# МИНОБРНАУКИ РОССИИ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)

Кафедра информационной безопасности

#### ОТЧЕТ

по лабораторной работе №8 по дисциплине «Криптография и защита информации»

Тема: Изучение цифровой подписи

Студент гр. 8383	 Киреев К.А.
Преподаватель	 Племянников А.К.

Санкт-Петербург

#### Цель работы

Исследовать алгоритмы создания и проверки цифровой подписи, алгоритмы генерации ключевых пар для алгоритмов цифрой подписи RSA, DSA, ECDSA и получить практические навыки работы с ними, в том числе с использованием приложения Cryptool 1 и 2.

#### Генераторов ключевых пар

#### Описание алгоритмов генерации

**RSA:** Выбираются два больших простых числа p и q. Вычисляется n = p \* q. Выбирается произвольное число e (e < n), взаимно простое с (p - 1) \* (q - 1). Вычисляется закрытый ключ (расширенный алгоритм Евклида):

$$e \times d \equiv 1 \mod ((p-1) * (q-1)) \equiv 1 \mod (p-1) * (q-1)$$

Пара чисел (e, n) объявляются открытым ключом, d выбирается закрытым ключом, p и q нужно уничтожить.

**DSA:** Выбирается простое число p, длиной между 512 и 1024 битами. Число битов в p должно быть кратно 64. Выбирается другое простое число q, которое имеет тот же самый размер, что и дайджест - 160 битов, такое, что

$$p-1=0 \, mod \, q$$

Выбирается  $e_1$ , такое, что  $e_1$ :  $q=1\ mod\ p$  путем вычисления  $e_1=e_0^{p-\frac{1}{q}}\ mod\ p$ , где  $e_0\in Z_p$  (теорема Ферма). Выбирается целое d< q и вычисляется  $e_2=e_1^d\ mod\ p$ . Объявляется открытый ключ  $(e_1,e_2,p,q)$ . Назначается закрытый ключ d.

**ECDSA:** Выбирается эллиптическая кривая  $E_p(a,b)$ , p — простое. Выбирается точка на кривой  $e_1=(x_1,y_1)$ . Для дальнейших вычислений выбирается другое простое число q - порядок циклической подгруппы группы точек эллиптической кривой :  $q\times (x_1,y_1)=0$ . Выбирается целое число d,

1 < d < q - 1 и назначается закрытым ключом. Вычисляется другая точка на кривой  $e_2 = d \times e_1$ . Объявляется открытый ключ  $(a, b, p, q, e_1, e_2)$ .

- 1. Перейти к утилите «Digital Signatures/PKI->PKI/Generate...».
- 2. Сгенерировать ключевые пары по алгоритмам RSA-2048, DSA-2048, EC-239. Зафиксируйте время генерации в таблице.

Выполним генерацию ключевых пар по указанным алгоритмам и зафиксируем время генерации в таблице 1.

Таблица 1 – Время генерации ключевых пар

Алгоритм	Время генерации		
RSA-2048	2.021 секунд		
DSA-2048	1.905 секунд		
EC-239	0.010 секунд		

3. С помощью утилиты *«Digital Signatures/PKI-> PKI/Display...»* вывести сгенерированный открытый ключ и сохранить соответствующий скриншот.

Полученные ключи представлены на рис. 1 - 3 соответственно.

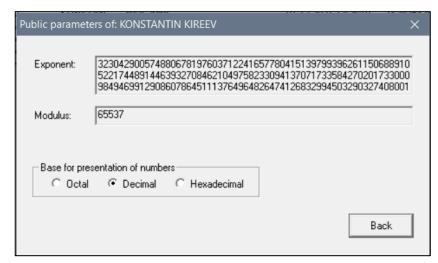


Рисунок 1 – Открытый ключ для RSA-2048

```
Algorithm NIST-DSA (OID 1.3.14.3.2.12),
SubjectKey:
                              rime p (no. of bits = FFE59E07 2198AC6E C8
                                                             C8A2D48F
                              3FBD868B BECCF3B4
                                                                           383BF27F
                                                             5FFC892A
                              36C33EC7 39CC8641
7E247939 824C1A33
                                                             D21A1D86
                                                                           82103F17
                              CB872664 A1A63F4D
4EB8C338 724F241D
A50464A4 D097C703
                                                                           AC316203
B1662985
                                                             59C8C806
                                                             D181B697
                               A130AA6E B0E540FD
7442DCC8 E5FB952A
                                                             73D84437
1799ED49
                                                                            7B8C1F66
                              5D02645F 61061D45
2442B04D 013D24F1
                                                             55EA5759 C7060575
B5E55D6B EA4078B6
                              CFDC6544 EF348739
190A97A2 C4F29CF9
                                                             C8D3CACA
                                                                           9368B80B
                        CO
                                                             DBCEFB82
                               9442FD0C 920BF9D1
7910A1B0 131919CD
                                                             BA821702
9F08E797
                                                             9F08E797 AD056FEF
18A335FF 3AB7C749
                        E0
                               2BFE8210 6AFA95D8
```

```
DSA prime q (no. of bits = 160):
0 9491F5FE 9C61317B 4D0D706D 81F14C80
10 833501B5
```

```
DSA base g (no. of bits
0 2255F1A9 A689F8F3
10 EE376E0B DF4FB349
                                   = 2048):
E21D0C95
                                                340E9404
                                   6599329C
       6ECD8888 6E6FF56A
                                                D64E7F04
 30
                    5086A264
                                   8D238D46
                                                2E599DBF
       AC33C33B
                                   203DE0BC
                                                550FAD3C
       B65841F8 E17BF300
163B32C4 AAAEA770
EB1512B0 C9175B3E
                                   83EBE1AC
1A3738C3
                                                A8C2F6C5
594A2FB8
 60
70
80
90
                                   2B840FCF
                    4733C4F2
80F41614
                                   ACCA699F
195E21DF
730BC725
       673EE99E
                                                4A8EB9AB
       B08F4878
                                                D3EB5C97
       576C2B18 B940E562
                                                54392262
       349860BA
0A67A582
 B0
                                                11789F91
                    11D1233B
                                   45A7A888
                                   837DB527
                    F70DEEC3
 D0
       237E4A7A F19FAF24
84ED5FBE A982FA58
                                   1BD8C9C9
                                                3F8857F3
 E0
                                                351D351A
                                   F34F6E08
       C7F3ABAB 0A31A3D5
                                   E0A7218B 2A3F24A2
```

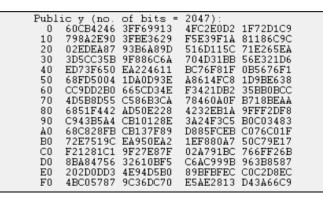


Рисунок 2 – Открытый ключ для DSA-2048

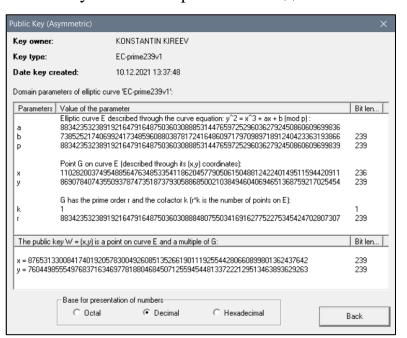


Рисунок 3 – Открытый ключ для ЕС-239

# Процессы создания и проверки цифровой подписи Обобщенная схема создания и проверки цифровой подписи

Обобщенная схема представлена на рис. 4.

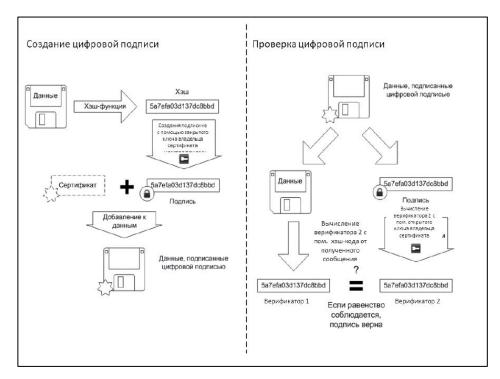


Рисунок 4 – Обобщенная схема

1. Открыть текст не менее 5000 знаков. Перейти к приложению *Digital Signatures/PKI-> Sign Document*...

Исходный текст представлен на рис. 5.

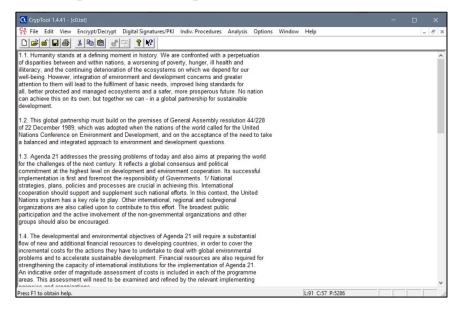


Рисунок 5 – Исходный текст

- 2. Задайте хэш-функцию, и другие параметры цифровой подписи.
- 3. Создайте подпись ключами, сгенерированными в предыдущем задании. Зафиксируйте время создания цифровой подписи для каждого ключа.

## Выполним указанные действия, и сведем полученное время в таблицу 2.

Tаблица 2-Bремя создания цифровой подписи в зависимости от ключей хэш-функций

Алгоритм	Хэш-функция	Время создания подписи		
RSA-2048	MD5	0.006 секунд		
1137-2040	SHA-1	0.006 секунд		
DSA-2048	MD5	-		
D3A-2048	SHA-1	0.000 секунд		
EC-239	MD5	-		
EC-239	SHA-1	0.002 секунд		

4. Сохраните скриншот цифровой подписи с помощью приложения Digital Signatures/PKI-> Extract Signature.

Скриншоты полученных цифровых подписей представлены на рис. 6 – 9 соответственно.

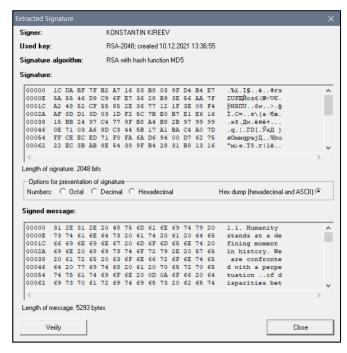


Рисунок 6 – Цифровая подпись RSA с MD5

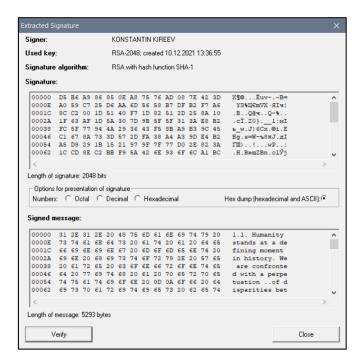


Рисунок 7 – Цифровая подпись RSA с SHA-1

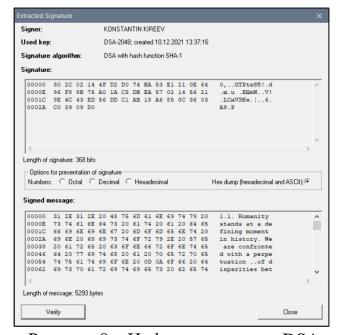


Рисунок 8 – Цифровая подпись DSA с SHA-1

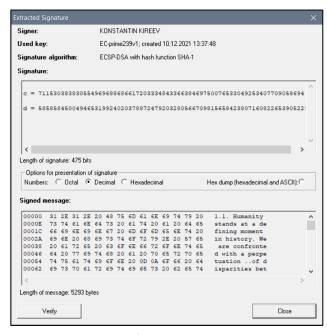
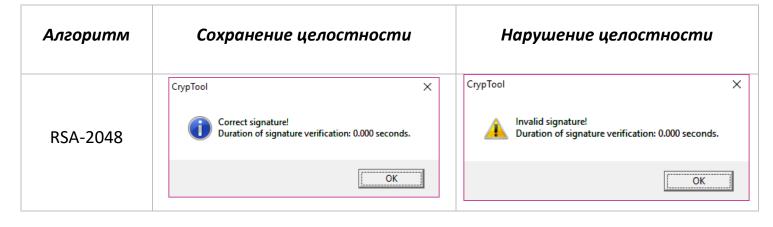


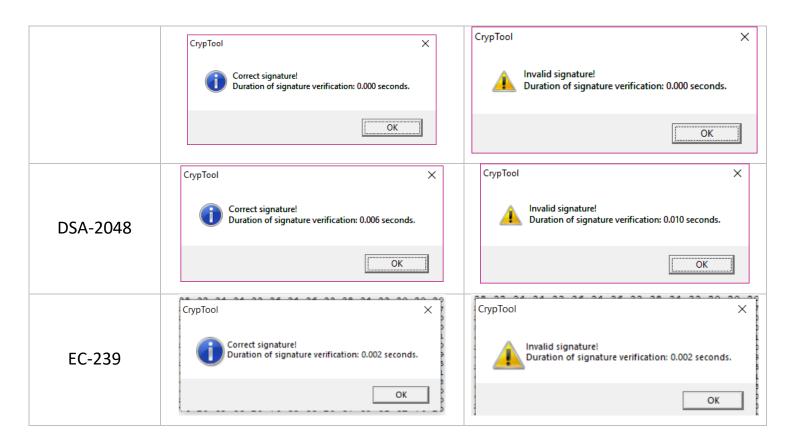
Рисунок 9 – Цифровая подпись ECDSA с SHA-1

5. Выполните процедуру проверки подписи *Digital Signatures/PKI-> Verify Signature* для случаев сохранения и нарушения целостности исходного текста. Сохраните скриншоты результатов.

Выполним проверку и сведем полученные значения в таблицу 3.

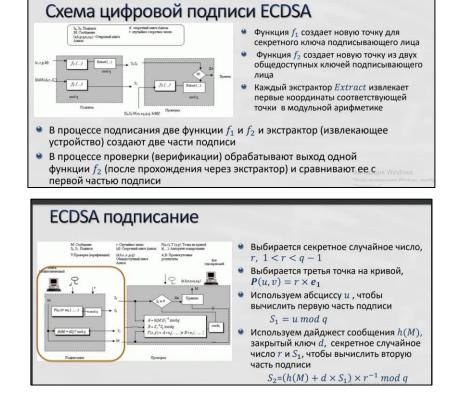
Таблица 3 – Проверка подписей на сохранение и нарушение целостности

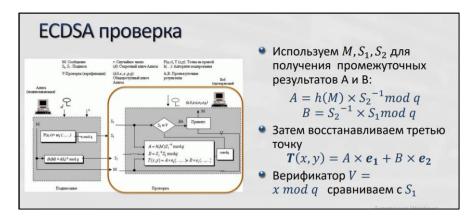




#### Схемы цифровой подписи на эллиптических кривых

#### Описание алгоритма формирования и проверки подписи ECDSA





1. Выполните процедуру создание подписи *«Digital Signatures/PKI-»* Sign Document...» алгоритмом ECSP-DSA в пошаговом режиме (Display inter. results=ON). Зафиксируйте скриншоты последовательности шагов.

Шаги представлены на рис. 10

```
Signature originator: KONSTANTIN KIREEV

Domain parameters to be used 'EC-prime239v1':

a = 8834235323891921647916487503603088853144765972529603627924508
b = 7385252174069924173485960880387817241648609717970989718912404
Gx = 1102820037495488564763485335411862045779050615048812422401495
Gy = 8690784074355093787473518737930588685002103849460406946513687
k = 1
r = 8834235323891921647916487503603088848075503416916277522753454

Secret key s of the signature originator:
s = 1102425865215131318869838233632016573492122662528950860364229
```

```
Chosen signature algorithm: ECSP-DSA with hash function SHA-1

Size of message M to be signed: 5293 bytes

Continue ...

Calculate a 'hash value' f (message representative) from message M, 1

f = 9317987353558204788077231260038817576602152843

Continue ...
```

```
Continue ...

Create a random one-time key pair (secret key, public key) = (u,V) with the domain parameters of 'EC-prime239v1' (V=(Vx,Vy) is a point of the u = 2025222728998582744464655553612427028435551515436275826926752: Vx = 786487695916772261562337716762368798791877120294438204548101' Vy = 663125697911488862625289837160836197220300288799486576471638:

Continue ...
```

```
Continue ...

Convert the group element Vx (x co-ordinates of point V on elliptic (
    i = 7864876959167722615623377167623687987918771202944382045481019:

Continue ...
```

```
Continue ...

Calculate the number c = i mod r (c not equal to 0):

c = 7864876959167722615623377167623687987918771202944382045481019:

Continue ...
```

```
Continue ...

Calculate the number d = u^(-1)*(f + s*c) mod r (d not equal to 0):

d = 8096611944555177722407791128329535635946851430262904151516682!

Continue ...
```

```
Continue ...
Signature generation finished.
The signature consists of the two numbers c and d.
```

Рисунок 10 – Этапы создания подписи

Выполним сравнение реализаций алгоритма в CrypTool и в лекционных материалах.

Cryptool	а	b	(Gx,Gy)	r	s	f	и	i	(Vx, Vy)	С	d
Лекция	a	b	$e_1 = (x, y)$	q	d	h(M)	r	и(абсцисса)	P(u,v)	$S_1$	$S_2$

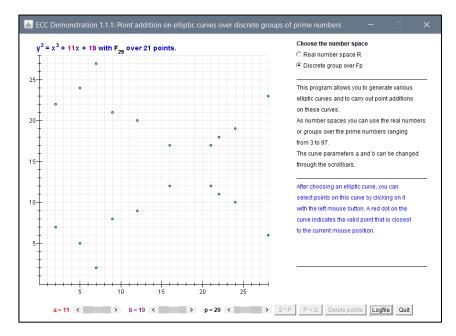
2. Выполните процедуру проверки подписи ECSP-DSA для случаев сохранения и нарушения целостности исходного текста. Сохраните скриншоты результатов.

Данная проверка уже выполнялась в пункте 8.1.

3. Проверить лекционный материал по ECDSA, выполнив создание и проверку подписи сообщения M (принять M=h(M)) приложением *Indiv.Procedures->Number Theory...->Point Addition on EC*.

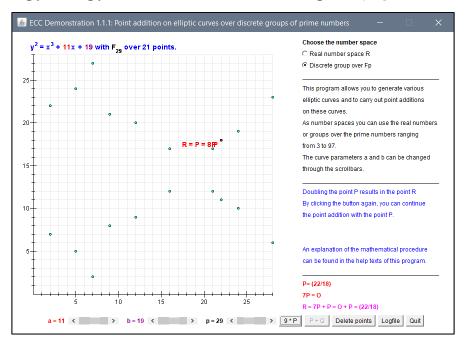
#### Подписание:

Выбрана эллиптическая кривая с параметрами a = 11, b = 19, p = 29.



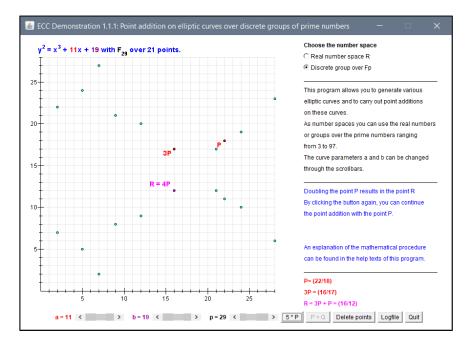
Выбрана точка P (в лекции  $e_1$ ) =  $(x_1, y_1) = (22, 18)$  на плоскости.

Определено q перебором, пока не будет  $q \times (x_1, y_1) = 0$  (q – порядок циклической подгруппы группы точек эллиптической кривой). q = 7.



Выбрано число d=4.

Найдена точка  $e_2 = d \times e_1 = (16, 12)$ 



Полученный открытый ключ: (11, 19, 29, 7, (22, 18), (16, 12)).

Пусть 
$$r = 3$$

$$P = r \times e_1 = 3 \times (22,18) = (16,17)$$

$$S_1 = u \mod q = 16 \mod 7 = 2$$

Пусть h(M) = M = 70, тогда:

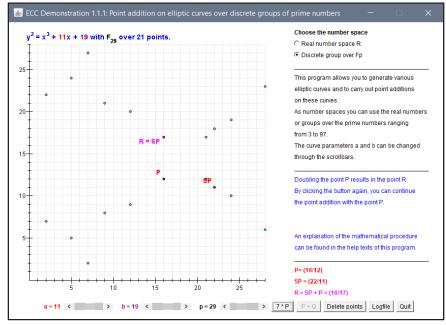
 $S_2 = (h(M) + d \times S_1) \times r^{-1} \mod q = (70 + 4 \times 2) \times 5 \mod 7 = 5$  Проверка:

$$A = h(M) \times S_2^{-1} \mod q = 70 \times 3 \mod 7 = 0$$

$$B = S_2^{-1} \times S_1 \mod q = 3 \times 2 \mod 7 = 6$$

$$T(x, y) = A \times e_1 + B \times e_2 = 0 \times (22, 18) + 6 \times (16, 12)$$

$$= (16, 17)$$



 $V = 16 \mod 7 = 2 = S_1 - подпись действительна$ 

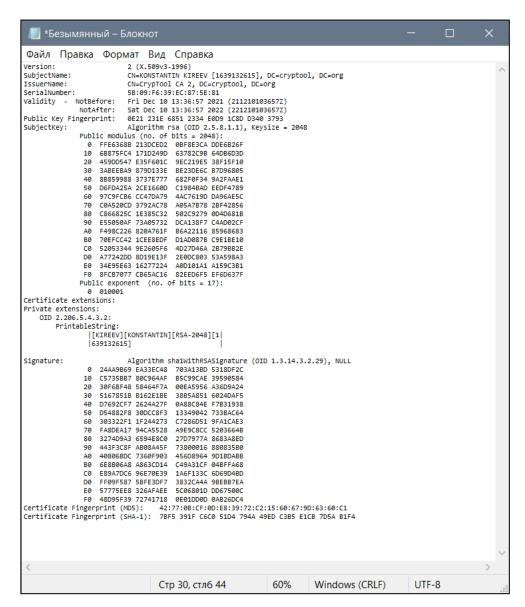
## Схемы цифровой подписи на эллиптических кривых

# Сравнение структуры сертификата (как в лекции) и сертификата из CrypTool 1.0

Структура сертификата



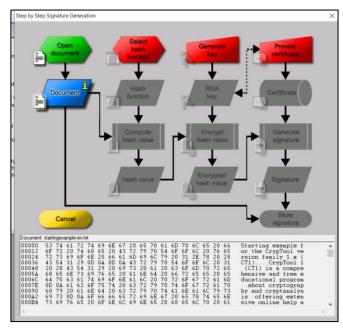
Сертификат, полученный в CrypTool

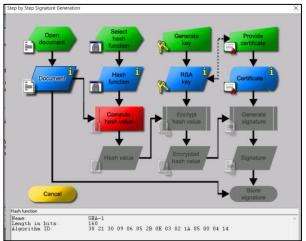


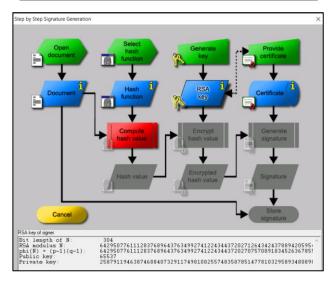
Между сертификатами из лекции и сгенерированным в программе Cryptool 1 есть несколько отличий в структуре:

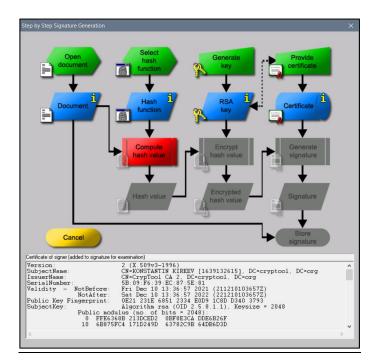
- в сертификате из Cryptool отсутствует поле «Назначение»;
- в сертификате из Cryptool есть поле с дайджестом открытого ключа;
- в сертификате из Cryptool в расширениях есть только поле с идентификатором;
- в сертификате из Cryptool присутствуют поля с дайджестом сертификата, полученным с помощью MD5 и SHA-1.

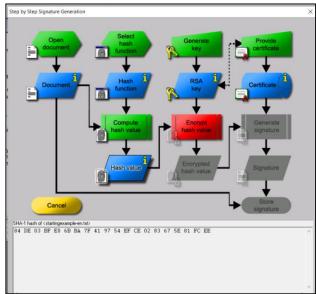
## Схема процедуры подписания из CrypTool

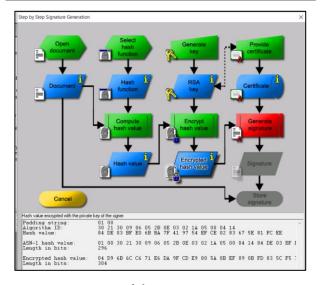


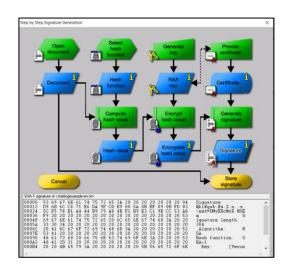












- 1. Запустить демонстрационную утилиту «Digital Signatures/PKI-> Signature Demonstration...».
- 2. Получите сертификат на ранее сгенерированную ключевую пару RSA-2048.
- 3. Выполните и сохраните скриншоты всех этапов создания цифровой подписи документа.
- 4. Сохраните скриншот сертификата для проверки этой цифровой подписи.

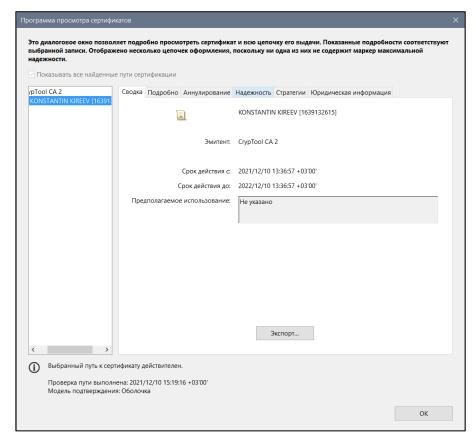
#### Полученный сертификат:

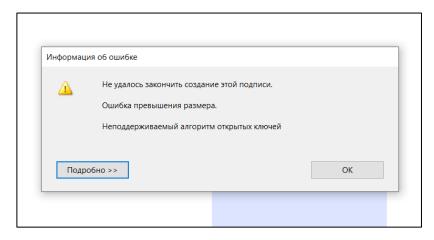
```
2 (X.509v3-1996)
Version:
SubjectName:
                                 CN=KONSTANTIN KIREEV [1639132615], DC=cryptool, DC=org
                                CN=CrypTool CA 2, DC=cryptool, DC=org 5B:09:F6:39:EC:87:5E:81
IssuerName:
SerialNumber:
Validity - NotBefore: Fri Dec 10 13:36:57 2021 (211210103657Z)
                 NotAfter: Sat Dec 10 13:36:57 2022 (2212101036572)
ngerprint: 0E21 231E 6851 2334 E0D9 1C8D D340 3793
Public Key Fingerprint:
SubjectKey:
                                 Algorithm rsa (OID 2.5.8.1.1), Keysize = 2048
                  Public modulus (no. of bits = 2048):
0 FFE6368B 213DCED2 0BF8E3CA DDE6B26F
                   10 6B875FC4 171D249D 63782C9B 64DB6D3D 20 459DD547 E35F601C 9EC219E5 38F15F10
                   30 3ABEEBA9 879D133E BE23DE6C B7D96805
                   40 8B859988 3737E777 682F0F34 9A2FAAE1
50 D6FDA25A 2CE1660D C1984BAD EEDF4789
                   60 97C9FCB6 CC47DA79 4AC7619D DA96AE5C
                   70 C0A520CD 3792AC78 A05A7B78 2BF42856
                   80 C866825C 1E385C32 502C9279 0D4D681B
                   90 E55050AF 73A05732 DCA138F7 C4AD02CF
A0 F498C226 820A761F B6A22116 85968683
                   B0 70EFCC42 1CEE8EDF D1AD087B C9E1BE10
                   CO 52053344 9E2605F6 4D27D46A 2B79BB2E
DO A77242DD 8D19E13F 2E0DC803 53A598A3
                   E0 34E95E63 16277224 A0D101A1 A159C3B1
F0 8FCB7077 CB65AC16 82EED6F5 EF6D637F
                  Public exponent (no. of bits = 17):
                    0 010001
Certificate extensions:
Private extensions:
     OID 2.206.5.4.3.2:
          PrintableString:
```

```
|[KIREEV][KONSTANTIN][RSA-2048][1|
                      |639132615]
                                    Algorithm shalWithRSASignature (OID 1.3.14.3.2.29), NULL
Signature:
                    0 24AA9B69 EA33EC48 703A13BD 5318DF2C
10 C5735BB7 80C964AF B5C99CAE 39590584
20 30F6BF48 58464F7A 00EA5956 A36D9A24
                     30 5167851B B162E1BE 38B5A851 6024DAF5
40 D7692CF7 2624A27F 0A88C84E F7B31938
                     50 D54882F8 30DCC8F3 13349042 733BAC64
                          303322F1 1F244273 C7286D51 9FA1CAE3
                         FA8DEA17 94CA5528 A9E9C8CC 5203664B
                     70
                     80 3274D9A3 6594E8C0 27D7977A 8683A8ED
90 443F3C8F AB08A45F 73800016 880835B0
                     A0 40806BDC 7360F903 456D8964 9D1BDABB
                     B0 6E8B06A8 A863CD14 C49A31CF 04BFFA68
C0 E89A7DC6 96E70E39 1A6F133C 6D69D4BD
                     DO FF09F587 5BFE3DF7 3832CA4A 9BEBB7EA
EO 57775EE8 326AFAEE 5C06801D DD67500C
FO 48D95F39 72741718 0E01DDDD 0AB26DC4
Certificate Fingerprint (MD5):
                                              42:77:0B:CF:0D:E8:39:72:C2:15:60:67:9D:63:60:C1
Certificate Fingerprint (SHA-1): 7BF5 391F C6C0 51D4 794A 49ED C3B5 E1CB 7D5A B1F4
```

#### Подписание своего отчета

- 1. Сконвертируйте отчет в формат pdf.
- 2. Экспортируйте ранее созданный сертификат ключевой пары RSA Digital Signatures/PKI->PKI/Generate...->Export PSE(#PKCS12).
- 3. Откройте pdf-версию отчета и попытайтесь подписать с использованием этого сертификата.



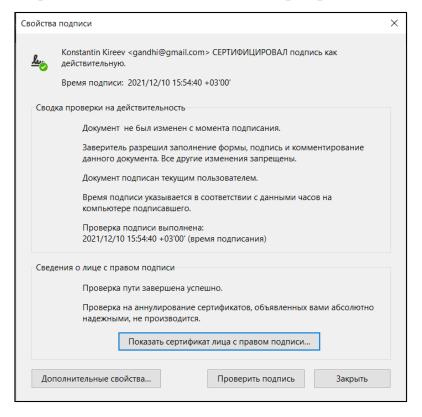


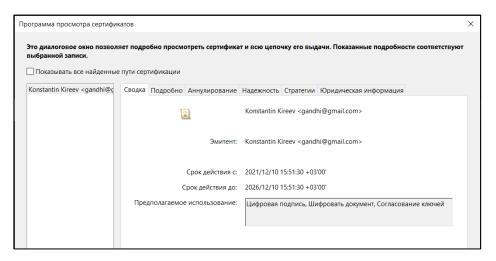
Подписать отчет сертификатом RSA не удалось.

4. Создайте собственный самоподписанный сертификат в среде Adobe Reader и используйте его для подписи отчета.



5. Сохраните скриншоты свойств подписи и сертификата.





6. Внесите изменения (маркеры, комментарии) в отчет и проверьте подпись.



Konstantin Kireev <gandhi@gmail.com> СЕРТИФИЦИРОВАЛ подпись как действительную.

Время подписи: 2021/12/10 15:54:40 +03'00'

#### Выводы

- о Изучены механизмы генерации ключевых пар для различных алгоритмов.
  - Алгоритм RSA генерирует пары (e, n) открытый ключ и d закрытый ключ на основе двух больших простых чисел p и q, которые впоследствии должны быть уничтожены.
  - Алгоритм DSA генерирует пары  $(e_1, e_2, p, q)$  открытый ключ и d закрытый ключ на основе простого числа p (длина от 512 до 1024 бит), q (такого, что  $(p-1) = 0 \mod q$ ) и d.
  - Алгоритм *ESDA* генерирует пары  $(a, b, e_1, e_2, p, q)$  открытый ключ и d закрытый ключ на основе произвольно выбранной эллиптической кривой  $E_p(a, b)$ , где p простое число, произвольно выбранной точки на данной кривой, d, простое число q (порядок одной из циклических подгрупп группы точек эллиптической кривой). Наименьшая скорость генерация была у алгоритма EC-239 и составила 0.01 секунд.
- Изучен механизм создания цифровой подписи с различными ключами.

Лучше всего использовать ECDSA для создания и подтверждения подписи. Операция создания занимает 0 секунд, а процесс проверки 0.002 секунд. Вычисление DSA подписи быстрее, чем вычисление подписей RSA, однако DSA требуется больше времени на проверку целостности.

о Изучен алгоритм формирования и проверки подписи ECDSA, основанный на эллиптических кривых.

Открытый ключ представляет собой пару  $(a,b,q,p,e_1,e_2)$ , где a,b,p – параметры, задающие определённую эллиптическую кривую,  $e_1$  – произвольная точка на кривой, q – порядок циклической подгруппы группы точек

эллиптической кривой, такой, что для некоторой точки  $e_1=(x_1,y_1)$ , лежащей на кривой, верно:  $q\times(x_1,y_1)=0$ ;  $e_2=d\times e_1$ , где d – закрытый ключ.

Изучено создание сертификатов в среде РКІ.

Сертификат — это электронный документ, который содержит: открытый ключ пользователя, информацию о пользователе, которому принадлежит сертификат, информацию о сроке действия сертификата, информацию об издателе сертификата и другие атрибуты, цифровую подпись удостоверяющего центра, выдавшего сертификат. Сертификат подтверждает электронную цифровую подпись и открытый ключ отправителя.

о Изучено создание подписи и проверка документа на целостность после внесения изменений средствами Adobe Acrobat Reader.