

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ ՍԵՐՈՒՐ

Ֆ.Մ.Գ.Թ., դոցենտ Գ.Բ.Ալավերդյան

Վիրտուալ լիցքերի մեթոդի կիրառումը

Էլեկտրադինամիկական խնդիրների լուծման համար



ԵՐԵՎԱՆԻ
ՊԵՏԱԿԱՆ
ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

Վիրտուալ լիցքերի մեթոդի կիրառումը էլեկտրադինամիկական խնդիրների լուծման համար

Применение метода виртуальных зарядов для решения электродинамических задач

Application of the method of virtual charges to solve electrodynamic problems

Համառոտագիր

Սույն ավարտական աշխատանքը նվիրված է արտացոլման կամ վիրտուալ լիցքերի մեթոդի կիրառմամբ էլեկտրադինամիկական խնդիրների լուծմանը: Վիրտուալ լիցքերի մեթոդը հիմնված է էլեկտրաստատիկայի եզրային խնդիրների լուծման միակերպության թեորեմի վրա: Այն թույլ է տալիս որոշ մաթեմատիկորեն բարդ լուծում ունեցող խնդիրներ փոխարինել դրան համարժեք երևակայական կետային լիցքերի համակարգի խնդիրներով, որոնց լուծումը անհամեմատ հեշտ է:

Վիրտուալ լիցքերի եղանակով որոշվել են հաղորդիչ անվերջ հարթություն - կետային լիցք համակարգի ստեղծած դաշտի պոտենցիալը և դաշտի լարվածությունը հաղորդչից դուրս տարածությունում: Դիտարկվել է ինչպես հողակցված, այնպես էլ մեկուսացված գնդից և կետային լիցքից բաղկացած համակարգի էլեկտրաստատիկ դաշտի որոշման խնդիրը: Ստացվել են արտահայտություններ կետային լիցքի վրա հաղորդիչների կողմից ազդող ուժերի համար: Ինչպես հարթության, այնպես էլ գնդի խնդիրներում ստացվել են արտահայտություններ հաղորդիչ մակերևույթների վրա էլեկտրաստատիկ մակածման շնորհիվ կուտակված լիցքերի մակերևութային բաշխումների վերաբերյալ:

Վերջում դիտարկվել է երկու զուգահեռ, հաղորդիչ անվերջ հարթություններից և կետային լիցքից բաղկացած համակարգի էլեկտրաստատիկ դաշտի որոշման խնդիրը: Ցույց է տրվել, որ այս դեպքում գործ ունենք անվերջ թվով վիրտուալ լիցքերի համակարգի հետ: Ստացվել է արտահայտություն լիցքի վրա հաղորդիչ հարթությունների կողմից ազդող ուժի վերաբերյալ: Թվային հաշվարկի միջոցով գնահատվել է հարաբերական սխալի կախվածությունը անվերջ շարքի հաշվման ժամանակ վիրտուալ լիցքերի առավելագույն հաշվարկային քանակի սահմանափակումից:

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

| | |
|---|----|
| 1. Ներածություն..... | 5 |
| 2. Արտացոլման մեթոդը հարթության դեպքում..... | 7 |
| 3. Կետային լիցքի անկումը հողակցված հաղորդիչ հարթության վրա..... | 11 |
| 4. Արտացոլման մեթոդը հողակցված գնդի դեպքում..... | 14 |
| 5. Արտացոլման մեթոդը մեկուսացված գնդի դեպքում..... | 17 |
| 6. Հաղորդիչ գունդը համասեռ էլեկտրական դաշտում..... | 19 |
| 7. Կետային լիցքը երկու իրար ուղղահայաց հաղորդիչ հարթությունների միջև..... | 22 |
| 8. Կետային լիցքը երկու զուգահեռ հաղորդիչ հարթությունների միջև..... | 25 |
| 9. Եզրակացություններ..... | 28 |
| 10. Օգտագործված գրականության ցանկ..... | 29 |

1. Ներածություն

Էլեկտրաստատիկայի եզրային խնդիրները բաժանվում են երկու դասի: Առաջին դասի խնդիրներում տրվում են հաղորդիչների պոտենցիալները և պահանջվում է գտնել էլեկտրաստատիկ դաշտը հաղորդիչներից դուրս տարածությունում և լիցքերի բաշխումը հաղորդիչների մակերևույթներին: Երկրորդ դասի խնդիրներում տրվում են հաղորդիչների լիցքերը և պահանջվում է գտնել էլեկտրաստատիկ դաշտը հաղորդիչներից դուրս տարածությունում և լիցքերի բաշխումը հաղորդիչների մակերևույթներին:

Էլեկտրաստատիկայի եզրային խնդիրների համար իրավացի է լուծման միակության թեորեմը: Այն պնդում է, որ վերոնշյալ երկու եզրային խնդիրներն ունեն միակ լուծում (տես, օրինակ, [1-4]): Նշված եզրային խնդիրները լուծելու համար պետք է գտնել համապատասխան Պուասսոնի հավասարման լուծումները, որոնք, ի դեպ, անթիվ քանակի են, և առանձնացնել այն միակը, որը բավարարում է եզրային պայմաններին: Հասկանալի է, որ լուծման այս եղանակը բավականին բարդ ու երկար հաշվարկներ ենթադրող եղանակ է:

Եզրային խնդիրների լուծման միակության թեորեմը հնարավորություն է տալիս էլեկտրադինամիկական որոշ խնդիրների լուծումները գտնելու ընթացքում խուսափել մաթեմատիկական բարդ ու երկարատև հաշվարկներից և խնդրի լուծումը հանգեցնել կետային լիցքերի համակարգի դաշտի հաշվարկին: Պարզ է, որ դա հնարավոր կլինի, եթե հաջողվի նախնական խնդիրը փոխարինել կետային լիցքերի այնպիսի համակարգով, որի պոտենցիալը տարածության հաղորդիչներից դուրս տիրույթում բավարարում է Պուասսոնի նույն հավասարմանը, իսկ եզրերում՝ այսինքն հաղորդիչների մակերևույթներին համապատասխանող կետերում, ունի սկզբնական խնդրում հայտնի եզրային արժեքները: Լուծման այս եղանակը ստացել է արտապատկերման (արտացոլման, պատկերների) եղանակ կամ վիրտուալ լիցքերի եղանակ:

Ավարտական աշխատանքը նվիրված է վիրտուալ լիցքերի մեթոդի կիրառմամբ էլեկտրադինամիկական խնդիրների լուծմանը [5]: Նախ դիտարկվել է կիսատարածություն զբաղեցնող հարթ եզրով հաղորդչից և նրա եզրային հարթությունից ինչ-որ

հեռավորության վրա գտնվող կետային լիցքից բաղկացած համակարգի էլեկտրաստատիկ դաշտը հաղորդչից դուրս տարածությունում որոշելու խնդիրը:

Այնուհետև քննարկվել են վիրտուալ լիցքերի եղանակի կիրառմամբ ինչպես հողակցված հաղորդիչ գունդ - կետային լիցք համակարգի, այնպես էլ մեկուսացված հաղորդիչ գունդ – կետային լիցք համակարգի էլեկտրաստատիկ դաշտի որոշման խնդիրները: Ստացվել են արտահայտություններ դաշտի պոտենցիալի և լարվածության համար: Դաշտի լարվածության նորմալ բաղադրիչի սահմանային պայմանի միջոցով որոշվել է էլեկտրաստատիկ մակածման շնորհիվ հաղորդչի մակերևույթի վրա կուտակված լիցքի մակերևութային խտության բաշխումը: Ստացվել են արտահայտություններ կետային լիցքի և հաղորդչի միջև գործող փոխազդեցության ուժի համար: Օգտվելով ստացված արդյունքներից լուծվել է Նյուտոնյան դինամիկայի խնդիր: Դիտարկվել է կետային լիցքի՝ հաղորդիչ անվերջ հարթության վրա անկման խնդիրը և ստացվել արտահայտություն անկման ժամանակի վերաբերյալ:

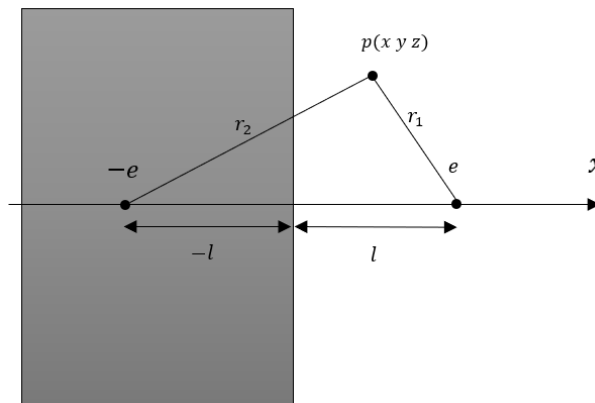
Այնուհետև դիտարկվել է արտաքին համասեռ էլեկտրական դաշտում տեղադրված հողակցված հաղորդիչ գնդի դեպքում գնդից դուրս տարածությունում էլեկտրական դաշտի որոշման խնդիրը: Ցույց է տրվել, որ արդյունաբար դաշտի որոշման խնդիրը բերվում է չորս վիրտուալ լիցքերի դաշտի սահմանային արժեքի գտնելուն, երբ գնդից դուրս գտնվող վիրտուալ լիցքերը անսահման հեռացվում են իրարից և միաժամանակ լիցքերի արժեքները համապատասխան օրենքով նույնպես անվերջ մեծացվում:

Լուծվել է ուղիղ անկյան տակ հատվող երկու կիսաանվերջ հաղորդիչ հարթություններից և կետային լիցքից բաղկացած համակարգի էլեկտրաստատիկ դաշտի որոշման խնդիրը:

Վերջում դիտարկվել է երկու գուգահեռ, հաղորդիչ անվերջ հարթություններից և կետային լիցքից բաղկացած համակարգի էլեկտրաստատիկ դաշտի որոշման խնդիրը: Ցույց է տրվել, որ այս դեպքում գործ ունենք անվերջ թվով վիրտուալ լիցքերի համակարգի հետ: Ստացվել է արտահայտություն լիցքի վրա հաղորդիչ հարթությունների կողմից ազդող ուժի վերաբերյալ: Թվային հաշվարկի միջոցով գնահատվել է հարաբերական սխալի կախվածությունը անվերջ շարքի հաշվման ժամանակ վիրտուալ լիցքերի առավելագույն հաշվարկային քանակի սահմանափակումից:

2. Արտացոլման մեթոդը հարթության դեպքում

Քննարկենք մի քանի պարզ խնդիրներ հասկանալու համար վիրտուալ լիցքերի մեթոդը: Դիցուք ձախ կիսատարածությունը լցված է հաղորդչով, e կետային լիցքը գտնվում է հաղորդչի մակերևույթից l հեռավորության վրա: Պահանջվում է գտնել դաշտն աջ կիսատարածությունում և հաղորդչի մակերևույթի վրա մակածված լիցքերի խտությունը [4,5]: Որպես x առանցք ընտրենք e լիցքով հարթությանը ուղղահայաց դեպի աջ ուղղված առանցքը: Իսկ y, z հարթությունը համընկնում է հաղորդչի հարթության հետ



Նկար 1

Հաղորդչի ներսում ($x < 0$) $\vec{E} = 0$, $\varphi = const$, քանի որ անսահմանությունում $\varphi = 0$, ապա այստեղից հետևում է, որ $x \leq 0$ ամբողջ տիրույթում $\varphi = 0$:

Աջ կիսատարածությունում ($x \geq 0$) էլեկտրաստատիկ դաշտը որոշելու համար, պետք է լուծել՝

$$\nabla^2 \varphi = -4\pi \rho(\vec{r}) \quad (1.1)$$

Պուասոնի հավասարումը և անթիվ բազմությամբ լուծումներից ընտրել այն լուծումը, որը բավարարում է $\varphi(0, y, z)$ եզրային պայմանին:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad - \text{ Լապլասի օպերատորն է}$$

$$\text{Այս խնդրի դեպքում } \rho(x, y, z) = e\delta(x - l)\delta(y)\delta(z)$$

Իսկ Պուասոնի հավասարումը կարտահայտվի հետևյալ կերպ՝

$$\nabla^2 \varphi(x, y, z) = -4\pi e \delta(x - l) \delta(y) \delta(z) \quad (1.2)$$

Այստեղից խնդրի լուծումը կհեշտանա, եթե հաջողվի ձևակերպել մի նոր խնդիր կետային լիցքերից կազմված համակարգի համար, որը բնութագրվում է նույն Պուասոնի հավասարմամբ և նույն եզրային պայմանով:

Օգտվելով էլեկտրաստատիկայի եզրային խնդրի լուծման միակության թեորեմից հիմնական խնդիրը կփոխարինենք դրան համարժեք կետային լիցքերի համակարգի խնդրով:

Նկատենք որ մեր հիմնական լուծումը աջ կիսատարածությունում կհամնկնի երկու կետային լիցքերի համակարգի էլեկտրաստատիկ դաշտի հետ, $x \geq 0$ տիրույթում, եթե $x = 0$ կետում տեղադրենք e լիցք իսկ $x = -l$ կետում $e' = -e$ լիցք: Այս դեպքում $x = 0$ հարթության բոլոր կետերում կբավարարվի $\varphi(0, y, z) = 0$ պայմանը: Աջ կիսատարածությունում Պուասոնի հավասարումը կհամնկնի հիմնական խնդրի Պուասոնի հավասարման հետ: Այսպիսով աջ կիսատարածությունում երկու խնդիրների լուծումները կհամնկնեն իրար հետ, էլեկտրաստատիկայի եզրային խնդրի շարժման միակության թեորեմի համաձայն՝

$$\varphi = e \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} = e \left\{ \frac{1}{\sqrt{(x-l)^2 + y^2 + z^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x+l)^2 + y^2 + z^2}} \right\} \quad (1.3)$$

Կարող ենք ասել, որ անսահմանությունում պոտենցիալը հավասար է զրոյի ապա այն նաև կլինի հավասար զրոյի հաղորդչի ողջ մակերևույթին: Եթե կարողանանք գտնել որևէ լուծում, ապա կարող ենք համոզված լինել որ դա միակն է:

(1.3) -րդ արտահայտությունում տեղադրելով $x = 0$, տվյալ դեպքում դիտարկում ենք YOZ հարթությունը, որն էլ համընկնում է հաղորդիչ հարթության հետ, որտեղ էլ պոտենցիալը հավասար է 0-ի $\varphi(x = 0) = 0$:

Քանի որ (1.3) հավասարումը բավարարում է Լապլասի հավասարմանը և առաջին եզրային խնդրի պայմաններին և հաղորդչի պոտենցիալը համընկնում է հաղորդչի մակերևույթի վրա ունեցած պոտենցիալին, ապա (1.3) -ը կլինի խնդրի լուծումն աջ կիսատարածությունում քանի, որ այն միակն է:

Աջ կիսատարածությունում պոտենցիալի համար կարող ենք գրել՝

$$\mathbf{E} = -\text{grad} \varphi \quad (1.4)$$

Փոխազդեցության էներգիան կարտահայտվի այսպես՝

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{\partial \varphi}{\partial x} = e \left\{ \frac{x-l}{((x-l)^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{x+l}{((x+l)^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \right\} \\ E_y &= -\frac{\partial \varphi}{\partial y} = e \left\{ \frac{y}{((x-l)^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{y}{((x+l)^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \right\} \\ E_z &= -\frac{\partial \varphi}{\partial z} = e \left\{ \frac{z}{((x-l)^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{z}{((x+l)^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \right\} \end{aligned} \quad (1.5)$$

Այժմ անցնենք էլեկտրաստատիկ մակաձման շնորհիվ $x = 0$ հարթության վրա լիցքի $\sigma(y, z)$ մակերևութային խտության բանաձևի արտաձմանը:

Սահմանային պայմանի համաձայն՝

$$E_{2n} - E_{1n} = 4\pi\sigma \quad (1.6)$$

որտեղ \hat{n} միավոր վեկտորը ուղղված է երկու միջավայրերի բաժանման մակերևութին ուղղահայաց $1 \rightarrow 2$ ուղղությամբ: Մեր դեպքում $\vec{E} = 0, \vec{E}_2 = \vec{E}$ նորմալի ուղղությունը համընկնում է x առանցքի ուղղության հետ:

Նշանակելով $\sqrt{(l^2 + y^2 + z^2)} = R$ կստանանք՝

$$E = e \left\{ \frac{-1}{[l^2 + y^2 + z^2]^{3/2}} - \frac{1}{[l^2 + y^2 + z^2]^{3/2}} \right\} = -\frac{2el}{(l^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} = -\frac{2el}{R^3} \quad (1.7)$$

$$E_x(x=0, y, z) = 4\pi\sigma(y, z)$$

$$\sigma(y, z) = \frac{1}{4\pi} E_x(x=0, y, z)$$

R -ը e կետային լիցքի հեռավորությունն է հաղորդչի մակերևութի կամայական կետից:

Քանի որ $E_n = 4\pi\sigma$, ապա՝

$$4\pi\sigma = -\frac{2el}{R^3}$$

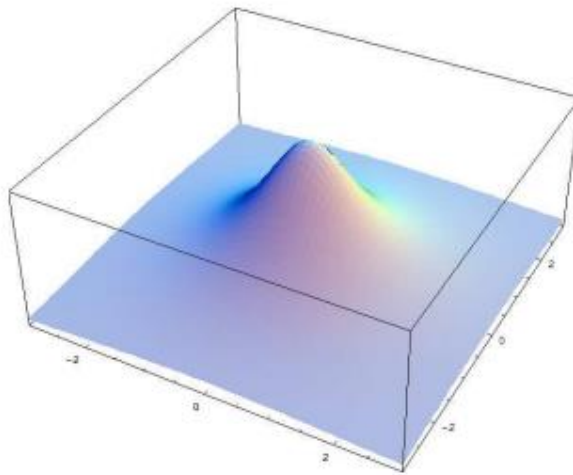
այստեղից էլ ստանում ենք հաղորդչի մակերևութին մակաձված լիցքերի խտություն բանաձևը [6,7]՝

$$\sigma(y,z) = -\frac{el}{2\pi R^3} = \frac{e}{(l^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (1.8)$$

l -ը լիցք-ից մինչև հարթություն եղած հեռավորությունն է: Իսկ հարթության վրա ամբողջ լիցքը հավասար կլինի՝

$$\int \sigma df = -e \quad (1.9)$$

Լիցքի խտության սիմուլացիան հարթության վրա պատկերված է նկար 2-ում՝



Նկար 2. Լիցքի մակերևութային խտության բաշխումը հարթության վրա:

3. Կետային լիցքի անկումը հողակցված հաղորդիչ հարթության վրա

Դիտարկենք կետային e լիցքով և m զանգվածով մասնիկ, որը հարթությունից գտնվում է l հեռավորության վրա և շարժվում է դեպի հարթությունը: Ի՞նչքան ժամանակ անց լիցքը կհարվածի հարթությանը: Օգտվելով վիրտուալ լիցքերի մեթոդից կեղծ լիցքը տեղադրենք հարթության մյուս կողմում $-l$ հեռավորության վրա՝

$$F = - \frac{e^2}{4l^2} \quad (2.1)$$

Համարենք որ $r = l$ -ը լիցքի հեռավորությունն է հարթությունից, և դա ժամանակի ֆունկցիա է (t), գրենք Նյուտոնի երկրորդ օրենք՝

$$M\ddot{r} = - \frac{e^2}{4r^2} \quad (2.2)$$

$$\ddot{r} = - \frac{C}{r^2}$$

$$C \equiv \frac{e^2}{4m} \quad (2.3)$$

Այսպիսով, մենք պետք է լուծենք դիֆերենցիալ հավասարումը և պահպանենք եզրային պայմանները՝

$$r(0) = l$$

$$\dot{r}(0) = 0$$

Հավասարումը լուծելու համար երկու կողմերը բազմապատկենք r -ով՝

$$r\ddot{r} = -C \frac{\dot{r}}{r^2} \quad (2.4)$$

հետո պետք է ինտեգրենք $r = l$ մինչև $r = 0$ ՝

$$\int_0^t \dot{r} \ddot{r} dt' = \dot{r}^2 \Big|_0^t - \int_0^t \ddot{r} \dot{r} dt$$

$$\int_0^t \dot{r} \ddot{r} dt = \frac{1}{2} \dot{r}^2(t) \quad (2.5)$$

Օգտագործելով $r(0) = l$ ստանում ենք՝

$$C \int_0^t \frac{\dot{r}}{r^2} dt - C \left[\frac{1}{r(t)} - \frac{1}{l} \right] - 2C \int_0^t \frac{\dot{r}}{r^2} dt$$

$$C \int_0^t \frac{\dot{r}}{r^2} dt = -C \left[\frac{1}{r(t)} - \frac{1}{l} \right] \quad (2.6)$$

նախ ինտեգրեցինք $\dot{r} dt$, օգտվելով $-\dot{C} \frac{r}{r^2} = -\frac{C}{r}$, միավորելով այս երկու

կողմերը ստանում ենք՝

$$\frac{1}{2} \dot{r}^2(t) = C \left[\frac{1}{r(t)} - \frac{1}{l} \right]$$

$$\dot{r}(t) = -\sqrt{2C} \left(\frac{1}{r(t)} - \frac{1}{l} \right)^{\frac{1}{2}} = -\sqrt{2C} \sqrt{\frac{l-r}{rl}} \quad (2.7)$$

Ստացել ենք (2.7) բանաձևը բացասական նշանով քանի որ (r) ժամանակի ընթացքում նվազում է: Հավասարումը բավարարում է նախնական պայմաններին մենք առանձնացնելով փոփոխականները ստանաում ենք՝

$$\int_l^0 \sqrt{\frac{rl}{l-r}} dr = -\sqrt{2C} \int_0^t dt' \quad (2.8)$$

Կատարենք ինտեգրում՝

$$\int_d^0 \sqrt{\frac{rl}{l-r}} dr = -\sqrt{2C} \int_0^{t_{\text{անկ}}} dt$$

r և dr հավասար կլինեն՝

$$r = l \cos^2(\alpha)$$

$$dr = 2l \cos(\alpha) \sin(\alpha) d\alpha$$

Տեղադրելով մեր բանաձևում կստանանք՝

$$r = l \text{ դեպքում } \alpha_1 = 0, r = 0 \quad \alpha_2 = \frac{\pi}{2}$$

$$\sqrt{l} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(\alpha) 2l \cos(\alpha) \sin(\alpha) d\alpha}{\sin(\alpha)} = \sqrt{2C} t_{\text{անկ}}$$

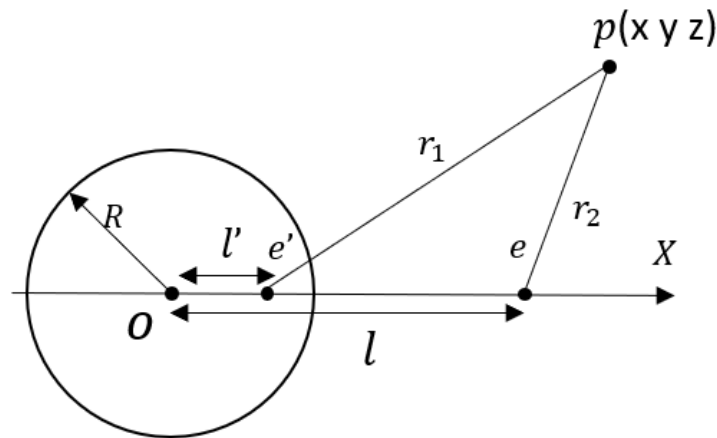
կստանանք այն ժամանակը, որը անհրաժեշտ է հարթությանը հարվածելու համար՝

$$t_{\text{անկ}} = \frac{l^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2C}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos(2\alpha)) d\alpha$$

$$t_{\text{անկ}} = \frac{l^{\frac{3}{2}} \pi}{2\sqrt{2C}} = \frac{l^{\frac{3}{2}} \pi \sqrt{2m}}{2e} \quad (2.9)$$

4. Արտացոլման մեթոդը հողակցված գնդի դեպքում

Քննարկենք ևս մեկ խնդիր, որտեղ ունենք հողակցված գունդ, որի կենտրոնից l հեռավորության վրա գտնվում է e լիցքը,։ Գնդային կոորդինատական համակարգի սկզբնակետն ընտրենք գնդի կենտրոնում իսկ OX բևեռային առանցքն ուղղենք e լիցքի ուղղությամբ։ Խնդրի գլխնային համաչափությունից հետևում է, որ արդյունքը կախված չի լինի ϑ -լայնական անկյունից։ Պահանջվում է գտնել դաշտի պոտենցիալը, լիցքի փոխազդեցության էներգիան, լիցքերի մակերևութային բաշխումը գնդային մակերևույթի վրա և կետային լիցքի վրա ազդող ուժը։ Ի՞նչ աշխատանքն է անհրաժեշտ լիցքը անսահմանությունից մինչև l կետ տեղափոխելու համար։ (Նկար 3)։



Նկար 3

Հողակցված գունդ նշանակում է պոտենցիալը նրա մակերևույթին հավասար է զրոյի։ Այս դեպքում նույնպես գնդից դուրս պոտենցիալը որոշելու համար այն պետք է բավարարի Պուասոնի հավասարմանը՝

$$\nabla^2 \varphi(x, y, z) = -4\pi e \delta(x - l) \delta(y) \delta(z)$$

Իսկ գնդի մակերևույթի վրա եզրային պայմանին՝ $\varphi(x^2 + y^2 + z^2 = R^2) = 0$ ։ Էլեկտրաստատիկայի եզրային խնդրի լուծման միակության թեորեմի պնդման համաձայն այն կլինի տվյալ խնդրի լուծումը։

Գնդի կենտրոնը e լիցքին միացնող հատվածի վրա վերցնենք այնպիսի մի e' պատկեր լիցք, որը կենտրոնից գտնվում է l' հեռավորության վրա ($l' < R$)։ l' ընտրում

ենք այնպես, որ պատկեր լիցքի համապոտենցիալ մակերևույթը համընկնի գնդի մակերևույթի հետ:

Երկրաչափորեն ստանում ենք հետևյալ հավասարումները $e' = \frac{eR}{l}$, $l' = \frac{R^2}{l}$:

Իսկ պոտենցիալը գնդից դուրս հավասար կլինի՝

$$\varphi = \frac{e}{l} - \frac{e'}{l'} \quad (3.1)$$

Արժեքները տեղադրելով կստանանք [6,7]՝

$$\varphi = \frac{e}{\sqrt{(x-l)^2 + y^2 + z^2}} - \frac{R}{l} \frac{e}{\sqrt{\left(x - \frac{R^2}{l}\right)^2 + y^2 + z^2}} \quad (3.2)$$

Լիցքի փոխազդեցության էներգիան հավասար կլինի՝

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{d\varphi}{dx} = \frac{e(x-l)}{[(x-l)^2 + y^2 + z^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{R}{l} \frac{e\left(x - \frac{R^2}{l}\right)}{[(x - \frac{R^2}{l})^2 + y^2 + z^2]^{\frac{3}{2}}} \\ E_y &= -\frac{d\varphi}{dy} = \frac{ey}{[(x-l)^2 + y^2 + z^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{R}{l} \frac{ey}{[(x - \frac{R^2}{l})^2 + y^2 + z^2]^{\frac{3}{2}}} \\ E_z &= -\frac{d\varphi}{dz} = \frac{ez}{[(x-l)^2 + y^2 + z^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{R}{l} \frac{ez}{[(x - \frac{R^2}{l})^2 + y^2 + z^2]^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Լիցքերի σ մակերևույթային բաշխումը գնդի մակերևույթի վրա հավասար է՝

$$\sigma = \frac{E_n(x^2 + y^2 + z^2 = R^2)}{4\pi} \quad (3.4)$$

որտեղ $E_n = E_x \cos \vartheta + E_y \sin \vartheta$

$$\sigma = -\frac{1}{4\pi} \frac{\partial \varphi}{\partial r} \Big|_{r=R}$$

Որոշ ձևափոխություններից հետո ստանում ենք՝

$$\sigma_0 = -\frac{e(l^2 - R^2)}{R(l^2 + R^2 - 2Rl \cos \vartheta)^{\frac{3}{2}}} \quad (3.5)$$

Իսկ e կետային լիցքի վրա ազդող ուժը հավասար է e և e' լիցքերի փոխազդեցության ուժին՝

$$F = -\frac{ee'}{(l-x)^2} = \frac{Re^2}{l(l - \frac{R^2}{d})^2} - \frac{e^2 l R}{(l^2 - R^2)^2} \quad (3.6)$$

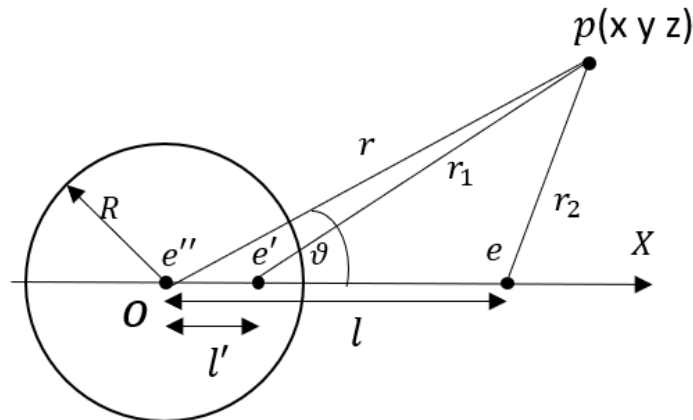
Աշխատանքը ստանալու համար մենք պետք է ինտեգրենք $F \cdot dl$, դա այն աշխատանքն է որն անհրաժեշտ է լիցքը անսահմանությունից մինչև l կետ տեղափոխելու համար:

Նախընտրելի տարբերակը դա X առանցքով տեղափոխման տարբերակն է: Իսկ աշխատանքի համար կստանանք՝

$$W = e^2 R \int_{\infty}^a \frac{z_e}{(z_e^2 - R^2)} dz_e = -\frac{e^2 R}{2(l^2 - R^2)} \quad (3.7)$$

5. Արտացոլման մեթոդը մեկուսացված գնդի դեպքում

Նախորդ խնդիրը լուծենք այն դեպքում, երբ գունդը մեկուսացված է և ունի Q լիցք: Մեկուսացված դեպքում գնդի լրիվ լիցքը հավասար չէ զրոյի: Անհրաժեշտ է ավելացնել ևս մեկ կեղծ լիցք (e''), որպեսզի ստանանք նույն եզրային պայմանները: Այս պարագայում e'' լիցքը գտնվում է գնդի կենտրոնում (նկար 4):



Նկար 4

Գնդի մակերևույթին պոտենցիալը հավասար կլինի՝

$$\varphi_R = \frac{e''}{R} \quad (4.1)$$

$$e' + e'' = Q$$

e'' Պատկեր լիցքի համար կստանանք՝

$$e'' = Q + \frac{R}{l} e$$

Գնդից դուրս պոտենցիալը հավասար կլինի՝

$$\varphi = \frac{e}{r_2} - \frac{e'}{r_1} + \frac{e''}{r} \quad (4.2)$$

$$e'' \rightarrow r, \quad e' \rightarrow r_1 = \sqrt{r^2 + l^2 - 2rl \cos \theta}$$

$$e \rightarrow r_2 = \sqrt{r^2 + l'^2 - 2rl' \cos \theta}$$

Տեղադրելով (4.2) բանաձևում կստանանք [6,7]՝

$$\varphi(r, \vartheta, \alpha) = \frac{Q + \frac{R}{l}e}{r} - \frac{R}{l} \frac{e}{\sqrt{r^2 + \frac{R^4}{l^2} - 2r \frac{R^2}{l} \cos \vartheta}} + \frac{e}{\sqrt{r^2 + l^2 - 2rl \cos \vartheta}} \quad (4.3)$$

Իսկ մակերևութային խտությունը հավասար կլինի՝

$$\sigma = -\frac{1}{4\pi} \frac{\partial \varphi}{\partial r} \big|_{r=R}$$

Տեղադրենք բանաձևում ստացված պոտենցիալի արժեքը՝

$$\sigma = \sigma_0(\vartheta) + \frac{Q + e \frac{R}{l}}{4\pi R^2} = \frac{Q + e \frac{R}{l}}{4\pi R^2} - \frac{e(l^2 - R^2)}{R(l^2 + R^2 - 2Rl \cos \vartheta)^{\frac{3}{2}}} \quad (4.4)$$

Լիցքերի փոխազդեցության ուժն այս դեպքում հավասար է՝

$$F_x = \frac{e}{l^2} \left[Q - \frac{eR^3(2l^2 - R^2)}{l(l^2 - R^2)^2} \right] : \quad (4.5)$$

Ստացվածից երևում է, որ $l \ll R$ դեպքում երկրորդ անդամի ներդրումը կարելի է անտեսել: Այս դեպքում ստացվում է երկու կետային լիցքերի փոխազդեցության $F_x = eQ/l^2$ Կուլոնի օրենքը: Գնդային մակերևութի մերձակայքում՝ $h = l - R \ll R (l \approx R)$, երկրորդ անդամը գերակշռող է և $F_x = -e^2/(4h^2)$, այսինքն ուժը ձգողական բնույթի է անկախ այն բանից, թե լիցքերը նույնանուն են, թե տարանուն:

(4.5) հավասարումից բխում է, որ Q և e նույնանուն լիցքերի համակարգի համար գոյություն ունի այնպիսի l_0 հեռավորություն, որի դեպքում ուժը հավասար է զրոյի: $l > l_0$ դեպքում լիցքը վանվում է նույնանուն լիցքով գնդից ($F_x > 0$), իսկ $l < l_0$ դեպքում՝ ձգվում նույնանուն լիցքով գնդի կողմից ($F_x < 0$):

6. Հաղորդիչ գունդը համասեռ էլեկտրական դաշտում

R շառավիղ ունեցող հողակցված գունդը գտնվում է արտաքին \vec{E}_0 համասեռ էլեկտրական դաշտում: Պահանջվում է գտնել φ պոտենցիալը և \vec{E} դաշտի լարվածությունը գնդից դուրս տիրույթում: Այս խնդրի լուծումը ևս կհեշտանա վիճարկության վիճակի կամ արտացոլման մեթոդի կիրառման դեպքում [2]:

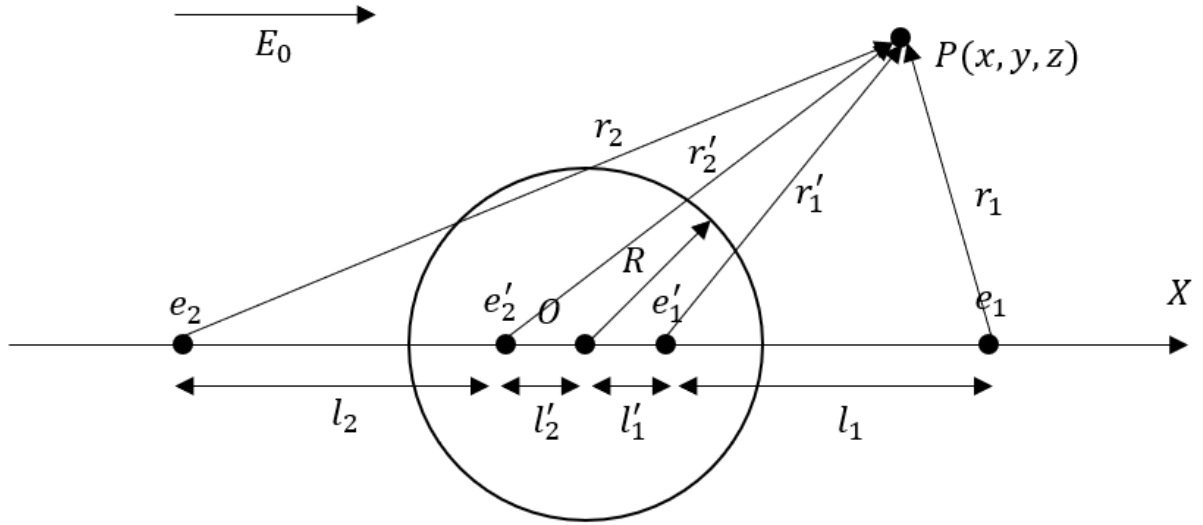
Պայմանավորվենք կոորդինատական համակարգի կենտրոնն ընտրել գնդի կենտրոնում և X առանցքն ուղղել \vec{E}_0 դաշտի ուղղությամբ: Արտաքին համասեռ էլեկտրական դաշտը կարելի է ստեղծել X առանցքի $x_1 = l$ կետում տեղադրելով $e_1 = -e$ լիցքը, իսկ $x_2 = -l$ կետում՝ $e_2 = e$ լիցքը (համարում ենք, որ $e > 0$): Բավականաչափ մեծ l -ի դեպքում կոորդինատական համակարգի կենտրոնական մասերում այս երկու լիցքերի համատեղ ստեղծած դաշտը կլինի \vec{E}_0 , եթե $2e/l^2$ մեծությունը $l \rightarrow \infty, e \rightarrow \infty$ սահմանային անցման դեպքում ձգտի \vec{E}_0 -ի՝

$$\lim_{\substack{l \rightarrow \infty \\ e \rightarrow \infty}} 2e/l^2 = E_0 : \quad (5.1)$$

Նկատենք, որ միայն այս երկու լիցքերը գնդի մակերևույթի վրա չեն ապահովում $\varphi = 0$ եզրային պայմանը: Այս եզրային պայմանը կբավարարվի, եթե գնդի ներսի տիրույթում տեղադրենք e_1 և e_2 լիցքերին համապատասխանող պատկեր-լիցքերը: Արտապատկերման եղանակի համաձայն $e'_1 = -\frac{R}{l}e_1 = \frac{R}{l}e$ լիցքը պետք է տեղադրել $x'_1 = l'_1 = \frac{R^2}{l}$ կետում, իսկ $e'_2 = -\frac{R}{l}e_2 = -\frac{R}{l}e$ լիցքը՝ $x'_2 = -l'_2 = -\frac{R^2}{l}$ կետում:

Իչպես տեսնում ենք, արտաքին համասեռ էլեկտրական դաշտում գտնվող հողակցված հաղորդիչ գնդի խնդիրը հնարավոր եղավ բերել չորս վիճարկության վիճակի համակարգի խնդրի սահմանային դեպքի, երբ $l \rightarrow \infty, e \rightarrow \infty$, իսկ $2e/l^2 \rightarrow E_0$:

Հարմար է խնդրի լուծումը գրել դիտման կետի դիրքը ներկայացնելով գնդային r, θ կոորդինատներով, որտեղ $r \geq R$ դիտման կետի հեռավորությունն է գնդի կենտրոնից, իսկ θ -ն շառավիղ վեկտորի՝ X առանցքի հետ կազմած անկյունն է: Ակնհայտ է, որ պոտենցիալը կախված չի լինի գնդային α անկյունից, քանի որ համակարգն օժտված է գլանային համաչափությամբ՝ X առանցքի շուրջը պտույտի նկատմամբ:



Նկար 5

Այստեղից $\varphi(r)$ պոտենցիալի համար կստանանք՝

$$\begin{aligned} \varphi(r) = & \frac{e}{l} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{r^2}{l^2} - 2\left(\frac{r}{l}\right)\cos\theta}} - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{r^2}{l^2} + 2\left(\frac{r}{l}\right)\cos\theta}} \right] \\ & + \frac{e}{l} \left[-\frac{R}{r} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R^4}{(lr)^2} - 2\left(\frac{R^2}{rl}\right)\cos\theta}} + \frac{R}{r} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R^4}{(lr)^2} + 2\left(\frac{R^2}{rl}\right)\cos\theta}} \right] \end{aligned} \quad (5.2)$$

Պոտենցիալի համար ստացված (5.2) արդյունքը վերլուծենք շարքի ըստ անվերջ փոքր r/l և R/l մեծությունների, արհամարհելով երկրորդ և ավելի բարձր կարգի անվերջ փոքր անդամները: Օգտվելով

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} \approx 1 - \frac{x}{2}$$

հայտնի բանաձևից, պոտենցիալի համար կստանանք՝

$$\varphi(r) \approx -\frac{e}{l} \left[2\frac{r}{l}\cos\theta - 2\frac{R^3}{r^2l}\cos\theta \right] = -\frac{2e}{l^2} \left(r - \frac{R^3}{r^2} \right) \cos\theta \quad (5.3)$$

Հիմնական խնդրի պատասխանը կստանանք, եթե այս արդյունքի մեջ $2e/l^2$ մեծությունը փոխարինենք իր սահմանային E_0 արժեքով:

Այսպիսով՝ E_0 արտաքին համասեռ դաշտում տեղադրված R շառավղով հողակցված հաղորդիչ գնդի դեպքում էլեկտրական դաշտի պոտենցիալը կլինի՝

$$\varphi(r, \theta) = \begin{cases} 0 & , \quad r < R \\ -E_0 \left(r - \frac{R^3}{r^2} \right) \cos \theta & , \quad r \geq R \end{cases} \quad (5.4)$$

Էլեկտրական դաշտի լարվածության համար այստեղից կստացվի՝

$$\begin{aligned} \vec{E} &= -grad \varphi(r, \theta) = E_0 grad \left\{ \left(1 - \frac{R^3}{r^3} \right) x \right\} \\ &= \vec{E}_0 + R^3 \frac{3(\vec{E}_0 \cdot \vec{r})\vec{r} - r^2 \vec{E}_0}{r^5} : \end{aligned} \quad (5.5)$$

Ստացվածից երևում է, որ գնդի մակերևույթի վրա մակածված լիցքերի ստեղծած դաշտը համընկնում է $\vec{p} = R^3 \vec{E}_0$ դիպոլային մոմենտով էլեկտրական դիպոլի դաշտի հետ՝

$$\vec{E}_{գնդ} = \frac{3(\vec{p} \cdot \vec{r})\vec{r} - r^2 \vec{p}}{r^5} : \quad (5.6)$$

Գնդի կենտրոնից շատ մեծ հեռավորությունների վրա, որտեղ բավարարվում է $r \gg R$ պայմանը, էլեկտրական դաշտի լարվածության համար կունենանք՝

$$\vec{E} = \vec{E}_0 : \quad (5.7)$$

7. Կետային լիցքը երկու իրար ուղղահայաց հաղորդիչ հարթությունների միջև

Ունենք e լիցքը որը գտնվում է $(x; y) = (a; b)$ կետի առաջին քառորդում: $X = 0$ -կետում երկու հաղորդիչ հարթությունների միջև xz և yz , նրանք միմյանց հետ կազմում են ուղիղ անկյուն: Կեղծ լիցքերը տեղադրենք՝ $(x, y) = (-a, b)$ և $(a, -b)$: Այդ պարագայում պոտենցիալը կլինի՝

$$\varphi = e \left[\frac{1}{\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + z^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x+a)^2 + (y-b)^2 + z^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-a)^2 + (y+b)^2 + z^2}} \right] \quad (6.1)$$

Հետևյալ դեպքում չենք ստանում հարթության վրա պոտենցիալի համար 0 արժեք, հետևաբար պետք է ավելացնենք ևս մեկ լիցք $(x, y) = (-a, -b)$ կետում, որպեսզի բավարարվի եզրային պայմանը, պոտենցիալի համար կստանաք՝

$$\varphi = e \left[\frac{1}{\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + z^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x+a)^2 + (y-b)^2 + z^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-a)^2 + (y+b)^2 + z^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x+a)^2 + (y+b)^2 + z^2}} \right] \quad (6.2)$$

Այս դեպքում ստանում ենք պոտենցիալի համար 0, x և y հարթություններում: Իսկ իրական լիքքի վրա ազդող ուժը կարող ենք գտնել մյուս 3 լիցքերի միջոցով՝

$$\vec{F} = e^2 \left(-\frac{1}{4a^2} \hat{x} - \frac{1}{4b} \hat{y} + \frac{1}{4(a^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}} (a\hat{x} + b\hat{y}) \right) \quad (6.3)$$

իսկ մոդուլի համար կստացվի՝

$$\frac{e^2}{(4a^2 + 4b^2)}$$

Անսահմանությունից լիցքը տեղափոխվում համար անհրաժեշտ աշխատանքը հավասար է՝

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n e_i \varphi(r_i) \quad (6.4)$$

Ենթադրենք, որ այստեղ նկարագրված է ողջ պոտենցիալը, այդ իսկ պատճառով պետք է բաժանենք 4 մասի, յուաքանչյուր լիցքի պոտենցիալի համար՝

$$\begin{aligned} \varphi(a, b) &= e \left[-\frac{1}{2a} - \frac{1}{2b} + \frac{1}{2\sqrt{a^2 + b^2}} \right], \\ \varphi(a, -b) &= e \left[\frac{1}{2a} + \frac{1}{2b} - \frac{1}{2\sqrt{a^2 + b^2}} \right], \\ \varphi(-a, b) &= e \left[\frac{1}{2a} + \frac{1}{2b} - \frac{1}{2\sqrt{a^2 + b^2}} \right], \\ \varphi(-a, -b) &= e \left[-\frac{1}{2a} - \frac{1}{2b} + \frac{1}{2\sqrt{a^2 + b^2}} \right]: \end{aligned} \quad (6.5)$$

Այստեղից էլ՝

$$W = \frac{e^2}{4} \left[-\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right]: \quad (6.6)$$

Այս տեխնիկան իրականում կարող է կիրառվել այնպիսի դեպքերում, երբ մենք ունենք երկու հաղորդիչ հարթություններ, որոնք հատվում են տարբեր անկյուններով: մենք կարող ենք տարածությունը բաժանել զույգ թվով n հատվածների: Ենթադրենք, հարթություններով սահմանափակված հատվածն ունի մեկ հարթություն $y = 0$: Եկեք կատարենք թեստ պատկերացնենք որ, լիցքի կորդինատներն են $(x, y) = l(\cos \alpha, \sin \alpha)$ որտեղ α -ն շառավիղ վեկտորի կազմած անկյունն է հարթության հետ, իսկ l -ը՝ լիցքի հեռավորությունն է հարթությունից: Առաջնային լիցքը տեղադրենք լիցքից

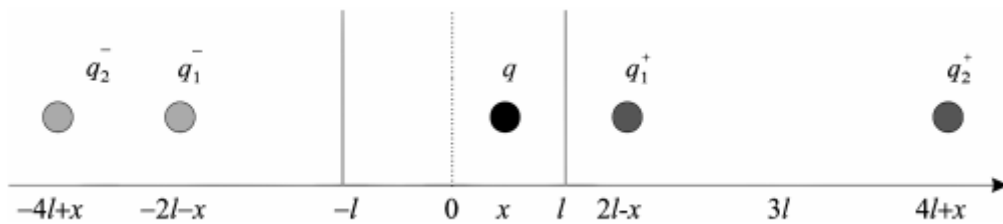
հարթությանը ուղղահայաց գիծ գծելով $\frac{2\pi}{n}$ անկյան տակ և այն հավասար հեռավորությամբ երկարացնելով մյուս կողմից; Լիցքը կլինի միևնույն նշանով՝ $2x \frac{2\pi}{n} - \alpha = \frac{4\pi}{n} - \alpha$: Հաջորդ լիցքը կլինի ուղղահայաց առաջին լիցքին և կունենա դրական նշան և կլինի՝ $\frac{4\pi}{n} - \alpha$ անկյան տակ: ԵՎ այսպես շարունակ մինչև հասնենք բացասական նշանով և $2\pi - \alpha$ անկյուն ունեցող լիցքին, որը իրական լիցքի պատկերն է $y = 0$ կետում: Հետևյալ քանաձևում կունենանք պոտենցիալը, որտեղ n -ը ընդհանուր լիցքերի քանակն է իսկ $n - 1$ -ը պատկեր լիցքերի քանակը՝

$$\begin{aligned} \frac{1}{e}\varphi = & \sum_{m=0}^{\frac{n}{2}-1} \frac{1}{\sqrt{(x - l\cos(\frac{4\pi m}{n} + \alpha))^2 + (y - l\sin(\frac{4\pi m}{n} - \alpha))^2 + z^2}} \\ & - \sum_{m=1}^{\frac{n}{2}} \frac{1}{\sqrt{(x - l\cos(\frac{4\pi m}{n} - \alpha))^2 + (y - l\sin(\frac{4\pi m}{n} - \alpha))^2 + z^2}} \end{aligned} \quad (6.7)$$

8. Կետային լիցքը երկու զուգահեռ հաղորդիչ հարթությունների միջև

Պահանջվում է գտնել ուժը և \vec{e} ունենալ e լիցք, որը գտնվում է երկու թիթեղների (հարթ կոնդենսատորների) կենտրոնից x հեռավորության վրա, իսկ թիթեղների հեռավորությունը կենտրոնից $x = \pm l$ [8]: Լուծման համար ենթադրենք որ թիթեղները, որին մեր խնդրում կարող ենք դիտարկել որպես հարթություն և դիտարկենք դրանք անսահման երկար: Վիրտուալ լիցքի մեթոդը կիրառելով այստեղ մենք տեսնում ենք, որ լիցքը իր պատկերն է ստեղծում հարթության մի կողմում լիցքի պատկերը ստեղծում է իր պատկերը հարթության մյուս կողմում և այդպես շարունակ: Քննարկենք այսքանը մեր օրինակում`

$e = q$ լիցքի պատկերը ստեղծվում է հարթության աջ կողմում` e_n^+ , $q_{n+1}^+ = -q_n^-$ իսկ մյուս լիքը q_n^- գտնվում է հակառակ կողմում $q_{n+1}^- = -q_n^+$ (Նկար 6)



Նկար 6

Վերափոխելով այս ամենը կորդինատային հարթության վրա ստանում ենք`

$$\begin{aligned} X_{n+1}^+ - l &= -(X_n^- - l) \\ X_{n+1}^- + l &= -(X_n^+ - l) \end{aligned} \quad (7.1)$$

Հաշվի առնելով նախնական պայմանները $q_0^+ = q_0^- = q$, $X_0^+ = X_0^- = X$ ստանում ենք`

$$\begin{aligned}
X_{2n+1}^{\pm} &= \pm(4n+2)l - x, \quad q_{2n+1}^{\pm} = -q \\
X_{2n}^{\pm} &= \pm 4nl + x, \quad q_{2n}^{\pm} = q,
\end{aligned}
\tag{7.2}$$

որտեղ $n = 0, 1, 2, \dots$

Համագոր ուժի համար կստանանք հետևյալ հավասարումը: Կենտ պատկերները կգումարենք առանձին, զույգերը առանձին`

$$\begin{aligned}
F &= \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{q^2}{(X_{2n+1}^+ - x)^2} + \frac{-q^2}{(X_{2n+1}^- - x)^2} \right] \\
&\quad + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{-q^2}{(X_{2n}^+ - x)^2} + \frac{q^2}{(X_{2n}^- - x)^2} \right]
\end{aligned}
\tag{7.3}$$

Լիցքերը կորդինատներով փոխաինելուց հետո յուրաքանչյուր երրկրորդ գումարելին հավասարվում է զրոյի և ստանում ենք`

$$F = \frac{q^2}{16t^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n+1) \binom{x/l}{2n+1}}{(2n+1)^2 - (x/l)^2}
\tag{7.4}$$

Բանաձևը արտահայտենք Գամմա ֆունկցիայի`

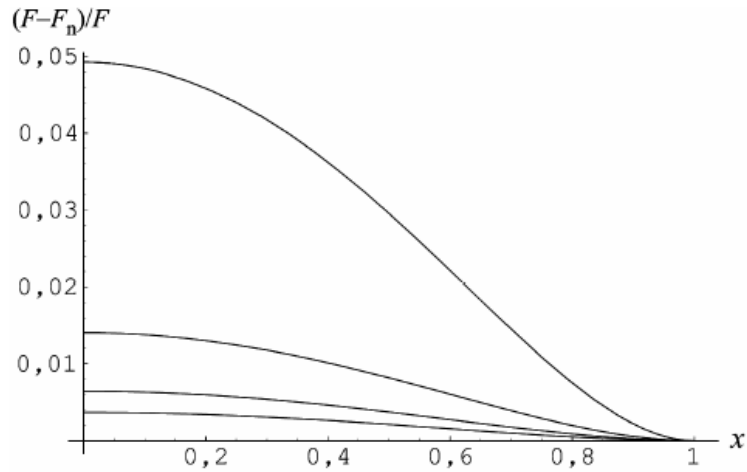
$$\psi(z) = \frac{\Gamma'(z)}{\Gamma(z)}$$

լոգարիթմական ածանցյալի միջոցով:

Ստանում ենք համագոր ուժի համար`

$$F = \frac{q^2}{16l^2} \left[\psi\left(\frac{l-x}{2l}\right) - \psi\left(\frac{l+x}{2l}\right) \right]
\tag{7.5}$$

շարքի վերջավոր թվի անդամների գումարը նույնպես արտահայտվում է $\psi(z)$ միջոցով:



Նկար 7

Նկար 7 -ում: Տեղին է նշել, որ ցույց տրված լիցքերի քանակը միայն առաջին կարգի է Իսկ q_1^+ շատ լավ մոտարկում է ճշգրիտ լուծմանը, որտեղ $(F - F_n)/F$ սխալանքի չափն է, որը ամենամեծն է $x = 0$ -ում, և գտնվում է երկու թիթեղների մեջտեղում: F -ի համար կարող ենք գրել `

$$F = \left(\frac{q^2}{l^3}\right) x$$

Երբ $x \rightarrow 0$ ուժը արտահայտվում է հետևյալ կերպ `

$$F = \frac{7}{8} \zeta(3) \frac{q^2}{l^3} x = 1.0518 \frac{q^2}{l^3} x \quad (7.6)$$

Որտեղ $\zeta(3)$ Ռիմանի ձեռա ֆունկցիան է:

9. Եզրակացություններ

Այսպիսով, արտացոլման կամ վիրտուալ լիցքերի մեթոդի կիրառմամբ լուծեցինք մի շարք էլեկտրադինամիկական խնդիրներ: Որոշվել են հաղորդիչ անվերջ հարթություն -կետային լիցք համակարգի ստեղծած դաշտի պոտենցիալը և դաշտի լարվածությունը հաղորդիչ դուրս տարածությունում: Ստացվել է բանաձև հարթության վրա կետային լիցքի անկման ժամանակի համար:

Լուծվել է ինչպես հոդակցված, այնպես էլ մեկուսացված գնդից և կետային լիցքից բաղկացած համակարգի էլեկտրաստատիկ դաշտի որոշման խնդիրը: Ստացվել են արտահայտություններ կետային լիցքի վրա հաղորդիչների կողմից ազդող ուժերի համար: Ստացվել են արտահայտություններ հաղորդիչ մակերևույթների վրա էլեկտրաստատիկ մակածման շնորհիվ կուտակված լիցքերի մակերևութային բաշխումների վերաբերյալ: Ցույց է տրվել, որ մեկուսացված գնդի և նույնանուն կետային լիցքի համակարգի համար գոյություն ունի այնպիսի հեռավորություն, որի դեպքում գնդի և լիցքի փոխազդեցության ուժը հավասար է զրոյի:

Ցույց է տրվել, որ \vec{E}_0 լարվածությամբ արտաքին համասեռ էլեկտրական դաշտում գտնվող R շառավղով հոդակցված հաղորդիչ գնդի խնդիրը կարելի է հանգեցնել չորս վիրտուալ կետային լիցքերից բաղկացած համարժեք համակարգի խնդրի: Սահմանային անցման միջոցով ստացվել են բանաձևեր էլեկտրական դաշտի պոտենցիալի և լարվածության համար, որոնք ցույց են տալիս, որ գնդի մակերևույթի վրա մակածված լիցքերի դաշտը համընկնում է $\vec{\rho} = R^3 \vec{E}_0$ մոմենտով տարրական դիպոլի դաշտի հետ:

Վերջում դիտարկվել է երկու զուգահեռ, հաղորդիչ անվերջ հարթություններից և կետային լիցքից բաղկացած համակարգի խնդիրը: Ցույց է տրվել, որ այս դեպքում վիրտուալ լիցքերի քանակն անվերջ է: Ստացվել է արտահայտություն լիցքի վրա հաղորդիչ հարթությունների կողմից ազդող ուժի վերաբերյալ և գնահատվել հարաբերական սխալի կախվածությունը անվերջ շարքի հաշվման ժամանակ վիրտուալ լիցքերի առավելագույն հաշվարկային քանակի սահմանափակումից:

10. Օգտագործված գրականության ցանկ

1. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Теория поля, 1973.
2. Дж. Джексон, Классическая электродинамика. М.: Мир, 1965.
3. Р. Фейман, Р. Лейтон, М. Сэндс, Феймановские лекции по физике, т. 5. - М., Мир, 1977.
4. Յու.Լ.Վարդանյան, Էլեկտրադինամիկա, 2000.
5. D. J. Griffiths, Introduction to Electrodynamics, 2013.
6. В. В. Батыгин, И. Н. Топтыгин, Сборник задач по электродинамике - М., Наука, 1970.
7. Գ.Բ.Ալավերդյան, Ա.Ս.Հարությունյան Յու.Լ.Վարդանյան Էլեկտրադինամիկայի խնդիրների ժողովածու, Երևան, Դար հրատ. 2006
8. И.А. Котельников, Две задачи на метод изображений, Вестник НГУ, Серия: Физика, 1, 114-121, 2006.