第一节 数字图像处理概述/第二节 数字图像处理的获取、显示和表示（只有概念，无计算）

1、图像的数字化过程：将一幅图像从原来的形式转换为数字形式的处理过程。图像的数字化过程包括扫描、采样、量化。

①扫描：对一幅图像内给定位置的寻址。（被寻址的最小单元：像素）

②采样：在一幅图像的每个像素位置上测量灰度值。（采样的两个重要参数：采样间隔和采样孔径）

③量化：将测量的灰度值用一个整数表示。

2、数字图像处理技术所涉及的图像类型：（1 位）二值图像、（8 位）灰度图像、（24 位）彩色图像、索引图像。

（24 位）彩色图像区别颜色特性的三个因素：色相（或色度）、饱和度、亮度。

①色相（或色度）：是从物体反射或透过物体传播的颜色。在 0 到 360 度的标准色轮上，色相是按位置度量的。在通常的使用中，色相是由颜色名称标识的，比如红、橙或绿色。

②饱和度：有时也称色品，是指颜色的强度或纯度。饱和度表示色相中灰成分所占的比例，用从 0%（灰色）到 100%（完全饱和）的百分比来度量。在标准色轮上，从中心向边缘饱和度是递增的。

③亮度：是颜色的相对明暗程度。通常用从 0%（黑）到 100%（白）的百分比来度量。

第三节 灰度直方图

1、灰度直方图的定义：是灰度级的函数，描述的是图像中每种灰度级像素的个数，反映图像中每种灰度出现的频率。横坐标是灰度级，纵坐标是灰度级出现的频率(像素个数)。

2、灰度直方图的数学表达式：（一幅连续图像的直方图是其面积函数的导数的负值）

$$H(D)=\lim_{\Delta D\to 0}\frac{A(D)-A(D+\Delta D)}{D-(D+\Delta D)}=\lim_{\Delta D\to 0}\frac{A(D)-A(D+\Delta D)}{-\Delta D}=-\frac{d}{dD}A(D)$$

3、灰度直方图的性质：①不表示图像的空间信息；②任一特定图像都有唯一直方图，但反之并不成立（即一个直方图不只对应一个图像）；③归一化灰度直方图和面积函数可得到图像的概率密度函数 PDF 和累积分布函数 CDF；④直方图的可相加性；⑤利用轮廓线可以求面积（灰度级 D1 定义的轮廓线） $\int_{D_1}^{\infty} H(D)\,dD =$ 物 体 的 面 积

4、直方图均衡化：利用点运算使一幅输入图像转换为在每一灰度级上都有相同像素点数的输出图像(即输出的直方图是平的)

直方图匹配：对一幅图像进行变换，使其直方图与另一幅图像的直方图相匹配或与特定函数形式的直方图相匹配。

二者区别：直方图均衡化是通过对原图像进行某种灰度变换，使其直方图变为均匀分布的一种非线性变换方法；而直方图规定化可以突出感兴趣的灰度范围，即修正直方图使其具有要求的形式。直方图匹配是对直方图均衡化的一种有效扩展，直方图均衡化是直方图规定化的特例，即规定直方图是均匀分布。

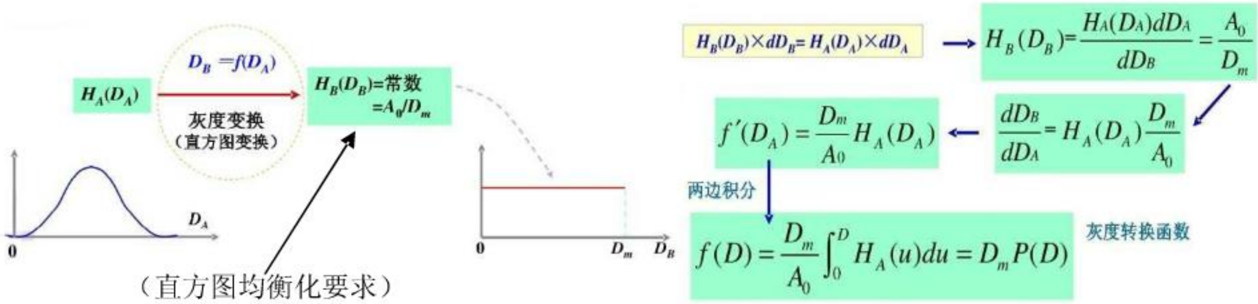
第四节 点运算

1、点运算的定义和数学表达式

①定义：对于一幅输入图像，将产生一幅输出图像，输出图像的每个像素点的灰度值仅由相应输入像素点的值决定。

②表达式：点运算由灰度变换函数（gray-scale transformation, GST）确定$B(x,y)=f\left[A(x,y)\right]$

2、掌握直方图均衡化 GST 的求解方法（作业）：



Dm——灰度级最大值；A0 ——图像面积

累积分布函数(CDF,归一化面积函数)：

$$P(D)=\frac{1}{A_0}\int_0^D H_A(u)du$$

即：CDF 就是能使直方图均衡化的点运算

$$f(D)=D_mP(D)$$

6、点运算和直方图之间的关系：输入图像直方图+灰度变换函数——→ 输出图像直方图

据此可设计点运算形式，将输出灰度级范围放大到指定程度或产生特定输出直方图。更深入的理解点运算对图像产生的效果。

为产生特定形式的输出灰度直方图，可逆向寻求点运算函数

掌握输出直方图的求解方法（作业题：已知灰度变换函数和输入直方图）

第五节 代数运算/第六节 几何运算

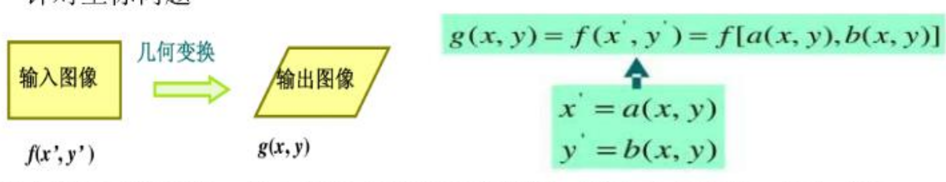
1、代数运算的用途：①加法运算：对同一场景多幅图像求平均值，**降低加性随机噪声**影响；**二次曝光**(double-exposure)②减法运算：去除图像中不需要的加性图案；**运动检测**，检测同一场景两幅图像变化。③乘法运算：**掩模图像，获取图像局部图案**。④除法运算：产生**比率图像**，对颜色和多光谱图像分析十分重要。

2、图像之和的直方图（给定两个输入图像的直方图，求图像之和的直方图）——两个独立图像相加形成的新图像的直方图=原来两个图像直方图的卷积。

3、几何运算包含的两种运算：**空间变换**和**灰度级插值**

①空间变换算法：定义空间变换本身，描述每个像素的"运动"。

针对坐标问题



②灰度级插值算法：输入图像位置坐标为整数，输出为非整数。反之亦然。

针对灰度值问题

输入图像：f(x,y)，灰度值仅在整数位置(x,y)处被定义。

输出图像：g(x,y)，灰度值由非整数坐标上的灰度值决定。

4、几何运算的两种实现方法

①**前向映射**——像素移交，方法：通过输入图像像素位置，计算输出图像对应像素位置；理解为：将输入图像灰度一个一个像素转移到输出图像中；一个输入像素被映射到四个输出像素之间的位置；输入像素灰度值按插值算法在四个输出像素之间分配。

②**后向映射**——像素填充，方法：（同上）

5、最近临插值的定义和求解方法

①定义：又称零阶插值，即令输出像素的灰度值等于离它所映射到的位置最近的输入像素的灰度值。

②求解方法：**（作业）**

6、双线性插值定义、线性方程、求解方法

①定义：通过四点确定一个平面函数。

②线性方程：f（x, y）=ax+by+cxy+d

③求解方法：**（作业）**

7、指定控制点进行空间变换有**多项式卷绕**和**控制栅格插值**两种方法。

第七节 形态学图像处理

1、★结构元素及其特点和选取原则

①**结构元素**：一种收集图像信息的“探针” （小集合）

②**特点**：简单，小于目标图像，形状可以自己定义，如圆形、正方形、线段等。

确定一个或参考点，作为形态学运算的参考点。

处理二值图像的结构元素是二值图像，处理灰度图像的结构元素是灰度图像。

③**选取原则**：结构元素的几何形状上比原图像简单，且有界。

结构元素的尺寸相对要小于所考察的物体。

结构元素的形状最好具有某种凸性，如圆形、十字架形、方形等。

2、腐蚀和膨胀运算表达式及其含义

①腐蚀：$E = X \quad B = \{x \mid (B)_x \subseteq X\}$

*X*被 *B*腐蚀后形成的集合 *E*:

结构元素 *B*平移后仍包含在集合 *X*中的那些结构元素参考点的集合。

②膨胀：$D = X \oplus B = \{x \mid (B)_x \cap X \neq \varnothing\}$

X 被 *B* 膨胀所形成的集合 *D*:

- 结构元素 *B* 平移后与集合 *X* 的交集不为空集的那些结构元素参考点 $x=(x_1,x_2)$的集合。

  or

- 结构元素 *B* 的位移与集合 *X* 至少有一个非零元素相交时结构元素 *B* 的参考点的集合。

3、开启和闭合给出表达式知道含义（不需要记公式）

①开启表达式的含义：**开启运算，膨胀后再腐蚀，拉开了两个集合 *A* 和 *X*之间的距离：**

$X \circ B = (X \quad B) \oplus B$ 开启运算：平滑图像轮廓，削弱狭窄的部分，去掉细长的突出、毛刺和孤立斑点。

②闭合表达式的含义：**闭合运算，腐蚀后再膨胀，缩短了两个集合 A 和 *X*之间的距离：**

$X \bullet B = (X \oplus B) \quad B$ 闭合运算：平滑图像轮廓，融合窄的缺口和细长的弯口，填补裂缝及破洞。

第八节 图像变换（有计算题）

1、傅里叶变换（一维连续、二维连续、一维离散、而为离散）

①一维连续傅里叶变换

定义实变量x的连续可积函数$f(x)$的傅立叶变换为

$$F(u)=\int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-j2\pi ux}dx=R(u)+jI(u) \qquad j^2=-1$$

从$F(u)$中恢复$f(x)$，定义为傅立叶反变换

$$f(x)=\int_{-\infty}^{\infty} F(u)e^{j2\pi ux}du \quad 记F(u)\Leftrightarrow f(x)$$

$$\begin{cases} 实部 & R(u)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\cos(2\pi ux)dx \\ 虚部 & I(u)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\sin(2\pi ux)dx \end{cases}$$

②二维连续傅里叶变换

定义实变量x, y的连续可积函数$f(x,y)$的傅立叶变换为

$$F(u,v)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)e^{-j2\pi(ux+vy)}dxdy=R(u,v)+jI(u,v)$$

从$F(u,v)$中恢复$f(x,y)$，定义为傅立叶反变换

$$f(x,y)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} F(u,v)e^{j2\pi(ux+vy)}dudv$$

③一维离散傅里叶变换（公式另附）

设离散函数$f(x)$为相应连续函数取N个间隔Δx的取样值。

$$f(x)=f(x_0+x\Delta x)$$

离散函数的傅立叶变换对为：

④二维离散傅里叶变换

$$F(u,v)=\frac{1}{\sqrt{MN}}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)e^{-j2\pi(\frac{ux}{M}+\frac{vy}{N})} \qquad f(x,y)=\frac{1}{\sqrt{MN}}\sum_{u=0}^{M-1}\sum_{v=0}^{N-1} F(u,v)e^{j2\pi(\frac{ux}{M}+\frac{vy}{N})}$$

2、特殊图像函数的傅里叶变换（公式）——高斯和矩形（**作业+例题**）

①例题 1：**高斯函数的傅里叶变换**

高斯函数为：$f(x)=e^{-\pi x^2}$

解：$F(u)=\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\pi x^2}e^{-j2\pi ux}dx=\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\pi(x^2+j2ux)}dx$

将等式右侧乘以：$e^{-\pi u^2}e^{\pi u^2}=1$

可得：

$$F(u)=e^{-\pi u^2}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\pi(x+ju)2}dx$$

进行变量替换：$s=x+ju \quad ds=du$

则有：

$$F(u)=e^{-\pi u^2}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\pi s^2}ds$$

②例题 2：**矩形函数的傅里叶变换**

矩形函数为：$f(x)=\begin{cases} A & |x|\le\frac{T}{2} \\ 0 & |x|>\frac{T}{2} \end{cases}$

解：$F(u)=\int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-j2\pi ux}dx=\int_0^X Ae^{-j2\pi ux}dx=\frac{-A}{j2\pi u}\left[e^{-j2\pi ux}\right]_0^X$

$$=\frac{-A}{j2\pi u}\left[e^{-j2\pi uX}-1\right]=\frac{-A}{j2\pi u}\left[e^{-j\pi uX}-e^{j\pi uX}\right]e^{-j\pi uX}$$

$$=\frac{A}{\pi u}\sin(\pi uX)e^{-j\pi uX}$$

③**二维矩形函数的傅里叶变换**

$$F(u,v)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)e^{-j2\pi(ux+vy)}dxdy$$

$$=A\int_0^X e^{-j2\pi ux}dx\int_0^Y e^{-j2\pi uy}dy$$

$$=AXY\left[\frac{\sin(\pi uX)}{\pi uX}e^{-juX}\right]\left[\frac{\sin(\pi vY)}{\pi vY}e^{-jvY}\right]$$

$$|F(u,v)|=AXY\left[\frac{\sin(\pi uX)}{\pi uX}\right]\left[\frac{\sin(\pi vY)}{\pi vY}\right]$$

3、离散余弦变换的矩阵定义及求解方法（不需要记核矩阵，考试时给出）（**作业题**）

$$\begin{cases} 一维离散余弦变换的矩阵定义式： & (F(u))=(A)(f(x)) \\ 反变换： & (f(x))=(A)'(F(u)) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 二维离散余弦变换的矩阵定义式： & (F(u,v))=(A)(f(x,y))(A)' \\ 反变换： & (f(x,y))=(A)'(F(u,v))(A) \end{cases}$$

4、沃尔什变换的矩阵定义、变换核矩阵（G2、G4）及求解方法（**作业题**）

当 N=2、4 时沃尔什变换核分别为：
$$\mathbf{G}_2=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix} \qquad \mathbf{G}_4=\frac{1}{4}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & -1 & -1\\ 1 & -1 & 1 & -1\\ 1 & -1 & -1 & 1\end{bmatrix}$$

第九节 图像增强/第十节 滤波器设计

1、图像增强的目的：①改善图像视觉效果，提高图像成分的清晰度。

②使图像比处理前更适合某一特定的应用，有利于计算机处理。

图像增强的分类：①**空域增强法：**直接在图像所在的空间进行处理，即在像素组成的空间里直接对各个像素点进行操作。

②**频域增强法：**在图像的某个变换域内，修改变换后的系数，如傅里叶变换系数，DCT 系数，利用图像在频率域特有的性质对其进行处理，然后再进行反变换得到处理后的图像。

2、图像增强和图像复原的比较：

①共同点：改善图像质量、输入图像，经过处理后得到结果也是图像

②不同点：**图像增强**是改善图像视感质量、突出感兴趣的部分、衰减不需要的特征、提高图像的“可懂度”，有较好的观赏效果、具一定的主观成分，没有明确的客观标准；**图像复原**是恢复图像本来面貌、追究图像降质原因、针对每种退化建立合理模型、提高图像的“保真度”，恢复原图像、有更多的客观成分。

3、高通滤波：让高频分量顺利通过，适当抑制中低频分量。使图像的边缘或线条等细节（高频分量）变得清楚（锐化）。

低通滤波：通过滤波器函数衰减高频信息而使低频信息畅通无阻的过程。去除噪声的频域处理方法。

高频对应图像的部分：**边缘、细节、跳变、噪声**

低频对应图像的部分：**背景区、缓变**

4、同态滤波定义：在频率域中同时对图像亮度范围进行压缩和对图像对比度增强的方法。

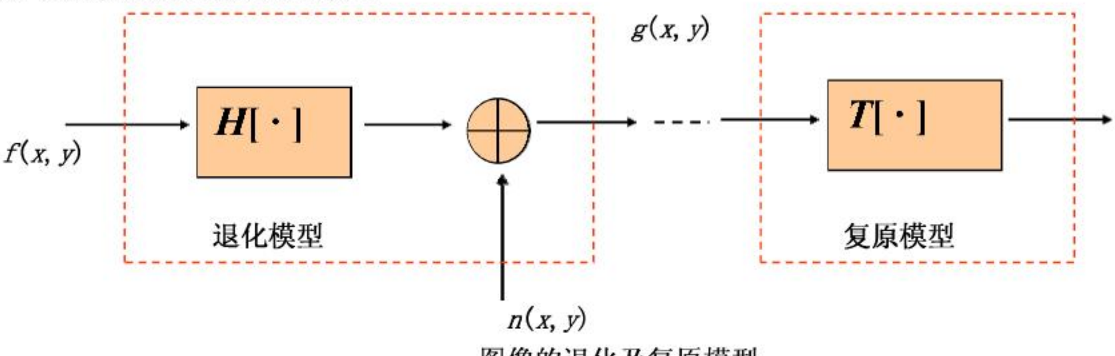
基本思想：将非线性问题转化成线性问题处理，即先对非线性混杂信号做某种数学运算（一般取对数），变换成加性的，然后用线性滤波方法进行处理，最后再做反运算，恢复处理后的图像。

目的：通过对图像做非线性变换，使构成图像的非可加性因素成为可加性的，从而容易进行滤波处理。

第十一节 图像复原

1、图像复原的基本思想：弄清降质原因，建立数学模型，逆降质的过程恢复图像。

2、图像复原及图像退化的模型



图像的退化及复原模型

3、二维连续退化模型：
$$g(x,y)=\iint_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha,\beta)h(x-\alpha,y-\beta)d\alpha d\beta+n(x,y)=f(x,y)*h(x,y)+n(x,y)$$

二维离散退化模型：$g(x,y)=\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N} f(m,n)\cdot h(x-m,y-n)+n(x,y)$

第十三节 图像压缩编码

1、图像信息熵：

①图像信息压缩的前提：保持信息源的信息量不变，或者损失不大。

信息源 X 的符号集合 { a_1, a_2, ... , a_i , ... , a_m }，

出现的概率 { $P(a_1)$, $P(a_2)$, ... , $P(a_i)$, ... , $P(a_m)$ }。

信息源 X 发出某一符号 a_i 的自信息量可以用该符号出现的概率 $P(ai)$ 来定义。

$$I(a_i)=-\log P(a_i)$$

如对数取 2 为底，信息量单位为“比特”（bit）/符号

符号出现的不确定性越大，则概率越小，信息量越大；不确定性越小，则概率越大，信息量也越小。

如果信源 X 各符号 a_i 的出现是相互独立的，**X 为无记忆信源。** X 发出一符号序列的概率等于各符号的概率之积，序列的信息量等于相继出现的各符号的自信息量之和。

X 的信息熵（entropy）：符号自信息量的统计平均，即**信源的平均信息量**

$$H(X)=-\sum_{i=1}^{m} P(a_i)\log_2 P(a_i) \quad bit/\text{符号}$$

也称为 X 的一维熵，**表示信息源 X 发出任意一个符号的平均信息量。**

②一维含义：**图像灰度分布的聚集特性**

二维含义：**图像灰度分布的空间特性**

2、图像压缩性能参数：压缩比、平均码字长度 $L=\sum_{i=1}^{m} P_i \ell_i$ ）、编码效率、冗余度

3、霍夫曼编码（**计算题**）（**上课练习题类型的**）

信源符号集为 {a_i | i=1，2，…，m}，对应出现概率为{$P(a_i)$ | i=1，2，…，m}，对每个符号单独编码， l_i 是表示符号 a_i 的码字长度，则平均码长 L 为：$L=\sum_{i=1}^{m} P(a_i)\cdot l_i$

霍夫曼编码的基本步骤如下：

1）将信源符号出现的概率按由大到小顺序排列。

2）将两处最小的概率进行组合相加，形成一个新概率。 并按第 1）步方法重排，如此重复进行直到只有两个概率为止。

3）分配码字，码字分配从最后一步开始反向进行，对最后两个概率一个赋于“0”，一个赋于“1”。如此反向进行到开始的概率排列（若概率不变采用原码字）。