

《数字图像处理》各章要求及必做题参考答案

第一章要求

了解图像及图像处理的概念、图像的表达式、图像处理系统的构成及数字图像处理技术的应用。

必做题及参考答案

1.4 请说明图像数学表达式 $I = f(x, y, z, \lambda, t)$ 中各参数的含义，该表达式代表哪几种不同种类的图像？

解答：

图像数学表达式 $I = f(x, y, z, \lambda, t)$ 中， (x, y, z) 是空间坐标， λ 是波长， t 是时间， I 是光点 (x, y, z) 的强度（幅度）。

上式表示一幅运动 (t) 的、彩色/多光谱 (λ) 的、立体 (x, y, z) 图像。

1.5 请说明 $f(x, y)$ 表示的图像类型及与 $f(x, y, z, \lambda, t)$ 之间的关系。

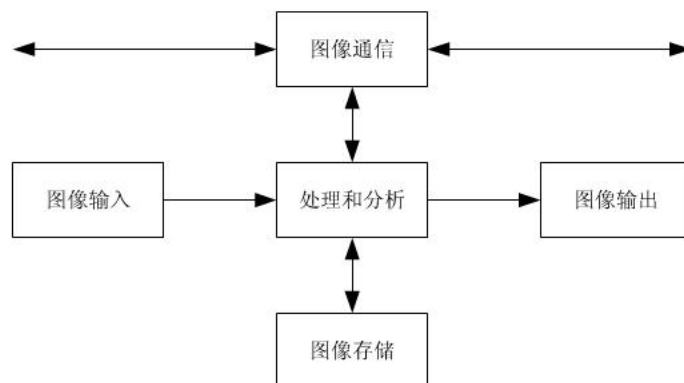
解答：

$f(x, y, z, \lambda, t)$ 表示一幅运动 (t) 的、彩色/多光谱 (λ) 的、立体 (x, y, z) 图像。对于静止图像，则与时间 t 无关；对于单色图像（也称灰度图像），则波长 λ 为一常数；对于平面图像，则与坐标 z 无关，故 $f(x, y)$ 表示平面上的静止灰度图像，它是一般图像 $f(x, y, z, \lambda, t)$ 的一个特例。

1.6 一个数字图像处理系统由哪几个模块组成？试说明各模块的作用。

解答：

一个基本的数字图像处理系统由图像输入、图像存储、图像输出、图像通信、图像处理和分析 5 个模块组成，如下图所示。



各个模块的作用分别为：

图像输入模块：图像输入也称图像采集或图像数字化，它是利用图像采集设备（如数码照相机、数码摄像机等）来获取数字图像，或通过数字化设备（如图像扫描仪）将要处理的连续图像转换成适于计算机处理的数字图像。

图像存储模块：主要用来存储图像信息。

图像输出模块：将处理前后的图像显示出来或将处理结果永久保存。

图像通信模块：对图像信息进行传输或通信。

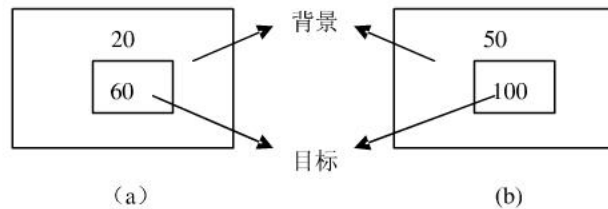
图像处理与分析模块：数字图像处理与分析模块包括处理算法、实现软件和数字计算机，以完成图像信息处理的所有功能。

第二章要求

1. 了解三基色原理及颜色模型；
2. 了解人的视觉特性；
3. 了解图像数字化过程及分辨率变化对图像的影响；
4. 了解数字图像的表示形式和特点。

必做题及参考答案

2.6 人观察如题图 2.6 所示两幅形状相同的目标图像时，会觉得哪一个目标更亮一些？与实际亮度有无不同？简述理由。[黑色（最暗）灰度值定为 0，白色（最亮）灰度值定为 255]



题图 2.6

解答：

两个不同亮度的目标物处于不同亮度的背景中，人会按对比度感觉目标物的亮度对比，因此人感觉 (a) 要亮一些，但事实上，目标 (b) 的实际亮度要高于 (a) 的实际亮度。

2.7 在串行通信中，常用波特率描述传输的速率，它被定义为每秒传输的数据比特数。串行通信中，数据传输的单位是帧，也称字符。假如一帧数据由一个起始比特位、8 个信息比特位和一个结束比特位构成。根据以上概念，请问：

(1) 如果要利用一个波特率为 56kbps (1k=1000) 的信道来传输一幅大小为 1024×1024 、256 级灰度的数字图像需要多长时间？

(2) 如果是用波特率为 750kbps 的信道来传输上述图像，所需时间又是多少？

(3) 如果要传输的图像是 512×512 的真彩色图像（颜色数目是 32 bit），则分别在上面两种信道下传输，各需要多长时间？

解答：

(1) 传输的比特数为 $1024 \times 1024 \times 8 \times (1+8+1)/8 = 10485760$ ，则在波特率为 56kbps 的信道上传输时，所需时间为 $10485760/56000 = 187.25$ 秒。

(2) 传输的比特数为 $1024 \times 1024 \times 8 \times (1+8+1)/8 = 10485760$ ，则在波特率为 750kbps 的信道上传输时，所需时间为 $10485760/750000 = 13.98$ 秒。

(3) 传输的比特数为 $512 \times 512 \times 32 \times (1+8+1)/8 = 10485760$ 。在波特率为 56kbps 的信道上传输时，所需时间为 $10485760/56000 = 187.25$ 秒；在波特率为 750kbps 的信道上传输时，所需时间为 $10485760/750000 = 13.98$ 秒。

2.10 (1) 存储一幅 1024×768 ，256 个灰度级的图像需要多少 bit？

(2) 一幅 512×512 的 32 bit 真彩图像的容量为多少 bit？

解答：

(1) 一幅 1024×768 ，256 个灰度级的图像的容量为： $b = 1024 \times 768 \times 8 = 6291456$ bit

(2) 一幅 512×512 的 32 位真彩图像的容量为： $b = 512 \times 512 \times 32 = 8388608$ bit

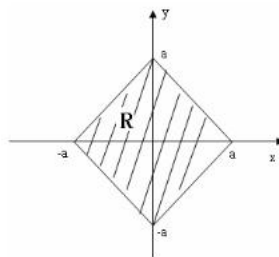
2.11 某一线性移不变系统，其点扩展函数 $h(x, y)$ 是输入为 $\delta(x)\delta(y)$ 时系统的输出，求下述情况下的调制转移函数 $H(u, v)$ 。

(1) $h(x, y) = \delta(x - x_0)\delta(y - y_0)$

(2) $h(x, y) = \begin{cases} E & , |x| \leq a \text{ 和 } |y| \leq b \\ 0 & , \text{其他} \end{cases}$

(3) $h(x, y) = \begin{cases} E & , (x, y) \in R \\ 0 & , \text{其他} \end{cases}$

其中 R 如题图 2.11 所示。



题图 2. 11

解答：

$$\begin{aligned} (1) \quad H(u, v) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(x, y) e^{-jux} e^{-jvy} dx dy = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) e^{-jux} e^{-jvy} dx dy \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x - x_0) e^{-jux} dx \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(y - y_0) e^{-jvy} dy = e^{-jux_0} e^{-jvy_0} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad H(u, v) &= \int_{-a}^{+a} \int_{-b}^{+b} h(x, y) e^{-jux} e^{-jvy} dx dy \\ &= E \int_{-a}^{+a} e^{-jux} dx \int_{-b}^{+b} e^{-jvy} dy \\ &= E \frac{e^{-jua} - e^{jua}}{-ju} \frac{e^{-jvb} - e^{jvb}}{-jv} \\ &= 4E \frac{\sin ua \sin vb}{uv} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad H(u, v) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(x, y) e^{-jux} e^{-jvy} dx dy \\ &= \int_{-a}^0 dx \int_{-x-a}^{x+a} E e^{-jux} e^{-jvy} dy + \int_0^a dx \int_{x-a}^{-x+a} E e^{-jux} e^{-jvy} dy \\ &= E \int_{-a}^0 e^{-jux} \frac{2 \sin v(x+a)}{v} dx + E \int_0^a e^{-jux} \frac{2 \sin v(-x+a)}{v} dx \\ &= E \int_{-a}^0 e^{-jux} \frac{2 \sin v(x+a)}{v} dx - E \int_{-a}^0 e^{jux} \frac{2 \sin v(x+a)}{v} dx \\ &= \frac{2E}{v} \left[\int_{-a}^0 (e^{-jux} - e^{jux}) \sin v(x+a) dx \right] \\ &= \frac{-4jE}{v} \left[\int_{-a}^0 \sin ux \sin v(x+a) dx \right] \\ &= \frac{4jE(u \sin va - v \sin ua)}{v(u^2 - v^2)} \end{aligned}$$

第三章要求

1. 了解图像的几何变换；
2. 了解图像的离散傅立叶变换，掌握其重要性质；
3. 了解变换的一般表示形式；
4. 了解图像的离散余弦变换的原理；
5. 掌握图像的离散沃尔什—哈达玛变换；
6. 了解 K-L 变换的原理。

必做题及参考答案

3.3 证明 $f(x)$ 的自相关函数的傅立叶变换就是 $f(x)$ 的功率谱（谱密度） $|F(u)|^2$ 。

证明：

根据相关定理 $f(x) \circ f(x) \Leftrightarrow F^*(u)F(u)$

另根据共轭定义 $F^*(u)F(u) = |F(u)F(u)|$

又根据共轭对称性 $|F(u)|^2 = |F(u)| \times |F(u)|$

即可证明 $f(x)$ 的自相关函数的傅立叶变换就是 $f(x)$ 的功率谱（谱密度） $|F(u)|^2$ 。

3.4 已知 $N \times N$ 的数字图像为 $f(m, n)$ ，其 DFT 为 $F(u, v)$ ，求 $(-1)^{m+n}f(m, n)$ 的 DFT。

解答：

令 $u_0 = v_0 = \frac{N}{2}$ ， $f(m, n) \leftrightarrow F(u, v)$

则 $(-1)^{m+n}f(m, n) \leftrightarrow F(u - \frac{N}{2}, v - \frac{N}{2})$

3.10 求下列数字图像块的二维 DHT。

(1) $f_1(m, n) = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & 4 & 1 \end{bmatrix}$, (2) $f_2(m, n) = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, (3) $f_3(m, n) = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{bmatrix}$

解答：

由 $H_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ 和 $H_{2N} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} H_N & H_N \\ H_N & -H_N \end{bmatrix}$ 得

$$H_4 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

则 $F_1 = H_4 f_1 H_4 = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 同理得 $F_2 = H_4 f_2 H_4 = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$$F_3 = H_4 f_3 H_4 = \begin{bmatrix} 16 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3.11 求习题 3.10 的二维 DWT。

解答：

由 $H_4 \rightarrow W_4$, 得

$$W_4 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{则 } F_1 = W_4 f_1 W_4 &= \begin{bmatrix} 10 & 0 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & F_2 = W_4 f_2 W_4 &= \begin{bmatrix} 10 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ F_3 = W_4 f_3 W_4 &= \begin{bmatrix} 16 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

3.16 设有 3 个矢量 $\mathbf{x}_1 = [1 \ 0 \ 0]^T$, $\mathbf{x}_2 = [1 \ 1 \ 0]^T$, $\mathbf{x}_3 = [1 \ 0 \ 1]^T$, 请求出矢量

$\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ \mathbf{x}_3]^T$ 的协方差矩阵 \mathbf{C}_X 。

解答：

$$\text{根据式 } m_x = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M x_k \text{ 得 } m_x = \frac{1}{3} \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C_x = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M x_k x_k^T - m_x m_x^T \text{ 得}$$

$$\begin{aligned} C_x &= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [1, 0, 0] + \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} [1, 1, 0] + \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} [1, 0, 1] - \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \frac{1}{3} [3, 1, 1] \\ &= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 9 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

第四章要求

1. 掌握图像的灰度变换、直方图修正、空域及频域平滑与锐化方法；
2. 掌握中值滤波法及与平均滤波法的异同；
3. 了解图像的彩色增强及同态增晰法。

必做题及参考答案

4.4 设 1 幅图像具有如题表 4.4.1 所示概率分布，对其分别进行直方图均衡化和规定化。要求规定化后的图像具有如题表 4.4.2 所示的灰度级分布。

题表 4.4.1

灰度级	0	1	2	3	4	5	6	7
各灰度级概率分布	0.14	0.22	0.25	0.17	0.10	0.06	0.03	0.03

题表 4.4.2

灰度级	0	1	2	3	4	5	6	7
各灰度级概率分布	0	0	0	0.19	0.25	0.21	0.24	0.11

解答：

(1) 直方图均衡化结果如下表所示

序号	运 算	步骤和结果							
1	列出原图像灰度级 i	0	1	2	3	4	5	6	7
2	各灰度级概率分布（直方图）P(i)	0.14	0.22	0.25	0.17	0.10	0.06	0.03	0.03
3	计算累计直方图 $P_j = \sum_{k=0}^j P(k)$	0.14	0.36	0.61	0.78	0.88	0.94	0.97	1.00
4	计算变换后的灰度值： $j = INT[(L-1)P_j + 0.5]$	1	3	4	5	6	7	7	7
5	确定映射对应关系(i → j)	0→1	1→3	2→4	3→5	4→6	5,6,7→7		
6	计算新直方图 P(j)	0	0.14	0	0.22	0.25	0.17	0.10	0.12

(2) 直方图规定化结果如下表所示。

序号	运 算	步骤和结果							
1	列出图像灰度级 (i 或 j)	0	1	2	3	4	5	6	7
2	原图像各灰度级概率分布 P(i)	0.14	0.22	0.25	0.17	0.10	0.06	0.03	0.03
3	计算原图像累计直方图 P _i	0.14	0.36	0.61	0.78	0.88	0.94	0.97	1.00
4	规定直方图 P(j)	0	0	0	0.19	0.25	0.21	0.24	0.11
5	计算规定累计直方图 P _j	0	0	0	0.19	0.44	0.65	0.89	1.00
6	按照 P _j →P _i 找到 i 对应的 j	3	4	5	6	6	7	7	7
7	确定变换关系 i→j	0→3	1→4	2→5	3,4→6		5,6,7→7		
8	求变换后的匹配直方图 P(j)	0	0	0	0.14	0.22	0.25	0.27	0.12

4.5 设工业检测中工件的图像受到零均值、与图像不相关噪声的影响。假设图像采集装置每秒可采集 30 幅图，若采用图像平均法将噪声的均方差减小到原来的 1/10，则工件需固定在采集装置前多长时间？

解答：

由式 (4.3.19) 可知通过图像平均法可以将噪声均方差降低到原来的 $\sqrt{\frac{1}{M}}$ ，M 为用于平均的图像个数，所以如果

$$\sigma_{\bar{g}} = \frac{1}{10} \sigma_n = \sqrt{\frac{1}{M}} \sigma_n$$

解得，M=100

$$t=100/30=3.33 \text{ 秒}$$

4.8 对于如下所示的空域增强公式，试推导出其相应的频域等价滤波器 $H(u, v)$ 。

$$g(m, n) = f(m, n) - f(m+1, n) + f(m, n) - f(m, n+1)$$

解答：

对题设表达式进行傅立叶变换得

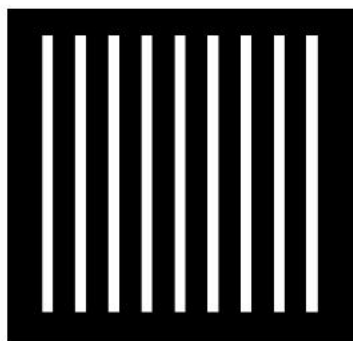
$$\begin{aligned} G(u, v) &= F(u, v) - F(u, v)e^{j2\pi u/M} + F(u, v) - F(u, v)e^{j2\pi v/N} \\ &= [1 - e^{j2\pi u/M}]F(u, v) + [1 - e^{j2\pi v/N}]F(u, v) \\ &= [(1 - e^{j2\pi u/M}) + (1 - e^{j2\pi v/N})]F(u, v) \\ &= H(u, v)F(u, v) \end{aligned}$$

所以，频域的等价滤波器为

$$H(u, v) = (1 - e^{j2\pi u/M}) + (1 - e^{j2\pi v/N})$$

4.16 如题图 4.16 所示 256×256 的二值图像（白为 1，黑为 0），其中的白条是 7 像素宽，210 像素高。两个白条之间的宽度是 17 像素，当应用下面的方法处理时图像的变化结果（按最靠近原则仍取 0 或 1）是什么？（图像边界不考虑）

- (1) 3×3 的邻域平均滤波。
- (2) 7×7 的邻域平均滤波。
- (3) 9×9 的邻域平均滤波。



题图 4.16

解答：

在题图 4.16 中，由于取值为 1 的白条的宽度是 7，大于 9×9 滤波窗宽的一半 (4.5)，当然也大于 7×7 和 3×3 的窗宽的一半。这样就使得在用这三种邻域平均滤波时，若滤波像素点的值是 1，则滤波窗中 1 的个数必多于窗内参加平均的像素个数的一半，平均并四舍五入后的结果仍为 1；同理，若滤波像素点的值是 0，则滤波窗中 0 的个数必多于窗内参加平均的像素个数的一半，平均并四舍五入后的结果仍为 0。所以，按题意对题图 4.16 所示二值图像用三种大小不同的邻域进行邻域平均滤波时，结果图像与原图像相同。

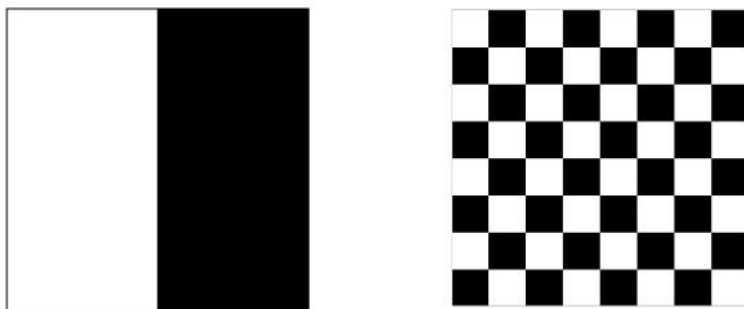
4.17 用中值滤波重复习题 4.16 的问题。

解答：

与题 4.16 的道理类似。在题图 4.16 中，由于取值为 1 的白条的宽度是 7，大于 9×9 滤波窗宽的一半 (4.5)，当然也大于 7×7 和 3×3 的窗宽的一半。这样就使得在用这三种大小的滤波窗进行中值滤波时，若滤波像素点的值是 1 (或 0)，则滤波窗中 1 (或 0) 的个数必多于窗内 0 (或 1) 的个数，则排在中间的值仍为 1 (或 0) 不变，即中值滤波后，图像没有变化。

4.18 如题图 4.18 所示两幅图像 (白为 1，黑为 0) 完全不同，但它们的直方图是相同的。假设每幅图像均用 3×3 的平滑模板进行处理 (图像边界不考虑，结果按四舍五入仍取 0 或 1)。

- (1) 处理后的图像的直方图还是一样么？
- (2) 如果不一样，则求出这两个直方图。



题图 4.18 (图像大小为 64×64 像素)

解答：

(1) 对于题图 4.18 (左) 所示二值图像，当采用 3×3 的平滑模板 (4 邻或 8 邻平均，4 邻或 8 邻加权平均，或中值滤波) 进行处理时，若滤波像素点的值是 1 (或 0)，则滤波窗中 1 (或 0) 的个数必多于窗内 0 (或 1) 的个数，则平滑后的值仍为 1 (或 0) 不变，即用 3×3 的平滑模板处理后，图像没有变化。因此，直方图也没有变化。

(2) 对于题图 4.18 (右) 所示二值方块图像，当采用 3×3 的 4 邻或 8 邻加权平均平滑模板或中值滤波进行处理时，若滤波像素点的值是 1 (或 0)，则滤波窗中 1 (或 0) 的个数必多于窗内 0 (或 1) 的个数，则平滑后的值仍为 1 (或 0) 不变，即图像没有变化。因此，直方图也没有变化。

当采用 3×3 的 4 邻或 8 邻平均平滑模板 (见图 4.18.1) 处理时，当处理点位于白、黑块组成的 4 块交界处 (图 4.18.2 (左) 中心的 4 个阴影像素) 时，若滤波像素点的值是 1 或 0 时，则滤波窗中参加平均的 1 的个数等于 0 的个数，则平均并四舍五入时，结果都为 1，见图 4.18.2 (右) 中心的 4 个阴影像素)。此时，整个图像处理后的结果见图 4.18.3 所示，图像的直方图由 $P(i) = \{P(0), P(1)\} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\}$ 变

成了 $P(i) = \{P(0), P(1)\} = \{\frac{2048-98}{64 \times 64}, \frac{2048+98}{64 \times 64}\} = \{0.48, 0.52\}$ ，其余情况下，平滑结果不变，当然直方图也不改变。

$$\mathbf{W}_1 = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{W}_2 = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

图 4.18.1 4-邻域平均和 8-邻域平均模板

1	1	1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1	1

1	1	1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1	1

图 4.18.2 白、黑块组成的 4 块交界处

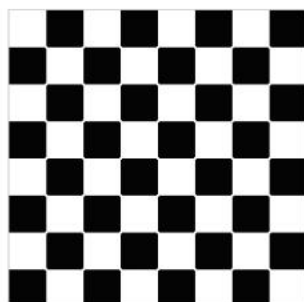


图 4.18.3 4-邻和 8-邻平均模板处理后的结果图像

第五章要求

1. 了解图象恢复目的及过程;
2. 掌握各种形式的退化模型 (离散退化模型和频域退化模型);
3. 了解无约束复原原理, 掌握反向滤波法公式及使用时的注意事项;
4. 了解维纳和约束最小平方滤波法原理, 掌握其结果讨论。

第六章要求

1. 掌握图像的数据冗余、编码模型、无损压缩编码；
2. 掌握预测编码原理及大于或等于 2 阶的最优预测器的设计；
3. 了解图像压缩的原因与方法分类、保真度准则及正交变换编码原理；
4. 了解小波变换在图像压缩编码中的应用、小波变换编码的基本思想与特点及编码中需要解决的问题。

必做题及参考答案

- 6.2 某视频图像为每秒 30 帧，每帧大小为 512×512 ，32 位真彩色。现有 40 GB 的可用硬盘空间，可以存储多少秒的该视频图像？若采用隔行扫描且压缩比为 10 的压缩方法，又能存储多少秒的该视频图像？

解答：

$$(1) \text{ 40 GB 的硬盘可以存储该视频图像 } \frac{40 \times 2^{30} \times 8}{512 \times 512 \times 32 \times 30} \approx 1365.33 \text{ s}$$

$$(2) \text{ 采用隔行扫描且压缩比为 10 的压缩方法，40 GB 的硬盘可以存储该视频图像 } \frac{40 \times 2^{30} \times 8}{512 \times 512 \times 32 \times 30 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{10}} \approx 27306.67 \text{ s}$$

- 6.6 已知符号 A、B、C 出现的概率分别为 0.4、0.2 和 0.4，请对符号串 BACCA 进行算术编码，写出编码过程，求出信息的熵、平均码长和编码效率。

解答：

首先确定信源符号，概率和初始编码间隔：

符号	A	B	C
概率	0.4	0.2	0.4
初始编码间隔	$[0, 0.4)$	$[0.4, 0.6)$	$[0.6, 1)$

编码过程：

步骤	输入符号	编码间隔	编码判定
1	B	$[0.4, 0.6)$	符号间隔 $[0.4, 0.6)$
2	A	$[0.4, 0.48)$	$[0.4, 0.6)$ 间隔的 0—40%
3	C	$[0.448, 0.48)$	$[0.4, 0.48)$ 间隔的 60—100%
4	C	$[0.4672, 0.48)$	$[0.448, 0.48)$ 间隔的 60—100%
5	A	$[0.4672, 0.47232)$	$[0.4672, 0.48)$ 间隔的 0—40%
7	$[0.4672, 0.47232)$ 中选择一个数 0.46875 作为输出		

对 BACCA 进行编码：

第一个编码符号为“B”，其初始区间为 $[l, h) = [0.4, 0.6)$ ，则“当前区间” $[L(1), H(1))$ 为：

$$\begin{cases} L(1) = L(0) + R(0) \times l \\ H(1) = L(0) + R(0) \times h \end{cases}$$

其中 $[L(0), H(0)) = [0, 1)$ 则 $R(0) = H(0) - L(0) = 1 - 0 = 1$

$$\therefore \begin{cases} L(1) = 0 + 1 \times 0.4 \\ H(1) = 0 + 1 \times 0.6 \end{cases}$$

第二个编码符号为“A”，则其 $[l, h) = [0, 0.4)$ ， $R(1) = H(1) - L(1) = 0.6 - 0.4 = 0.2$

$$\therefore \begin{cases} L(2) = L(1) + R(1) \times l = 0.4 + 0.2 \times 0 = 0.4 \\ H(2) = L(1) + R(1) \times h = 0.4 + 0.2 \times 0.4 = 0.48 \end{cases}$$

则“BA”的编码区间为： $[L(2), H(2)) = [0.4, 0.48)$

第三个编码符号为“C”，则其 $[l, h) = [0.6, 1)$ ， $R(2) = H(2) - L(2) = 0.48 - 0.4 = 0.08$

$$\therefore \begin{cases} L(3) = L(2) + R(2) \times l = 0.4 + 0.08 \times 0.6 = 0.448 \\ H(3) = L(2) + R(2) \times h = 0.4 + 0.08 \times 1 = 0.48 \end{cases}$$

则“BAC”的编码区间为： $[L(3), H(3)) = [0.448, 0.48)$

第四个编码符号为“C”，则其 $[l, h) = [0.6, 1)$ ， $R(3) = H(3) - L(3) = 0.48 - 0.448 = 0.032$

$$\therefore \begin{cases} L(4) = L(3) + R(3) \times l = 0.448 + 0.032 \times 0.6 = 0.4672 \\ H(4) = L(3) + R(3) \times h = 0.448 + 0.032 \times 1 = 0.48 \end{cases}$$

则“BACC”的编码区间为： $[L(4), H(4)) = [0.4672, 0.48)$

第五个编码符号为“A”，

则其 $[l, h) = [0, 0.4)$ ， $R(4) = H(4) - L(4) = 0.48 - 0.4672 = 0.0128$

$$\therefore \begin{cases} L(5) = L(4) + R(4) \times l = 0.4672 + 0.0128 \times 0 = 0.4672 \\ H(5) = L(4) + R(4) \times h = 0.4672 + 0.0128 \times 0.4 = 0.47232 \end{cases}$$

则“BACCA”的编码区间为： $[L(5), H(5)) = [0.4672, 0.47232)$

用二进制表示约为： $[0.011101111001, 0.011110001110)$ ，取区间位数最少的一个数0.01111作为信息源“BACCA”的输出，同时“0”也可忽略。

\therefore “BACCA”的编码值为01111。

信源熵 H 为：

$$\begin{aligned} H &= -\sum_{i=1}^3 p(a_i) \log_2 p(a_i) = -[p(A) \times \log_2 p(A) + p(B) \times \log_2 p(B) + p(C) \times \log_2 p(C)] \\ &= -(0.4 \times \log_2 0.4 + 0.2 \times \log_2 0.2 + 0.4 \times \log_2 0.4) = 1.52 \end{aligned}$$

平均码长为： $L = \text{ceil}(-\log_2(0.47232 - 0.4672)) / 5 = 1.6 \text{ bit/符号}$ 。

$$\text{编码效率: } \eta = \frac{H}{L} = \frac{1.52}{1.6} = 0.95$$

6.9 设 1 幅图像的自相关函数为 $E\{f(m,n)f(m-i,n-j)\} = \sigma^2 \rho_v^i \rho_h^j$ ，请设计列方向上的二阶预测器。

- (1) 组成自相关矩阵 \mathbf{R} 和矢量 \mathbf{r} ;
- (2) 找出最优的预测系数;
- (3) 计算利用上述最优预测系数时的预测误差的方差。

[提示：列方向上的二阶预测器为 $\hat{f}(m, n) = a_1 f(m-1, n) + a_2 f(m-2, n)$]

解答：

- (1) 对于图像 $f(m,n)$ ，有

$$E\{f(m,n)f(m-i,n-j)\} = \sigma^2 \rho_v^i \rho_h^j$$

因为只在列方向进行预测，设二阶预测器为

$$\hat{f}(m,n) = a_1 f(m-1,n) + a_2 f(m-2,n)$$

则

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} E\{f(m-1,n)f(m-1,n)\} & E\{f(m-1,n)f(m-2,n)\} \\ E\{f(m-2,n)f(m-1,n)\} & E\{f(m-2,n)f(m-2,n)\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^2 & \sigma^2 \rho_v \\ \sigma^2 \rho_v & \sigma^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} E\{f(m,n)f(m-1,n)\} & E\{f(m,n)f(m-2,n)\} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \sigma^2 \rho_v & \sigma^2 \rho_v^2 \end{bmatrix}^T$$

- (2) 最优预测系数为

$$\mathbf{a} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r} = \begin{bmatrix} \rho_v & 0 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \end{bmatrix}^T$$

- (3) 使用上述最优预测系数时的预测误差的方差为

$$E\{e_n^2\} = \sigma^2 - \mathbf{a}^T \mathbf{r} = \sigma^2 - \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \sigma^2 \rho_v \\ \sigma^2 \rho_v^2 \end{bmatrix} = \sigma^2 (1 - \rho_v^2)$$

6.12 传统正交变换编码与小波变换编码有何异同？

解答：

小波变换编码的基本思想与传统的正交变换编码类同，但与传统正交变换编码相比也有着本质的不同，因而具备如下的特点：

- (1) 小波变换能将一信号分解成同时包含时域和频域局部特性的变换系数，但传统变换（如 DFT 和 DCT 等）会失去信号在时域的局部特性。
- (2) 小波变换能兼顾不同应用中对时、频不同分辨率的要求，具有“数学显微镜”的美称，但传统变换（DFT 和 DCT 等）虽然在频域具有最高分辨率，但在时域无分辨率而言。
- (3) 小波变换和传统正交变换都有能量守恒和能量集中的作用，但小波变换能有效消除传统变换的分块效应的存在以及分块效应对图像编码的影响。
- (4) 小波变换能根据图像特点自适应地选择小波基，从而即能保证解压后图像的质量，又能提高压缩比。而 DCT 则不具备自适应性。
- (5) 通过小波变换可以充分利用变换系数之间的空间相关性对系数建模，进一步提高压缩比。

第七章要求

1. 了解图像分割的定义和方法，掌握图像分割的依据；
2. 掌握边缘点检测的原理和几种常用的边缘点检测方法及其特点；
3. 了解边缘线跟踪的方法，掌握 Hough 变换法检测直线的原理和过程；
4. 了解门限化分割和区域分割的原理和方法，掌握四叉树分裂合并法的过程。

必做题及参考答案

7.1 设 1 幅 7×7 大小的二值图像中心处有 1 个值为 0 的 3×3 大小的正方形区域，其余区域的值为 1，如题图 7.1 所示。

- (1) 使用 Sobel 算子来计算这幅图的梯度，并画出梯度幅度图（需给出梯度幅度图中所有像素的值）；
- (2) 使用 Laplacian 算子计算拉普拉斯图，并给出图中所有像素的值。

1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	1
1	1	0	0	0	1	1
1	1	0	0	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1

题图 7.1

解答：

- (1) 由水平模板 W_x ，可得水平梯度 G_x 为：

$$W_x = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad G_x = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 1 \\ 1 & -\frac{3}{4} & -\frac{3}{4} & 0 & \frac{3}{4} & \frac{3}{4} & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -\frac{3}{4} & -\frac{3}{4} & 0 & \frac{3}{4} & \frac{3}{4} & 1 \\ 1 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

由垂直模板 W_y ，可得垂直梯度 G_y 为：

$$W_y = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$G_y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & -1 & -\frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & 1 \\ 1 & -\frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & -1 & -\frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 1 & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 1 \\ 1 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 1 & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

当用梯度计算公式 $G(x, y) = (G_x^2 + G_y^2)^{\frac{1}{2}}$ 时，计算得到的梯度为：

$$G(x, y) = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \sqrt{2} & \sqrt{2} & \sqrt{2} & \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{4} & \frac{\sqrt{10}}{4} & 1 & \frac{\sqrt{10}}{4} & \frac{\sqrt{2}}{4} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \frac{\sqrt{10}}{4} & \frac{3\sqrt{2}}{4} & 1 & \frac{3\sqrt{2}}{4} & \frac{\sqrt{10}}{4} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \frac{\sqrt{10}}{4} & \frac{3\sqrt{2}}{4} & 1 & \frac{3\sqrt{2}}{4} & \frac{\sqrt{10}}{4} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{4} & \frac{\sqrt{10}}{4} & 1 & \frac{\sqrt{10}}{4} & \frac{\sqrt{2}}{4} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} & \sqrt{2} & \sqrt{2} & \sqrt{2} & \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{bmatrix}$$

当用梯度计算公式 $G(x, y) \approx |G_x| + |G_y|$ 时, 计算得到的梯度为:

$$G(x, y) = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & \frac{1}{2} & 1 & 1 & 1 & \frac{1}{2} & 2 \\ 2 & 1 & \frac{3}{2} & 1 & \frac{3}{2} & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & \frac{3}{2} & 1 & \frac{3}{2} & 1 & 2 \\ 2 & \frac{1}{2} & 1 & 1 & 1 & \frac{1}{2} & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

当用梯度计算公式 $G(x, y) \approx \max\{|G_x|, |G_y|\}$ 时, 计算得到的梯度为:

$$G(x, y) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 1 & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 1 \\ 1 & \frac{3}{4} & \frac{3}{4} & 1 & \frac{3}{4} & \frac{3}{4} & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \frac{3}{4} & \frac{3}{4} & 1 & \frac{3}{4} & \frac{3}{4} & 1 \\ 1 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 1 & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

(2) 用 Laplacian 算子的四邻域模板计算时, 得到的梯度如下:

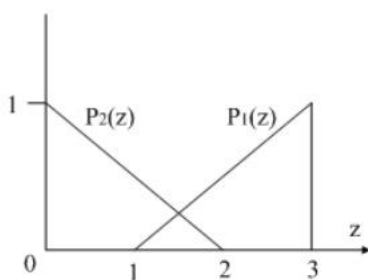
$$W = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & -1 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & -1 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

用 Laplacian 算子的八邻域模板计算时, 得到的梯度如下:

$$W = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -5 & -3 & -5 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & -3 & 0 & -3 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & -5 & -3 & -5 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

7.4 假设图像的灰度级概率密度如题图 7.2 所示。其中 $p_1(z)$ 对应于目标， $p_2(z)$ 对应于背景。如果 $P_1 = P_2$ ，试求分割目标与背景的最佳门限。



题图 7.4

解答：

由题图 7.4 可以看出

$$p_1(z) = (z-1)/2, p_2(z) = 1-z/2$$

将其代入式 (7.4.8) 有 $P_1 p_1(z) = P_2 p_2(z)$ ， $\therefore \frac{z-1}{2} = 1 - \frac{z}{2} \Rightarrow z = \frac{3}{2}$

解得最优阈值为 $T = 3/2$ 。

7.5 图像中背景像素的均值与标准差分别为 110 和 20，目标像素的均值和标准差分别为 200 和 45。试提出 1 种基于区域生长的方法将目标分割出来。

解答：

可采用区域生长方法，其步骤如下：

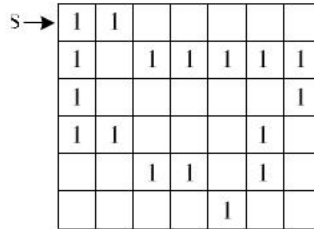
- (1) 从左至右，从上到下扫描图像；
- (2) 将发现的灰度值大于 200 的像素作为种子点进行区域生长，生长准则为将相邻的灰度值与已有区域的平均灰度值的差小于 $45 \times 3 = 135$ 的像素扩展进来（由于目标区的标准差 σ 为 45，取其置信区间为 3σ ，即为 135。）；
- (3) 如果不能再生长，则标记已生长的区域；
- (4) 如果扫描到图像的右下角，则结束过程；否则返回 (1)，继续进行。

第八章要求

1. 了解图像像素间的基本关系；
2. 了解目标物边界的描述,掌握目标物边界的链码表示；
3. 了解目标物的区域描述，掌握区域的四叉树描述；

必做题及参考答案

8.1 题图 8.1 给出了一幅二值图像，用八方向链码对图像中的边界进行链码表述(起点是 S 点)，写出它的八链码(沿顺时针)，并对该链码进行起点归一化，说明起点归一化链码与起点无关的原因。



题图 8.1

解答：

(1) 八链码为：07000065653434222。

(2) 归一化八链码为：00006565343422207。

同一个封闭边界的不同起点的各个链码可以看作是由表示该边界的一串数码（链码）循环移位得到的，如果把这一串数看作 N 位自然数，则不同的起点就形成不同大小的 N 位自然数，其中必存在一个最小，若将最小的 N 位自然数串的起点作为归一化链码的起点，则该归一化链码必唯一，也与起点无关。

8.2 针对题 8.1：

- (1) 写出其一阶差分码，并说明其与边界的旋转无关；
- (2) 写出其形状数，并说明阶数。

解答：

(1) 一阶差分码为：67100067176171600。

当四链码旋转 90° （或八链码旋转 45° ）的整倍数时，同起点的封闭边界旋转前后的原链码就不同，但链码的数串中前后数码的变化大小是不变的，而差分码就定义为原链码前后数码的差模值，因此其差分码就不变，也就是说，一阶差分码与边界的旋转无关。

(2) 形状数就是归一化的差分码，即为：00067176171600671，形状数的阶数为 17。

8.4 已知二值图像，如题图 8.4 所示。

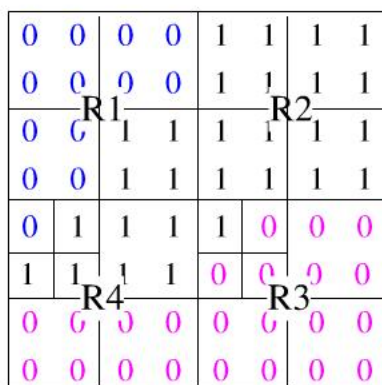
- (1) 对该图像使用四叉树进行划分；
- (2) 用四叉树表达该图像。

0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

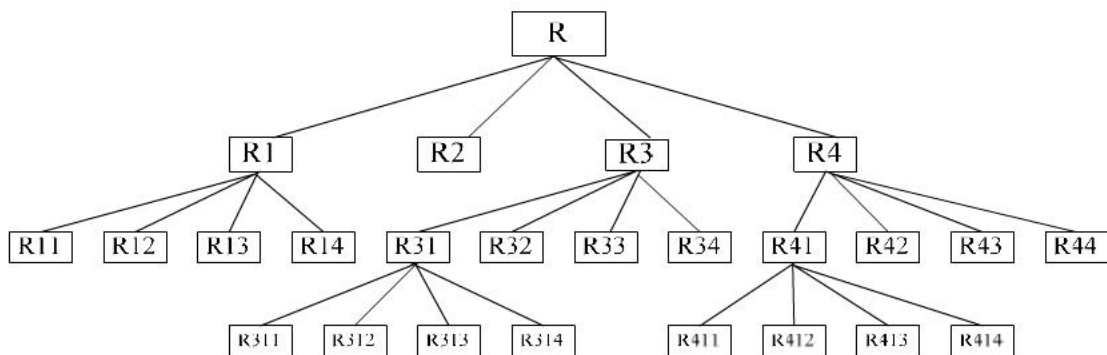
题图 8.4

解答:

(1) 用四叉树划分如下:



(2) 用四叉树表示如下:



8.13 若灰度相似准则 $V=\{1\}$, 试按四连通和八连通分别标出题图 8.13 所示图像的目标物区域边界。

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	0
0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

题图 8.13

解答:

根据边界的定义, 以及边界点集合 S 和 S 的补集 S^C 的连通性对应关系, 题图 8.13 所示图像的目标物区域边界如下图, 其中边界点用 1 表示, 背景点用 0 表示, 非边界的目标物点用空格表示。

(1) 四连通目标物区域边界

四连通目标物区域边界由四连通的边界点组成, 其中四连通的边界点由值为 1 且有八连通的相邻 0 值点的目标物点组成, 如下图所示:

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	0	0
0	1	1			1	1	0
0	1					1	0
0	1					1	0
0	1	1			1	1	0
0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

(2) 八连通目标物区域边界

八连通目标物区域边界由八连通的边界点组成, 其中八连通的边界点由值为 1 且有四连通的相邻 0 值点的目标物点组成, 如下图所示:

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	0	0
0	1					1	0
0	1					1	0
0	1					1	0
0	1					1	0
0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

第九章要求

1. 了解图像匹配的方法, 掌握模板匹配和特征匹配的过程;
2. 了解图像的两种分类方法, 监督分类法和非监督分类法 (聚类分析法) ;
3. 了解图像识别的方法。