$$a\sum_{r=m}^{n}\prod_{i=1}^{r-1}\frac{i+a}{i+1}=(n+1)\prod_{i=1}^{n}\frac{i+a}{i+1}-m\prod_{i=1}^{m-1}\frac{i+a}{i+1}$$