

① Из 40 книг, среди которых произведения А.С. Пушкина, выбирается набор из 18 и выставляются на полку. Определить вероятность, что все три тома попадут на полку.

$$P(x=k) = \frac{C_k^k \cdot C_{N-k}^{n-k}}{C_N^n}$$

$N = 40$  (всего книг)

$K = 3$  (3 тома Пушкина из всех книг)

$n = 18$  (выставили на полку)

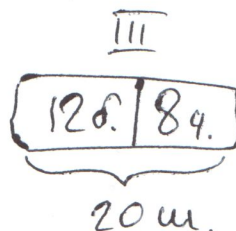
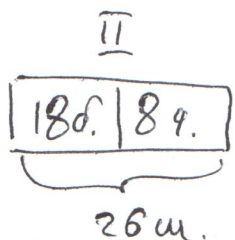
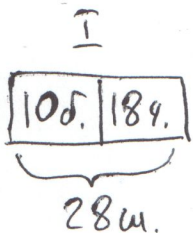
$k = 3$  (исковые тома на полке)

$$P(x=3) = \frac{C_3^3 \cdot C_{37}^{15}}{C_{40}^{18}} = \frac{3! \cdot 37!}{3! \cdot 0! \cdot 15! \cdot 22!} = \frac{1 \cdot 23 \cdot \dots \cdot 37}{1 \cdot \dots \cdot 15} = \frac{23 \cdot \dots \cdot 40}{1 \cdot \dots \cdot 18} =$$

$$= \frac{23 \cdot \dots \cdot 37}{1 \cdot \dots \cdot 15} \cdot \frac{1 \cdot \dots \cdot 18}{23 \cdot \dots \cdot 40} = \frac{16 \cdot 17 \cdot 18}{38 \cdot 39 \cdot 40} = \frac{17}{190} = 0,0895$$

Ответ: 0,0895

② В 1-м ящике 10 белых и 18 черных шаров; во 2-м ящике 18 белых и 8 черных; в 3-м 12 белых и 8 черных. Набор выбирают один ящик. Из него достали 2 шара. Все оказались белыми. Определить вероятность того, что они из 1-го ящика.



A - извлекли два белых шара

$H_1$  - вытянули шары из 1-го ящика

$H_2$  - вытянули шары из 2-го ящика

$H_3$  - вытянули шары из 3-го ящика

$$P(H_1) = P(H_2) = P(H_3) = \frac{1}{3}$$

$$P(A|H_1) = \frac{C_{10}^2}{C_{28}^2} = \frac{\frac{10!}{2! \cdot 8!}}{\frac{28!}{2! \cdot 26!}} = \frac{45}{378}$$

$$P(A|H_2) = \frac{C_{18}^2}{C_{26}^2} = \frac{\frac{18!}{2! \cdot 16!}}{\frac{26!}{2! \cdot 24!}} = \frac{153}{325}$$

$$P(A|H_3) = \frac{C_{12}^2}{C_{20}^2} = \frac{\frac{12!}{2! \cdot 10!}}{\frac{20!}{2! \cdot 18!}} = \frac{66}{190}$$

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A|H_1) + P(H_2) \cdot P(A|H_2) + P(H_3) \cdot P(A|H_3) =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{45}{378} + \frac{1}{3} \cdot \frac{153}{325} + \frac{1}{3} \cdot \frac{66}{190} = 0,119 + 0,157 + 0,116 = 0,392$$

$$P_1 = \frac{P(H_1) \cdot P(A|H_1)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{45}{378}}{0,392} = \frac{0,119}{0,392} = 0,304$$

Ответ: 0,304

③ Четыре независимых эксперта проводят исследование некоторого процесса по 2-м независимым характеристикам. Вероятность ошибочной характеристики у каждого эксперта равна 0,3. Определить вероятность того, что хотя один из экспертов верно определит все характеристики процесса.



A - хотя 1 из 4 экспертов верно определит 2 характеристики

$A_{ij}$  - i-ый эксперт определяет верно j-ую характеристику

$\bar{A}_i$  - i-ый эксперт определяет неверно 2 характеристики

$$P(A_{ij}) = 1 - 0,3 = 0,7$$

$$P(A_i) = 1 - 0,7^2 = 0,51$$

$$P(A) = 1 - 0,51^4 = 0,932$$

Ответ: 0,932

④ Вероятность успеха в схеме Бернулли равна  $\frac{1}{1500}$ . Проводится 2000 испытаний. Написать точную формулу и вычислить приблизительно вероятность того, что число успехов не превысит 1.

$$P(X_{2000} \leq 1) = ?$$

$$np = 2000 \cdot \frac{1}{1500} = \frac{4}{3} \Rightarrow \text{формула Пуассона}$$

Формула Бернулли:

$$P(X_n = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

Формула Пуассона:

$$P(X_n = k) = \frac{\lambda^k}{k!} \cdot e^{-\lambda}, \text{ где } \lambda = np$$

$$P(X_{2000} \leq 1) = P(X_{2000} = 0) + P(X_{2000} = 1)$$

$$P(X_{2000} = 0) = C_{2000}^0 \cdot \left(\frac{1}{1500}\right)^0 \cdot \left(\frac{1499}{1500}\right)^{2000} = \left(\frac{1499}{1500}\right)^{2000}$$

$$P(X_{2000} = 1) = C_{2000}^1 \cdot \left(\frac{1}{1500}\right)^1 \cdot \left(\frac{1499}{1500}\right)^{1999} = \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{1499}{1500}\right)^{1999}$$

$$P(X_{2000} \leq 1) = C_{2000}^0 \cdot \left(\frac{1}{1500}\right)^0 \cdot \left(\frac{1499}{1500}\right)^{2000} + C_{2000}^1 \cdot \left(\frac{1}{1500}\right)^1 \cdot \left(\frac{1499}{1500}\right)^{1999} = \left(\frac{1499}{1500}\right)^{2000} + \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{1499}{1500}\right)^{1999}$$

$$P(X_{2000} = 0) = \frac{\left(\frac{4}{3}\right)^0}{0!} \cdot e^{-\frac{4}{3}} = 1 \cdot 0,2636 = 0,2636$$

$$P(X_{2000} = 1) = \frac{\left(\frac{4}{3}\right)^1}{1!} \cdot e^{-\frac{4}{3}} = \frac{4}{3} \cdot e^{-\frac{4}{3}} = \frac{4}{3} \cdot 0,2636 = 0,3514$$

$$P(X_{2000} \leq 1) = 0,2636 + 0,3514 = 0,615$$