Группа 7381

Алясовой Анастасии Николаевны

Задача 1.

Найти xy координаты монохроматического цвета 555 nm (отражающая способность 1.0). Источник освещения D65. Модель наблюдателя соответствует CIE 1931 (2 градуса).

$$X = \frac{1}{N}\int_{\lambda} \bar{x}(\lambda)S(\lambda)I(\lambda)d(\lambda)$$

$$Y = \frac{1}{N}\int_{\lambda} \bar{y}(\lambda)S(\lambda)I(\lambda)d(\lambda)$$

$$Z = \frac{1}{N}\int_{\lambda} \bar{z}(\lambda)S(\lambda)I(\lambda)d(\lambda)$$

$$N = \int_{\lambda} \bar{y}(\lambda)I(\lambda)d(\lambda)$$

nm	X	Y	Z
555	0.5121	1	0.0057

D65

555	102.023000

$$N = 102.023 * 1 = 102.023$$

$$X = 0.5121 * \frac{102.023}{102.023} = 0.5121$$

$$Y = 1$$

$$Z = 0.0057 * \frac{102.023}{102.023} = 0.0057$$

$$x = \frac{X}{X+Y+Z}$$

$$y = \frac{Y}{X+Y+Z}$$

$$Y = Y$$

$$x = \frac{0.5121}{0.5121 + 1 + 0.0057} = 0.3374$$

$$y = \frac{1}{0.5121 + 1 + 0.0057} = 0.6588$$

Ответ: (0.3374; 0.6588).

Задача 2.

Даны координаты в системе sRGB (0.75 0.5 0.25) (Гамма = 2.2; источник освещения D65). Найти XYZ координаты. Найти XYZ координаты при изменении D65 на D50 по методу Бредфорда (Bradford).

Дано:	*Найти:*
sRGB (0.75 0.5 0.25)	XYZ - ?
$\gamma = 2.2$	XYZ D50 -?
D65	

Решение:

1) Переходим в линейное пространство (приборное).

$$C_{\text{linear}} = \begin{cases} \frac{C_{\text{srgb}}}{12.92}, & C_{\text{srgb}} \le 0.04045 \\ \left(\frac{C_{\text{srgb}}+a}{1+a}\right)^{2.4}, & C_{\text{srgb}} > 0.04045 \end{cases}$$

где $a = 0.055$.

$$Linear\ RGB\ (0.5225\ 0.2140\ 0.0509)$$

2. Линейное преобразование в XYZ

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4124 & 0.3576 & 0.1805 \\ 0.2126 & 0.7152 & 0.0722 \\ 0.0193 & 0.1192 & 0.9505 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{\text{linear}} \\ G_{\text{linear}} \\ B_{\text{linear}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4124 & 0.3576 & 0.1805 \\ 0.2126 & 0.7152 & 0.0722 \\ 0.0193 & 0.1192 & 0.9505 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.5225 \\ 0.2140 \\ 0.0525 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.301482 \\ 0.267927 \\ 0.085494 \end{bmatrix}$$

$$XYZ\ (0.301482\ 0.267927\ 0.085494)\ D65$$

3. Хроматическая адоптация (Брадфорд)

$$\begin{bmatrix} X_D \\ Y_D \\ Z_D \end{bmatrix} = [M] \begin{bmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \end{bmatrix}$$

Bradford

$$M_{BFD} = \begin{bmatrix} 0.8951 & 0.2664 & -0.1614 \\ -0.7502 & 1.7135 & 0.0367 \\ 0.0389 & -0.0685 & 1.0296 \end{bmatrix}$$

$$[M_{BDF}]^{-1} = \begin{bmatrix} 0.9870 & -0.1471 & 0.1600 \\ 0.4323 & 0.5184 & 0.0493 \\ -0.0085 & 0.0400 & 0.9685 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \mathrm{X_a} \\ \mathrm{Y_a} \\ \mathrm{Z_a} \end{bmatrix} = [M_{BDF}]^{-1} * [M_{ADT}] * [M_{BDF}] * \begin{bmatrix} \mathrm{X} \\ \mathrm{Y} \\ \mathrm{Z} \end{bmatrix}$$

$$[M_{ADT}] = \begin{bmatrix} \mathrm{R_{wt}}/\mathrm{R_{wr}} & 0 & 0 \\ 0 & \mathrm{G_{wt}}/\mathrm{G_{wr}} & 0 \\ 0 & 0 & \mathrm{B_{wt}}/\mathrm{B_{wr}} \end{bmatrix}$$

Illuminant	X	Y	Z
D50	**0.96422**	**1.00000**	**0.82521**
D55	0.95682	1.00000	0.92149
D65	**0.95047**	**1.00000**	**1.08883**

$$[M_{ADT}] = \begin{bmatrix} 1.0144665 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.7578869 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_{D50} \\ Y_{D50} \\ Z_{D50} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0144665 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.7578869 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{D65} \\ Y_{D65} \\ Z_{D65} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_{D50} \\ Y_{D50} \\ Z_{D50} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0144665 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.7578869 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.301482 \\ 0.267927 \\ 0.085494 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_{D50} \\ Y_{D50} \\ Z_{D50} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.305843 \\ 0.267927 \\ 0.064795 \end{bmatrix}$$

$$XYZ\ (0.305843\ 0.267927\ 0.064795)\ D50$$

Ответ:

$$XYZ\ (0.301482\ 0.267927\ 0.085494)\ D65$$

$$XYZ\ (0.305843\ 0.267927\ 0.064795)\ D50$$

Задача 3.

Гистограмма изображения задана линией y=x. Постройте LUT для эквализации гистограммы. Постройте LUT для инверсии изображения.

Задана гистограмма линией $y = x$, т.е. $Hist[i] = i$. Будем считать, что изображение 8-битное, тогда $i \in [0; 255]$.

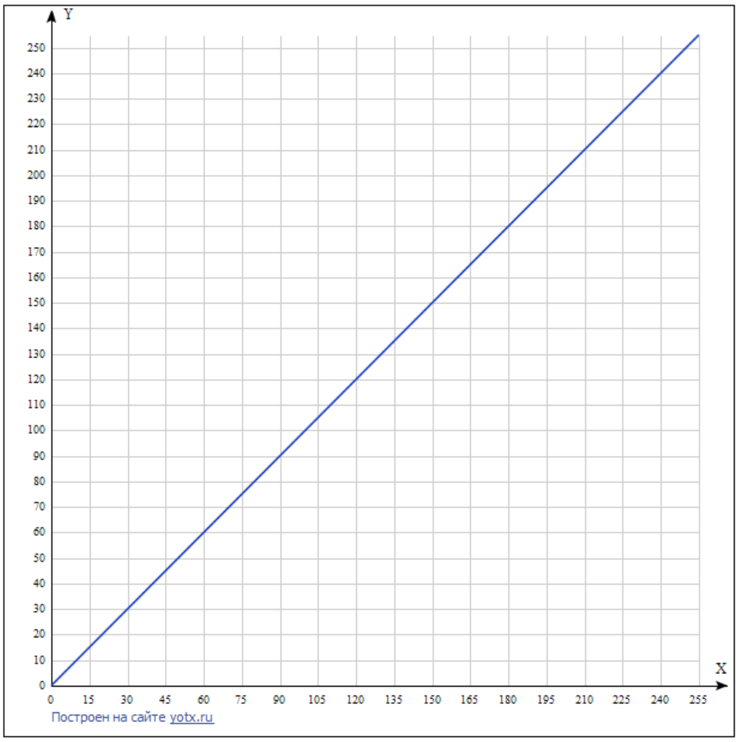


Рисунок 1 – Гистограмма изображения

Для эквализации изображения:

$$LUT[i] = 255 \frac{\sum_{j=0}^{i} Hist[j]}{\sum_{j=0}^{255} Hist[j]}$$

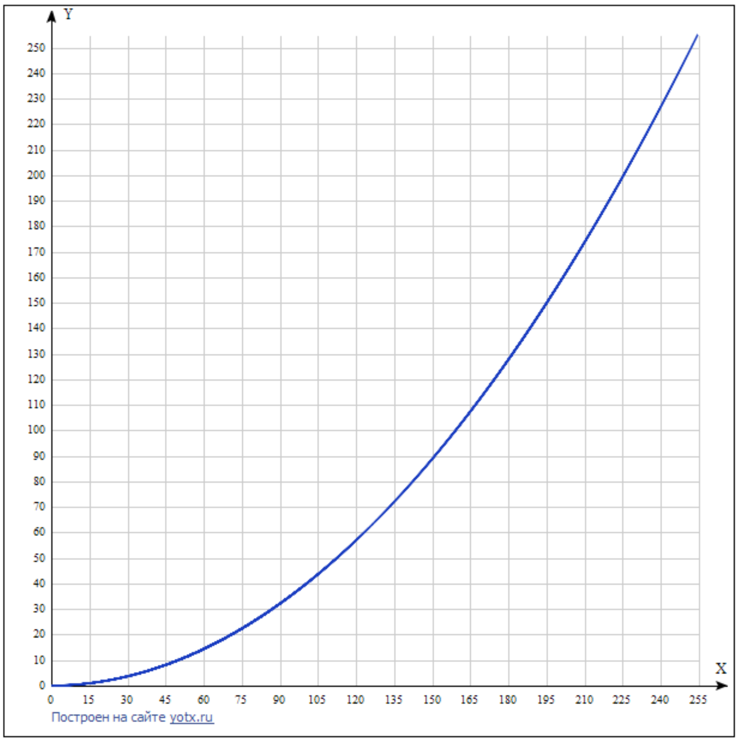


Рисунок 2 – LUT для эквализации изображения

Для инверсии изображения:

$$LUT[i] = 255 - i$$

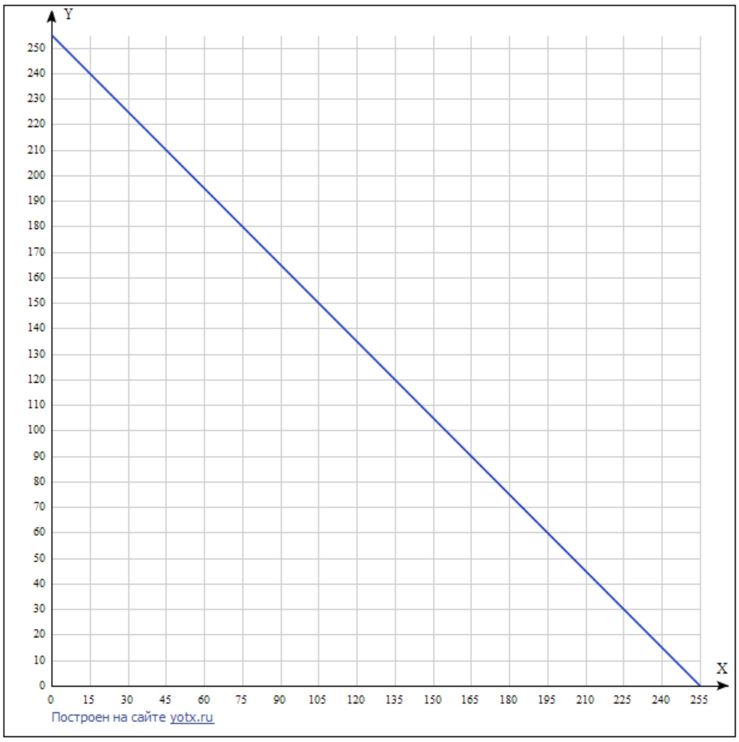


Рисунок 3 – LUT для инверсии изображения

Задача 4

Какие из ранговых фильтров являются сепарабельными? Доказать.

Сепарабельными фильтрами являются фильтры, которые можно разложить в произведение вектор-строки на вектор-столбец. Данное разложение возможно в случае, если ядро матрицы-фильтра равно 1.

Примером таким фильтров могут послужить фильтры Собеля, Гаусса и медианный. Доказательством их сепарабельности может служить их разложение.

Медианный фильтр:

$$K_M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}^T$$

Фильтр Гаусса:

$$K_G = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}^T$$

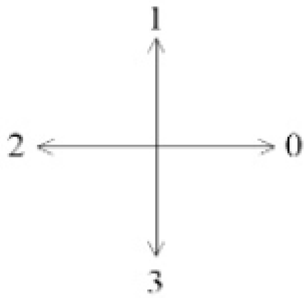
Фильтры Собеля:

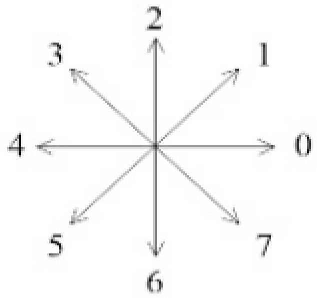
$$K_{SH} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T$$

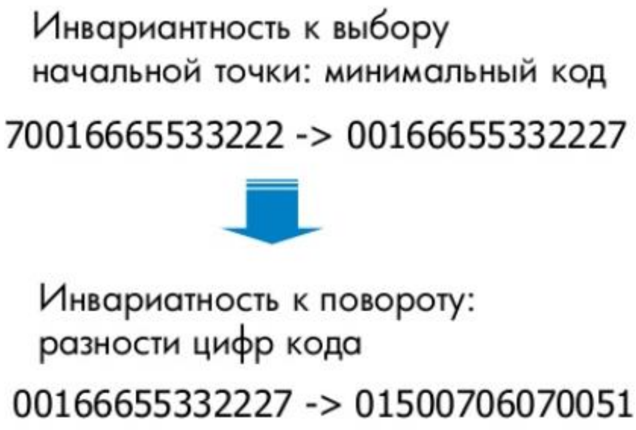
$$K_{SV} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}^T$$

Задача 5.

Преобразуйте цепной код 1527650432 так, чтобы он стал инвариантным по отношению к выбору начальной точки и к повороту.







Инвариантность	1	5	2	7	6	5	0	4	3	2
К выбору нач. точки	0	4	3	2	1	5	2	7	6	5
К повороту	4	7	7	7	4	5	5	7	7	3

Ответ: (0432152765), (4777455773).

Задача 6.

Дано бинарное изображение равностороннего треугольника со стороной 6. Как будет выглядеть эрозия и дилатация этого изображения с квадратом стороной 2.

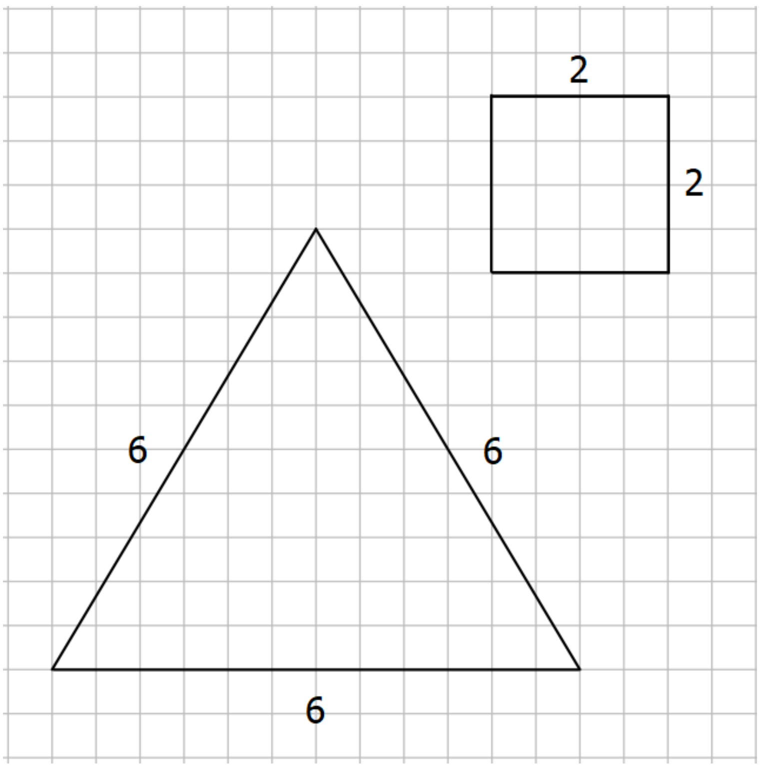


Рисунок 1 – Исходные данные

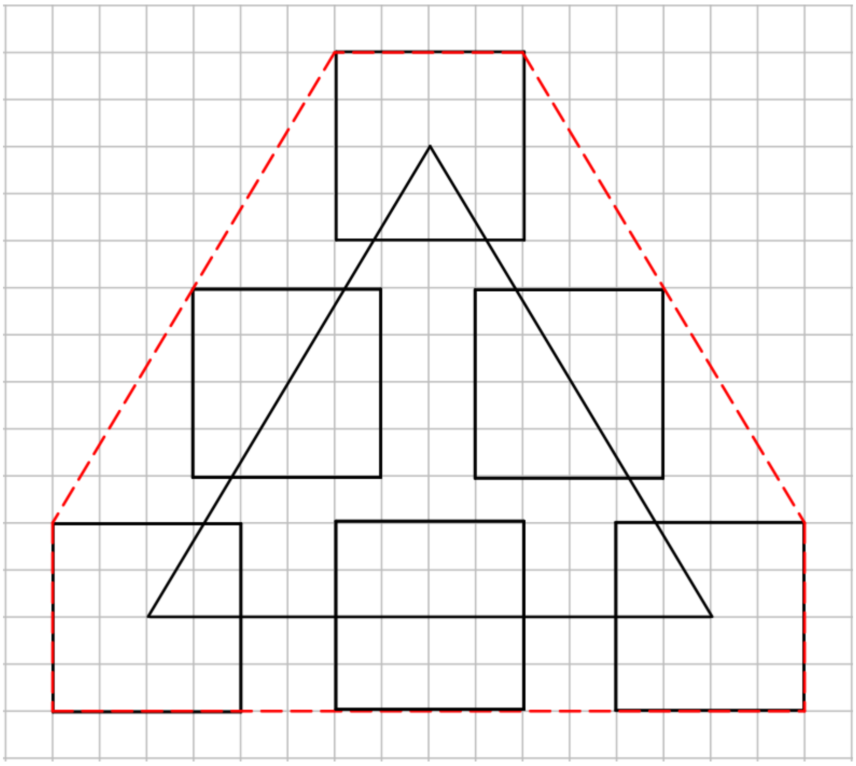


Рисунок 2 – Дилатация (новая фигура – наибольший квадрато-треугольник)

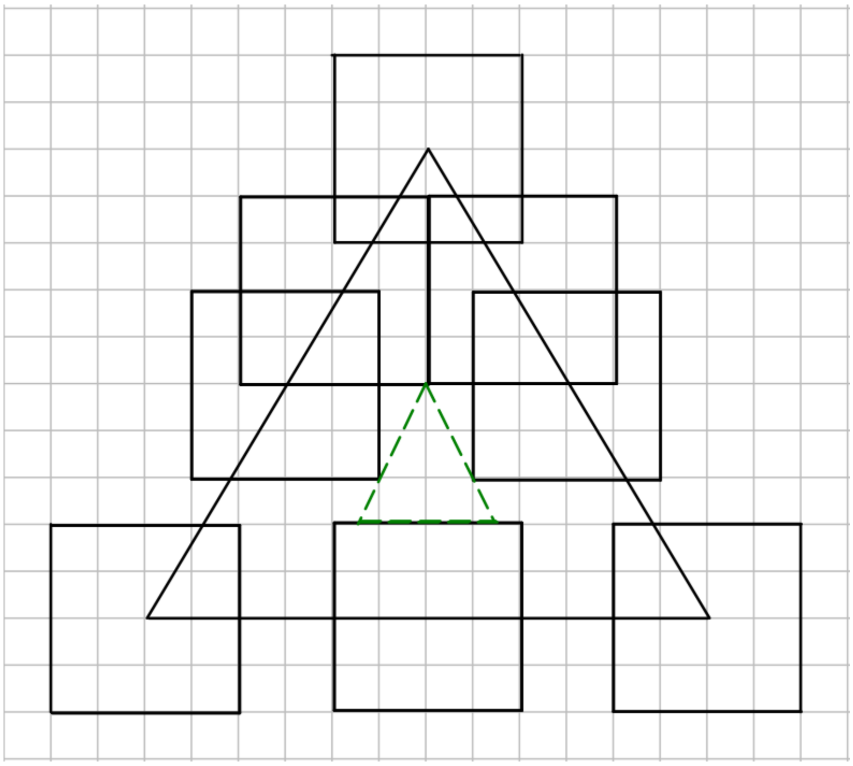


Рисунок 3 – Эрозия (новая фигура – наименьший треугольник)

Задача 7

Дано изображение шахматного поля с клетками размером $n \times n$ пикселей. Какие параметры сдвига будут порождать матрицу смежности (GLCM) диагонального вида?

Матрица значений яркости шахматного поля имеет вид:

$$\begin{array}{cc} & n \\ n & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Матрица смежности будет иметь размер 2×2 и иметь вид:

$$\begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} \\ a_{10} & a_{11} \end{pmatrix}$$

Элементы будут содержать число случаев взаимного расположения пикселей изображения с уровнями серого i и j.

Расположение соседнего пикселя вычисляется по двум параметрам:

1) по расстоянию между пикселями d

2) по угловому направлению φ ($\varphi = 0°$; $\varphi = 45°$; $\varphi = 90°$; $\varphi = 135°$).

Чтобы матрица смежности была диагональной необходимо, чтобы соседние пиксели были одинаковыми. А это достигается при условиях:

1) $\varphi = 45°$; $\varphi = 135°$, d – нечетное

2) при любом значении φ, если d – четное.

Задача 8.

К каким трансформациям (2D) изображения не инвариантен детектор Харриса?

1) Детектор Харриса не инвариантен к изменению масштаба (для устранения этого недостатка используют многомасштабный детектор Харриса (multi-scale Harris detector)).

2) Детектор Харриса частично инвариантен к наличию шума.

3) Детектор Харриса частично инвариантен к аффинным изменениям интенсивности.

Задача 9.

Дано бинарное изображение прямоугольника 4×2 пикселя. Посчитайте: компактность, эксцентриситет, центр масс, ориентацию главной оси инерции, первые четыре момента *Hu*.

1) Компактность

$$C = \frac{P^2}{S} = \frac{(2*(4+2))^2}{4*2} = \frac{144^2}{8} = 18$$

2) Эксцентриситет

Дискретный центральный момент m_{ij} области определяется:

$$m_{ij} = \sum_{(x,y)\epsilon Reg} (x-\bar{x})^i (y-\bar{y})^j$$

где n – общее количество пикселей в области, и

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{(x,y)\epsilon Reg} x\,; \qquad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{(x,y)\epsilon Reg} y.$$

$$elongation = \frac{m_{20} + m_{02} + \sqrt{(m_{20} - m_{02})^2 + 4m_{11}^2}}{m_{20} + m_{02} - \sqrt{(m_{20} - m_{02})^2 + 4m_{11}^2}}$$

$$m_{02} = 6.5$$

$$m_{20} = 11$$

$$m_{11} = -6$$

$$elongation = \frac{11 + 6.5 + \sqrt{(11-6.5)^2 + 4*36}}{11 + 6.5 - \sqrt{(11-6.5)^2 + 4*36}} = 6.47$$

3) Центр масс

$$\bar{x} = \frac{1}{4}$$

$$\bar{y} = \frac{6}{4}$$

$$(\bar{x};\ \bar{y}) = \left(\frac{1}{4}; \frac{6}{4}\right)$$

4) Ориентацию главной оси инерции

$$\theta = \frac{1}{2} tan^{-1}\left(\frac{2m_{11}}{m_{20} - m_{02}}\right)$$

$$\theta = \frac{1}{2} tan^{-1}\left(\frac{-12)}{4.5}\right) = -34.72198$$

5) Первые 4-ре момента *Hu*

$$\gamma = 1 + \frac{4+8}{2} = 7$$

$$m_{21} = 7$$

$$m_{12} = -1.5$$

$$m_{30} = -17$$

$$m_{03} = 0.5$$

$$\eta_{20} = \frac{m_{20}}{{m_{20}}^7} = \frac{1}{11^6}$$

$$\eta_{02} = \frac{m_{02}}{{m_{02}}^7} = \frac{1}{6.5^6}$$

$$\varphi_1 = -0.000000117$$

$$\varphi_2 = 0.000000856$$

$$\varphi_3 = 0.06969$$

$$\varphi_4 = 4096.008$$

Задача 10.

Чему равна сумма коэффициентов wavelet-фильтров? Скалирующей функции? Какая связь с квадратурными зеркальными фильтрами?

Сумма коэффициентов wavelet-фильтров равна 1.

Сумма коэффициентов скалирующей функции равна $\sqrt{2}$.

Ортогональные вейвлеты - вейвлеты Хаара и связанные с ними вейвлеты Добеши, койфлеты и некоторые, разработанные Маллатом, генерируются функциями масштабирования, которые вместе с вейвлетом удовлетворяют соотношению квадратурного зеркального фильтра.

Задача 11

Есть камера с фокусным расстоянием 10 см, размером кадра 1920x1080, размер пикселя 10 микрон, центр проекции находится на пикселе с координатами 950, 550, угол наклона матрицы равен 0. Запишите матрицу внутренней калибровки камеры (intrinsic parameters).

Внутренняя матрица калибровки камеры:

$$K = \begin{bmatrix} f_x & \gamma & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

где f_x, f_y – фокусные расстояния x и y (они обычно одинаковы);

c_x, c_y – координаты x и y оптического центра в плоскости изображения;

γ – перекос между осями.

$$f_x, = f_y = \frac{100}{10 * 0.001} = 10\ 000$$

$$K = \begin{bmatrix} 10^4 & 0 & 950 \\ 0 & 10^4 & 550 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$