Najdłuższe ścieżki

Letni obóz treningowy OIJ, dzień 3.

20 sierpnia 2020





Bajtazar na lekcji informatyki dowiedział się, co to jest graf. Wie już, że jest to zbiór N wierzchołków, które mogą być połączone krawędziami. Wie również, że graf spójny to taki, który jest "w jednym kawałku", czyli między dowolnymi dwoma wierzchołkami istnieje jakieś połączenie (być może przechodzące przez inne wierzchołki). Cykl zaś to ciąg wierzchołków, po których możemy jeździć "w kółko", formalnie: jest to taki ciąg $v_1, v_2, \cdots v_k$, że istnieje krawędź pomiędzy każdymi dwoma kolejnymi wierzchołkami v_i i v_{i+1} oraz pomiędzy pierwszym i ostatnim $(v_1 i v_k)$.

Zgłębiając kolejne strony internetowe, Bajtazar zapragnął poeksperymentować trochę ze specjalnymi typami grafów, mianowicie z *drzewami* i *meduzami*.

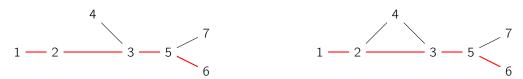
Graf nazywamy drzewem, jeśli jest spójny oraz nie zawiera cykli. Meduza natomiast powstaje z dowolnego drzewa, do którego dodamy dokładnie jedną krawędź pomiędzy dowolnymi dwoma różnymi wierzchołkami, które nie są połączone krawędzią. Zauważ, że oznacza to, że meduza będzie zawsze zawierać dokładnie jeden cykl.



przekładowe drzewo

przekładowa meduza

Poprzez najkrótszą ścieżkę pomiędzy dwoma wierzchołkami będziemy rozumieli najkrótszą możliwość przejścia pomiędzy tymi wierzchołkami (złożoną z kolejnych krawędzi). Formalnie, jest to taki ciąg wierzchołków $v_1, v_2 \cdots v_t$, że są one parami różne oraz każde kolejne dwa v_i oraz v_{i+1} są połączone krawędzią. Dla przykładu, poniżej zaznaczyliśmy na czerwono najkrótsze ścieżki pomiędzy wierzchołkami 1 i 6. Zauważ, że w meduzie najkrótsza ścieżka nie biegnie przez wierzchołek 4, jako że taka droga nie byłaby najkrótsza.



Bajtazar chciałby poznać długość najdłuższej spośród najkrótszych ścieżek w jego grafie oraz na ile sposobów może taką ścieżkę wybrać. Przy liczeniu liczby różnych ścieżek Bajtazar przyjmuje, że dwie ścieżki są różne, jeśli różnią się co najmniej jednym wierzchołkiem (niekoniecznie końcowym).

Wejście

W pierwszym wierszu wejścia znajdują się dwie liczby naturalne N ($1 \le N \le 500\,000$) oraz M oddzielone pojedynczym odstępem określające odpowiednio liczbę wierzchołków oraz liczbę krawędzi grafu. Liczba M będzie zawsze równa albo N (dla meduzy) albo N-1 (dla drzewa).

W kolejnych M wierszach znajduje się opis krawędzi grafu: i-ty z nich składa się z dwóch liczb naturalnych U_i oraz V_i ($1 \le U_i, V_i \le N, U_i \ne V_i$) określających numery wierzchołków, które są połączone krawędzią. Możesz założyć, że żadna krawędź się nie powtarza.

Wyjście

Twój program powinien wypisać na wyjście dokładnie dwa wiersze. W pierwszym z nich powinna się znaleźć długość najdłuższej ścieżki w grafie z wejścia. W drugim powinna się znaleźć liczba różnych takich ścieżek.



Ocenianie

Możesz rozwiązać zadanie w kilku prostszych wariantach – niektóre grupy testów spełniają pewne dodatkowe ograniczenia. Poniższa tabela pokazuje, ile punktów otrzyma Twój program, jeśli przejdzie testy z takim ograniczeniem.

Dodatkowe ograniczenia	Liczba punktów
$N \le 5000$	30
Graf na wejściu jest drzewem.	42
Długość najdłuższej ścieżki prostej jest parzysta.	46

Możesz policzyć jedynie długość najdłuższej ścieżki – Twój program otrzyma wtedy za dany test 50% maksymalnej punktacji. Jeżeli chcesz skorzystać z takiej możliwości, musisz wciąż wypisać oba wiersze, – możesz np. zawsze wypisać 0 jako liczbę najdłuższych ścieżek.

Przykłady

Wejście dla testu naj0a:

	_	5
7	6	
1	2	
2	3	
3	4	
3	5	
5	7	
5	6	

Wyjście dla testu naj0a:

2	4		
	2		

Wyjaśnienie do przykładu: Przykład ten odpowiada przykładowemu drzewu z rysunku na poprzedniej stronie.

Wejście dla testu naj0b:

7	7 7	
1	1 2	
2	2 3	
2	2 4	
4	1 3	
3	3 5	
5	5 6	
5	5 7	
1		

Wyjście dla testu naj0b:

vvyjsele did testa najos.	
4	
2	

Wyjaśnienie do przykładu: Przykład ten odpowiada przykładowej meduzie z rysunku na poprzedniej stronie.

Pozostałe testy przykładowe

- test naj0c: Losowe drzewo o $N=400\,000$ wierzchołkach,
- test naj0d: Losowa meduza o $N=500\,000$ wierzchołkach.