Задача 1.2.4 (Вариант 8) Киреев К. 8383

Найти $h_1(t)$, $h(t)$ и $h_2(t)$ для указанной реакции $f_2(t)$; построить графики $h_1(t)$ и $h(t)$. Вычислить $f_2(t)$ для воздействия $f_1(t)$, заданного аналитически в вариантах задачи 1.2.4 и графически в виде импульса треугольной формы в соотв. вариантах 1.1.8.

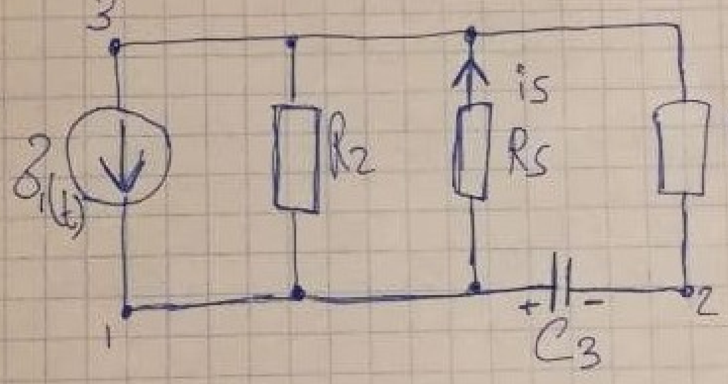
Цепь: 131 – ИТ $i_1 = f_1 = 6\exp(-t)\,\delta_1(t)$; 213 – R_2; 312 – $C_3 = 1$; 423 – R_4; 513 – R_5; $R_k = 1$; $f_2 = u_5$.

Дано:
$C_3 = 1$
$R_k = 1$
$f_1 = 6\exp(-t)\,\delta_1(t)$

$h(t), h_1(t), h_2(t)$ – ?

Решение:

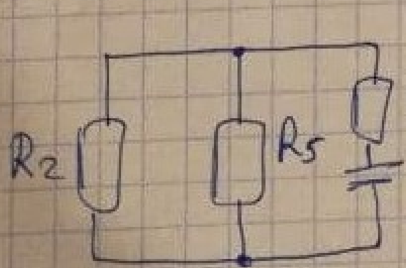
$$i_1 = 6e^{-t}\,\delta_1(t)$$



1) $t = 0^-$ $u_c(0^-) = 0$

2) $t \to +\infty$

$$u_{cв} = 1 \cdot (R_2 \| R_5) = \frac{1}{2} \qquad i_{5в} = \frac{1}{2}$$

3) 

$$R_э = R_4 + R_2 \| R_5 = \frac{3}{2}$$

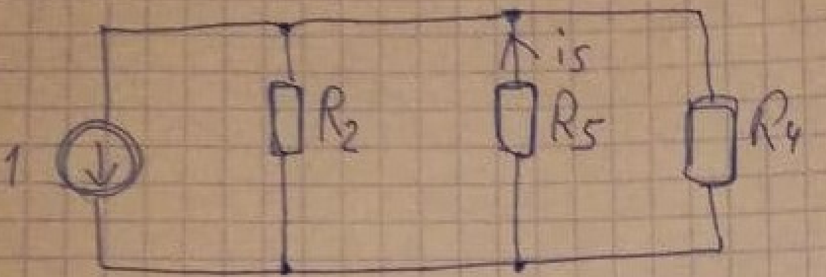
$$\tau = C R_э = \frac{3}{2}$$

4) $$u_c = u_в + Ce^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{1}{2} + Ce^{-\frac{2t}{3}}$$

$t = 0^+$: $0 = \frac{1}{2} + C$ $\quad C = -\frac{1}{2}$

$U_C(t) = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} e^{-\frac{2t}{3}}\right) \delta_1(t)$

4) $t = 0^+$



$i_S = \frac{1}{3}$

$$i_S = i_{Sb} + Ce^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{1}{2} + Ce^{-\frac{2t}{3}}$$

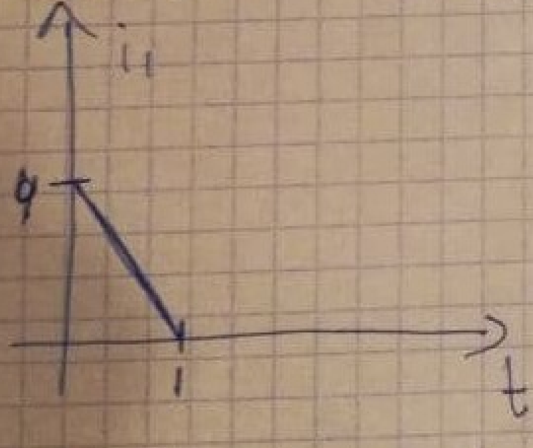
$$t = 0^+: \ \frac{1}{3} = \frac{1}{2} + C \Rightarrow C = -\frac{1}{6}$$

$$h_1(t) = i_S(t) = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6} e^{-\frac{2t}{3}}\right) \delta_1(t)$$

$$h_2(t) = \int_0^t h_1(t)\,dt = \int_0^t \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6} e^{-\frac{2\tau}{3}}\right) d\tau = \frac{t}{2} - \frac{1}{4} \int_0^t e^{-\frac{2\tau}{3}}\, d\left(\frac{2\tau}{3}\right) =$$

$$= \frac{t}{2} + \frac{1}{4} e^{-\frac{2\tau}{3}} \Big|_0^t = \left(\frac{t}{2} + \frac{1}{4} e^{-\frac{2t}{3}} - \frac{1}{4}\right) \delta_1(t)$$

$$h(t) = \frac{1}{9} e^{-\frac{2t}{3}} \delta_1(t) + \frac{1}{3} \delta(t)$$



$$i_1(t) = 4\delta_1(t) - 4t\,\delta_1(t) + 4(t-1)\delta_1(t-1)$$

$$i_S(t) = 4h_1(t) - 4h_2(t) + 4h_2(t-1) = \left(2 - \frac{2}{3} e^{-\frac{2t}{3}}\right) \delta_1(t) -$$

$$-\left(2t + e^{-\frac{2t}{3}} - 1\right) \delta_1(t) + \left(2(t-1) + e^{-\frac{2(t-1)}{3}} - 1\right) \delta_1(t-1) =$$

$$= \left(3 - 2t - \frac{5}{3} e^{-\frac{2t}{3}}\right) e^{-\frac{2t}{3}} + \left(2t - 3 + e^{-\frac{2(t-1)}{3}}\right) \delta_1(t-1)$$

$$i_1 = 6e^{-t}\delta_1(t)$$

$$f_2(t) = \int_0^t f_1(\tau)\, h(t-\tau)\, d\tau + h_1(0^+)\, f_1(t)$$

$$i_2(t) = \frac{1}{3}\cdot 6 e^{-t} + \int_0^t 6 e^{-\tau} \frac{1}{9} e^{-\frac{2(t-\tau)}{3}}\, d\tau =$$

$$= 2e^{-t} + e^{-\frac{2}{3}t} \int_0^t \frac{2}{3} e^{-\frac{\tau}{3}}\, d\tau = 2e^{-t} - 2e^{-\frac{2}{3}t} e^{-\frac{\tau}{3}} \Big|_0^t =$$

$$= \cancel{2e^{-t}} - \cancel{2e^{-t}} + 2e^{-\frac{2}{3}t} = 2e^{-\frac{2}{3}t}\delta_1(t)$$