5. PK - Ball Sound

Wie entwickelt sich der Ton, der beim Zusammenstoß zweier Metallkugeln entsteht?

Leonard Hackel und Niklas Schelten

Herder Oberschule Berlin

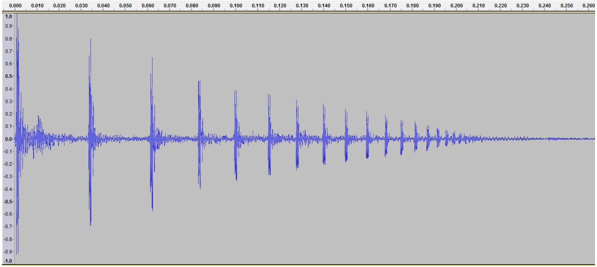
21. März 2015

1. Das Experiment
   - Vorführung
   - Zusammensetzung des Tons
   - Simulation

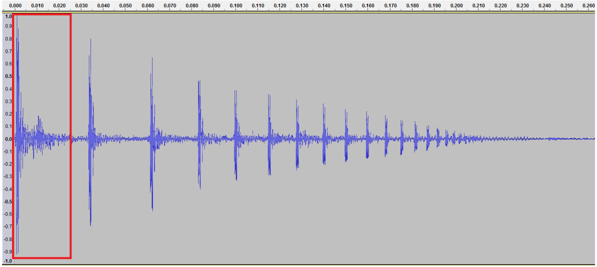
2. Physikalische Analyse
   - Chirp
     - Physikalische Beschreibung des Tons
     - Verallgemeinerung
   - Peak
     - Frequenz

Experiment

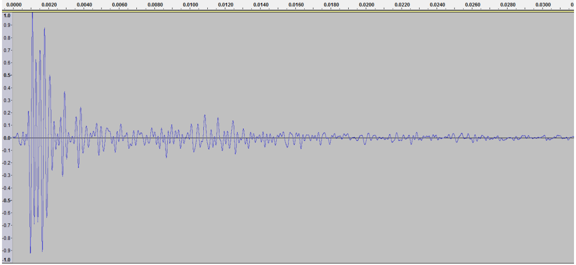
Chirp


0.000
0.010
0.020
0.030
0.040
0.050
0.060
0.070
0.080
0.090
0.100
0.110
0.120
0.130
0.140
0.150
0.160
0.170
0.180
0.190
0.200
0.210
0.220
0.230
0.240
0.250
0.260
1.0
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
-0.7
-0.8
-0.9
-1.0

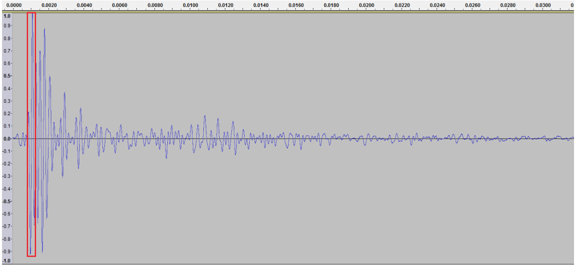
Chirp


0.000 0.010 0.020 0.030 0.040 0.050 0.060 0.070 0.080 0.090 0.100 0.110 0.120 0.130 0.140 0.150 0.160 0.170 0.180 0.190 0.200 0.210 0.220 0.230 0.240 0.250 0.260
1.0 0.9 0.8 0.7 0.6 0.5 0.4 0.3 0.2 0.1 0.0 -0.1 -0.2 -0.3 -0.4 -0.5 -0.6 -0.7 -0.8 -0.9 -1.0

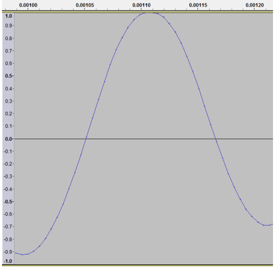
Peak


0.0000
0.0020
0.0040
0.0060
0.0080
0.0100
0.0120
0.0140
0.0160
0.0180
0.0200
0.0220
0.0240
0.0260
0.0280
0.0300
1.0
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
-0.7
-0.8
-0.9
-1.0

Peak


0.0000
0.0020
0.0040
0.0060
0.0080
0.0100
0.0120
0.0140
0.0160
0.0180
0.0200
0.0220
0.0240
0.0260
0.0280
0.0300
1.0
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
-0.7
-0.8
-0.9
-1.0

PeakPeak


0.00100
0.00105
0.00110
0.00115
0.00120
1.0
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
-0.7
-0.8
-0.9
-1.0

Frequenzen

- Chirp Frequenz

Frequenzen

- Chirp Frequenz

  $\rightarrow$ Anzahl der Peaks pro Sekunde

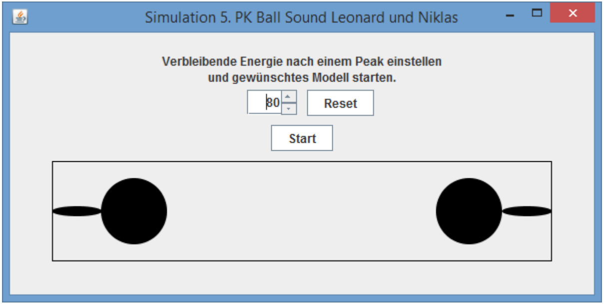
Frequenzen

- Chirp Frequenz
  - $\rightarrow$ Anzahl der Peaks pro Sekunde
- Peak Frequenz

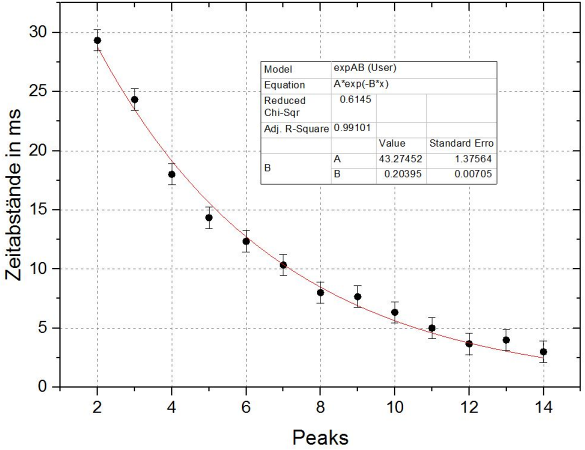
Frequenzen

- Chirp Frequenz
  → Anzahl der Peaks pro Sekunde
- Peak Frequenz
  → Anzahl der PeakPeaks pro Sekunde

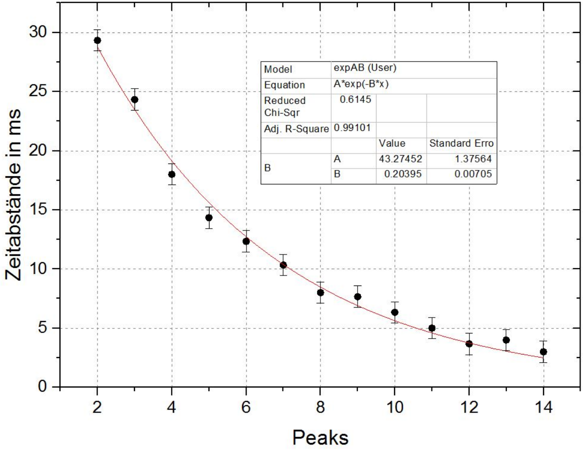
Simulation


Simulation 5. PK Ball Sound Leonard und Niklas
Verbleibende Energie nach einem Peak einstellen
und gewünschtes Modell starten.
80
Reset
Start

Periodendauer

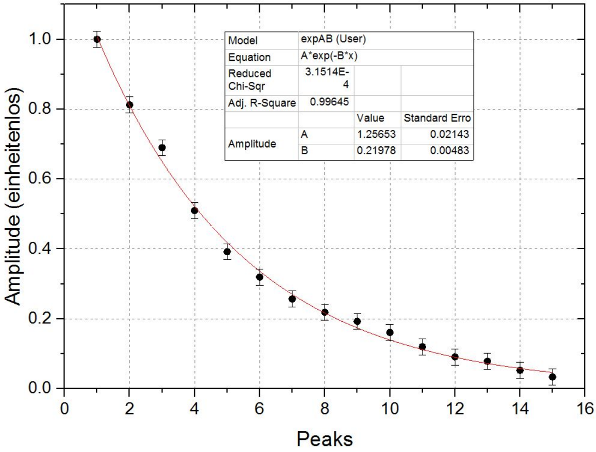


Periodendauer



- $\delta_n = \delta_1 \cdot b^{n-1}$ mit $0 \leq b < 1$

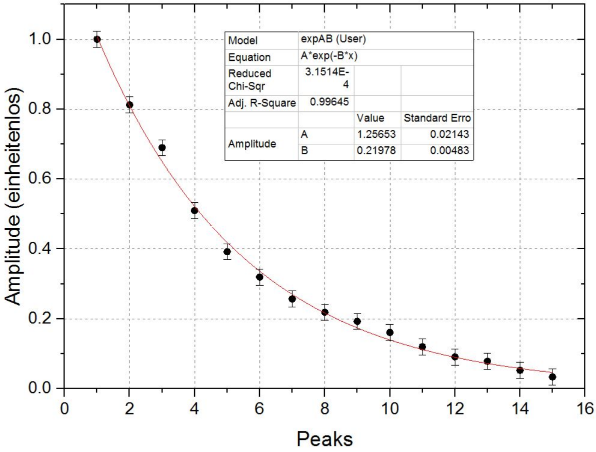
Amplitude



jugend forscht

HERDER

Amplitude

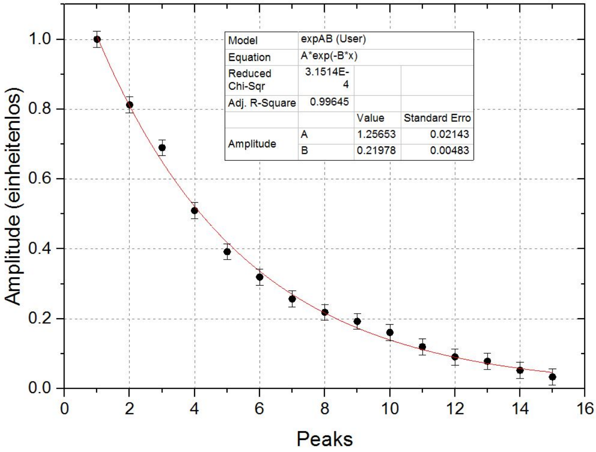


- $y_n = a \cdot y_{n-1}$
  mit $0 \leq a < 1$

jugend forscht

HERDER

Amplitude



- $y_n = a \cdot y_{n-1}$
  mit $0 \leq a < 1$
- $\Leftrightarrow y_n = a^n \cdot y_0$

Gleichsetzung

- beides nach n umformen:

Gleichsetzung

- beides nach n umformen:
  $\rightarrow$ Periode: $n = \dfrac{\log\left(1 - \frac{t_n}{t_{ges}}\right)}{\log b}$

Gleichsetzung

- beides nach n umformen:
  - $\rightarrow$ Periode: $n = \dfrac{\log\left(1 - \frac{t_n}{t_{ges}}\right)}{\log b}$
  - $\rightarrow$ Amplitude: $n = \dfrac{\log \frac{y_n}{y_0}}{\log a}$

Gleichsetzung

- beides nach n umformen:
  - $\rightarrow$ Periode: $n = \frac{\log\left(1 - \frac{t_n}{t_{ges}}\right)}{\log b}$
  - $\rightarrow$ Amplitude: $n = \frac{\log \frac{y_n}{y_0}}{\log a}$
- Gleichsetzen und nach y_n umformen:

Gleichsetzung

- beides nach n umformen:
  - $\rightarrow$ Periode: $n = \dfrac{\log\left(1 - \frac{t_n}{t_{ges}}\right)}{\log b}$
  - $\rightarrow$ Amplitude: $n = \dfrac{\log \frac{y_n}{y_0}}{\log a}$
- Gleichsetzen und nach y_n umformen:
  - $\rightarrow$ $y_n = y_0 \cdot \left(1 - \frac{t_n}{t_{ges}}\right)^{\frac{\log a}{\log b}}$

Verallgemeinerung - warum

- unterschiedliche rücktreibende Kräfte

Verallgemeinerung - warum

- unterschiedliche rücktreibende Kräfte
  - Gravitation

Verallgemeinerung - warum

- unterschiedliche rücktreibende Kräfte
  - Gravitation
  - Magnetkraft

Verallgemeinerung - warum

- unterschiedliche rücktreibende Kräfte
  - Gravitation
  - Magnetkraft
  - Federkaft

Verallgemeinerung - warum

- unterschiedliche rücktreibende Kräfte $\rightarrow$ Potenz des Weges
  - Gravitation
  - Magnetkraft
  - Federkaft

Verallgemeinerung - warum

- unterschiedliche rücktreibende Kräfte $\rightarrow$ Potenz des Weges
  - Gravitation $\rightarrow$ nahezu s^0
  - Magnetkraft
  - Federkaft

Verallgemeinerung - warum

- unterschiedliche rücktreibende Kräfte → Potenz des Weges
  - Gravitation → nahezu s^0
  - Magnetkraft → s^{-2} (homogen)
  - Federkaft

Verallgemeinerung - warum

- unterschiedliche rücktreibende Kräfte $\rightarrow$ Potenz des Weges
  - Gravitation $\rightarrow$ nahezu s^0
  - Magnetkraft $\rightarrow$ s^{-2} (homogen)
  - Federkaft $\rightarrow$ s^1

Verallgemeinerung - Ansatz

- $F = c \cdot s^a$

Verallgemeinerung - Ansatz

- $F = c \cdot s^a$

$\rightarrow$ $E = \frac{c}{a+1} \cdot s^{a+1}$

Verallgemeinerung - Ansatz

- $F = c \cdot s^a$

$\rightarrow$ $E = \frac{c}{a+1} \cdot s^{a+1}$

- Schwingung zwischen dieser und kinetischer Energie

Verallgemeinerung - Ansatz

- $F = c \cdot s^a$

$\rightarrow$ $E = \frac{c}{a+1} \cdot s^{a+1}$

- Schwingung zwischen dieser und kinetischer Energie

  $\rightarrow$ $\frac{m}{2} v^2 + \frac{c}{a+1} \cdot s^{a+1} = konst$

Verallgemeinerung - Ansatz

- **Durch Ableiten:**

Verallgemeinerung - Ansatz

- **Durch Ableiten:**

$$\frac{m \cdot 2v \cdot \dot{v}}{2} + c \cdot s^a \cdot \dot{s} = 0$$

Verallgemeinerung - Ansatz

- **Durch Ableiten:**

$$\frac{m \cdot 2v \cdot \dot{v}}{2} + c \cdot s^a \cdot \dot{s} = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad m \cdot \ddot{s} + c \cdot s^a = 0$$

Verallgemeinerung - Nummerische Simulation

- nicht-lineare Differentialgleichung

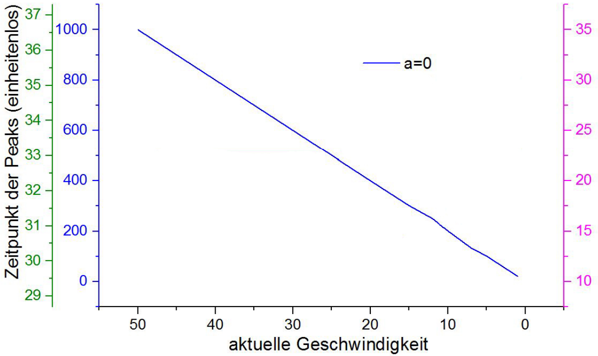
Verallgemeinerung - Nummerische Simulation

- nicht-lineare Differentialgleichung
- In „Simulation“Energieverlust durch Abnahme von v implementiert

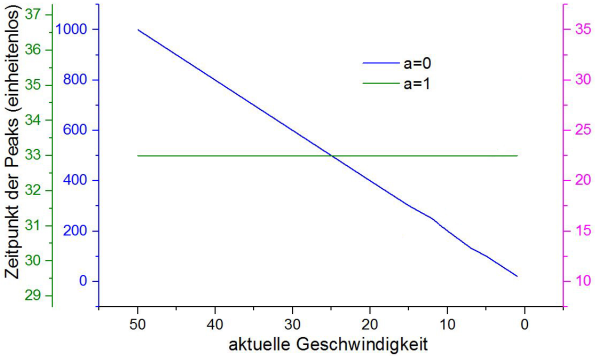
Verallgemeinerung - Nummerische Simulation

- nicht-lineare Differentialgleichung
- In „Simulation“Energieverlust durch Abnahme von v implementiert
- erste Nullstelle entspricht der Zeitspanne bis zum nächsten Peak

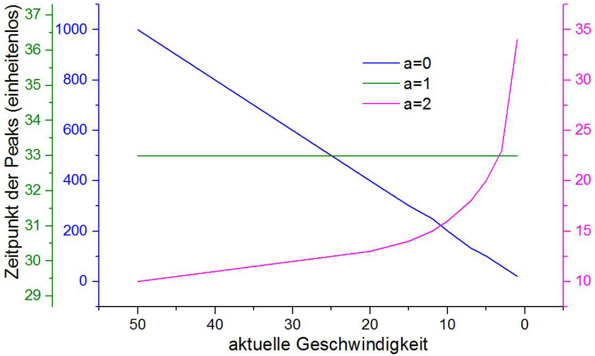
Verallgemeinerung - Nummerische Simulation



Verallgemeinerung - Nummerische Simulation



Verallgemeinerung - Nummerische Simulation



Frequenz

- Peak Frequenz für jeden Peak gleich

Frequenz

- Peak Frequenz für jeden Peak gleich
- zwei Ursprünge:

Frequenz

- Peak Frequenz für jeden Peak gleich
- zwei Ursprünge:
    - Eigenfrequenz der Kugeln

Frequenz

- Peak Frequenz für jeden Peak gleich
- zwei Ursprünge:
    - Eigenfrequenz der Kugeln
    - Frequenz zwischen den Kugeln

Eigenfrequenz

- stehende Welle in den Kugeln

Eigenfrequenz

- stehende Welle in den Kugeln

  $\rightarrow\ f = \frac{c}{\lambda} = \frac{5170 m/s}{8 \cdot 0{,}017 m} \approx 38 kHz$

Eigenfrequenz

- stehende Welle in den Kugeln

  $\rightarrow$ $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{5170 m/s}{8 \cdot 0{,}017 m} \approx 38 kHz$

  $\rightarrow$ nicht hörbar

Eigenfrequenz

- stehende Welle in den Kugeln
  $\rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{5170 m/s}{8 \cdot 0{,}017 m} \approx 38 kHz$
  $\rightarrow$ nicht hörbar
- andere Wellenlängen messbar aber nicht hörbar

„Auftreff Frequenz“

- Arbeit von K. Mehraby, H Khadem-hosseini Beheshti und M. Poursina

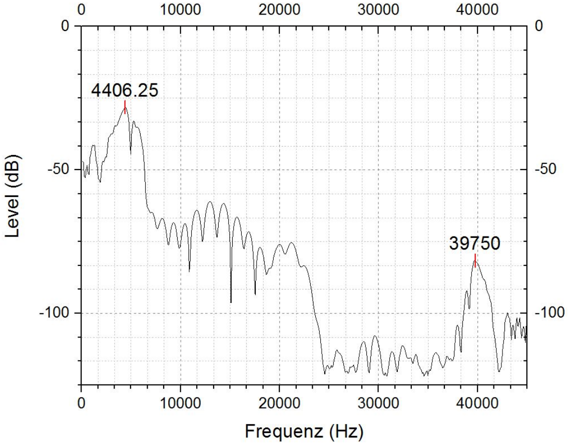
„Auftreff Frequenz“

- Arbeit von K. Mehraby, H Khadem-hosseini Beheshti und M. Poursina
  $\rightarrow f = \frac{76{,}1}{r} Hz = \frac{76{,}1}{0{,}017} Hz \approx 4476 Hz$

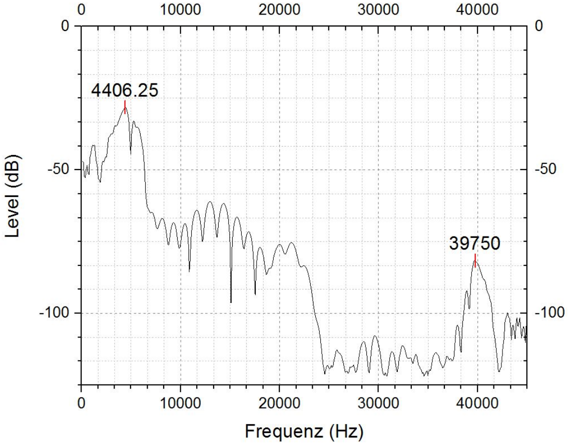
jugend forscht

HERDER

Frequenzanalyse

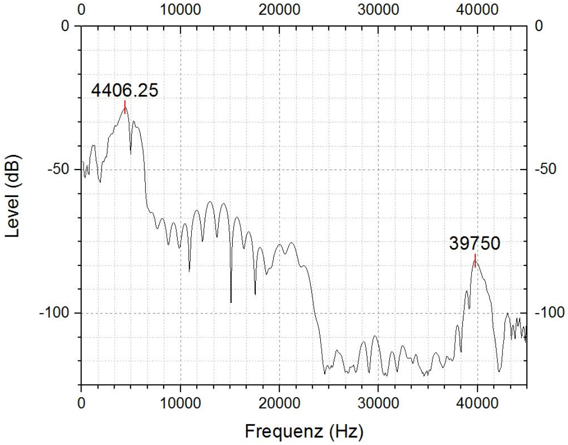


Frequenzanalyse



- hörbare Frequenz 4406 Hz „Auftreff Frequenz“

Frequenzanalyse



- hörbare Frequenz 4406 Hz „Auftreff Frequenz“
- nicht hörbare Frequenz 39 kHz Eigenfrequenz

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit