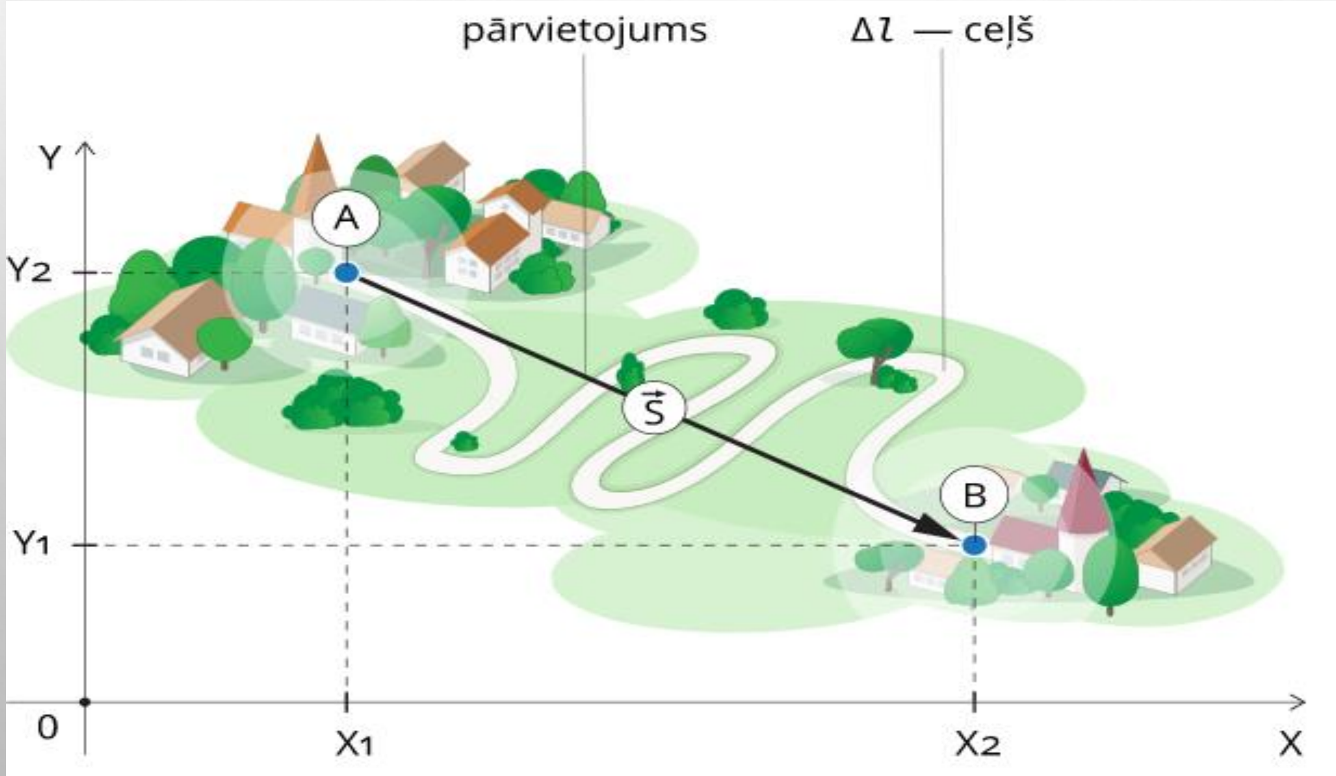
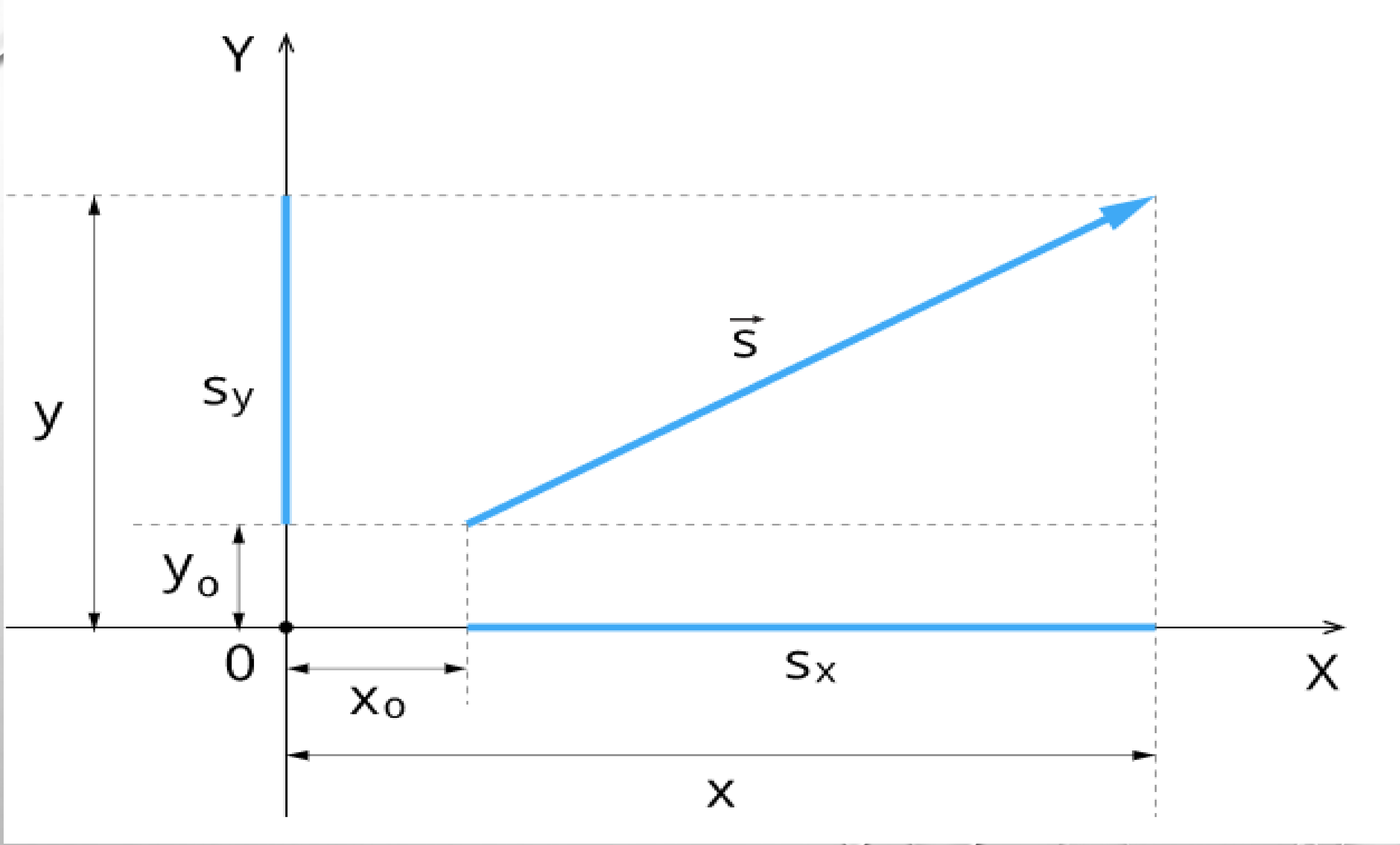
Ja ķermeņa izmēri ir ļoti niecīgi salīdzinājumā ar veikto attālumu, tad ķermeņa izmērus var neievērot un to var aizstāt ar modeli **masas punkts** vai materiāls punkts. Masas punktam piemīt ķermeņa masa.

Trajektorija — līnija, pa kuru pārvietojas masas punkts.

Ceļš — noteiktā laika intervālā veiktais trajektorijas garums, tiek apzīmēts ar l .

Pārvietojums — vektors, kas savieno kustības trajektorijas sākumpunktu ar trajektorijas beigu punktu un vērsts virzienā uz beigu punktu. Pārvietojuma moduli apzīmē ar s .





Y
y
s_y
$\vec{s}$
y_o
0
x_o
s_x
X
x

1. vektora gala punktu koordinātu noteikšanai:

$$x = x_0 + s_x$$

$$y = y_0 + s_y$$

2. šīs pašas formulas pārveidojot, tās var izmantot projekciju aprēķināšanai:

$$s_x = x - x_0$$

$$s_y = y - y_0$$

3. vektora moduļa jeb garuma aprēķināšanai, izmantojot vektora projekcijas uz asīm

$$s = \sqrt{s_x^2 + s_y^2}$$

4. vektora moduļa jeb garuma aprēķināšanai, izmantojot galapunktu koordinātes:

$$s = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$$

Aprēķinos var izmantot arī šādas sakarības:
$s_x = v_x \Delta t$ - pārvietojuma projekcijas aprēķinam,
$l = v \Delta t$ - veiktā ceļa aprēķinam.

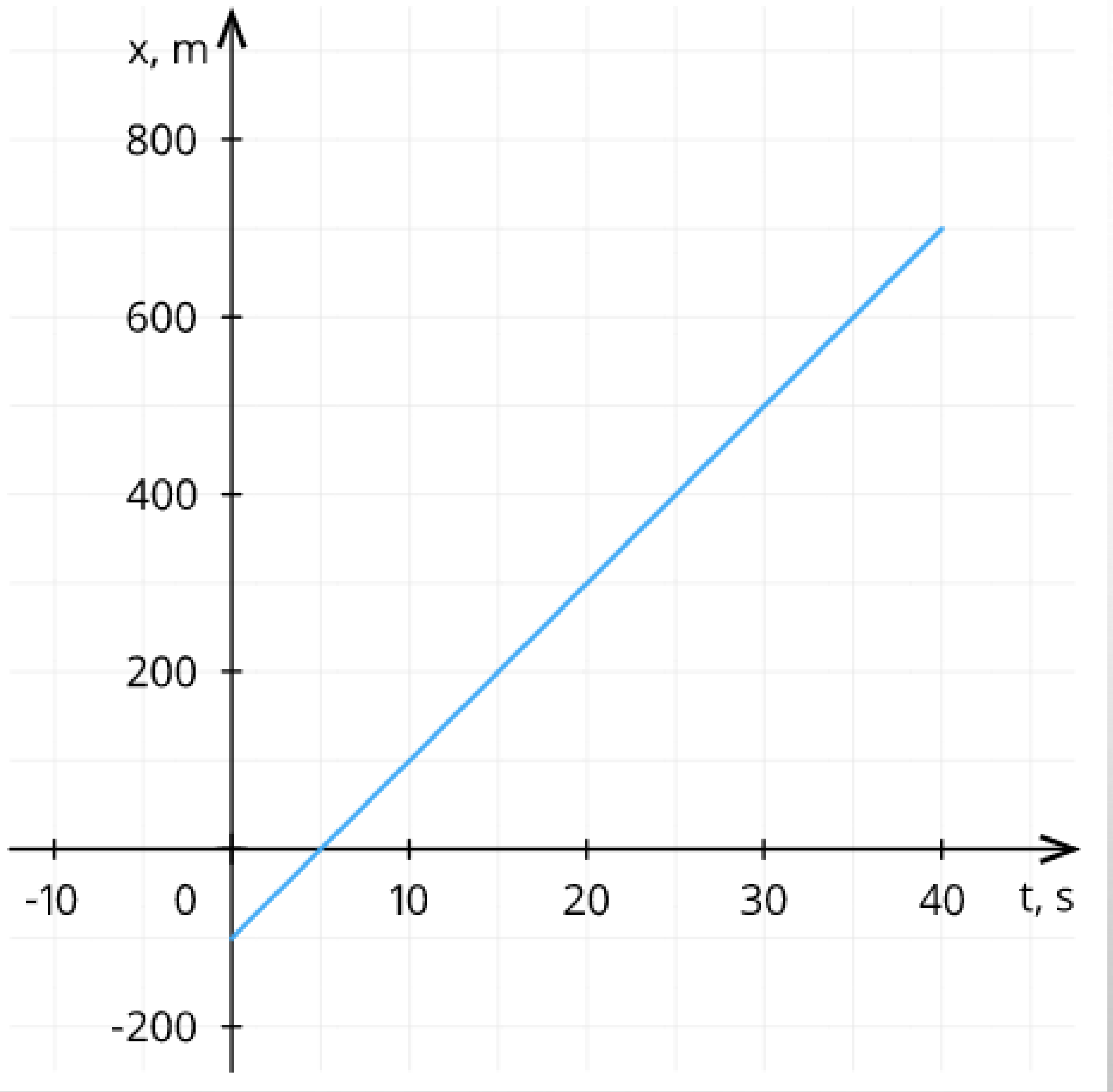
kustības koordinātes vienādojums - raksturo ķermeņa stāvokļa koordinātes atkarību no sākuma koordinātes, kustības ātruma un kustībā pavadītā laika. Tā kā kustība sākās punktā x_0, racionāli pieņemt, ka laika sākuma moments arī ir nulle - tādā gadījumā $\Delta t = t$. Izmantojot iepriekš lietotās sakarības, varam iegūt šo vienādojumu:
$x = x_0 + v_x t$ *(Mērvienības SI sistēmā!)*

Piemērs:

$x = 25 + 4t$
Kustības sākuma koordināte $x_0 = 25 \text{ m}$,
kustības ātrums $v = 4 \text{ m/s}$ (ātruma projekcija $v_x = 4 \text{ m/s}$) - kustība X ass virzienā.

$x = -10 - 2t$
Kustības sākuma koordināte $x_0 = -10 \text{ m}$,
kustības ātrums $v = 2 \text{ m/s}$ (ātruma projekcija $v_x = -2 \text{ m/s}$) - kustība pretēji X asij.

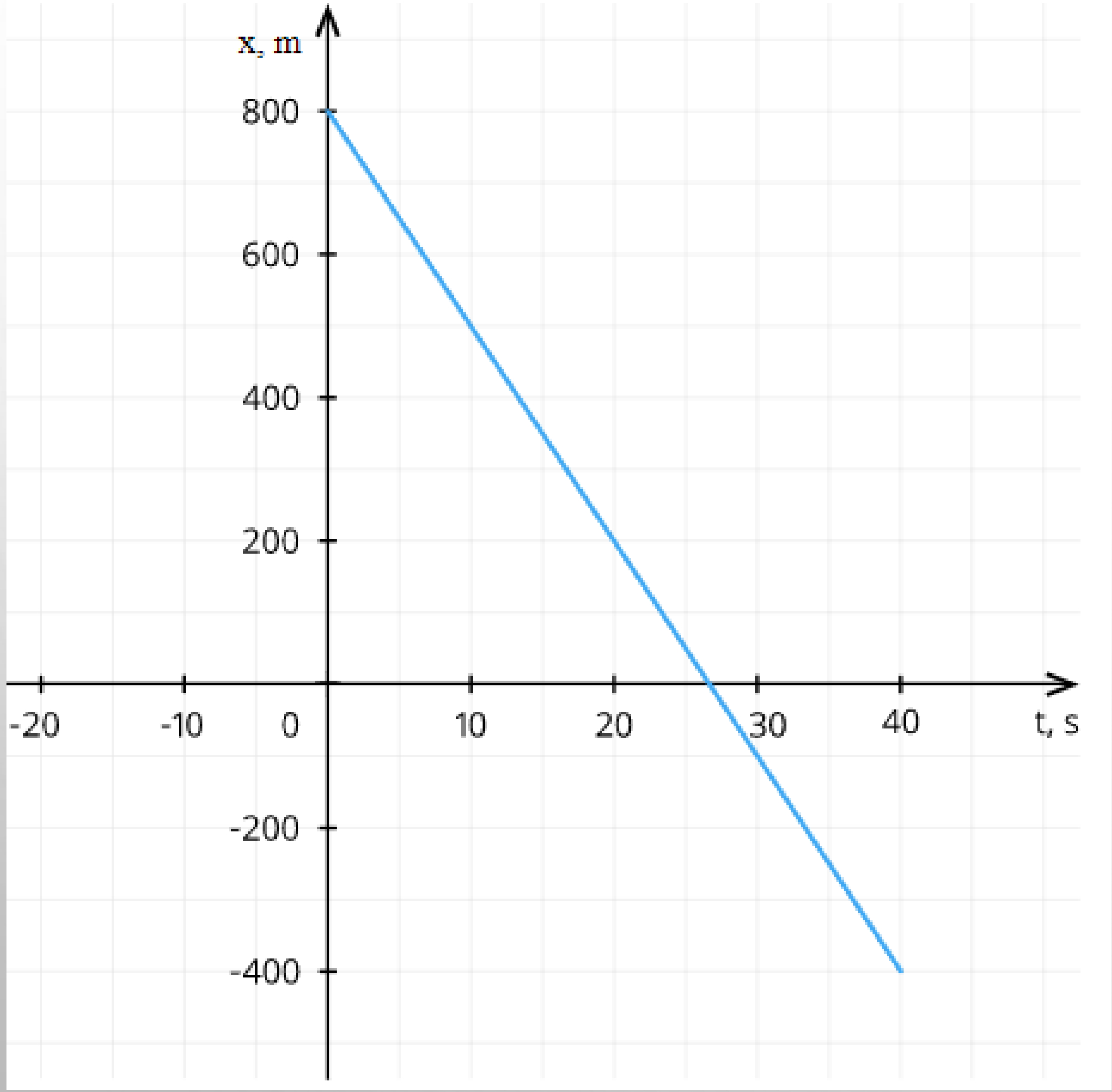
- pārvietojuma projekcijas vienādojums $s_x = v_x t$
- ceļa vienādojums $l = vt$



$$x_0 = -100 \text{ m}$$
$$v_x = 20 \text{ m/s}$$

$$v_x = \frac{s_x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{\Delta t} =$$
$$= \frac{700-(-100)}{40} = 20 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

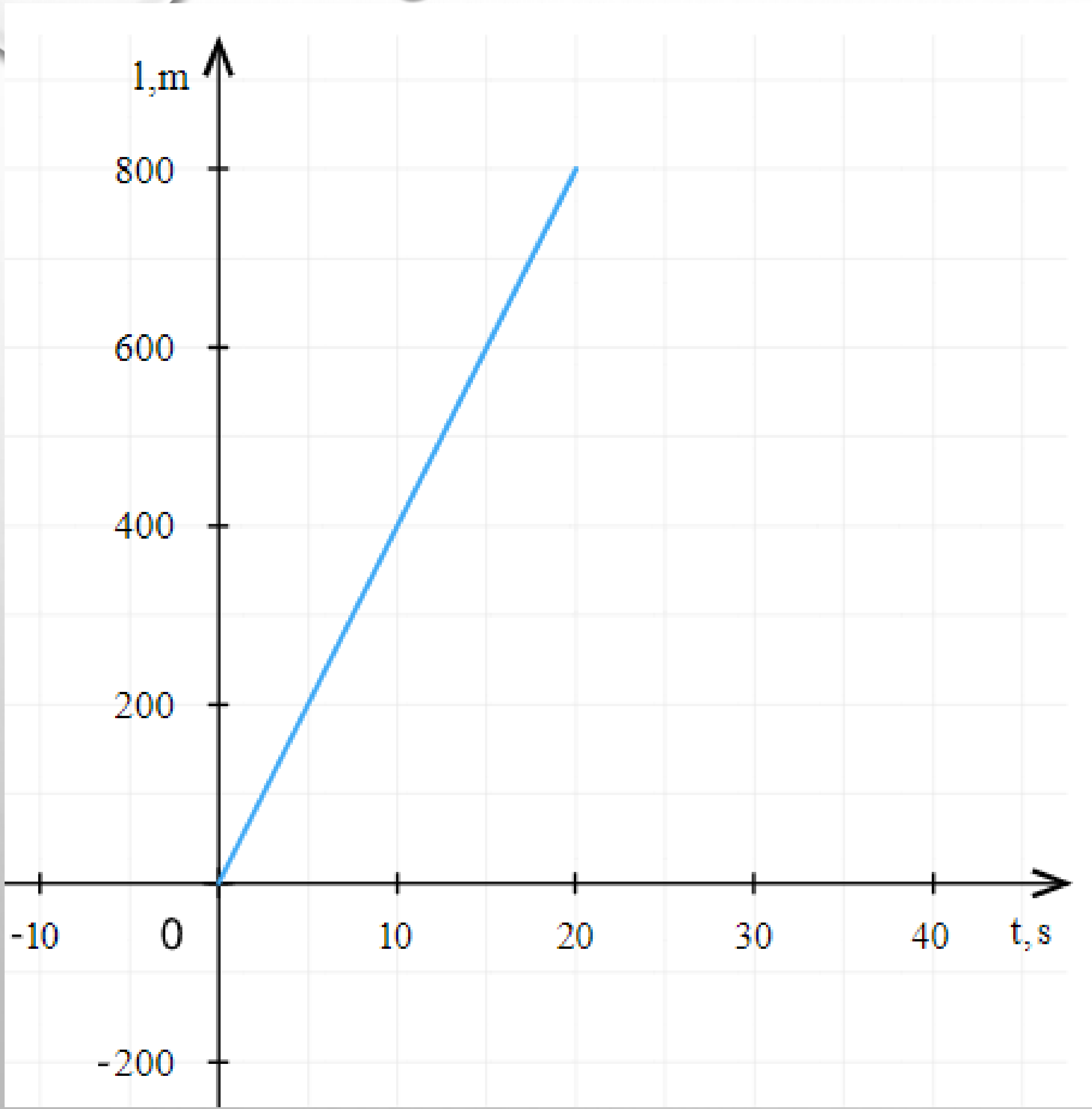
Koordinātes vienādojums $x = -100 + 20t$,
ātruma projekcijas vienādojums $v_x = 20$.



$$x_0 = 800 \text{ m},$$
$$v_x = -30 \text{ m/s}$$

$$v_x = \frac{s_x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{\Delta t} =$$
$$= \frac{-400-(800)}{40} = -30\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Koordinātes vienādojums $x = 800 - 30t$,
ātruma projekcijas vienādojums $v_x = -30$.



Kustības ceļa vienādojums:

$$l = vt = 40t$$

$$v = \frac{l}{\Delta t} = \frac{600}{15} = 40\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Ceļa grafiks arī vienmēr sākas no koordinātu sistēmas sākumpunkta un atrodas tikai koordinātu plaknes 1. kvadrantā - tikai pozitīvas vērtības.

Ja kustība sākas no miera stāvokļa - minimālais ātrums ir nulle, tad

$$v_{\text{vid.}} = \frac{|v_{\min} + v_{\max}|}{2} = \frac{|0 + v_{\max}|}{2} = \frac{|v_{\max}|}{2}$$

Tas ir, **vidējais ātrums skaitliski vienāds ar pusi no kustībā sasniegtā maksimālā ātruma!**

Vidējais ātrums raksturo ķermeņa kustību kādā noteiktā ceļa posmā. Lai raksturotu kustību *noteiktā trajektorijas punktā*, izmanto **momentāno ātrumu.**

Lai noteiktu un aprēķinātu momentāno ātrumu, jāizvēlas ļoti mazi pārvietojumi ļoti īsos laika intervālos, ko praktiski ir ļoti grūti realizēt. Viena no iekārtām, ar kuras palīdzību šoferis nosaka automašīnas momentāno ātrumu (moduli), ir **spidometrs.**

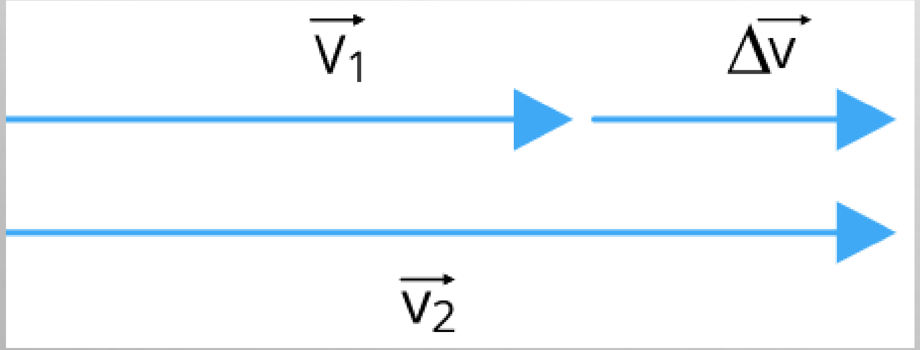
Momentānais ātrums praktiski ir reālais ķermeņa ātrums, tāpēc ikdienā lieto tikai vienu vārdu **ātrums.**

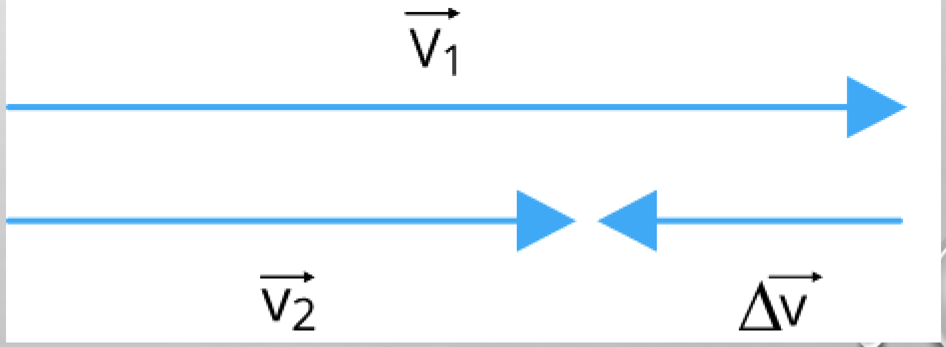
1. Ātrums vienmērīgi (lineāri) palielinās - **vienmērīgi paātrinātas kustības.**
2. Ātrums vienmērīgi (lineāri) samazinās - **vienmērīgi palēninātas kustības**.

Lai šajās kustībās raksturotu **ātruma izmaiņas straujumu**, lieto fizikālu lielumu **paātrinājumu,** kuru aprēķina pēc sakarības:

$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v_0}}{\Delta t}$ (1) vai $\vec{a} = \frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t}$ (2), kur

$\vec{v}$ - kustības beigu ātrums, $\mathrm{m/s}$
$\vec{v}_0$ - kustības sākuma ātrums, $\mathrm{m/s}$
Δt - laika intervāls, kurā notikusi kustība, s
$\overrightarrow{\Delta v}$ - ātruma vektora izmaiņu, $\mathrm{m/s}$
$\vec{a}$ - kustības paātrinājums, $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. SI mērvienību sistēmā paātrinājuma vienība ir **metrs uz sekundi kvadrāt**





Vienmērīgi paātrinātas taisnlīnijas kustības vienādojumi raksturo **paātrinājuma, ātruma, pārvietojuma un koordinātes atkarību no laika** un ļauj spriest par kustības raksturu.

Vispārīgam gadījumam vienādojumus var uzrakstīt ar vektoru projekcijām (kustība notiek paralēli X asij).

- **Paātrinājumam:** $a_x = \text{const}$

$a_x = 2$ - vienmērīgi paātrināta kustība ar paātrinājumu $2\,\mathrm{m/s^2}$ X ass virzienā.
$a_x = -2$ - vienmērīgi palēnināta kustība, ja $v_{0x} > 0$, X ass virzienā ar paātrinājumu $2\,\mathrm{m/s^2}$.
$a_x = -2$ - vienmērīgi paātrināta kustība, ja $v_{0x} < 0$, pretēji X ass virzienam ar paātrinājumu $2\,\mathrm{m/s^2}$

- **Ātrumam:**

No paātrinājuma projekcijas aprēķināšanas formulas izsakām kustības beigu ātrumu un iegūsim kustības ātruma vienādojumu:

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{\Delta t}$$

$$a_x \cdot \Delta t = v_x - v_{0x}$$

$$v_x = v_{0x} + a_x \Delta t$$

Pieņemsim, ka kustības sākumā $t_0 = 0$, tad $\Delta t = t - t_0 = t - 0 = t$ un ātruma vienādojumu varam pierakstīt formā $v_x = v_{0x} + a_x t$.

$v_x = 14 + 2t$ - vienmērīgi paātrināta kustība X ass virzienā ar sākuma ātrumu $14\,\mathrm{m/s}$ un paātrinājumu $2\,\mathrm{m/s^2}$.

$v_x = 14 - 2t$ - vienmērīgi palēnināta kustība X ass virzienā ar sākuma ātrumu $14\,\mathrm{m/s}$ un paātrinājumu $2\,\mathrm{m/s^2}$.

$v_x = -14 + 2t$ - vienmērīgi palēnināta kustība pretēji X asij ar sākuma ātrumu $14\,\mathrm{m/s}$ un paātrinājumu $2\,\mathrm{m/s^2}$.

$v_x = -14 - 2t$ - vienmērīgi paātrināta kustība pretēji X asij ar sākuma ātrumu $14\,\mathrm{m/s}$ un paātrinājumu $2\,\mathrm{m/s^2}$.

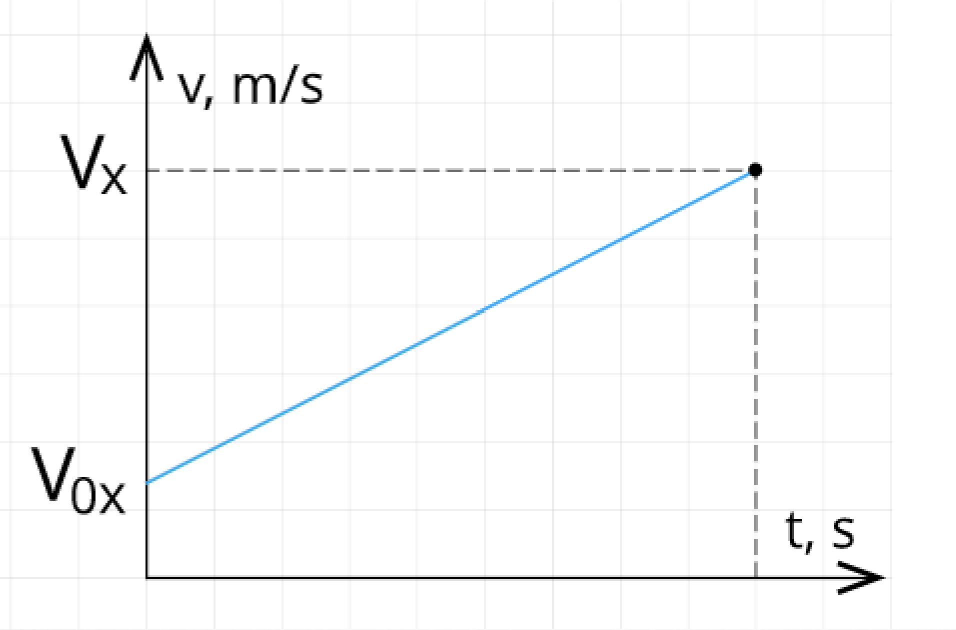
$v_x = 2t$ - vienmērīgi paātrināta kustība no miera stāvokļa X ass virzienā ar paātrinājumu $2\,\mathrm{m/s^2}$.

Kustības virzienu attiecībā pret X asi nosaka ātruma projekcijas v_{0x} zīme:

- ja pozitīva, tad kustība notiek X ass virzienā;
- ja negatīva, tad kustība notiek pretēji X ass virzienam.

Paātrināta vai palēnināta kustība tiek noteikta pēc ātruma un paātrinājuma projekciju zīmēm:

- ja abas projekciju zīmes vienādas, tad kustība ir paātrināta;
- ja projekciju zīmes dažādas, tad kustība ir palēnināta.



Pieņemsim, ka kustība sākas laikā momentā $t_0 = 0$. Tad $\Delta t = t - t_0 = t - 0 = t$.

Vienkāršākā formula **pārvietojuma moduļa** aprēķināšanai (nemainīgs kustības virziens):

$$s = \frac{|v_{0x} + v_x|}{2} \cdot t$$

Ja ir jāaprēķina **pārvietojuma projekcija**, tad:

$$s_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2} \cdot t$$

Nedaudz pārveidojot šo formulu, var iegūt vēl divas formulas:

a) Ja **nav zināms beigu ātrums**, bet dots paātrinājums un kustības laiks:

$s_x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$ vai $s_x = v_{0x}t + 0{,}5 a_x t^2$.

b) Ja **nav zināms kustības laiks:**

$$s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$$

Formulas kļūst vienkāršākas, ja kustība sākas **no miera stāvokļa**, kad $v_{0x} = 0$.

- Paātrinājuma projekcijai:

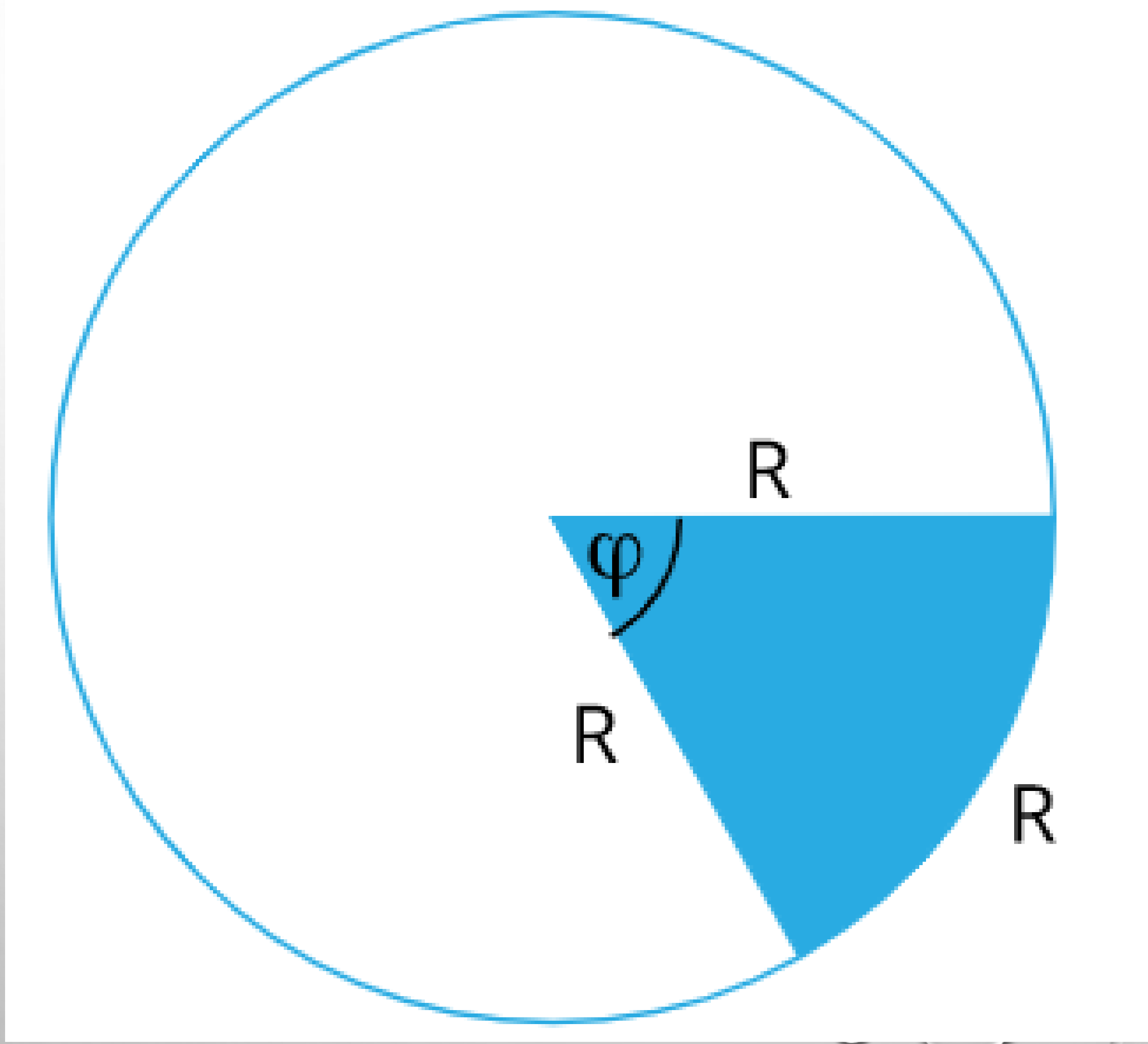
$$a_x = \frac{v_x}{t}$$

- Pārvietojuma projekcijai:

$$s_x = \frac{v_x}{2} \cdot t$$

$$s_x = \frac{a_x t^2}{2}$$

$$s_x = \frac{v_x^2}{2a_x}$$


R
φ
R
R

Lai noskaidrotu, cik radiānu ir pilnā leņķī (360° - riņķis), loka garumu jeb riņķa līnijas garumu dalām ar rādiusu:

$$\varphi = \frac{l}{R} = \frac{2\pi R}{R} = 2\pi$$

Pilnā leņķī ir 2π radiānu.
Šī vienādība arī kalpo par pamatu sakarībai starp grādiem un radiāniem:
$2\pi = 360^\circ$ vai, vienkāršojot, $\pi = 180^\circ$.

$$1\,\mathrm{rad} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57{,}3^\circ$$

$\mathbf{1\ rad}$ ir aptuveni $57{,}3^\circ$, taču praksē šo vienādību izmanto reti.

Kā radiānus pārveidot grādos?
Parasti leņķis radiānos ir izteikts precīzi, pierakstā saglabājot skaitli π.

$$\frac{\pi}{15} = \frac{180^\circ}{15} = 12^\circ$$

$$0{,}2\pi = 0{,}2 \cdot 180^\circ = 36^\circ$$

Kā grādus pārveidot radiānos?

No pamatsakarības $\pi = 180^\circ$ izsakām, cik radiānu ir vienā grādā: $1^\circ = \frac{\pi}{180}$

Tad grādu skaitu reizinām ar šo izteiksmi. Ja iespējams, saīsinām.

$$\alpha = 45^\circ = 45 \cdot 1^\circ = 45 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{45 \cdot \pi}{180} = \frac{\pi}{4}$$

$$\beta = 25^\circ = 25 \cdot 1^\circ = 25 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{25 \cdot \pi}{180} = \frac{5\pi}{36}$$

Lai raksturotu vienmērīgu kustību pa riņķa līniju izmanto vairākus lielumus:

- **Apriņķošanas periodu** T - laiks, kurā ķermenis kustībā pa riņķa līniju veic vienu pilnu apgriezienu.

Ja kustības laikā t ķermenis veic N pilnus apgriezienus, tad apriņķošanas periodu T var aprēķināt pēc sakarības:

$$T = \frac{t}{N}$$

- **Apriņķošanas frekvenci** f - apriņķojumu skaits laika vienībā (SI mērvienību sistēmā sekundē)

Ja kustības laikā t ķermenis veic N apgriezienus, tad apriņķošanas frekvenci f var aprēķināt pēc sakarības:

$$f = \frac{N}{t} \text{ vai } \nu = \frac{N}{t}$$

Frekvences mērvienība:

$[f]= \frac{1}{s}$ - šo vienību sauc par **hercu** un apzīmē ar Hz.

Salīdzinot apriņķošanas perioda un frekvences formulas, varam pamanīt, ka šie **lielumi ir savstarpēji apgriezti:**

$$T = \frac{1}{f} \text{ un } f = \frac{1}{T}$$

Tehnikā bieži izmanto frekvences mērvienību, **apgriezienu skaits laika vienībā.** Līdz ar to frekvences vienības pieraksts dažādās situācijās var būt dažāds:

$$1\,\mathrm{Hz} = \frac{1}{\mathrm{s}} = \mathrm{s}^{-1} = 1\,\frac{\mathrm{apgr}}{\mathrm{s}}$$

Piemērs:

Rotējoša ripa minūtē izdara 240 apgriezienus. Nosaki ripas rotācijas periodu un frekvenci!

$N = 240\ \mathrm{apgr}$
$t = 1\ \mathrm{min} = 60\ \mathrm{s}$ - laiku pārveidojam SI sistēmā jeb sekundēs (s).

Izdarām aprēķinus:

$$T = \frac{t}{N} = \frac{60}{240} = 0{,}25\,\mathrm{s}$$

$$f = \frac{N}{t} = \frac{240}{60} = 4\ \mathrm{Hz} \quad \text{vai} \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}25} = 4\ \mathrm{Hz}$$

Ja ir zināms **apriņķošanas periods** T jeb laika intervāls, kurā ķermenis veic vienu pilnu apgriezienu un **riņķa līnijas rādiuss** R, tad lineāro ātrumu var aprēķināt pēc sakarības:

$v = \frac{l}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T}$ vai, ievērojot, ka $\frac{1}{T} = f$, ātrumu varam aprēķināt, izmantojot **apriņķošanas frekvenci** jeb **apgriezienu skaitu vienā sekundē:**

$$v = \frac{l}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi fR$$

Kustību pa riņķa līniju var raksturot arī ar **leņķisko ātrumu**.

Leņķiskais ātrums ω rāda, par **cik lielu leņķi pagriežas rotācijas rādiuss** R **laika vienībā.**

Ja laika intervālā Δt, materiālais punkts (ķermenis) no punkta 1 nonācis punktā 2, tad rotācijas rādiuss ir pagriezies par leņķi φ un leņķisko ātrumu varam aprēķināt pēc sakarības:

$$\omega = \frac{\varphi}{\Delta t}$$

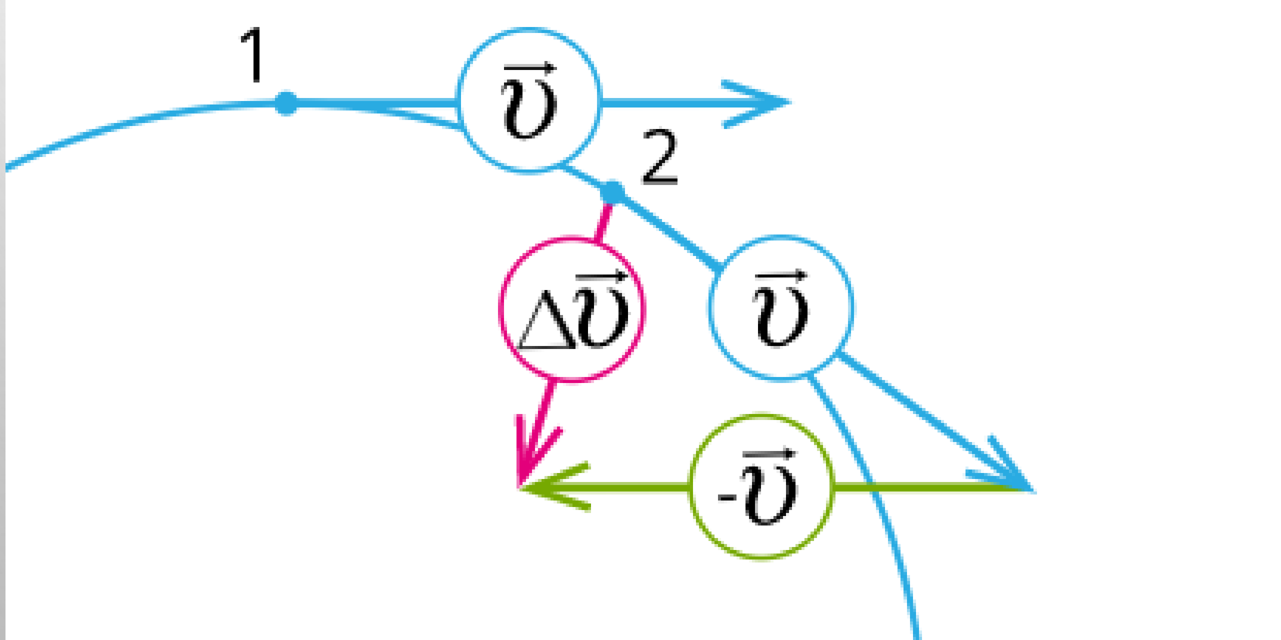
SI mērvienību sistēmā leņķa mērvienība ir radiāns (rad), laika vienība sekunde (s). Tādēļ leņķiskā ātruma vienība ir *radiāns sekundē* ($\mathrm{rad/s}$).

Ja ķermenis izdara vienu pilnu apriņķojumu, tad laika intervāls Δt ir vienāds ar apriņķošanas periodu T un pagrieziena leņķis ir 2π. Tad ω būs:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

vai, ievērojot, ka $\frac{1}{T} = f$:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$



Pēc paātrinājuma definīcijas:

$\overrightarrow{a} = \frac{\overrightarrow{v} - \overrightarrow{v_0}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t}$ un virziens ir vektora $\overrightarrow{\Delta v}$ virzienā.

- Tā kā paātrinājums vērsts uz riņķa līnijas centru, to sauc par centrtieces paātrinājumu.
- Centrtieces paātrinājums ir **perpendikulārs** ātruma vektoram.
- Centrtieces paātrinājums ir **vektoriāls lielums.**
- Kaut arī ķermenis pārvietojas vienmērīgi pa riņķa līniju, **kustība ir paātrināta.**

Centrtieces paātrinājuma moduli var aprēķināt pēc formulām:

$a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$, kur

- v - lineārais ātrums, m/s,
- R - trajektorijas rādiuss, m,
- ω - leņķiskais ātrums, rad/s,
- a_c - centrtieces paātrinājums, m/s^2.