

第十二届蓝桥杯大赛软件赛省赛

Python 大学 A 组

【考生须知】

考试开始后，选手首先下载题目，并使用考场现场公布的解压密码解压试题。

考试时间为 4 小时。考试期间选手可浏览自己已经提交的答案，被浏览的答案允许拷贝。时间截止后，将无法继续提交或浏览答案。

对同一题目，选手可多次提交答案，以最后一次提交的答案为准。

选手必须通过浏览器方式提交自己的答案。选手在其它位置的作答或其它方式提交的答案无效。

试题包含“结果填空”和“程序设计”两种题型。

结果填空题：要求选手根据题目描述直接填写结果。求解方式不限。不求源代码。把结果填空的答案直接通过网页提交即可，不要书写多余的内容。

程序设计题：要求选手设计的程序对于给定的输入能给出正确的输出结果。考生的程序只有能运行出正确结果才有机会得分。

注意：在评卷时使用的输入数据与试卷中给出的示例数据可能是不同的。选手的程序必须是通用的，不能只对试卷中给定的数据有效。

所有源码必须在同一文件中。调试通过后，拷贝提交。

对于编程题目，不能使用诸如绘图、硬件操作或与操作系统相关的 API。

注意：所有依赖的模块（如 math）必须明确地在源文件中 import。只能使用 python 自带的模块，使用 pip 等安装的扩展模块无法使用。

所有源码必须在同一文件中。调试通过后，拷贝提交。

试题 A: 卡片

本题总分：5 分

【问题描述】

小蓝有很多数字卡片，每张卡片上都是数字 0 到 9。

小蓝准备用这些卡片来拼一些数，他想从 1 开始拼出正整数，每拼一个，就保存起来，卡片就不能用来拼其它数了。

小蓝想知道自己能从 1 拼到多少。

例如，当小蓝有 30 张卡片，其中 0 到 9 各 3 张，则小蓝可以拼出 1 到 10，但是拼 11 时卡片 1 已经只有一张了，不够拼出 11。

现在小蓝手里有 0 到 9 的卡片各 2021 张，共 20210 张，请问小蓝可以从 1 拼到多少？

提示：建议使用计算机编程解决问题。

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 B: 直线

本题总分：5 分

【问题描述】

在平面直角坐标系中，两点可以确定一条直线。如果有多点在一条直线上，那么这些点中任意两点确定的直线是同一条。

给定平面上 2×3 个整点 $\{(x,y) | 0 \leq x < 2, 0 \leq y < 3, x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}\}$ ，即横坐标是 0 到 1 (包含 0 和 1) 之间的整数、纵坐标是 0 到 2 (包含 0 和 2) 之间的整数的点。这些点一共确定了 11 条不同的直线。

给定平面上 20×21 个整点 $\{(x,y) | 0 \leq x < 20, 0 \leq y < 21, x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}\}$ ，即横坐标是 0 到 19 (包含 0 和 19) 之间的整数、纵坐标是 0 到 20 (包含 0 和 20) 之间的整数的点。请问这些点一共确定了多少条不同的直线。

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 C: 货物摆放

本题总分：10 分

【问题描述】

小蓝有一个超大的仓库，可以摆放很多货物。

现在，小蓝有 n 箱货物要摆放在仓库，每箱货物都是规则的正方体。小蓝规定了长、宽、高三个互相垂直的方向，每箱货物的边都必须严格平行于长、宽、高。

小蓝希望所有的货物最终摆成一个大的长方体。即在长、宽、高的方向上分别堆 L 、 W 、 H 的货物，满足 $n = L \times W \times H$ 。

给定 n ，请问有多少种堆放货物的方案满足要求。

例如，当 $n = 4$ 时，有以下 6 种方案： $1 \times 1 \times 4$ 、 $1 \times 2 \times 2$ 、 $1 \times 4 \times 1$ 、 $2 \times 1 \times 2$ 、 $2 \times 2 \times 1$ 、 $4 \times 1 \times 1$ 。

请问，当 $n = 2021041820210418$ （注意有 16 位数字）时，总共有多少种方案？

提示：建议使用计算机编程解决问题。

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 D: 路径

本题总分：10 分

【问题描述】

小蓝学习了最短路径之后特别高兴，他定义了一个特别的图，希望找到图中的最短路径。

小蓝的图由 2021 个结点组成，依次编号 1 至 2021。

对于两个不同的结点 a, b ，如果 a 和 b 的差的绝对值大于 21，则两个结点之间没有边相连；如果 a 和 b 的差的绝对值小于等于 21，则两个点之间有一条长度为 a 和 b 的最小公倍数的无向边相连。

例如：结点 1 和结点 23 之间没有边相连；结点 3 和结点 24 之间有一条无向边，长度为 24；结点 15 和结点 25 之间有一条无向边，长度为 75。

请计算，结点 1 和结点 2021 之间的最短路径长度是多少。

提示：建议使用计算机编程解决问题。

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 E: 回路计数

本题总分：15 分

【问题描述】

蓝桥学院由 21 栋教学楼组成，教学楼编号 1 到 21。对于两栋教学楼 a 和 b ，当 a 和 b 互质时， a 和 b 之间有一条走廊直接相连，两个方向皆可通行，否则没有直接连接的走廊。

小蓝现在在第一栋教学楼，他想要访问每栋教学楼正好一次，最终回到第一栋教学楼（即走一条哈密尔顿回路），请问他有多少种不同的访问方案？两个访问方案不同是指存在某个 i ，小蓝在两个访问方法中访问完教学楼 i 后访问了不同的教学楼。

提示：建议使用计算机编程解决问题。

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 F: 时间显示

时间限制: 1.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 15 分

【问题描述】

小蓝要和朋友合作开发一个时间显示的网站。在服务器上，朋友已经获取了当前的时间，用一个整数表示，值为从 1970 年 1 月 1 日 00:00:00 到当前时刻经过的毫秒数。

现在，小蓝要在客户端显示这个时间。小蓝不用显示出年月日，只需要显示出时分秒即可，毫秒也不用显示，直接舍去即可。

给定一个用整数表示的时间，请将这个时间对应的时分秒输出。

【输入格式】

输入一行包含一个整数，表示时间。

【输出格式】

输出时分秒表示的当前时间，格式形如 HH:MM:SS，其中 HH 表示时，值为 0 到 23，MM 表示分，值为 0 到 59，SS 表示秒，值为 0 到 59。时、分、秒不足两位时补前导 0。

【样例输入 1】

46800999

【样例输出 1】

13:00:00

【样例输入 2】

1618708103123

【样例输出 2】

01:08:23

【评测用例规模与约定】

对于所有评测用例，给定的时间为不超过 10^{18} 的正整数。

试题 G：杨辉三角形

时间限制：5.0s 内存限制：512.0MB 本题总分：20 分

【问题描述】

下面的图形是著名的杨辉三角形：

```
      1
     1 1
    1 2 1
   1 3 3 1
  1 4 6 4 1
 1 5 10 10 5 1
... .....
```

如果我们按从上到下、从左到右的顺序把所有数排成一列，可以得到如下数列：

1, 1, 1, 1, 2, 1, 1, 3, 3, 1, 1, 4, 6, 4, 1, ...

给定一个正整数 N ，请你输出数列中第一次出现 N 是在第几个数？

【输入格式】

输入一个整数 N 。

【输出格式】

输出一个整数代表答案。

【样例输入】

6

【样例输出】

13

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例， $1 \leq N \leq 10$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq N \leq 10000000000$ 。

试题 H: 左孩子右兄弟

时间限制: 2.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 20 分

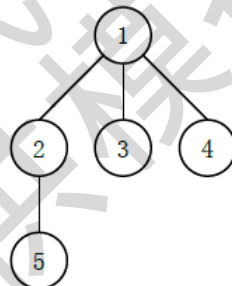
【问题描述】

对于一棵多叉树，我们可以通过“左孩子右兄弟”表示法，将其转化成一棵二叉树。

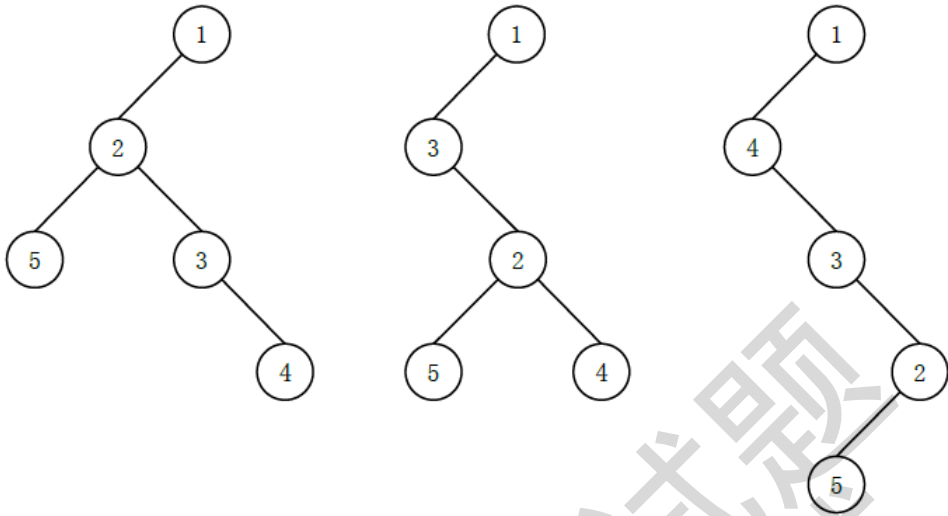
如果我们认为每个结点的子结点是无序的，那么得到的二叉树可能不唯一。换句话说，每个结点可以选任意子结点作为左孩子，并按任意顺序连接右兄弟。

给定一棵包含 N 个结点的多叉树，结点从 1 至 N 编号，其中 1 号结点是根，每个结点的父结点的编号比自己的编号小。请你计算其通过“左孩子右兄弟”表示法转化成的二叉树，高度最高是多少。注：只有根结点这一个结点的树高度为 0。

例如如下的多叉树：



可能有以下 3 种 (这里只列出 3 种，并不是全部) 不同的“左孩子右兄弟”表示：



其中最后一种高度最高，为 4。

【输入格式】

输入的第一行包含一个整数 N 。

以下 $N-1$ 行，每行包含一个整数，依次表示 2 至 N 号结点的父结点编号。

【输出格式】

输出一个整数表示答案。

【样例输入】

5
1
1
1
2

【样例输出】

4

【评测用例规模与约定】

对于 30% 的评测用例， $1 \leq N \leq 20$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq N \leq 100000$ 。

试题 I: 异或数列

时间限制: 1.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 25 分

【问题描述】

Alice 和 Bob 正在玩一个异或数列的游戏。初始时, Alice 和 Bob 分别有一个整数 a 和 b , 初始值均为 0。有一个给定的长度为 n 的公共数列 X_1, X_2, \dots, X_n 。

Alice 和 Bob 轮流操作, Alice 先手, 每步可以在以下两种选项中选一种:

选项 1: 从数列中选一个 X_i 给 Alice 的数异或上, 或者说令 a 变为 $a \oplus X_i$ 。(其中 \oplus 表示按位异或)

选项 2: 从数列中选一个 X_i 给 Bob 的数异或上, 或者说令 b 变为 $b \oplus X_i$ 。

每个数 X_i 都只能用一次, 当所有 X_i 均被使用后 (n 轮后) 游戏结束。游戏结束时, 拥有的数比较大的一方获胜, 如果双方数值相同, 即为平手。

现在双方都足够聪明, 都采用最优策略, 请问谁能获胜?

【输入格式】

每个评测用例包含多组询问。询问之间彼此独立。

输入的第一行包含一个整数 T , 表示询问数。

接下来 T 行每行包含一组询问。其中第 i 行的第一个整数 n_i 表示数列长度, 随后 n_i 个整数 X_1, X_2, \dots, X_{n_i} 表示数列中的每个数。

【输出格式】

输出 T 行, 依次对应每组询问的答案。

每行包含一个整数 1、0 或 -1 分别表示 Alice 胜、平局或败。

【样例输入】

```
4
1 1
1 0
```

2 2 1

7 992438 1006399 781139 985280 4729 872779 563580

【样例输出】

1

0

1

1

【评测用例规模与约定】

对于所有评测用例， $1 \leq T \leq 200000$ ， $1 \leq \sum_{i=1}^T n_i \leq 200000$ ， $0 \leq X_i < 2^{20}$ 。

试题 J: 括号序列

时间限制: 5.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 25 分

【问题描述】

给定一个括号序列, 要求尽可能少地添加若干括号使得括号序列变得合法, 当添加完成后, 会产生不同的添加结果, 请问有多少种本质不同的添加结果。两个结果是本质不同的是指存在某个位置一个结果是左括号, 而另一个是右括号。

例如, 对于括号序列 $((()$, 只需要添加两个括号就能让其合法, 有以下几种不同的添加结果: $()()()$ 、 $()(())$ 、 $((()))$ 、 $((()()))$ 和 $((()()))$ 。

【输入格式】

输入一行包含一个字符串 s , 表示给定的括号序列, 序列中只有左括号和右括号。

【输出格式】

输出一个整数表示答案, 答案可能很大, 请输出答案除以 1000000007 (即 $10^9 + 7$) 的余数。

【样例输入】

$((()$

【样例输出】

5

【评测用例规模与约定】

对于 40% 的评测用例, $|s| \leq 200$ 。

对于所有评测用例, $1 \leq |s| \leq 5000$ 。