

## 5. PK - Ball Sound

Wie entwickelt sich der Ton, der beim Zusammenstoß zweier Metallkugeln entsteht?

Leonard Hackel und Niklas Schelten

Herder Oberschule Berlin

21. März 2015

## 1 Das Experiment

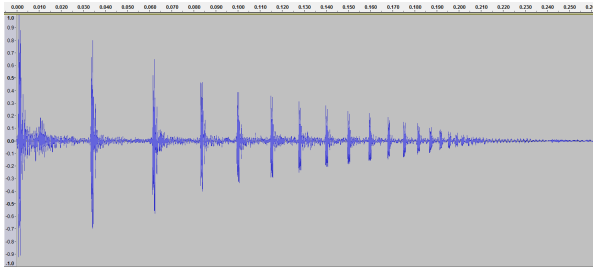
- Vorführung
- Zusammensetzung des Tons
- Simulation

## 2 Physikalische Analyse

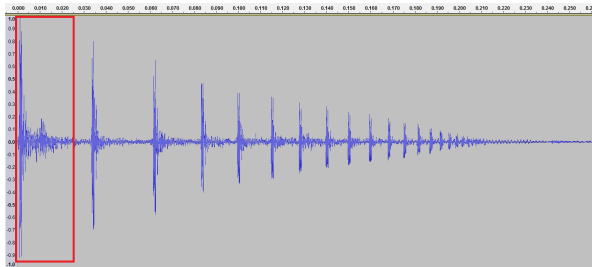
- Chirp
  - Physikalische Beschreibung des Tons
  - Verallgemeinerung
- Peak
  - Frequenz

# Experiment

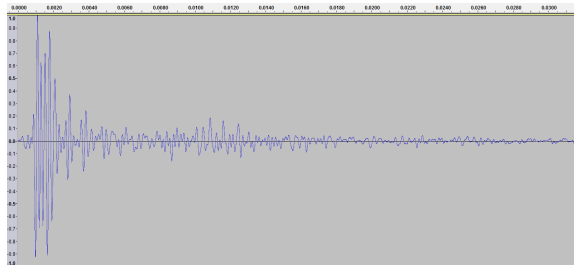
# Chirp



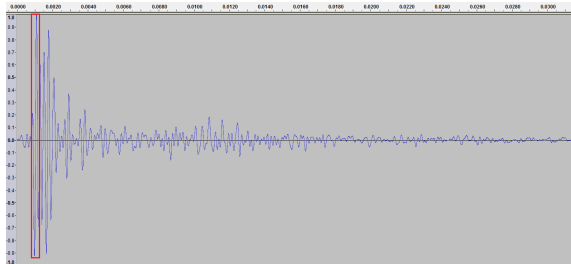
# Chirp



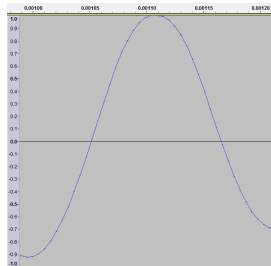
# Peak



# Peak



# PeakPeak





# Frequenzen

- Chirp Frequenz

# Frequenzen

- Chirp Frequenz
  - Anzahl der Peaks pro Sekunde

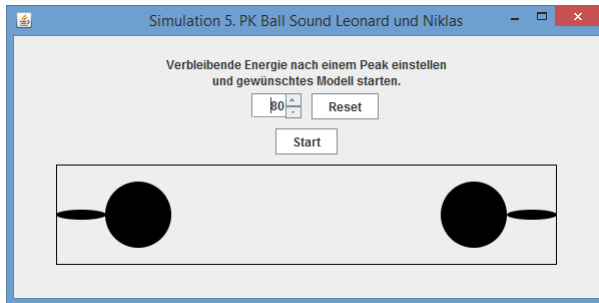
# Frequenzen

- Chirp Frequenz
  - Anzahl der Peaks pro Sekunde
- Peak Frequenz

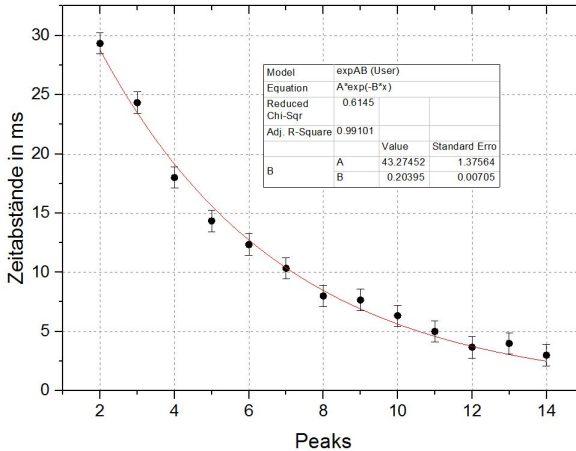
# Frequenzen

- Chirp Frequenz
  - Anzahl der Peaks pro Sekunde
- Peak Frequenz
  - Anzahl der PeakPeaks pro Sekunde

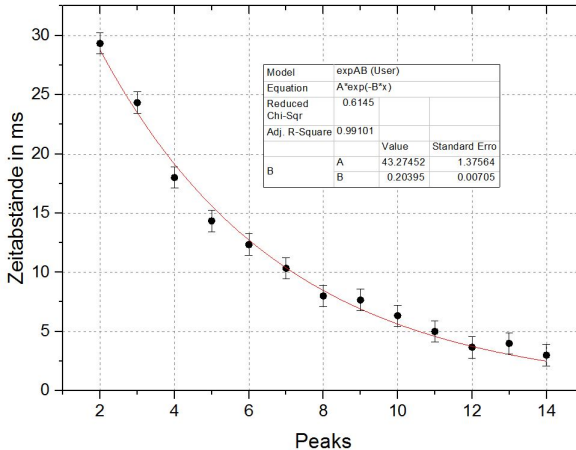
# Simulation



# Periodendauer

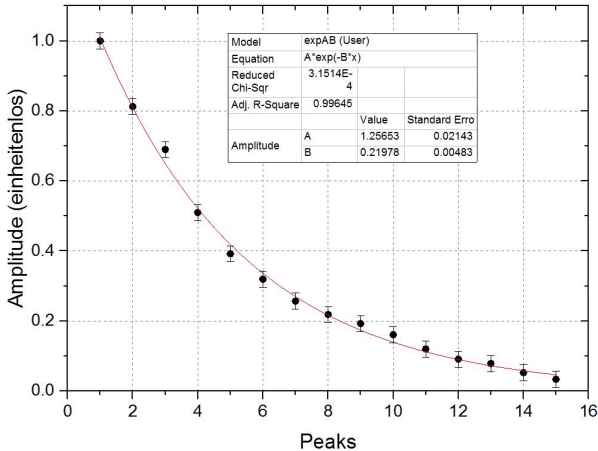


# Periodendauer



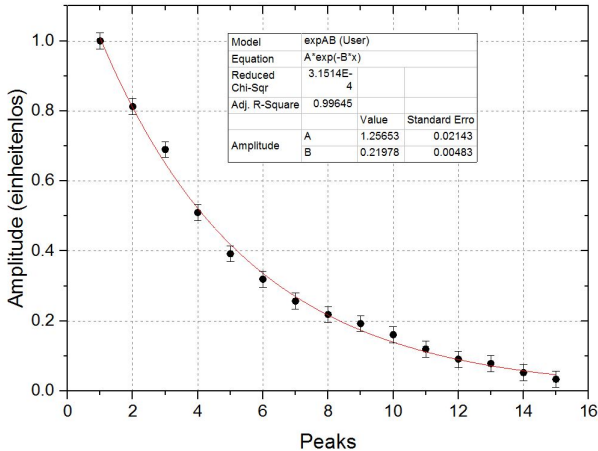
- $\delta_n = \delta_1 \cdot b^{n-1}$   
mit  $0 \leq b < 1$

# Amplitude





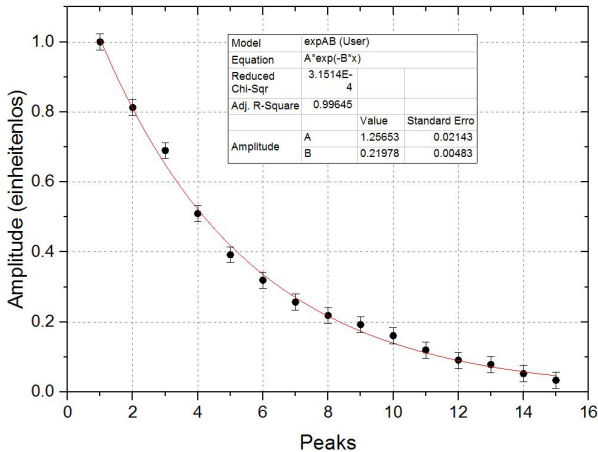
# Amplitude



$$\bullet y_n = a \cdot y_{n-1}$$

mit  $0 \leq a < 1$

# Amplitude



- $y_n = a \cdot y_{n-1}$   
mit  $0 \leq a < 1$
- $\Leftrightarrow y_n = a^n \cdot y_0$

# Gleichsetzung

- beides nach  $n$  umformen:

# Gleichsetzung

- beides nach  $n$  umformen:

→ Periode:  $n = \frac{\log\left(1 - \frac{t_n}{t_{ges}}\right)}{\log b}$

# Gleichsetzung

- beides nach  $n$  umformen:

$$\rightarrow \text{Periode: } n = \frac{\log\left(1 - \frac{t_n}{t_{\text{ges}}}\right)}{\log b}$$

$$\rightarrow \text{Amplitude: } n = \frac{\log \frac{y_n}{y_0}}{\log a}$$

# Gleichsetzung

- beides nach  $n$  umformen:
  - Periode:  $n = \frac{\log\left(1 - \frac{t_n}{t_{ges}}\right)}{\log b}$
  - Amplitude:  $n = \frac{\log \frac{y_n}{y_0}}{\log a}$
- Gleichsetzen und nach  $y_n$  umformen:

# Gleichsetzung

- beides nach  $n$  umformen:
  - Periode:  $n = \frac{\log\left(1 - \frac{t_n}{t_{ges}}\right)}{\log b}$
  - Amplitude:  $n = \frac{\log \frac{y_n}{y_0}}{\log a}$
- Gleichsetzen und nach  $y_n$  umformen:
  - $y_n = y_0 \cdot \left(1 - \frac{t_n}{t_{ges}}\right)^{\frac{\log a}{\log b}}$

# Verallgemeinerung - warum

- unterschiedliche rücktreibende Kräfte



# Verallgemeinerung - warum

- unterschiedliche rücktreibende Kräfte
  - Gravitation

# Verallgemeinerung - warum

- unterschiedliche rücktreibende Kräfte
  - Gravitation
  - Magnetkraft

# Verallgemeinerung - warum

- unterschiedliche rücktreibende Kräfte
  - Gravitation
  - Magnetkraft
  - Federkraft

# Verallgemeinerung - warum

- unterschiedliche rücktreibende Kräfte → Potenz des Weges
  - Gravitation
  - Magnetkraft
  - Federkraft

# Verallgemeinerung - warum

- unterschiedliche rücktreibende Kräfte → Potenz des Weges
  - Gravitation → nahezu  $s^0$
  - Magnetkraft
  - Federkraft

# Verallgemeinerung - warum

- unterschiedliche rücktreibende Kräfte  $\rightarrow$  Potenz des Weges
  - Gravitation  $\rightarrow$  nahezu  $s^0$
  - Magnetkraft  $\rightarrow s^{-2}$  (homogen)
  - Federkraft

# Verallgemeinerung - warum

- unterschiedliche rücktreibende Kräfte  $\rightarrow$  Potenz des Weges
  - Gravitation  $\rightarrow$  nahezu  $s^0$
  - Magnetkraft  $\rightarrow s^{-2}$  (homogen)
  - Federkraft  $\rightarrow s^1$

# Verallgemeinerung - Ansatz

- $F = c \cdot s^a$



# Verallgemeinerung - Ansatz

- $F = c \cdot s^a$

→  $E = \frac{c}{a+1} \cdot s^{a+1}$

# Verallgemeinerung - Ansatz

- $F = c \cdot s^a$
- $E = \frac{c}{a+1} \cdot s^{a+1}$
- Schwingung zwischen dieser und kinetischer Energie

# Verallgemeinerung - Ansatz

- $F = c \cdot s^a$
- $E = \frac{c}{a+1} \cdot s^{a+1}$
- Schwingung zwischen dieser und kinetischer Energie
  - $\frac{m}{2} v^2 + \frac{c}{a+1} \cdot s^{a+1} = \text{konst}$

# Verallgemeinerung - Ansatz

- **Durch Ableiten:**

# Verallgemeinerung - Ansatz

- **Durch Ableiten:**

$$\frac{m \cdot 2v \cdot \dot{v}}{2} + c \cdot s^a \cdot \dot{s} = 0$$

# Verallgemeinerung - Ansatz

- **Durch Ableiten:**

$$\frac{m \cdot 2v \cdot \dot{v}}{2} + c \cdot s^a \cdot \dot{s} = 0$$

$$\Leftrightarrow m \cdot \ddot{s} + c \cdot s^a = 0$$

# Verallgemeinerung - Numerische Simulation

- nicht-lineare Differentialgleichung

# Verallgemeinerung - Numerische Simulation

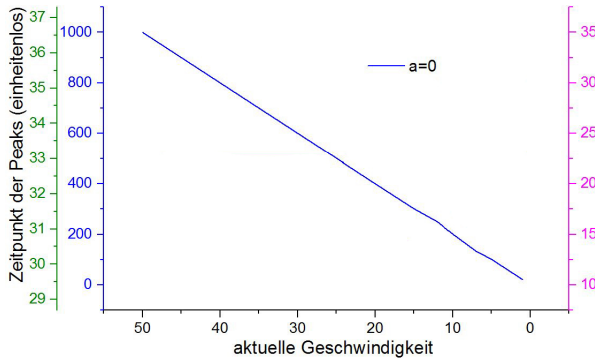
- nicht-lineare Differentialgleichung
- In „Simulation“ Energieverlust durch Abnahme von  $v$  implementiert



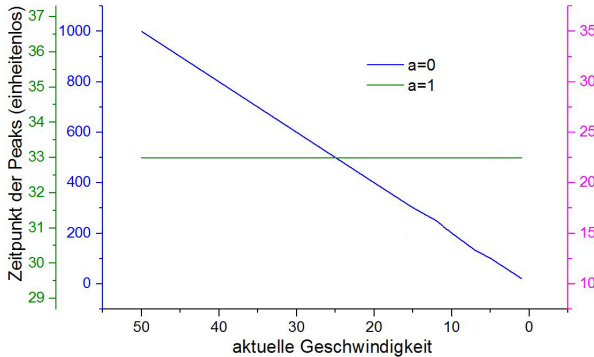
# Verallgemeinerung - Numerische Simulation

- nicht-lineare Differentialgleichung
- In „Simulation“ Energieverlust durch Abnahme von  $v$  implementiert
- erste Nullstelle entspricht der Zeitspanne bis zum nächsten Peak

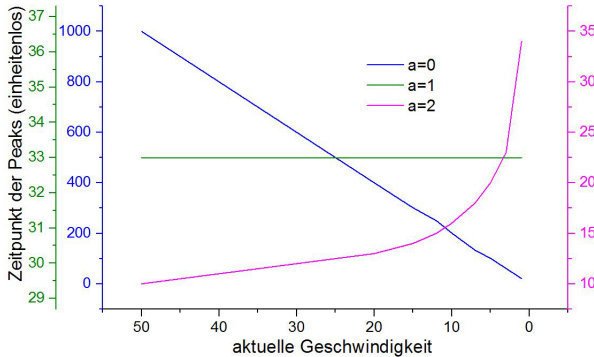
# Verallgemeinerung - Numerische Simulation



# Verallgemeinerung - Numerische Simulation



# Verallgemeinerung - Numerische Simulation



# Frequenz

- Peak Frequenz für jeden Peak gleich

# Frequenz

- Peak Frequenz für jeden Peak gleich
- zwei Ursprünge:

# Frequenz

- Peak Frequenz für jeden Peak gleich
- zwei Ursprünge:
  - Eigenfrequenz der Kugeln

# Frequenz

- Peak Frequenz für jeden Peak gleich
- zwei Ursprünge:
  - Eigenfrequenz der Kugeln
  - Frequenz zwischen den Kugeln



# Eigenfrequenz

- stehende Welle in den Kugeln

# Eigenfrequenz

- stehende Welle in den Kugeln

$$\rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{5170 \text{ m/s}}{8 \cdot 0,017 \text{ m}} \approx 38 \text{ kHz}$$

# Eigenfrequenz

- stehende Welle in den Kugeln
  - $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{5170 \text{ m/s}}{8 \cdot 0,017 \text{ m}} \approx 38 \text{ kHz}$
  - nicht hörbar

# Eigenfrequenz

- stehende Welle in den Kugeln
  - $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{5170m/s}{8 \cdot 0,017m} \approx 38kHz$
  - nicht hörbar
- andere Wellenlängen messbar aber nicht hörbar

# „Auftreff Frequenz“

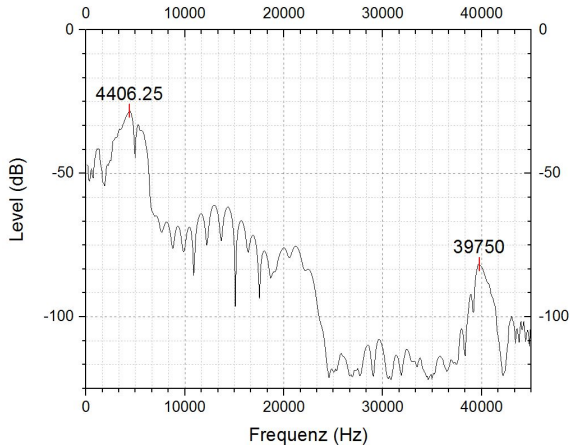
- Arbeit von K. Mehraby, H Khadem-hosseini Beheshti und M. Poursina

# „Auftreff Frequenz“

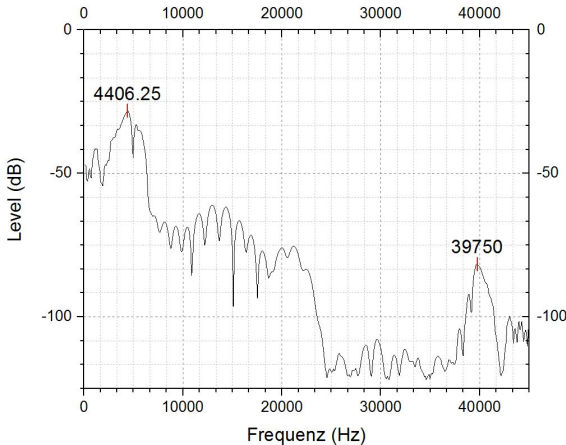
- Arbeit von K. Mehraby, H Khadem-hosseini Beheshti und M. Poursina

$$\rightarrow f = \frac{76,1}{r} Hz = \frac{76,1}{0,017} Hz \approx 4476 Hz$$

# Frequenzanalyse



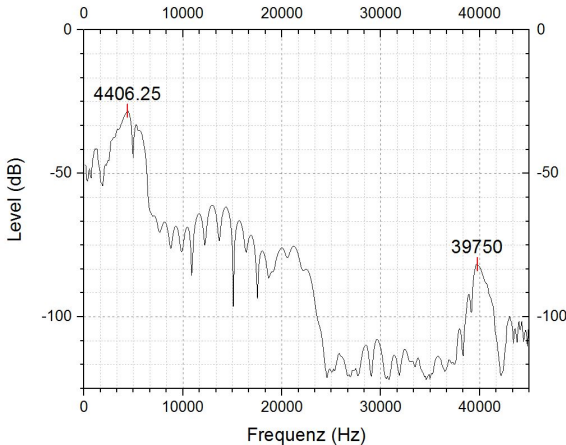
# Frequenzanalyse



- Erste Frequenz 4406 „Auftritt Frequenz“



# Frequenzanalyse



- Erste Frequenz 4406 „Auftritt Frequenz“
- Zweite Frequenz 39kHz Eigenfrequenz

# Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit