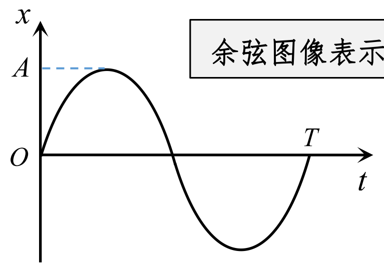
《振动与波动》

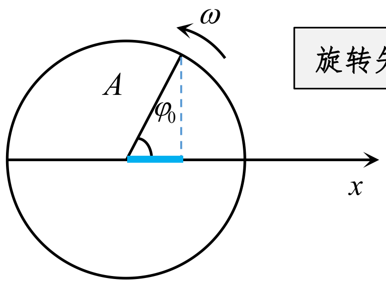
课时一　振动学方程

考点	重要程度	占分	常见题型
1. 认识简谐运动	★★★★	3～5	选择、填空
2. 振动学方程	必考	5～10	大题

1. 认识简谐运动



余弦图像表示



旋转矢量表示

简谐振动：$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$	
振幅 A：①读图　② $A=\sqrt{x_0^2+\dfrac{v_0^2}{\omega^2}}$	相位：$\omega t + \varphi_0$
角频率：$\omega=\sqrt{\dfrac{k}{m}}=\dfrac{2\pi}{T}$	周期：$T=\dfrac{2\pi}{\omega}$
初相 φ_0：$t=0$ 时的相位，用旋转矢量法求	频率：$\nu=\dfrac{1}{T}=\dfrac{\omega}{2\pi}$
速度：$v=\dfrac{dx}{dt}=-A\omega\sin(\omega t+\varphi_0)$　　$v_{\max}=A\omega$	
加速度：$a=\dfrac{dv}{dt}=-A\omega^2\cos(\omega t+\varphi_0)$　　$a_{\max}=A\omega^2$	

题 1. 一质点按如下规律沿 x 轴作简谐运动：$x=0.1\cos\left(8\pi t+\dfrac{2\pi}{3}\right)(SI)$，求此振动的周期、振幅、初相、速度最大值和加速度最大值。

解：振幅　$A=0.1m$

角频率　$\omega=8\pi \Rightarrow T=\dfrac{2\pi}{\omega}=\dfrac{2\pi}{8\pi}=0.25s$

初相　$\varphi_0=\dfrac{2\pi}{3}$

速度最大值：　$v_{\max}=A\omega=0.1\times 8\pi=2.5m/s$

加速度最大值：$a_{\max}=A\omega^2=0.1\times(8\pi)^2=63.1m/s^2$

题 2. 质点做简谐运动，振动方程 $x = A\cos(\omega t+\varphi)$，当 $t=T/2$（T 为周期）时，质点的速度。

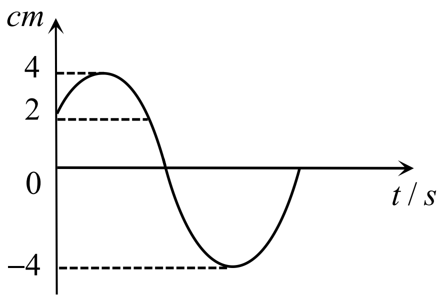
$A.\ -A\omega\sin\varphi$ $B.\ A\omega\sin\varphi$ $C.\ -A\omega\cos\varphi$ $D.\ A\omega\cos\varphi$ $E.0$

答案：B. 当 $t=\dfrac{T}{2}$ 时，$v=-A\omega\sin(\omega t+\varphi)\Big|_{t=\frac{T}{2}}=-A\omega\sin\left(\omega\cdot\dfrac{T}{2}+\varphi\right)$

$$=-A\omega\sin\left(\omega\cdot\frac{\frac{2\pi}{\omega}}{2}+\varphi\right)=-A\omega\sin(\pi+\varphi)=A\omega\sin\varphi$$

2. 振动学方程

题 1. 已知一物体作简谐运动，周期为 $1s$，振动曲线如图所示，求简谐运动的余弦表达式。



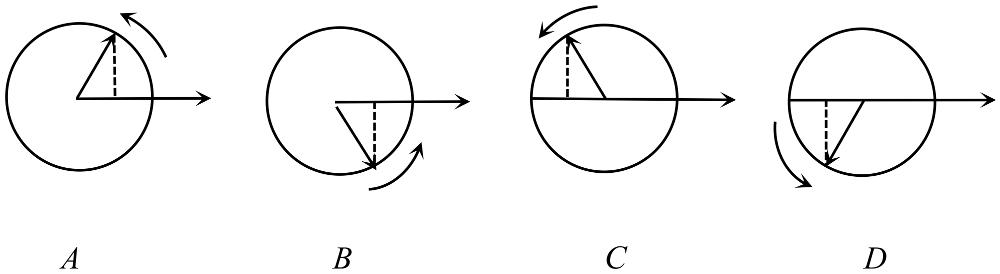
解：振幅 $A=0.04m$

周期 $T=1s \Rightarrow \omega=\dfrac{2\pi}{T}=2\pi\ \ \mathrm{rad}/s$

由旋转矢量法得 $\varphi_0=-\dfrac{\pi}{3}$

$x=0.04\cos\left(2\pi t-\dfrac{\pi}{3}\right)$

题 2. 一质点作简谐运动，振幅为 A，在起始位置时刻质点的位移为 $-\dfrac{A}{2}$，且向 x 轴的正方向运动，代表此简谐运动的旋转矢量图为：

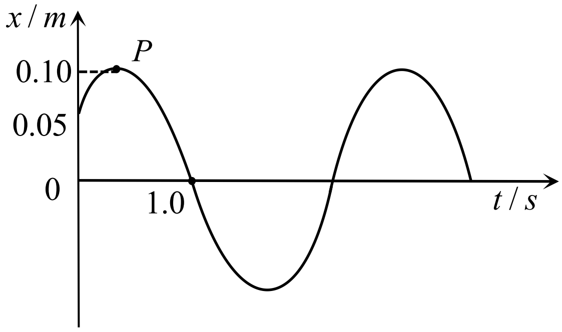


答案：D （涉及动画演示，详情见视频课程）

题 3. 质点振动的 $x-t$ 曲线如图所示，求：

（1）质点的振动方程；

（2）质点从 $t=0$ 的位置到达 P 点相应位置所需的最短时间。



解：(1) $A=0.1$

由旋转矢量法知 $\varphi_0=-\frac{\pi}{3}$

$$x=0.1\cos\left(\omega t-\frac{\pi}{3}\right)$$

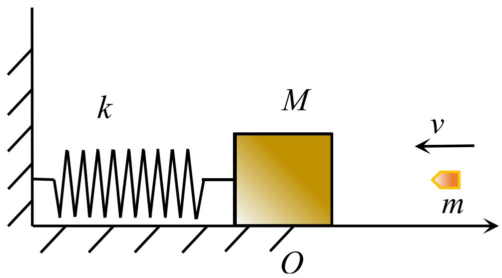
代入 $(1,0)$ 点得：$0=0.1\cos\left(\omega-\frac{\pi}{3}\right)$

$$\omega-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}\quad\Rightarrow\quad\omega=\frac{5\pi}{6}\qquad x=0.1\cos\left(\frac{5\pi}{6}t-\frac{\pi}{3}\right)$$

(2) $t=0$ 时相位：$\varphi_0=-\frac{\pi}{3}$； $t=t_p$ 时相位：$\varphi_p=0$

$$\Delta\varphi=\varphi_p-\varphi_0=\frac{\pi}{3}\qquad t=\frac{\Delta\varphi}{\omega}=\frac{\frac{\pi}{3}}{\frac{5\pi}{6}}=0.4s$$

题 4. 如图所示，质量为 $1.0\times10^{-2}kg$ 的子弹，以 $500m\cdot s^{-1}$ 的速度射入并嵌入在木块中，同时使弹簧压缩从而作简谐运动。设木块质量为 $4.99kg$，弹簧的劲度系数为 $k=8.00\times10^{3}N\cdot m^{-1}$。若以弹簧原长时木块所在处为坐标原点，向右为 x 轴正方向，求简谐运动方程。



解：由动量守恒

$$mv=(M+m)v_0$$

$$v_0=\frac{m}{M+m}v=\frac{0.01}{0.01+4.99}\times500=1m/s$$

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m+M}}=\sqrt{\frac{8\times10^3}{0.01+4.99}}=40\ rad/s$$

$$A=\sqrt{x_0^2+\frac{v_0^2}{\omega^2}}=\sqrt{0^2+\frac{1^2}{40^2}}=2.5\times10^{-2}m$$

由旋转矢量法知 $\varphi_0=\frac{\pi}{2}$ $\qquad x=2.5\times10^{-2}\cos\left(40t+\frac{\pi}{2}\right)$

课时一 练习题

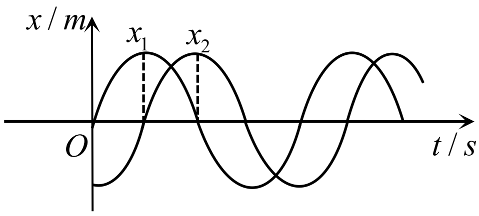
1. 质量为$0.01kg$的小球与轻弹簧组成的系统的振动规律为$x=0.1\cos 2\pi\left(t+\frac{1}{3}\right)m$，$t$以$s$计，则该振动的周期为_______，初相为_______。

2. 一弹簧振子的质量为$0.500kg$，当振子以$35.0cm$的振幅振动时，其每$0.5s$重复一次运动，求振子的振动周期T，频率ν，角频率ω，弹簧的倔强系数k，物体运动的最大速率$v_{\max}$和弹簧给物体的最大作用力$F_{\max}$。

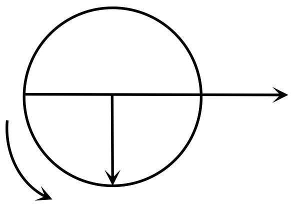
3. 一质点作简谐运动振动方程为$x=A\cos\left(\omega t+\varphi_0\right)m$，当时间$t=\frac{T}{2}$时（$T$为周期），质点的速度为_______。

4. 两个同周期简谐运动曲线如图所示，x_1比x_2的相位（　）。

$A.$ 超前π　$B.$ 落后π　$C.$ 超前$\frac{\pi}{2}$　$D.$ 落后$\frac{\pi}{2}$



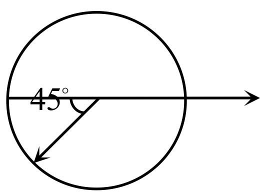
5. 一弹簧振子作简谐运动振幅为A，周期为T，其运动方程用余弦函数表示，若$t=0$时，振子在平衡位置且向正方向运动，则初相为_______。



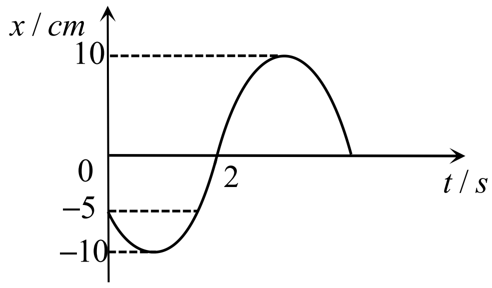
6. 设质点沿x轴作简谐运动，用余弦函数表示，振幅为A，当$t=0$时，质点过$x_0=-\frac{A}{\sqrt{2}}$处且向x轴正方向运动，则其初相为（　）。

$A.$ $\frac{\pi}{4}$　　$B.$ $\frac{5\pi}{4}$

$C.$ $-\frac{5}{4}\pi$　　$D.$ $-\frac{\pi}{3}$

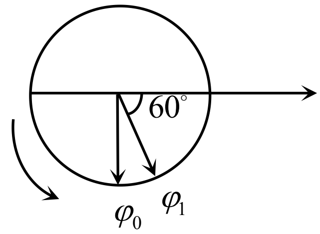


7. 一简谐振动的振动曲线如图所示，求振动方程。

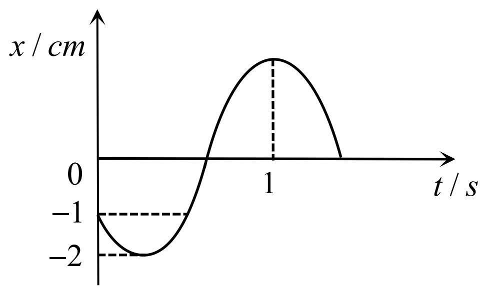


8. 质点作周期为T，振幅为A的谐振动，则质点由平衡位置运动到离平衡位置$A/2$处所需的最短时间是（　　）。

A. $\frac{T}{4}$　　B. $\frac{T}{6}$　　C. $\frac{T}{8}$　　D. $\frac{T}{12}$



9. 已知某简谐振动曲线如图所示，位移单位为厘米，时间单位为秒，求此简谐运动的振动方程。



注：练习题答案在文档最后

课时二 振动的能量及合成

考点	重要程度	占分	常见题型
1. 振动的能量	★★★	0～2	选择、填空
2. 振动的合成	★★★	0～2	选择、填空

1. 振动的能量

题 1. 质点做简谐振动，从平衡位置运动到最大位移处时，质点的动能_______，势能_______，总的机械能_______。（填增大、减小或不变）

解：减小； 增大； 不变

题 2. 一弹簧振子作简谐运动，当其偏离平衡位置的位移的大小为振幅的 $\frac{1}{4}$ 时，其动能为振动总能量的（　）。

A. $\frac{9}{16}$　　B. $\frac{11}{16}$　　C. $\frac{13}{16}$　　D. $\frac{15}{16}$

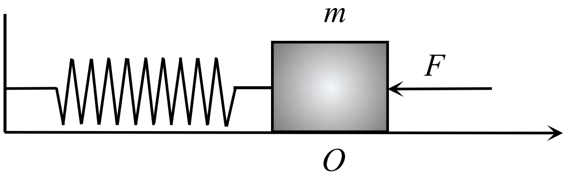
答案：D． $x=\frac{1}{4}A$ 势能：$E_P=\frac{1}{2}k\left(\frac{1}{4}A\right)^2=\frac{1}{32}kA^2$

总机械能 $E=\frac{1}{2}kA^2$

动能 $E_k=\frac{1}{2}kA^2-\frac{1}{32}kA^2=\frac{15}{32}kA^2$

$$\Rightarrow \frac{E_k}{E}=\frac{\frac{15}{32}kA^2}{\frac{1}{2}kA^2}=\frac{15}{16}$$

题 3. 有一水平的弹簧振子，如图所示，弹簧的劲度系数为 $k=25N\cdot m^{-1}$，物体的质量为 $m=1.0kg$，物体静止在平衡位置。设以一水平向左的恒力 $F=10N$ 作用在物体上（不计一切摩擦），使其由平衡位置向左运动了 $0.05m$，此时撤除力 F，当物体运动到最左边时开始计时，求物体的运动方程。



解：由机械能守恒，$F\cdot x=\frac{1}{2}kA^2$

$10\times 0.05=\frac{1}{2}\times 25\times A^2 \quad \Rightarrow A=0.2m$

$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{25}{1}}=5\ rad/s$

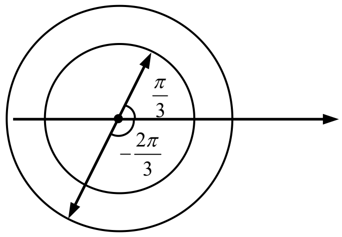
物体从最左边开始计时，由旋转矢量法知 $\varphi_0=\pi$

$x=0.2\cos(5t+\pi)$

2. 振动的合成

题 1. 某质点同时参与轴上的两个简谐运动：$x_1 = 0.03\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$，$x_2 = 0.05\cos\left(2\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$ (SI)，合成振动的振动方程为____________。

解法一：由旋转矢量图可得



合振幅 $A = 0.05 - 0.03 = 0.02$

初相：$\varphi = -\frac{2\pi}{3}$

$$\Rightarrow x = 0.02\cos\left(2\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

解法二：带公式

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

$$= \sqrt{0.03^2 + 0.05^2 + 2\times0.03\times0.05\cos\left(-\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right)} = 0.02$$

$$\boxed{\begin{gathered} A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)} \\ \tan\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2} \end{gathered}}$$

$$\tan\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2} = \frac{0.03\sin\frac{\pi}{3} + 0.05\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)}{0.03\cos\frac{\pi}{3} + 0.05\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)} = \sqrt{3}$$

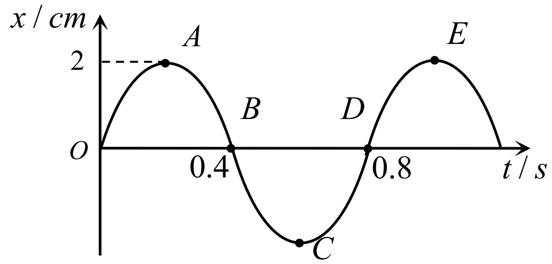
由旋转矢量法可知 $\varphi = -\frac{2\pi}{3}$ $\quad\Rightarrow x = 0.02\cos\left(2\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$

课时二 练习题

1. 一弹簧振子做简谐振动，当位移为振幅的一半时，其动能为总能量的（ ）

$A.\frac{1}{4}$ $B.\frac{1}{2}$ $C.\frac{1}{\sqrt{2}}$ $D.\frac{3}{4}$

2. 图示为弹簧振子的振动图像，由图像知振动周期为______s，A、B、C、D、E对应的时刻中，动能最大的点是________。



3. 一物体质量为$0.25kg$，在弹性力作用下做简谐运动，弹簧的劲度系数为$k=25N/m$，如果物体起始振动时具有势能$0.06J$和动能$0.02J$，求：

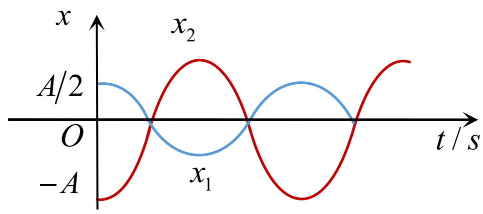
（1）振幅；

（2）动能恰等于势能时的位移；

（3）经过平衡位置时物体的速度。

4. 图示为两个简谐振动的振动曲线，若这两个简谐振动可叠加，则合成的余弦振动的初相为（ ）

$A.\frac{3}{2}\pi$ $B.\ \pi$ $C.\frac{1}{2}\pi$ $D.0$

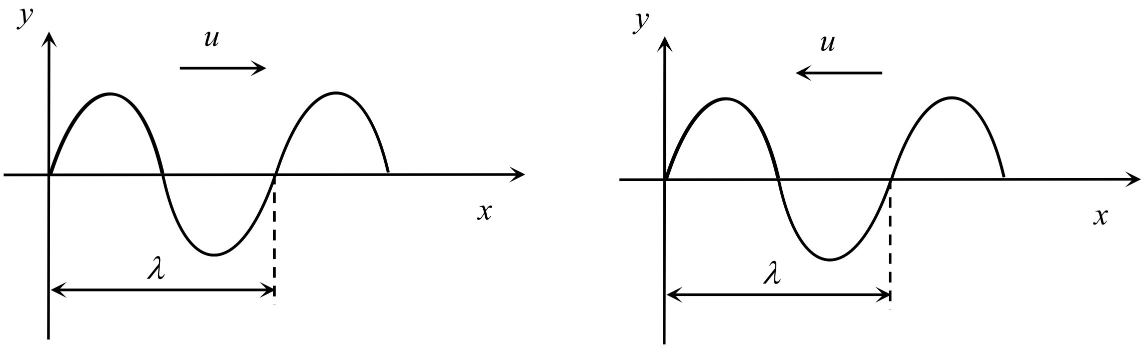


5. 一质点同时参与两个在同一直线上的简谐振动，其表达式分别为$x_1=4\times10^{-2}\cos\left(2t+\frac{1}{6}\pi\right)$，$x_2=3\times10^{-2}\cos\left(2t-\frac{5}{6}\pi\right)(SI)$，则合成振动的振幅为_______，初相_________。

课时三 机械波

考点	重要程度	占分	常见题型
1. 认识机械波	★★★	0～3	选择、填空
2. 波动方程	必考	5～10	大题

1. 认识机械波



常用的三个波动方程：

$$y = A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi_0\right] \qquad y = A\cos\left[2\pi\left(\nu t-\frac{x}{\lambda}\right)+\varphi_0\right] \qquad y = A\cos\left[\omega t+\varphi_0-\frac{2\pi}{\lambda}\cdot x\right]$$

①波速：$u=\dfrac{\lambda}{T}=\lambda\cdot\nu$

②两点间相位差：$\Delta\varphi=\dfrac{2\pi}{\lambda}\Delta x$

③波速与 x 同向，相位落后，减号；波速与 x 反向，相位超前，加号。

题 1. 已知一平面简谐波的波动方程为：$y=2.0\cos\left[2\pi\left(t-\frac{x}{8}\right)+\frac{\pi}{3}\right](m)$，则此波沿 x 轴_____方向传播，波速为________，波长为________，原点处初相为________。

解：减号，代表往正方向传播；$\lambda=8m\quad \nu=1Hz\quad u=\lambda\nu=8m/s$； 由方程可知初相：$\dfrac{\pi}{3}$

题 2. 一横波沿绳子传播时，波的表达式为 $y=0.05\cos(10\pi t-4\pi x)(SI)$，则（ ）。

$A.$ 波长为 $0.5m$ $B.$ 波速为 $5m/s$ $C.$ 波速为 $25m/s$ $D.$ 频率为 $2Hz$

答案：A． $4\pi x=\dfrac{2\pi}{\lambda}\cdot x \quad\Rightarrow\quad \lambda=0.5m$

$$\omega=10\pi \quad\Rightarrow\quad T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{10\pi}=0.2\ s \qquad \nu=\frac{1}{T}=\frac{1}{0.2}=5Hz$$

$$u=\frac{\lambda}{T}=\frac{0.5}{0.2}=2.5m/s$$

题 3. 频率为 $100Hz$，传播速度为 $300\,m/s$ 的平面简谐波，波线上距离小于波长的两点振动的相位差为 $\frac{\pi}{3}$，则两点相距（　　）。

$A.\ 2.86m$　　　　$B.\ 2.19m$　　　　$C.\ 0.5m$　　　　$D.\ 0.25m$

答案:C.　$\lambda = uT = u\cdot\frac{1}{\nu} = 300\times\frac{1}{100} = 3m$

由 $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\Delta x$　$\frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}\cdot\Delta x \Rightarrow \Delta x = 0.5m$

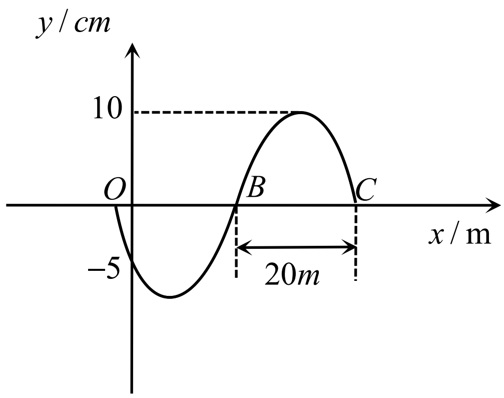
2. 波动方程

题 1. 已知一沿 x 轴正向传播的平面简谐波，时间 $t=0$ 时的波形如图所示，且 $T=2s$，求：

（1）O 点的振动方程；

（2）该波的波动方程；

（3）$x=60m$ 处质点的振动方程和速度表达式。



解：（1）振幅 $A=0.1m$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi\ rad/s$$

由旋转矢量法得 $\varphi_0 = -\frac{2\pi}{3}$

$$y = 0.1\cos\left(\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

（2）$\lambda = 40m$　　$u = \frac{\lambda}{T} = \frac{40}{2} = 20\,m/s$

$$y = 0.1\cos\left[\pi\left(t - \frac{x}{20}\right) - \frac{2\pi}{3}\right]$$

（3）$x=60$

$$y = 0.1\cos\left[\pi\left(t - \frac{60}{20}\right) - \frac{2\pi}{3}\right] = 0.1\cos\left[\pi t - \frac{11\pi}{3}\right]$$

$$v = \frac{dy}{dt} = -0.1\pi\sin\left(\pi t - \frac{11\pi}{3}\right)$$

各质点的速度方向：

上坡下，下坡上

波动方程

①求原点振动方程

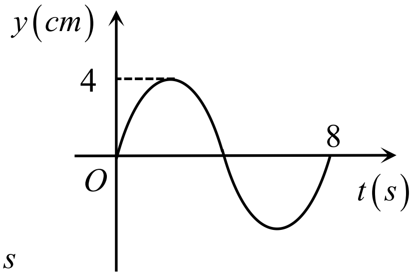
$$y = A\cos\left(\omega t + \varphi_0\right)$$

②求波速 u

③带入公式：

$$y = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) + \varphi_0\right]$$

题 2. 一平面简谐波在介质中以波速 $u=2m/s$ 沿 x 轴负方向传播，原点 O 处质点的振动曲线如图所示，求：



（1）原点 O 的质点的振动方程

（2）该波的波动方程

（3）$x=20m$ 处质点的振动方程

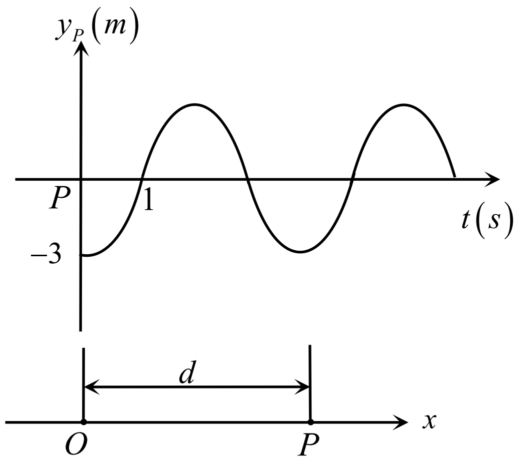
解（1）振幅 $A=4\times10^{-2}m$　周期 $T=8s$　$\Rightarrow \omega=\dfrac{2\pi}{T}=\dfrac{2\pi}{8}=\dfrac{\pi}{4}rad/s$

由旋转矢量法得 $\varphi_0=-\dfrac{\pi}{2}$　　$y=4\times10^{-2}\cos\left(\dfrac{\pi}{4}t-\dfrac{\pi}{2}\right)$

（2）$u=2m/s$　　波动方程：$y=4\times10^{-2}\cos\left[\dfrac{\pi}{4}\left(t+\dfrac{x}{2}\right)-\dfrac{\pi}{2}\right]$

（3）$x=20m$ 时，$y=4\times10^{-2}\cos\left[\dfrac{\pi}{4}\left(t+\dfrac{20}{2}\right)-\dfrac{\pi}{2}\right]=4\times10^{-2}\cos\left(\dfrac{\pi}{4}t+2\pi\right)$

题 3. 一平面简谐波沿 Ox 轴的负方向传播，波长为 $\lambda=8m$，P 处质点的振动规律如图所示，已知 P 点与 O 点的距离为 d。



(1) 求 P 处质点的振动方程　(2) 求此波的波动表达式

解：（1）振幅 $A=3\,m$

周期　$T=4s$　$\Rightarrow \omega=\dfrac{2\pi}{T}=\dfrac{2\pi}{4}=\dfrac{\pi}{2}rad/s$

由旋转矢量法得　$\varphi_0=\pi$

$$y=3\cos\left(\frac{\pi}{2}t+\pi\right)$$

（2）　由 $u=\dfrac{\lambda}{T}=\dfrac{8}{4}=2m/s$

以 P 为原点，$y=3\cos\left[\dfrac{\pi}{2}\left(t+\dfrac{x}{2}\right)+\pi\right]$

则以 O 为原点，$y=3\cos\left[\dfrac{\pi}{2}\left(t+\dfrac{x-d}{2}\right)+\pi\right]$

课时三 练习题

1. 一横波沿着绳子传播，其波的表达式为 $y = 0.05\cos(100\pi t - 2\pi x),(SI)$

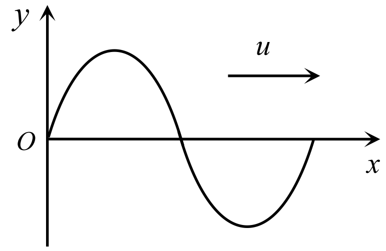
（1）求此波的振幅、波速、频率和波长；

（2）求绳子上各质点的最大振动速度和最大振动加速度。

2. 频率为 $100Hz$ 的波，其波速为 $250m/s$，在同一条波线上，相距为 $0.5m$ 的两点的相位差（ ）

$A.\frac{\pi}{5}$ $B.\frac{2\pi}{5}$ $C.\frac{3\pi}{5}$ $D.\frac{4\pi}{5}$ $E.\pi$

3. 一平面简谐波在 $t=0$ 时刻的波形曲线如图所示，则 O 点的振动初相位 φ_0 为________。



4. 波动的速度称为波速，以下关于波速的说法，哪些是正确的（ ）

①振动状态传播的速度等于波速；

②质点振动的速度等于波速；

③相位传播的速度等于波速；

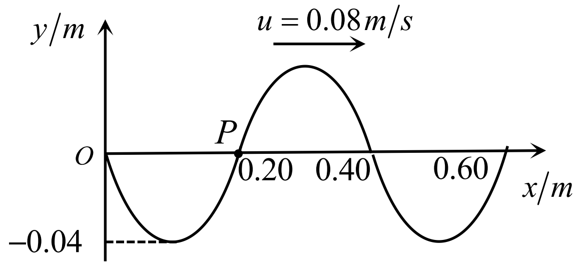
④能量传播的速度等于波速。

A.①③④ B.①②③ C.①②④ D.②③④

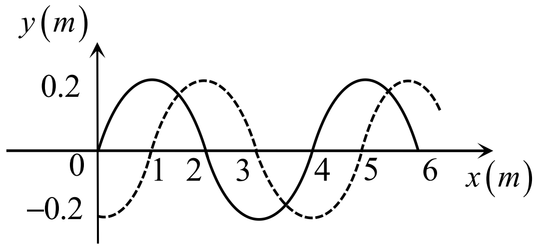
5. 下图为一平面简谐波在 $t=0$ 时刻的波形图，求：

（1）该波的波动方程；

（2）P 处质点的运动方程。



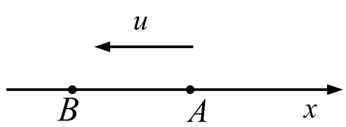
6. 如图所示，一余弦横波沿 x 轴正向传播。实线表示 $t=0$ 时刻的波形，虚线表示 $t=0.5s$ 时刻的波形，求此波的波动方程。



7. 一平面简谐波以 $u=400m/s$ 波速在均匀介质中沿 x 轴正向传播，位于坐标原点处的质点振动周期为 $0.01s$，振幅为 $0.1m$，取原点处质点经过平衡位置且负向运动时作为计时起点，求：（1）波函数；（2）距原点 $2m$ 处 P 点的振动方程。

8. 一平面简谐波沿 x 轴负方向传播，已知 $x=-1m$ 处质点的振动方程为 $y=A\cos(\omega t+\varphi)$，若波速为 u，则此波的表达式为________________。

9. 如图，一平面波在介质中以波速 $u=20m/s$ 沿 x 轴负方向传播，已知 A 点振动方程为 $y=3\times10^{-2}\cos4\pi t$，$(SI)$



（1）以 A 点为坐标原点写出波的表达式；

（2）以距 A 点 $5m$ 处的 B 点为坐标原点，写出波的表达式。

课时四 机械波（二）

考点	重要程度	占分	常见题型
1. 波动的能量	★★★	$0\sim2$	选择、填空
2. 波的干涉	★★★★★	$0\sim2$	选择、填空
3. 驻波	★★★	$0\sim2$	选择、填空
4 多普勒效应	★★	$0\sim2$	选择、填空

1. 波的能量

题 1. 一平面简谐波在弹性媒质中传播，在某一瞬间，媒质中某质元正处于平衡位置，此时它的能量是：

$A.$动能为零，势能最大　　$B.$动能为零，势能为零

$C.$动能最大，势能最大　　$D.$动能最大，势能为零

答案：C （详细解答见视频课程）

题 2. 当机械波在媒质中传播时，媒质质元的最大形变发生在：

$A.$最大位移处　$B.$位移为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}A$处　$C.$平衡位置处　$D.$位移为$\dfrac{A}{2}$处

答案：C （详细解答见视频课程）

2. 波的干涉

题 1. 波的相干条件为：

$A.$频率相同，振动方式相同，相位差恒定

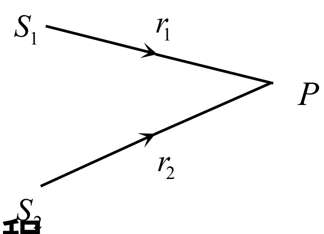
$B.$频率相同，振动方式相同，相位差不定

$C.$频率相同，振动方式垂直，相位差恒定

$D.$频率相同，振动方式垂直，相位差不定

答案：A

题 2. 如图所示，两列波长为λ的相干波在点P相遇，波在点S_1振动的初相是φ_1，点S_1到点P的距离是r_1，波在点S_2的初相是φ_2，点S_2到点P的距离是r_2，以k代表零或正负整数，则点P是干涉极大的条件为：



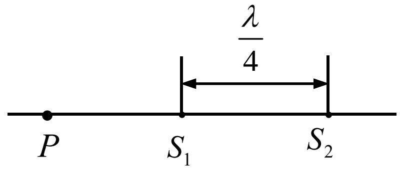
$A.\ r_2-r_1=k\pi$　　$B.\ \varphi_2-\varphi_1=2k\pi$

$C.\ \varphi_2-\varphi_1+\dfrac{2\pi\left(r_1-r_2\right)}{\lambda}=2k\pi$　　$D.\ \varphi_2-\varphi_1+\dfrac{2\pi\left(r_2-r_1\right)}{\lambda}=2k\pi$

答案：C

题 3. 如图示，两相干波源 S_1 和 S_2 相距 $\dfrac{\lambda}{4}$（λ 为波长），S_1 的相位比 S_2 的相位超前 0.5π，在 S_1，S_2 的连线上，S_1 外侧各点（例如 P 点）两简谐波引起的相位差是：______

$A.\ 0$　　$B.\ \pi$　　C. $\dfrac{1}{2}\pi$　　D. $\dfrac{3}{2}\pi$



答案：B. 　$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1-\dfrac{2\pi\left(r_2-r_1\right)}{\lambda}=-0.5\pi-\dfrac{2\pi}{\lambda}\cdot\dfrac{\lambda}{4}=-\pi$

3. 驻波

$y_1=A\cos 2\pi\left(\nu t-\dfrac{x}{\lambda}\right)$　　$y_2=A\cos 2\pi\left(\nu t+\dfrac{x}{\lambda}\right)$

驻波：$y=2A\cos 2\pi\dfrac{x}{\lambda}\cdot\cos 2\pi\nu t$

①两相邻波节（波腹）之间距离为：$\dfrac{\lambda}{2}$

②波节位置：$x=(2k+1)\dfrac{\lambda}{4}(k=0,\pm1,\pm2)$　　波腹位置：$x=k\dfrac{\lambda}{2}(k=0,\pm1,\pm2)$

题 1. 两列波在同一直线上传播，其表达式分别为 $y_1=6\cos(4\pi t-0.02\pi x)$，$y_2=6\cos(4\pi t+0.02\pi x)(SI)$，则驻波方程为______，波节位置 x 为______。

解：$A=6$　　$\dfrac{2\pi}{\lambda}\cdot x=0.02\pi x$　　$\omega=4\pi$　　$\nu=\dfrac{\omega}{2\pi}=\dfrac{4\pi}{2\pi}=2$

驻波 $y=2A\cos 2\pi\dfrac{x}{\lambda}\cdot\cos 2\pi\nu t=12\cos 0.02\pi x\cdot\cos 4\pi t$

$\dfrac{2\pi}{\lambda}\cdot x=0.02\pi x\ \Rightarrow\lambda=100m$

波节 $x=(2k+1)\dfrac{\lambda}{4}=(2k+1)\dfrac{100}{4}=25(2k+1)$　　$(k=0,\pm1,\pm2)$

题 2. 一弦上的驻波表达式为 $y=0.1\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)\cdot\cos(6\pi t)(SI)$,形成该驻波的两个反向传播的行波的波长为________，频率为________，两个相邻波腹之间的距离为________。

解：由 $y=2A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\cdot\cos 2\pi\nu t$

$$2\pi\frac{x}{\lambda}=\frac{\pi}{2}x \Rightarrow \lambda=4m \qquad 2\pi\nu t=6\pi t \Rightarrow \nu=3Hz$$

两相邻波腹之间距离为：$\frac{\lambda}{2}=\frac{4}{2}=2m$

4. 多普勒效应

题 1. 汽车以 $40m/s$ 的速度驶离工厂，工厂汽笛鸣响频率为 $800Hz$，设空气中声速为 $340m/s$，则汽车司机听到笛声的频率是________ Hz。

解：$\nu=\left(1-\frac{u_0}{u}\right)\nu_0=\left(1-\frac{40}{340}\right)\times 800=706Hz$

课时四　练习题

1. 当一平面简谐机械波在弹性媒质中传播时，下列结论哪个是正确的（　　）。

A. 媒质质元的振动动能增大时，其弹性势能减小，总机械能守恒。

B. 媒质质元的振动动能和弹性势能都作周期性变化，但二者相位不相同。

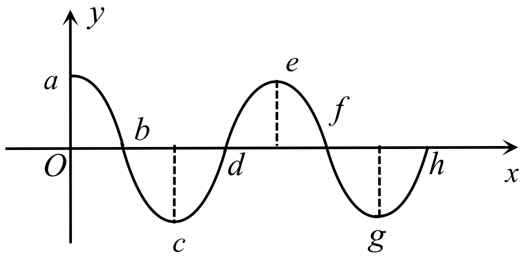
C. 媒质质元的振动动能和弹性势能的相位在任一时刻都相同，但数值不等。

D. 媒质质元在其平衡位置处弹性势能最大。

2. [判断]简谐波上任一质元的动能、势能在任意时刻均相等。(　　)

3. 一列机械横波在 t 时刻的波形曲线如图所示，则该时刻势能为最小值的介质质元的位置是：

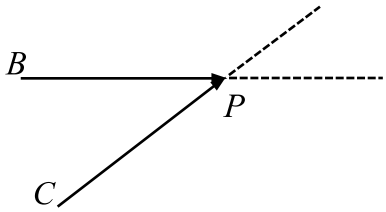
A. a c e g　　*B. a e*　　*C. b d f h*　　*D. c g*



4. 下列不是相干波的条件的是（　　）。

$A.$振幅相等　　$B.$频率相等　　$C.$振动方向平行　　$D.$相位差恒定

5. 两列满足相干条件的平面简谐横波，如图所示，波1沿BP方向传播，在B点的振动表达式为$y_{10}=0.2\cos(2\pi t)m$，波2沿CP方向传播，在C点的振动表达式为$y_{20}=0.2\cos(2\pi t+\pi)m$，且$BP=0.4m$，$CP=0.5m$，波速为$0.2m/s$，则两列波传到$P$点时的相位差$\Delta\varphi=$_______，在$P$点所引起的合振动的振幅$A=$_______。



6. 设入射波的表达式为$y_1=A\cos 2\pi\left(\frac{x}{\lambda}+\frac{t}{T}\right)$，在$x=0$处发生发射，反射点为一固定端，设反射时无能量损失，则反射波的表达式为_______。

7. 一细线上做驻波式振动，其方程为$y=1.0\cos\frac{\pi}{3}x\cos 40\pi t$，$x,y$的单位为$cm$，$t$的单位$s$，则两列分波的传播速度为_______，驻波相邻两波节之间的距离是_______。

8. 在驻波中，两个相邻波节间各质点的振动（　　）。

$A.$振幅相同，相位相同　　$B.$振幅不同，相位不同

$C.$振幅相同，相位不同　　$D.$振幅不同，相位相同

课时一 练习题答案

1. 质量为$0.01kg$的小球与轻弹簧组成的系统的振动规律为$x=0.1\cos 2\pi\left(t+\frac{1}{3}\right)m$，$t$以$s$计，则该振动的周期为________，初相为________。

解：$\omega=2\pi \ \Rightarrow \ T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{2\pi}=1s \qquad \varphi_0=\frac{2}{3}\pi$

2. 一弹簧振子的质量为$0.500kg$，当振子以$35.0cm$的振幅振动时，其每$0.5s$重复一次运动，求振子的振动周期T，频率ν，角频率ω，弹簧的倔强系数k，物体运动的最大速率$v_{\max}$和弹簧给物体的最大作用力$F_{\max}$。

解：$T=0.5s \qquad \nu=\frac{1}{T}=2Hz \qquad \omega=\frac{2\pi}{T}=4\pi\ rad/s$

由$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow k=m\omega^2=0.5\times(4\pi)^2=8\pi^2\ N/m$

$v_{\max}=A\omega=0.35\times 4\pi=1.4\pi\ m/s$

$a_{\max}=A\omega^2=0.35\times(4\pi)^2=5.6\pi^2\ m/s^2$

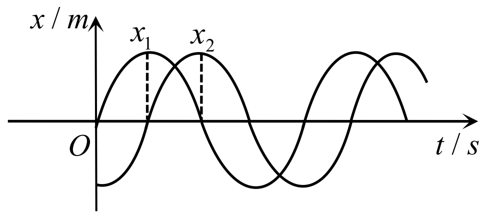
$F_{\max}=ma_{\max}=0.5\times 5.6\pi^2=2.8\pi^2 N$

3. 一质点作简谐运动振动方程为$x=A\cos(\omega t+\varphi_0)m$，当时间$t=\frac{T}{2}$时（$T$为周期），质点的速度为________。

解：$t=\frac{T}{2}$时 $\quad v=-A\omega\sin(\omega t+\varphi_0)\big|_{t=\frac{T}{2}}=-A\omega\sin\left(\omega\cdot\frac{T}{2}+\varphi_0\right)$

$$=-A\omega\sin(\pi+\varphi_0)=A\omega\sin\varphi_0$$

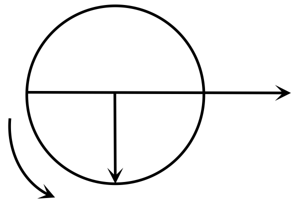
4. 两个同周期简谐运动曲线如图所示，x_1 比 x_2 的相位（　　）。



$A.$ 超前 π　　$B.$ 落后 π　　$C.$ 超前 $\frac{\pi}{2}$　　$D.$ 落后 $\frac{\pi}{2}$

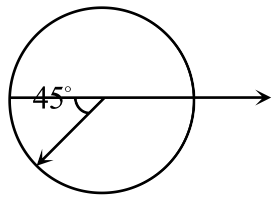
答案：C．　x_1 比 x_2 超前 $\frac{T}{4}$，对应 $\frac{\pi}{2}$

5. 一弹簧振子作简谐运动振幅为 A，周期为 T，其运动方程用余弦函数表示，若 $t=0$ 时，振子在平衡位置且向正方向运动，则初相为________。



解：由旋转矢量法知：$\varphi_0=-\frac{\pi}{2}$

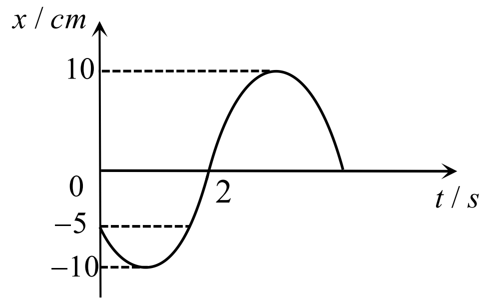
6. 设质点沿 x 轴作简谐运动，用余弦函数表示，振幅为 A，当 $t=0$ 时，质点过 $x_0=-\frac{A}{\sqrt{2}}$ 处且向 x 轴正方向运动，则其初相为（　　）。



$A.$ $\frac{\pi}{4}$　　$B.$ $\frac{5\pi}{4}$　　$C.$ $-\frac{5}{4}\pi$　　$D.$ $-\frac{\pi}{3}$

答案：B．　由旋转矢量法知：$\varphi=\frac{5}{4}\pi$

7. 一简谐振动的振动曲线如图所示，求振动方程。



解：$A=0.1m$　　由旋转矢量法知 $\varphi_0=\frac{2}{3}\pi$

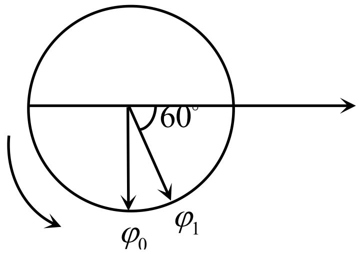
$$x=0.1\cos\left(\omega t+\frac{2}{3}\pi\right)$$

代入 $(2,0)$，$0=0.1\cos\left(2\omega+\frac{2}{3}\pi\right)$

$$2\omega+\frac{2}{3}\pi=\frac{3}{2}\pi\Rightarrow\omega=\frac{5}{12}\pi$$

$$x=0.1\cos\left(\frac{5}{12}\pi t+\frac{2}{3}\pi\right)$$

8. 质点作周期为T，振幅为A的谐振动，则质点由平衡位置运动到离平衡位置$A/2$处所需的最短时间是（　　）。



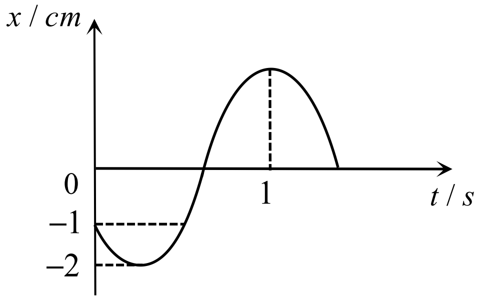
A. $\frac{T}{4}$　　B. $\frac{T}{6}$　　C. $\frac{T}{8}$　　D. $\frac{T}{12}$

答案：D．$\varphi_0=-\frac{\pi}{2}$，$\varphi_1=-\frac{\pi}{3}$

$$\Delta\varphi=\varphi_1-\varphi_0=\frac{\pi}{6}$$

$$t=\frac{\Delta\varphi}{\omega}=\frac{\pi/6}{2\pi/T}=\frac{T}{12}$$

9. 已知某简谐振动曲线如图所示，位移单位为厘米，时间单位为秒，求此简谐运动的振动方程。



解：$A=0.02$

由旋转矢量法知$\varphi_0=\frac{2}{3}\pi$

$$x=0.02\cos\left(\omega t+\frac{2}{3}\pi\right)$$

代入$(1,0.02)$，$0.02=0.02\cos\left(\omega+\frac{2}{3}\pi\right)$

$$\omega+\frac{2}{3}\pi=2\pi\ \Rightarrow\ \omega=\frac{4}{3}\pi$$

$$x=0.02\cos\left(\frac{4}{3}\pi t+\frac{2}{3}\pi\right)$$

课时二 练习题答案

1. 一弹簧振子做简谐振动，当位移为振幅的一半时，其动能为总能量的（　　）

$A.\dfrac{1}{4}$　　$B.\dfrac{1}{2}$　　$C.\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　　$D.\dfrac{3}{4}$

答案：D. 势能 $E_p=\dfrac{1}{2}k\left(\dfrac{1}{2}A\right)^2=\dfrac{1}{8}kA^2$

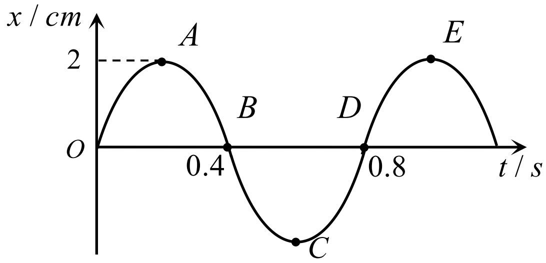
动能 $E_k=\dfrac{1}{2}kA^2-\dfrac{1}{8}kA^2=\dfrac{3}{8}kA^2$

$$\Rightarrow\frac{E_k}{E}=\frac{\frac{3}{8}kA^2}{\frac{1}{2}kA^2}=\frac{3}{4}$$

2. 图示为弹簧振子的振动图像，由图像知振动周期为______s，A、B、C、D、E对应的时刻中，动能最大的点是________。

解：由图像可知，T=0.8

平衡位置的动能最大，故为B、D



3. 一物体质量为$0.25kg$，在弹性力作用下做简谐运动，弹簧的劲度系数为$k=25N/m$，如果物体起始振动时具有势能$0.06J$和动能$0.02J$，求：

（4）振幅；

（5）动能恰等于势能时的位移；

（6）经过平衡位置时物体的速度。

解：（1）总机械能 $E=0.06+0.02=0.08J$

由 $E=\dfrac{1}{2}kA^2\ \Rightarrow\ A=\sqrt{\dfrac{2E}{k}}=\sqrt{\dfrac{2\times0.08}{25}}m=0.08m$

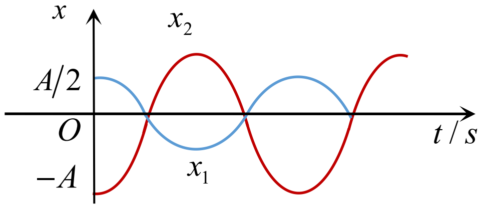
（2）$E_k=E_p\ \Rightarrow\ E_p=\dfrac{1}{2}E$

$\dfrac{1}{2}kx^2=\dfrac{1}{2}\times0.08J\ \Rightarrow\ x=\pm0.04\sqrt{2}m$

（3）平衡位置 $E_p=0$，$E_k=\dfrac{1}{2}mv^2=E$

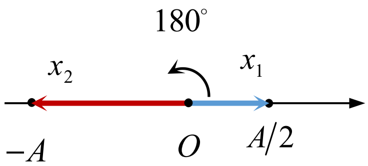
$\dfrac{1}{2}mv^2=0.08\ \Rightarrow\ v=\pm\sqrt{\dfrac{2\times0.08}{0.25}}m/s=\pm0.8m/s$

4. 图示为两个简谐振动的振动曲线，若这两个简谐振动可叠加，则合成的余弦振动的初相为（　）



$A.\frac{3}{2}\pi$　　　　$B.\ \pi$　　　　$C.\frac{1}{2}\pi$　　　　$D.0$

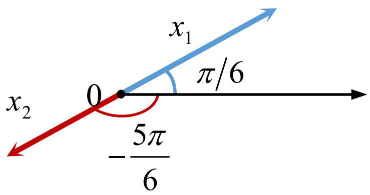
答案：B　由矢量合成图可得，$\varphi=\pi$



5. 一质点同时参与两个在同一直线上的简谐振动，其表达式分别为 $x_1=4\times10^{-2}\cos\left(2t+\frac{1}{6}\pi\right)$，$x_2=3\times10^{-2}\cos\left(2t-\frac{5}{6}\pi\right)(SI)$，则合成振动的振幅为________，初相__________。

解：$A=4\times10^{-2}-3\times10^{-2}=1\times10^{-2}m$

$\varphi=\frac{\pi}{6}$



课时三　练习题答案

1. 一横波沿着绳子传播，其波的表达式为 $y = 0.05\cos(100\pi t - 2\pi x),(SI)$

（1）求此波的振幅、波速、频率和波长；

（2）求绳子上各质点的最大振动速度和最大振动加速度；

解：（1）$A = 0.05m$，$\omega = 100\pi \quad \Rightarrow T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 0.02s$

由 $\dfrac{2\pi}{\lambda}x = 2\pi x \quad \Rightarrow \quad \lambda = 1m$

$$u = \frac{\lambda}{T} = \frac{1}{0.02}m/s = 50\,m/s$$

（2）$v_{\max} = A\omega = 0.05\times 100\pi\, m/s = 5\pi\, m/s$

$$a_{\max} = A\omega^2 = 0.05\times(100\pi)^2\, m/s^2 = 500\pi^2\, m/s^2$$

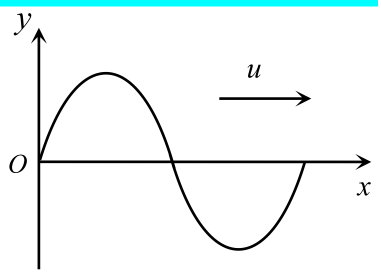
2. 频率为 $100Hz$ 的波，其波速为 $250\,m/s$，在同一条波线上，相距为 $0.5m$ 的两点的相位差（　）

$A.\dfrac{\pi}{5}$　　$B.\dfrac{2\pi}{5}$　　$C.\dfrac{3\pi}{5}$　　$D.\dfrac{4\pi}{5}$　　$E.\pi$

答案：B　由 $u = \dfrac{\lambda}{T} \quad \Rightarrow \quad \lambda = u\cdot T = u\cdot\dfrac{1}{v} = 250\times\dfrac{1}{100}m = 2.5m$

由 $\Delta\varphi = \dfrac{2\pi}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \Delta x = \dfrac{2\pi}{2.5}\times 0.5 = \dfrac{2}{5}\pi$

3. 一平面简谐波在 $t = 0$ 时刻的波形曲线如图所示，则 O 点的振动初相位 φ_0 为________。



解：上坡下，下坡上：O 点往 y 轴负方向运动

再根据旋转矢量法：$\varphi_0 = \dfrac{\pi}{2}$

4. 波动的速度称为波速，以下关于波速的说法，哪些是正确的（　）

①振动状态传播的速度等于波速；

②质点振动的速度等于波速；

③相位传播的速度等于波速；

④能量传播的速度等于波速。

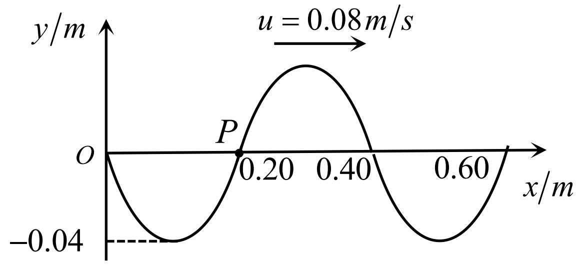
$A.$①③④　　$B.$①②③　　$C.$①②④　　$D.$②③④

答案：A

5. 下图为一平面简谐波在$t=0$时刻的波形图，求：

（3）该波的波动方程；

（4）P处质点的运动方程



解：（1） $A=0.04m$， $\lambda=0.4m$， $u=0.08m/s$

$$由\ u=\frac{\lambda}{T}\Rightarrow T=\frac{\lambda}{u}=\frac{0.4}{0.08}s=5s$$

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{5}$$

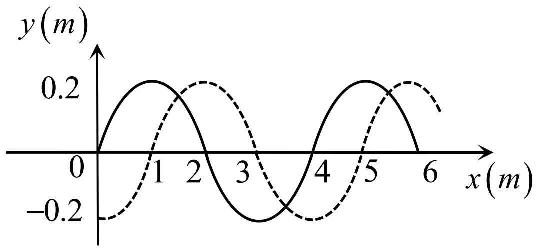
由旋转矢量法：O点初相 $\varphi_0=-\frac{\pi}{2}$

$$波动方程\ y=0.04\cos\left[\frac{2}{5}\pi\left(t-\frac{x}{0.08}\right)-\frac{\pi}{2}\right]$$

（2） P点$x=0.2$代入波动方程：

$$y=0.04\cos\left[\frac{2}{5}\pi\left(t-\frac{0.2}{0.08}\right)-\frac{\pi}{2}\right]=0.04\cos\left(\frac{2}{5}\pi t-\frac{3\pi}{2}\right)$$

6. 如图所示，一余弦横波沿x轴正向传播。实线表示$t=0$时刻的波形，虚线表示$t=0.5s$时刻的波形，求此波的波动方程。



解： $T=4\times0.5s=2s$， $\lambda=4m$， $A=0.2m$

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{2}=\pi\ rad/s$$

$$u=\frac{\lambda}{T}=\frac{4}{2}m/s=2m/s$$

$t=0$时，O点的初相 $\varphi_0=\frac{\pi}{2}$

$$波动方程\ y=0.2\cos\left[\pi\left(t-\frac{x}{2}\right)+\frac{\pi}{2}\right]$$

7. 一平面简谐波以$u=400m/s$波速在均匀介质中沿x轴正向传播，位于坐标原点处的质点振动周期为$0.01s$，振幅为$0.1m$，取原点处质点经过平衡位置且负向运动时作为计时起点，求：（1）波函数；（2）距原点$2m$处P点的振动方程。

解：（1）$A=0.1m$，$u=400m/s$，$T=0.01s$ $\Rightarrow$ $\omega=\dfrac{2\pi}{T}=\dfrac{2\pi}{0.01}=200\pi\ rad/s$

由旋转矢量法：$\varphi_0=\dfrac{\pi}{2}$

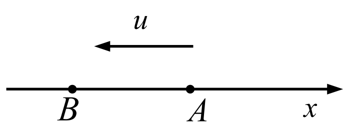
$$y=0.1\cos\left[200\pi\left(t-\frac{x}{400}\right)+\frac{\pi}{2}\right]$$

（2）$x=2$时，$y=0.1\cos\left[200\pi\left(t-\dfrac{2}{400}\right)+\dfrac{\pi}{2}\right]=0.1\cos\left(200\pi t-\dfrac{\pi}{2}\right)$

8. 一平面简谐波沿x轴负方向传播，已知$x=-1m$处质点的振动方程为$y=A\cos(\omega t+\varphi)$，若波速为$u$，则此波的表达式为________________。

答案：$y=A\cos\left[\omega\left(t+\dfrac{x+1}{u}\right)+\varphi\right]$

9. 如图，一平面波在介质中以波速$u=20m/s$沿x轴负方向传播，已知A点振动方程为$y=3\times10^{-2}\cos4\pi t$，$(SI)$



（1）以A点为坐标原点写出波的表达式；

（2）以距A点$5m$处的B点为坐标原点，写出波的表达式。

解：（1）$y=3\times10^{-2}\cos4\pi\left(t+\dfrac{x}{20}\right)$

（2）$y=3\times10^{-2}\cos4\pi\left(t+\dfrac{x-5}{20}\right)$

课时四 练习题答案

1. 当一平面简谐机械波在弹性媒质中传播时，下列结论哪个是正确的（ ）。

A. 媒质质元的振动动能增大时，其弹性势能减小，总机械能守恒。

B. 媒质质元的振动动能和弹性势能都作周期性变化，但二者相位不相同。

C. 媒质质元的振动动能和弹性势能的相位在任一时刻都相同，但数值不等。

D. 媒质质元在其平衡位置处弹性势能最大。

答案：*D*（机械波媒质质元的动能和势能时刻相同，同时最大或者同时最小）

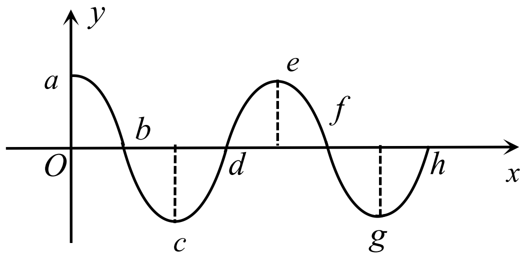
2. [判断]简谐波上任一质元的动能，势能在任意时刻均相等。（ ）

答案：正确

3. 一列机械横波在 t 时刻的波形曲线如图所示，则该时刻势能为最小值的介质质元的位置是：

A. $a\ c\ e\ g$　　*B.* $a\ e$　　*C.* $b\ d\ f\ h$　　*D.* $c\ g$

答案：*A*

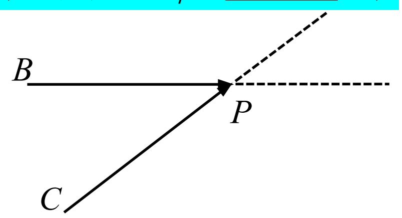


4. 下列不是相干波的条件的是（ ）。

A. 振幅相等　　*B.* 频率相等　　*C.* 振动方向平行　　*D.* 相位差恒定

答案：*A*

5. 两列满足相干条件的平面简谐横波，如图所示，波1沿 BP 方向传播，在 P 点的振动表达式为 $y_{10}=0.2\cos(2\pi t)m$，波2沿 CP 方向传播，在 C 点的振动表达式为 $y_{20}=0.2\cos(2\pi t+\pi)m$，且 $BP=0.4m$，$CP=0.5m$，波速为 $0.2m/s$，则两列波传到 P 点时的相位差 $\Delta\varphi=$_______，在 P 点所引起的合振动的振幅 $A=$_______。



解：$\omega=2\pi\Rightarrow T=\dfrac{2\pi}{\omega}=1s$

$\lambda=uT=0.2\times1=0.2m$

$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1-\dfrac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)=\pi-0-\dfrac{2\pi}{0.2}(0.5-0.4)=0$

$\Delta\varphi=2k\pi\ (k=0)$ 相干加强，振幅 $A=A_1+A_2=0.4m$

6. 设入射波的表达式为 $y_1 = A\cos 2\pi\left(\frac{x}{\lambda}+\frac{t}{T}\right)$，在 $x=0$ 处发生发射，反射点为一固定端，设反射时无能量损失，则反射波的表达式为________。

解：$y_2 = A\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$

7. 一细线上做驻波式振动，其方程为 $y=1.0\cos\frac{\pi}{3}x\cos 40\pi t$，$x,y$ 的单位为 cm，t 的单位 s，则两列分波的传播速度为________，驻波相邻两波节之间的距离是________。

解：驻波方程 $y=2A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\cdot\cos 2\pi\nu t$

$$\begin{cases} 2\pi\frac{x}{\lambda}=\frac{\pi}{3}x \\ 2\pi\nu t=40\pi t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda=6cm \\ \nu=20Hz \end{cases} \quad \Rightarrow u=\frac{\lambda}{T}=\lambda\cdot\nu=6\times 20=120cm/s$$

相邻波节距离为 $\frac{\lambda}{2}=3cm$

8. 在驻波中，两个相邻波节间各质点的振动（　　）。

$A.$振幅相同，相位相同　　　　$B.$振幅不同，相位不同

$C.$振幅相同，相位不同　　　　$D.$振幅不同，相位相同

答案：D