概率统计——习题三参考解答

3.1 （1）a. $(1-p)^{k-1}p$, $k=1,2,\cdots$； b. $C_{k-1}^{r-1}p^r(1-p)^{k-r}$, $k=r,r+1,\cdots$；

（2）$C_{10}^{k}0.7^k(1-0.7)^{10-k}$, $k=0,1,2,\cdots,10.$

3.2 (1)不是，（2）是

3.3 （1）由$1=\sum_{k=0}^{\infty}P\{X=k\}=a\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\lambda^k}{k!}=ae^{\lambda}$，得$a=e^{-\lambda}$；

（2）由$1=\sum_{k=1}^{3}a(\frac{2}{3})^k=a(\frac{2}{3}+\frac{4}{9}+\frac{8}{27})=\frac{38}{27}a$，得$a=\frac{27}{38}$；

（3）$\because \frac{\lambda}{1!}e^{-\lambda}=P\{X=1\}=P\{X=2\}=\frac{\lambda^2}{2!}e^{-\lambda}$, $\therefore \lambda=2.$

$$\therefore P\{X=4\}=\frac{2^4e^{-2}}{4!}=\frac{2}{3}e^{-2}$$

3.4 （1）$P=\frac{C_4^4}{C_8^4}=\frac{4!}{8\times7\times6\times5}=\frac{1}{70}$；

（2）由于 P（成功三次）$=C_{10}^{3}(\frac{1}{70})^3(1-\frac{1}{70})^7\approx0.0003$，可见他（她）猜对的概率仅为万分之三，此概率太小，按实际推断原理（小概率原理），可认为他（她）确有区分能力。

3.5 设 X 为第一次检验出的次品数，Y 为第二次检验出的次品数

则 $X\sim B(10,0.1);Y\sim B(5,0.1)$，

（1）$P\{X=0\}=C_{10}^{0}(0.1)^0(0.9)^{10}=0.349$

（2）$P\{1\le X\le2\}=P\{X=1\}+P\{X=2\}=0.581$

（3）$P\{Y=0\}=C_5^0(0.1)^0 0.9^5=0.590$

（4）$P\{Y=0,1\le X\le2\}=P\{Y=0\}\cdot P\{1\le X\le2\}=0.343$

3.6 X~B(4,p),Y 表示 10 件中次品的个数，则 Y～B(10,0.1)

$$\begin{aligned}p&=P\{Y\ge2\}=1-P\{Y=0\}-P\{Y=1\}\\&=1-C_{10}^{0}(1-0.1)^{10}-C_{10}^{1}0.1(1-0.1)^9=0.264\end{aligned}$$

即 X～B(4,0.264)

3.7 由于 $P\{X=0，Y=0\}=\dfrac{C_3^0C_3^0C_3^3}{3^3}=\dfrac{1}{27}$，$P\{X=0，Y=1\}=\dfrac{C_3^0C_3^1C_2^2}{3^3}=\dfrac{3}{27}$，

$P\{X=0，Y=2\}=\dfrac{C_3^0C_3^2C_1^1}{3^3}=\dfrac{3}{27}$，…，等，故（X，Y）的分布律为

X \ Y	0	1	2	3
0	1/27	3/27	3/27	1/27
1	3/27	6/27	3/27	0
2	3/27	3/27	0	0
3	1/27	0	0	0

3.8 （1）$P\{X=n\}=\sum_{m=0}^{n}\dfrac{e^{-14}(7.14)^m(6.86)^{n-m}}{n!(n-m)!}=\dfrac{14^n}{n!}e^{-14},\quad n=0,1,2,\cdots;$

$$P\{Y=m\}=\sum_{n=m}^{\infty}\frac{e^{-14}(7.14)^m(6.86)^{n-m}}{n!(n-m)!}=\frac{7.14^m}{m!}e^{-7.14},\quad m=0,1,2,\cdots$$

（2）当 m 固定时，

$$P\{X=n|Y=m\}=\frac{e^{-14}(7.14)^m(6.86)^{n-m}}{m!(n-m)!}\Big/\frac{7.14^m}{m!}e^{-7.14}=\frac{6.86^{n-m}}{(n-m)!}e^{-6.86},\quad n=m,m+1,\cdots;$$

当 n 固定时，

$$P\{Y=m|X=n\}=\frac{e^{-14}(7.14)^m(6.86)^{n-m}}{m!(n-m)!}\Big/\frac{14^n}{n!}e^{-14}=C_n^m(\frac{7.14}{14})^m(1-\frac{7.14}{14})^{n-m},\quad m=0,1,2,\cdots,n.$$

3.9 （1）由乘客下车独立，服从二项分布

$$P\{Y=m\mid X=n\}=C_n^m p^m q^{n-m}，\quad 0\le m\le n,n=0,1,2,\ldots$$

（2）

$$P\{X=n,Y=m\}=P\{X=n\}\cdot P\{Y=m\mid X=n\}$$

$$=\frac{\lambda^n}{n!}e^{-\lambda}C_n^m p^m(1-p)^{n-m},\quad 0\le m\le n,n=0,1,2,\cdots;$$