

（3）张晓静是江苏人或安徽人。

解：令t:张晓静是江苏人，u:张晓静是安徽人。

符号化为：$(t \wedge \neg u) \vee (\neg t \wedge u)$　$\boxed{t \vee u}$

3、命题的析取（*disjunction*）

- 自然语言“或”有“相容或”和“排斥或”之分。
- 相容或：“或”联结的两个命题可以同时为真。
- 排斥或：“或”联结的两个命题不能同时为真。
- 定义（异或 *exclusive or*）设p、q为两个命题，复合命题“p，q之中恰有一个成立”称为p与q的异或式或排斥或式，记作$p\nabla q$，∇称作异或联结词。
- 易见：1、$p\nabla q$ 可写成 $(p\wedge\neg q)\vee(\neg p\wedge q)$
- 2、$p\nabla q$为真当且仅当p、q中恰有一个为真

练习：符号化下列命题

派小王、小张、小李中一人去开会。

解：令p: 派小王去开会

q: 派小张去开会

r: 派小李去开会

则命题符号化为:

$$(p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r)$$

或

$$p \overline{\vee} q \overline{\vee} r$$

4、命题的蕴涵（*implication*）

- 定义1.4 设p、q为任意命题，复合命题“如果p，则q”称作p与q的蕴涵式，记作$p \rightarrow q$，并称p是蕴涵式的前件（*hypothesis or premise*），q为蕴涵式的后件（*conclusion or consequence*）。$\rightarrow$称为蕴涵联结词。
- 规定：$p \rightarrow q$为假当且仅当p为真q为假。即当p为真q为假时，$p \rightarrow q$为假；其它情况都为真。
- $p \rightarrow q$的逻辑关系：p是q的充分条件，q是p的必要条件。

说明：

（1） $p \to q$的其它叙述方式：“只要p，就q”、“因为p，所以q”、“p仅当q”、“只有q才p”、“除非q才p”，“除非q，否则非p”等等。这些叙述方式都使用$p \to q$来符号化。

（2）在自然语言中，p与q往往具有某种内在的联系；在数理逻辑中，p与q可以无任何内在联系。

例如：因为天下乌鸦一般黑，故太阳东升西落。

（3）在数学或其它自然科学中，“如果p，则q”往往表达的是前件为真，后件也为真的推理关系。

但在数理逻辑中，作为一种规定只有p为真q为假这一种情况使得$p \to q$为假。而当p为假时，无论q是真是假，$p \to q$都为真。

例7 将下面的命题符号化，并判断其真值。

（1）如果3+3=6，则雪是白色的。

（2）如果3+3≠6，则雪是白色的。

（3）如果3+3=6，则雪不是白色的。

（4）如果3+3≠6，则雪不是白色的。

解：令p：3+3=6，p的真值为1

q：雪是白色的，q的真值为1

则（1）$p \rightarrow q$， 命题的真值分别为1

（2）$\neg p \rightarrow q$， 命题的真值分别为1

（3）$p \rightarrow \neg q$， 命题的真值分别为0

（4）$\neg p \rightarrow \neg q$，命题的真值分别为1

例7 将下面的命题符号化，并判断其真值。

（5）只要a能被4整除，则a就一定能被2整除。 $p \to q$

（6）a能被4整除仅当a能被2整除。 $p \to q$

（7）除非a能被2整除，a才能被4整除。 $p \to q$

（8）除非a能被2整除，否则a不能被4整除。 $p \to q$

（9）只有a能被2整除，a才能被4整除。 $p \to q$

其中a是一个给定的正整数。

解：令p：a能被4整除

q：a能被2整除

如果前件和后件都无法判断真值，则从前件和后件的逻辑关系来判断命题的真值。

（5）~（9）都符号化为 $p \to q$，真值都为1。

思考题

符号化命题“除非李刚是东北人，否则他怕冷。”

解：令p：李刚是东北人；q：李刚怕冷

显然原命题等价于：

除非李刚是东北人，否则非他不怕冷。

所以原命题符号化为：$\neg q \rightarrow p$

5、命题的等价（*equivalence*）

- 定义1.5 设p、q为任意命题，复合命题“p当且仅当q”称作p与q的等价式，记作p↔q，↔称为等价联结词。
- 规定：p↔q为真当且仅当p与q同时为真或同时为假。
- p↔q的逻辑关系为p与q互为充分必要条件。

说明：p↔q与（p→q）∧（q→p）的逻辑关系一致

等值式

例8 将下面的命题符号化，并判断其真值。

（1）2是偶数当且仅当加拿大在亚洲。

（2）2+3=5的充要条件2不是有理数。

（3）若两圆面积相等，则它们的半径相等；反之亦然。

（1）2是偶数当且仅当加拿大在亚洲。

解：设p：2是偶数，p的真值为1；

q：加拿大在亚洲，q的真值为0

则命题符号化为：$p\leftrightarrow q$，真值为0。

（2）2+3=5的充要条件2不是有理数。

解：设r：2+3=5， r的真值为1；

s：2是有理数， s的真值为1

则命题符号化为：$r\leftrightarrow\neg s$，真值为0

（3）若两圆面积相等，则它们的半径相等；反之亦然

解：设u：两圆面积相等；v：两圆半径相等

则命题符号化为：$u\leftrightarrow v$，真值为1

联结词小结

五个基本的联结词：

（1）否定联结词$\neg$

（2）合取联结词$\wedge$

（3）析取联结词$\vee$

（4）蕴涵蕴涵联结词$\rightarrow$

（5）等价联结词$\leftrightarrow$

其中$\neg$ 为一元联结词，其余四个为二元联结词。

联结词的优先级

联结词运算的优先级顺序为：

（），$\neg$，$\wedge$，$\vee$，$\rightarrow$，$\leftrightarrow$

对于同一优先级的联结词，先出现者先运算。

例9 设 p：北京比天津人口多；q：2+2=4；

r：乌鸦是白色的。

计算下列复合命题的真值：

（1）$((\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)) \rightarrow r$

（2）$(q \vee r) \rightarrow (p \rightarrow \neg r)$

（3）$(\neg p \vee r) \leftrightarrow (p \wedge \neg r)$

例：设 p：北京比天津人口多；q：2+2=4；

r：乌鸦是白色的。

解：p，q，r的真值分别为1，1，0

（1）（（$\neg p \wedge q$）∨（$p \wedge \neg q$））→r

（$\neg p \wedge q$）的真值为0

（$p \wedge \neg q$）的真值为0

（$\neg p \wedge q$）∨（$p \wedge \neg q$）的真值为0

（（$\neg p \wedge q$）∨（$p \wedge \neg q$））→r的真值为1。

（2）（$q \vee r$）→（$p \to \neg r$）

真值为1

（3）$(\neg p \vee r) \leftrightarrow (p \wedge \neg r)$

真值为0

例10 将下面的命题符号化。

（1）李平是计算机系学生，他生于1978年或1979年，他是三好学生。

（2）如果我上街，我就去书店看看，除非我很累。

复合命题符号化的基本步骤：

（1）分析出复合命题中的简单命题，并将之符号化；

（2）选择合适的联结词，将简单命题逐个联结起来，并适当加括号来形成复合命题的符号化表示。

例：将下面的命题符号化。

（1）李平是计算机系学生，他生于1978年或1979年，他是三好学生。

解： 设 p：李平是计算机系学生

q：李平生于1978年

r：李平生于1979年

s：李平是三好学

则命题符号化为：$p \wedge (q \vee r) \wedge s$

例：将下面的命题符号化。

（2）如果我上街，我就去书店看看，除非我很累。

解：设 p：我上街； q：我去书店看看；

r：我很累

除非我很累，否则如果我上街，我就去书店看看。

则命题符号化为：$\neg(p \to q) \to r$

如果我不累，如果我上街，我就去书店看看

则命题符号化为：$\neg r \to (p \to q)$

如果我不累并且我上街，我就去书店看看

则命题符号化为：$(\neg r \wedge p) \to q$

例：将下面的命题符号化。

（2）如果我上街，我就去书店看看，除非我很累。

解： 设 p：我上街； q：我去书店看看；

r：我很累

如果我上街，如果我不累，我就去书店看看

则命题符号化为：$p\rightarrow(\neg r\rightarrow q)$

第一章 命题逻辑基本概念

§1.2 命题公式及其赋值

定义：命题常项和命题变项

简单命题的具有唯一确定的真值，因此简单命题称为**命题常项**或**命题常元**。

对于x+y>5这样的真假可以变化的简单陈述句称为**命题变项**或**命题变元**。

说明：

（1）命题变项不是命题。

（2）也用p，q，r，...表示命题变项。

（3）一个命题标识符表示的是命题还是命题变项由上下文决定。

命题公式的定义

定义（命题公式）：将命题变项用联结词和圆括号按照一定的逻辑关系联结起来的符号串称为**命题公式**或**合式公式**。

例如：$\neg(\neg p \wedge q) \leftrightarrow (r \vee s)$

以下给出命题公式的严格定义

定义：命题公式（合式公式）

（1）单个命题变项是命题公式，并称为**原子命题公式**。

（2）如果A是命题公式，则$\neg A$是命题公式。

（3）如果A、B是命题公式，则$A \vee B$、$A \wedge B$、$A \rightarrow B$、$A \leftrightarrow B$也是命题公式。

（4）只有有限次运用（1）（2）（3）所得到的符号串是命题公式。

有关命题公式的几点说明：

（1）今后将命题公式简称为公式。

（2）定义中的A、B符号代表任意的公式，而不是某个具体的公式。

（3）在不引起疑义和运算顺序的前提下，可以省略公式中的括号。

例： $p \to (q \wedge r)$ 和 $(p \to q) \wedge r$

$p \to (q \wedge r)$ 的括号可以省略，写成 $p \to q \wedge r$

$(p \to q) \wedge r$ 的括号则不能省略

命题公式的复杂度

定义（公式的层次）

（1）若A是单个的命题变项，则称A为0层公式。

（2）若A是n（n≥0）层公式，则$\neg$ A为n+1层公式。

（3）若A、B分别是n层和m层公式，则$A\wedge B$、$A\vee B$、$A\rightarrow B$及$A\leftrightarrow B$是max（n，m）+1层公式。

例： 讨论公式

（1）$\neg p\vee q$ ⟶ 2层公式

（2）$p\vee q\wedge r$ ⟶ 2层公式

（3）$(\neg p\wedge q)\rightarrow r$ ⟶ 3层公式

（4）$\neg(\neg p\wedge q)\leftrightarrow(r\vee s)$ ⟶ 4层公式

的层次。

命题公式与命题的关系

（1）含有命题变项的命题公式的真值通常是不确定的。

例如：假设p：a大于2；q：a大于1，

易见p、q、$p \rightarrow q$都是命题公式。

但$p \rightarrow q$却是真命题。

命题公式与命题的关系

（2）对命题公式中的命题变项用指定的命题常项代替后，命题公式就有了唯一确定的真值，从而命题公式就变成了命题。

例如：对于命题变项p、q、r，公式$A=(p \vee q) \rightarrow r$的真值不确定。

如果指定p为“2是素数”，q为“3是偶数”，r为“4能被2整除”，则A就变成了一个真命题。

如果指定p为“2是素数”，q为“3是偶数”，r为“3能被2整除”，则A就变成了一个假命题。

这种为了决定公式的真值而对命题变项指定真值的行为称为对该公式的赋值或解释。

定义（赋值）： 设p_1，p_2，…，p_n是出现在公式A中的全部命题变项(按下标顺序或字典顺序排列)，对这n个命题变项p_1，p_2，…，p_n各指定一个真值的过程称为对公式A的一个**赋值**或**解释**。

若指定的一组值使A的真值为1，则称这组值为A的**成真赋值**。

若使A的真值为0，则称这组值为A的**成假赋值**。

说明：

（1）若公式A中出现的命题变项为p_1，p_2，…，p_n，给定A的赋值$a_1a_2\ldots a_n$(其中a_i为0或1)是指$p_1=a_1$，$p_2=a_2$，…，$p_n=a_n$。

（2）含n个命题变项的公式共有2^n个不同的赋值。

例： 对于公式$A=(p\vee q)\rightarrow r$，

110是A的一组赋值，即p=1，q=1，r=0

易见这使得A的真值为0，因此是A的一个成假赋值。

此外，111，101，011，000，001是A的成真赋值，100，010是A的成假赋值。

定义（真值表）： 将命题公式A在所有赋值下的取值情况列成表，称作**A的真值表**。

构造真值表的具体步骤：

（1）找出公式中所有的命题变项p_1，p_2，…，p_n（若无下标就按字典顺序排列），列出2^n个赋值。

（2）按从低到高的顺序从1层公式依次写出公式的各个层次。

（3）对应各个赋值计算出各层次的真值，直到最后计算出公式的真值。

例： 求 $(\neg p \land q) \rightarrow \neg r$ 的真值表，并求所有的成真赋值和成假赋值。

（1）找出公式$(\neg p \wedge q) \to \neg r$中所有的命题变项p，q，r，并列出8个赋值。

p q r	
0 0 0	
0 0 1	
0 1 0	
0 1 1	
1 0 0	
1 0 1	
1 1 0	
1 1 1	

注意：所有赋值按二进制从低到高的顺序排列。

（2）按从低到高的顺序写出公式$(\neg p \wedge q) \rightarrow \neg r$的各个层次。

p q r	$\neg p$	$\neg r$	$\neg p \wedge q$	$(\neg p \wedge q) \rightarrow \neg r$
0 0 0				
0 0 1				
0 1 0				
0 1 1				
1 0 0				
1 0 1				
1 1 0				
1 1 1				

（3）对应各个赋值计算出各层次的真值，直到最后计算出公式的真值。

p q r	¬ p	¬ r	¬ p ∧q	(¬ p ∧q) →¬ r
0 0 0	1	1	0	1
0 0 1	1	0	0	1
0 1 0	1	1	1	1
0 1 1	1	0	1	0
1 0 0	0	1	0	1
1 0 1	0	0	0	1
1 1 0	0	1	0	1
1 1 1	0	0	0	1

由真值表可见，(¬ p∧q)→¬ r的成假赋值为011，其余7个赋值都是成真赋值。

例：求公式$\neg(p\rightarrow q)\wedge q\wedge r$的真值表

p　q　r	$p\rightarrow q$	$\neg(p\rightarrow q)$	$\neg(p\rightarrow q)\wedge q$	$\neg(p\rightarrow q)\wedge q\wedge r$
0　0　0	1	0	0	0
0　0　1	1	0	0	0
0　1　0	1	0	0	0
0　1　1	1	0	0	0
1　0　0	0	1	0	0
1　0　1	0	1	0	0
1　1　0	1	0	0	0
1　1　1	1	0	0	0

由真值表可见，$\neg(p\rightarrow q)\wedge q\wedge r$的赋值都是成假赋值。

例：求公式（p∧┐p）↔（q ∧┐q）的真值表

p	q	┐p	┐q	p∧┐p	q∧┐q	(p∧┐p)↔(q∧┐q)
0	0	1	1	0	0	1
0	1	1	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1
1	1	0	0	0	0	1

由真值表可见，

（p∧┐p）↔（q ∧┐q）的赋值都是成真赋值。

定义（公式的分类）： 设A为任一命题公式

（1）若A在所有赋值下的真值均为真，则称A是**重言式**或**永真式**（**tautology**）。

（2）若A在所有赋值下的真值均为假，则称A是**矛盾式**或**永假式**（**contradiction**）。

（3）若A不是矛盾式，则称A是**可满足式**（**contingency**），即至少存在一个赋值使A为真。

说明：

（1）重言式一定是可满足式，但反之不真。

（2）若A是至少存在一个成假赋值的可满足式，则称A是**非重言式的可满足式**。

公式类型的判断

利用真值表来判断公式的类型：

（1）若真值表的最后一列全为1，则公式为重言式。

（2）若真值表的最后一列全为0，则公式为矛盾式。

（3）若真值表的最后一列中至少有一个1，则公式为可满足式。

例：下列公式中哪些具有相同的真值表

（1）$p \to q$

（2）$\neg q \vee r$

（3）$(q \to r) \wedge (p \to p)$

说明：

（1）公式A和B是否具有相同的真值表是指两公式的真值表的最后一列是否相同，而不考虑构造真值表的中间过程。

（2）如果公式A和B中共含有命题变项p_1，p_2，…，p_n，而A或B不全含有这些命题变项，比如A中不含有p_i，p_{i+1}，…，p_n，称这些不出现的命题变项为A的哑元，A的取值与哑元无关。在讨论A和B是否具有相同的真值表时，将A和B都看成含p_1，p_2，…，p_n的命题公式。

例：下列公式中哪些具有相同的真值表

（1） $p \to q$

（2） $\neg q \vee r$

（3） $(q \to r) \wedge (p \to p)$

p q r	$p \to q$	$\neg q \vee r$	$(q \to r) \wedge (p \to p)$
0 0 0	1	1	1
0 0 1	1	1	1
0 1 0	1	0	0
0 1 1	1	1	1
1 0 0	0	1	1
1 0 1	0	1	1
1 1 0	1	0	0
1 1 1	1	1	1

易见公式（2）与公式（3）具有相同的真值表。