

## Дилемма заключенного

### Платежная матрица

	Сотрудничать	Предать
Сотрудничать	2 - 2	0 - 3
Предать	3 - 0	1 - 1

# Парадокс Бернулли

Д. Бернулли (1695 - 1726).



<b>X</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	...
<b>p</b>	1/2	1/4	1/8	...

$$MO = \sum_{i=1}^{\infty} p_i x_i = 1/2 + 1/2 + 1/2 + \dots = \infty$$

## Один игрок. Игры с природой.

**Есть две кнопки...**



**С вероятностью 100%**  
5 млн рублей

**С вероятностью 90%**  
50 млн рублей

если игрок только один

	Повезло (90%)	Не повезло (10%)
	5 миллионов	5 миллионов
	50 миллионов	0



Rev. T Bayes  
(1702--1761)

## Критерий Байеса

### Критерий Байеса

	Повезло (90%)	Не повезло (10%)	Математическое ожидание
	5 миллионов	5 миллионов	$0.9 * 5 + 0.1 * 5$
	50 миллионов	0	$0.9 * 50 + 0.1 * 0$

Показывает, сколько будем выигрывать в среднем, если играть будем много раз

Лучше нажать на синюю кнопку.

# Критерий Лапласа

Пьер-Симон де Лаплас (1749-1827)



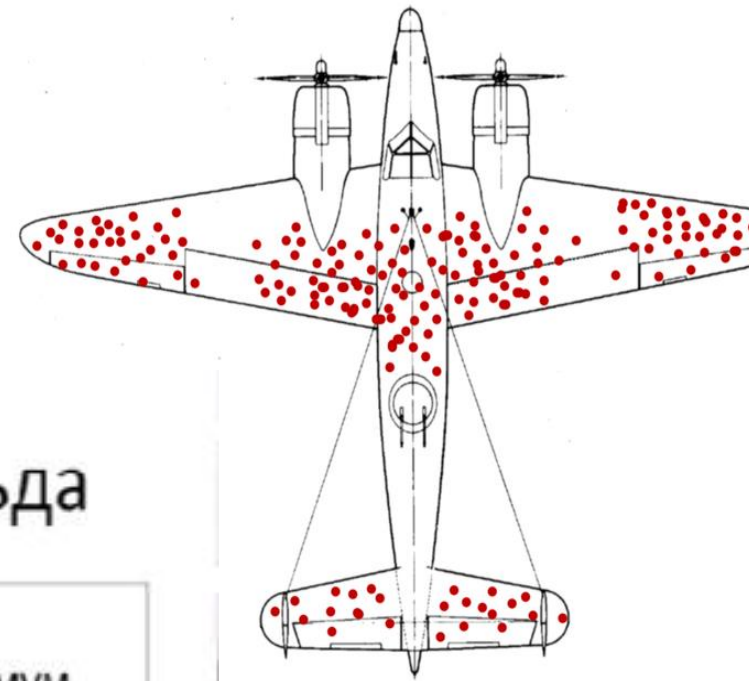
	Повезло (50%)	Не повезло (50%)	Математическое ожидание
	5 миллионов	5 миллионов	$0.5 * 5 + 0.5 * 5$
	50 миллионов	0	$0.5 * 50 + 0.5 * 0$

Лучше нажать на синюю кнопку.



# Критерий Вальда

А. Вальд (1902-1950)



## Оптимизация по критерию Вальда

	Повезло	Не повезло	Минимум
	5 миллионов	5 миллионов	5 миллионов
	50 миллионов	0	0

Лучше нажать на красную кнопку.

# Критерий крайнего оптимизма

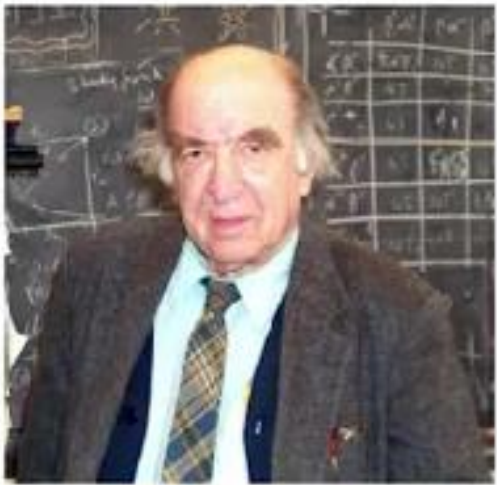
## Оптимизация по максимуму

	Повезло	Не повезло	Максимум
	5 миллионов	5 миллионов	5 миллионов
	50 миллионов	0	50 миллионов

Лучше нажать на синюю кнопку.

# Критерий Гурвица

## Критерий Гурвица (Гурвича)





- $\gamma \cdot \max + (1 - \gamma) \cdot \min$
- Учитываем лучший и худший из исходов
- Более взвешенный критерий, с учетом субъективного фактора

## Оптимизация по критерию Гурвица

$$Z = \max_j \left( \max_i a_{ji} \gamma + (1 - \gamma) \min_i a_{ji} \right)$$

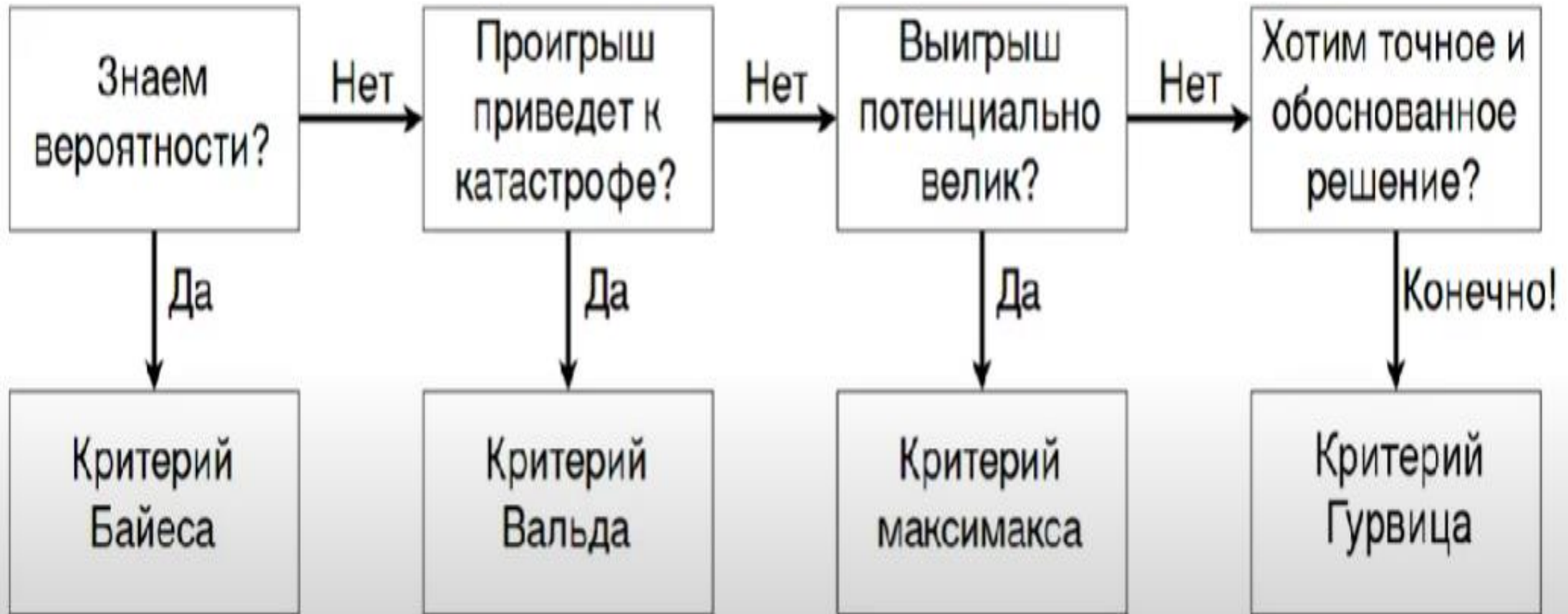
Лучше нажать на синюю кнопку.

	Повезло	Не повезло	Коэффициент Гурвица
	5 миллионов	5 миллионов	$0.2 * 5 + 0.8 * 5$
	50 миллионов	0	$0.2 * 50 + 0.8 * 0$

$\gamma = 0.2$



## Схема выбора критериев



## Закон распределения дискретной случайной величины.

X	$x_1$	$x_2$	...	$x_n$
p	$p_1$	$p_2$	...	$p_n$

$$p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$$

Формула Бернулли:  $P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$ .

**Биномиальным** называют распределение, определяемое формулой Бернулли.

Распределение Пуассона  $P_n(k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}, \lambda = np$ .

**Математическим ожиданием** дискретной случайной величины называют сумму произведений всех её возможных значений на их вероятности.

**Дисперсией** (отклонением) случайной величины называют разность между математическим ожиданием квадрата случайной величины X и квадратом её математического ожидания.

$$D(x) = M(X^2) - [M(X)]^2$$

**Средним квадратическим отклонением** называется квадратный корень из дисперсии.  $\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$  10

События называют **несовместными**, если появление одного из них исключает появление других в одном и том же испытании.

## Формула полной вероятности

Вероятность события  $A$ , которое может наступить лишь при условии появления одного из несовместных событий  $B_1, B_2, \dots, B_n$  равна сумме произведений вероятностей каждого из этих событий на соответствующую условную вероятность события  $A$ .

$$P(A) = P(B_1)P_{B_1}(A) + P(B_2)P_{B_2}(A) + \dots + P(B_n)P_{B_n}(A)$$

## Формула Байеса

$$P_A(B_i) = \frac{P(B_i)P_{B_i}(A)}{P(A)}$$

Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях

$$P\left(\left|\frac{m}{n} - p\right| \leq \varepsilon\right) \cong 2\Phi\left(\varepsilon \sqrt{\frac{n}{pq}}\right)$$