МИНОБРНАУКИ РОССИИ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ

ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)

Кафедра математического обеспечения и применения ЭВМ

ОТЧЕТ

по практической работе №2

по дисциплине «Теория принятия решений»

Тема: Бесконечные антагонистические игры

Студент гр. 6382	__________________	Мартыненко П.П.
Преподаватель	__________________	Сучков А.И.

Санкт-Петербург

2020

Цель работы.

Использование инструментальных средств для решения задач поддержки принятия решения, а также овладение навыками принятия решения на основе бесконечных антагонистических игр.

Основные теоретические положения.

В данной работе рассматриваются антагонистические игры, которые отличаются от матричных тем, что в них один или оба игрока имеют бесконечное (счётное или континуум) множество стратегий. С теоретико-игровой точки зрения это отличие малосущественно, поскольку игра остаётся антагонистической и проблема состоит в использовании более сложного аналитического аппарата исследования.

Таким образом, исследуются общие антагонистические игры, т.е. системы вида (1)

$$\Gamma = (X, Y, H), \tag{1}$$

где X и Y – произвольные бесконечные множества, элементы которых являются стратегиями игроков 1 и 2 соответственно, а $H: X \times Y \to \mathbb{R}^1$ – функция выигрыша игрока 1. Выигрыш игрока 2 в ситуации (x, y) равен $[-H(x, y)], x \in X, y \in Y$ (игра антагонистическая). Далее рассматриваются такие игры, у которых функция H ограничена.

Одновременная игра преследования на плоскости.

Пусть S_1и S_2 – множества на плоскости. Игра Г заключается в следующем. Игрок 1 выбирает некоторую точку $x \in S_1$, а игрок 2 выбирает точку $y \in S_2$. При совершении выбора игроки 1 и 2 не имеют информации о действиях противника, поэтому подобный выбор удобно интерпретировать как одновременный. В этом случае точки $x \in S_1$, $y \in S_2$ являются стратегиями игроков 1 и 2 соответственно. Таким образом, множества стратегий игроков совпадают с множествами S_1 и S_2 на плоскости.

Целью игрока 2 является минимизация расстояния между ним и игроком 1 (игрок 1 преследует противоположную цель). Поэтому под выигрышем $H(x, y)$

игрока 1 в этой игре понимается евклидово расстояние $\rho(x, y)$ между точками $x \in S_1$ и $y \in S_2$, т.е. $H(x, y) = \rho(x, y), x \in S_1, y \in S_2$. Выигрыш игрока 2 полагаем равным выигрышу игрока 1, взятому с обратным знаком, а именно $[-\rho(x, y)]$ (игра антагонистическая).

Модель покера с одним кругом ставок и одним размером ставки.

В начале партии каждый из двух игроков А и В ставит по единице. После того, как каждый из игроков получит карту, ходит игрок А: он может или поставить ещё a единиц или спасовать и потерять свою начальную ставку. Если А ставит, то у В две альтернативы: он может или спасовать (теряя при этом свою начальную ставку), или уровнять, поставив a единиц. Если В уравнивает, то игроки открывают свои карты и игрок с лучшей картой выигрывает единицу (банк).

Обозначим карту игрока через ξ, а карту игрока В через η, при этом предполагаем, что случайные величины ξ и η имеют равномерное распределение на единичном интервале.

Стратегии строятся следующим образом. Пусть

- $\varphi(\xi)$ – вероятность того, что если А получит ξ, то он поставит a,
- $1 - \varphi(\xi)$ – вероятность того, что если А получит ξ, то он спасует,
- $\psi(\eta)$ – вероятность того, что если В получит η, то он уравняет ставку a,
- $1 - \psi(\eta)$ – вероятность того, что если В получит η, то он спасует.

Если игроки применяют эти стратегии, то ожидаемый чистый выигрыш $K(\varphi, \psi)$ представляет собой сумму выигрышей, соответствующих трём взаимно исключающим возможностям: А пасует; А ставит a единиц и В уравнивает; А ставит и В пасует.

Для решения игры необходимо найти такую пару стратегий (φ^*, ψ^*), которая удовлетворяет (2) для всех стратегий φ и ψ соответственно.

$$K(\varphi, \psi^*) \leq K(\varphi^*, \psi^*) \leq K(\varphi^*, \psi) \tag{2}$$

Модель покера с двумя кругами ставок.

Рассматривается модель покера на случай двух ставок. В тоже время, ограничимся случаем, когда допускается только один размер ставки. Для удобства полагаем, что каждому игроку сдаются случайные расклады, равномерно распределённые на единичном интервале.

После того, как сделана начальная единичная ставка, игрок A ходит первым и имеет две альтернативы: он может спасовать или поставить a единиц. Затем ходит игрок B, который располагает тремя возможностями: он может пасовать, уровнять ставку игрока A или, наконец, повысить, поставив $a + b$ единиц. Если B повысил, то на долю A остаётся либо пасовать, либо уравнивать ставку B.

Если A и B получили соответственно карты ξ и η, то их стратегии могут быть описаны следующим образом:

- $\varphi_1(\xi)$ – вероятность того, что игрок A ставит a и, если игрок B повышает, пасует;
- $\varphi_2(\xi)$ – вероятность того, что игрок A ставит a и, если игрок B повышает, то A уравнивает ставку B;
- $1 - \varphi_1(\xi) - \varphi_2(\xi)$ – вероятность того, что игрок A сразу пасует;
- $\psi_1(\eta)$ – вероятность того, что игрок B уравнивает начальную ставку;
- $\psi_2(\eta)$ – вероятность того, что игрок B повышает;
- $1 - \psi_1(\eta) - \psi_2(\eta)$ – вероятность того, что игрок B пасует.

Постановка задачи.

Используя инструментальные средства компьютерной алгебры решить задачи преследования и покера.

Выполнение работы.

Для задачи преследования были отображены фигуры на плоскости. Согласованные с вариантом фигуры представлены на рис. 1.

Были рассмотрены два случая задачи: центр масс фигуры S_1 принадлежит фигуре S_2 и центр масс фигуры S_1 не принадлежит фигуре S_2.

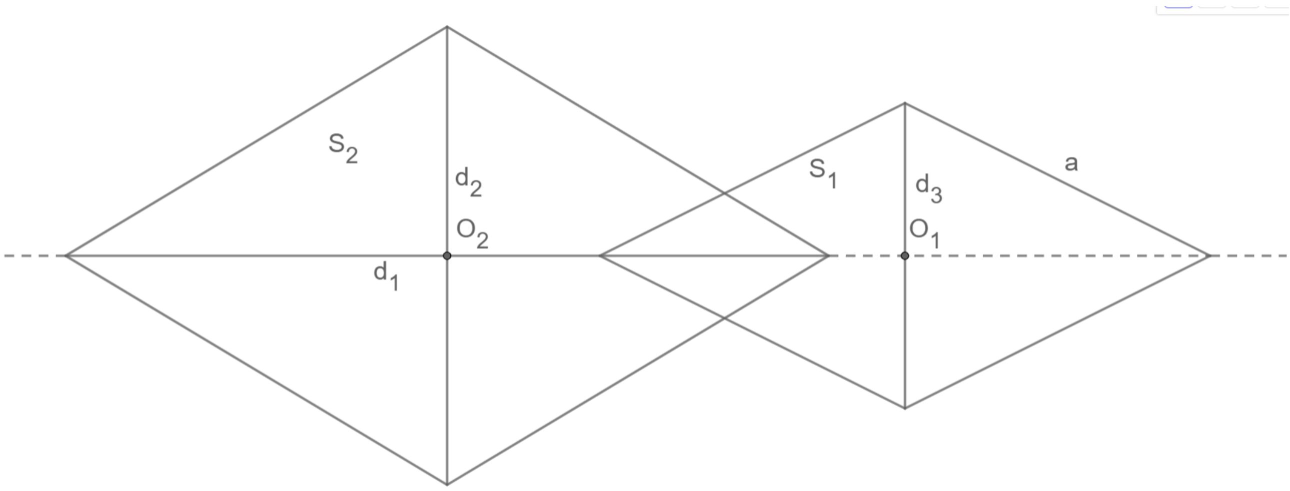

Рисунок 1 – Отображение фигур для случая $O_1 \notin S_2$

Найдём нижнюю цену игры.

Графическое изображение рассуждений представлено на рис. 2.

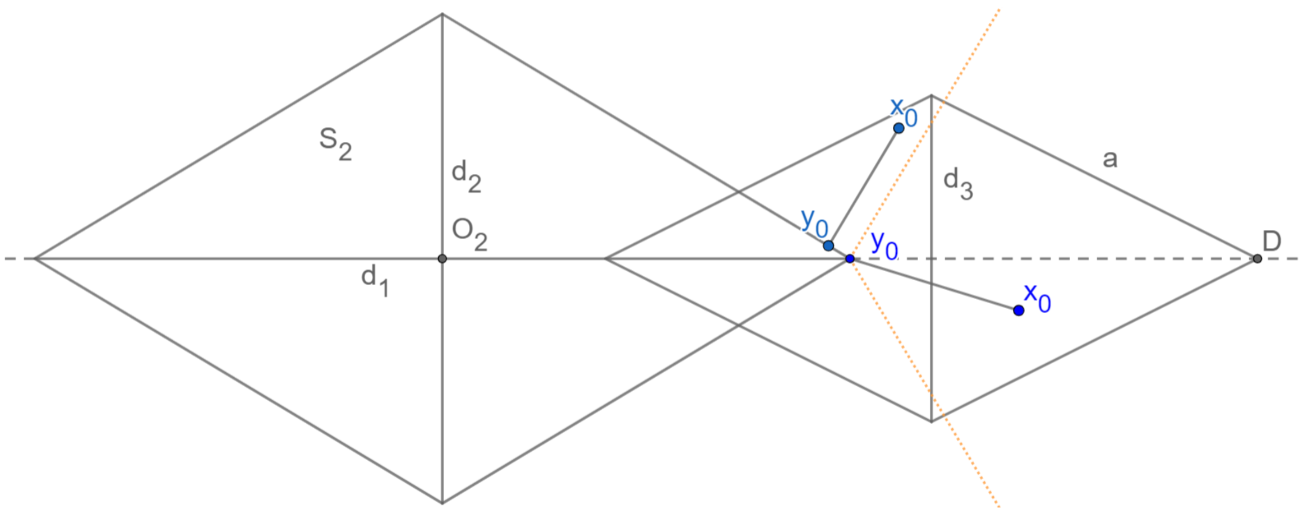

Рисунок 2 – Нахождение нижней цены игры для случая $O_1 \notin S_2$

Для любой точки x_0 принадлежащей S_1 и не принадлежащей S_2:

1) если x_0 лежит в плоскости, ограничивающейся перпендикуляром в вершину ромба S_2 (на рис.2 выделен оранжевым цветом), стороной ромба S_2 и сторонами ромба S_1, то минимальным расстоянием до S_2 будет перпендикуляр, проведенный из x_0 до ближайшей стороны ромба S_2.

2) в противном случае, минимальным расстоянием будет являться отрезок, концами которого будут x_0 и вершина ромба S_2, лежащая в плоскости S_1.

Для того, чтобы данное расстояние было максимально возможным, точка x_0 должна совпадать с вершиной ромба, лежащей на большей диагонали S_1 и не принадлежащей плоскости ромба S_2.

Согласно рис. 2 определим нижнюю цену игры (3).

$$\underline{\nu} = |O_2 D| - \frac{d_2}{2} \tag{3}$$

Найдём верхнюю цену игры.

Для любой точки y_0, принадлежащей S_2, расстояние до некоторой точки x_0, принадлежащей S_1 и не принадлежащей S_2, будет максимальным, только если x_0 совпадает с вершиной ромба S_1, лежащей на большей диагонали и не принадлежащей плоскости ромба S_2.

Для того, чтобы данное расстояние было при этом минимально-возможным, необходимо, чтобы y_0 совпадала с вершиной ромба S_2, лежащей в плоскости S_1.

Графическое изображение рассуждений представлено на рис. 3.

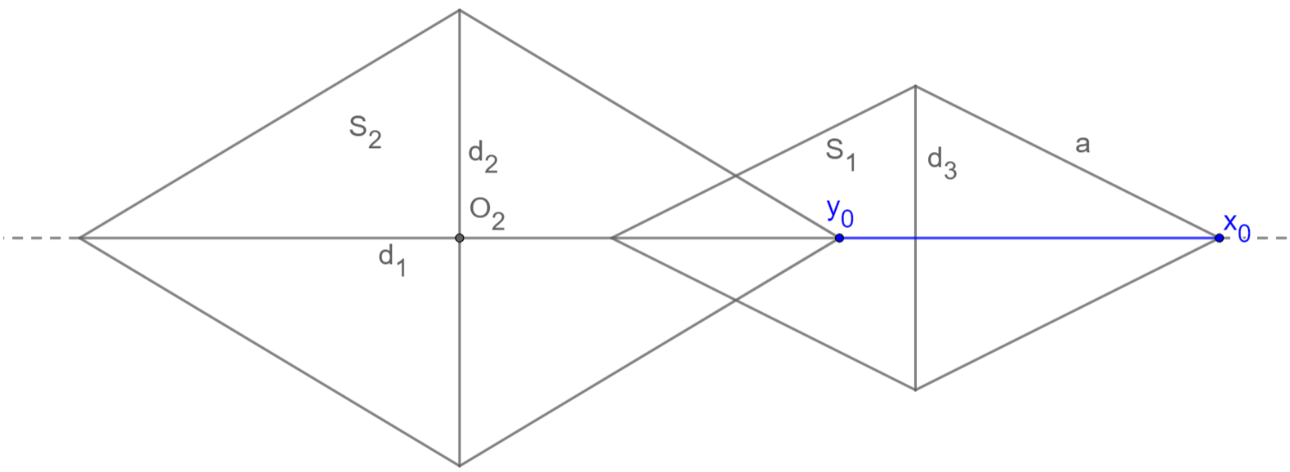

Рисунок 3 – Нахождение верхней цены игры для случая $O_1 \notin S_2$

Таким образом, значения нижней (3) и верхней (4) цен игры совпали, что свидетельствует о решении задачи в чистых стратегиях.

$$\overline{v} = \underline{v} = |O_2D| - \frac{d_2}{2} \qquad (4)$$

Найдём верхнюю цену игры для случая $O_1 \in S_2$.

Графическое изображение рассуждений представлено на рис. 4.

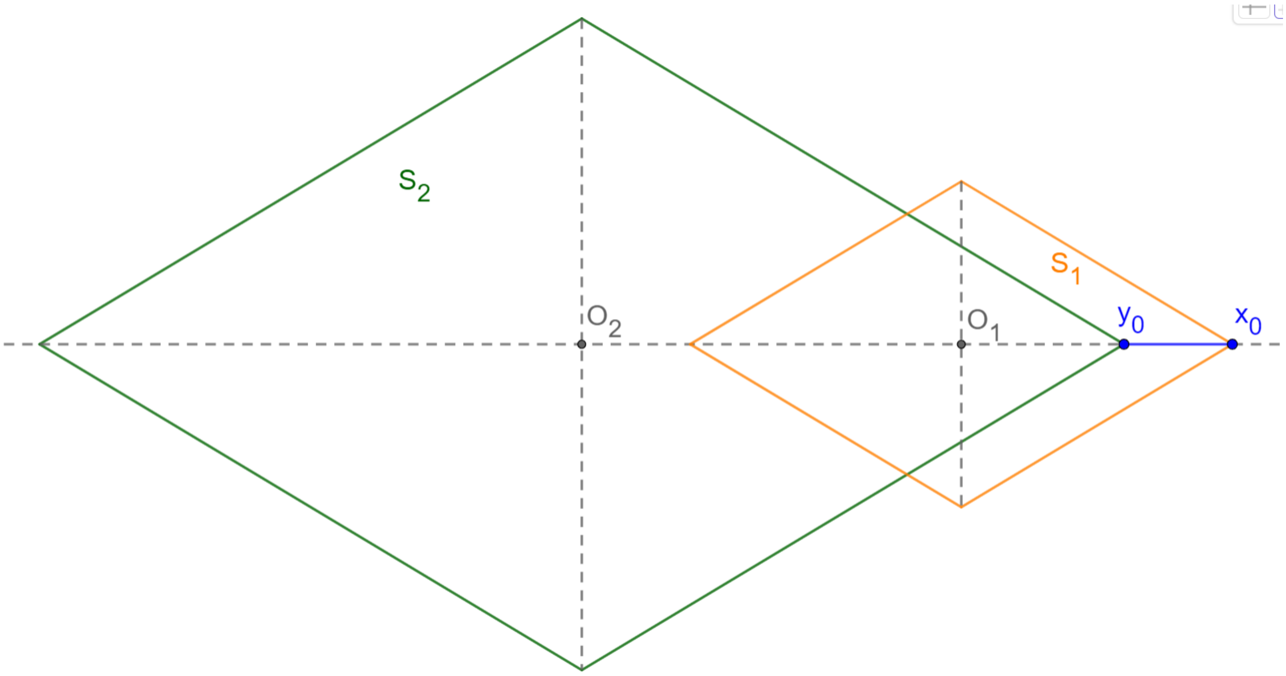

Рисунок 3 – Нахождение верхней цены игры для случая $O_1 \in S_2$

Для любой точки y_0, принадлежащей S_2, расстояние до некоторой точки x_0, принадлежащей S_1 и не принадлежащей S_2, будет максимальным, только если x_0 совпадает с вершиной ромба S_1, лежащей на большей диагонали и не принадлежащей плоскости ромба S_2.

Для того, чтобы данное расстояние было при этом минимально-возможным, необходимо, чтобы y_0 совпадала с вершиной ромба S_2, лежащей в плоскости S_1.

Знаяя значение d меньшей диагонали и a стороны ромба S_1, согласно рис. 3 определим верхнюю цену игры (5).

$$\overline{v} = |O_1x_0| - |O_1y_0| = 2\sqrt{a^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} - |O_1y_0| \qquad (5)$$

Рассуждения о нахождении нижней цены игры для случая $O_1 \in S_2$ аналогичны случаю $O_1 \notin S_2$, соответственно отрезок x_0y_0 является нижней ценой игры.

Таким образом, значения нижней и верхней цен игры совпали (6), что свидетельствует о решении задачи в чистых стратегиях.

$$\overline{\nu} = \underline{\nu} = 2\sqrt{a^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} - |O_1y_0| \tag{6}$$

Найдено значение игры покера с одним кругом ставок при значении ставки a, равной 19.

Расчёт коэффициента c представлен в (9).

$$c = \frac{a}{a+2} = \frac{19}{19+2} = \frac{19}{21} \approx 0{,}9 \tag{7}$$

Рассмотрим принимаемые значения величины $\varphi^*(\xi)$ (8) при различном ξ.

$$\forall \xi \in \left(\frac{19}{21}; 1\right]: \ \varphi^*(\xi) = 1$$

$$\forall \xi \in \left(0; \frac{19}{21}\right]: \ \varphi^*(\xi) = 0 \tag{8}$$

$$\int_0^c \varphi^*(\xi)d\xi = \int_0^{19/21} \varphi^*(\xi)d\xi = \frac{2a}{(a+2)^2} = \frac{2*19}{(19+2)^2} = \frac{38}{441}$$

Рассмотрим принимаемые значения величины $\psi^*(\eta)$ (9) при различном η.

$$\psi^*(\eta) = \begin{cases} 0, 0 \le \eta \le \frac{19}{21} \\ 1, \frac{19}{21} < \eta \le 1 \end{cases} \tag{9}$$

Расчёт значения игры $K(\varphi^*, \psi^*)$ представлен в (10).

$$K(\varphi^*, \psi^*) = -1 + 2\int_0^1 \varphi^*(\xi)d\xi +$$

$$+ \int_0^1 \varphi^*(\xi)\left[2 + a\int_0^{\xi} \psi^*(\eta)d\eta - (a+2)\int_{\xi}^1 \psi^*(\eta)d\eta\right]d\xi = \tag{10}$$

$$= -1 + 2\left(\int_0^{19/21} \varphi^*(\xi)d\xi + \int_{19/21}^1 \varphi^*(\xi)d\xi\right) +$$

$$+\int_0^{19/21}\varphi^*(\xi)\left[19\int_0^{\xi}\psi^*(\eta)d\eta-21\int_{\xi}^{1}\psi^*(\eta)d\eta\right]d\xi+$$

$$+\int_{19/21}^{1}\varphi^*(\xi)\left[19\int_0^{\xi}\psi^*(\eta)d\eta-21\int_{\xi}^{1}\psi^*(\eta)d\eta\right]d\xi=$$

$$=-1+2\left(\frac{38}{441}+1-\frac{19}{21}\right)+$$

$$+\int_0^{19/21}\varphi^*(\xi)[19\times 0-21\int_{\xi}^{19/21}\psi^*(\eta)d\eta-$$

$$-21\int_{19/21}^{1}\psi^*(\eta)d\eta]d\xi+\int_{19/21}^{1}\varphi^*(\xi)[19\times$$

$$\times\int_0^{19/21}\psi^*(\eta)d\eta+19\int_{19/21}^{\xi}\psi^*(\eta)d\eta-21\int_{\xi}^{1}\psi^*(\eta)d\eta]d\xi=$$

$$=-1+\frac{160}{441}+\int_0^{19/21}\varphi^*(\xi)\left[-21\times 0-21(1-\frac{19}{21})\right]d\xi+$$

$$+\int_{19/21}^{1}\varphi^*(\xi)\left[19\times 0+19\times\left(\xi-\frac{19}{21}\right)-21\times(1-\xi)\right]d\xi=$$

$$=-1+\frac{160}{441}-2\int_0^{19/21}\varphi^*(\xi)d\xi+\int_{19/21}^{1}(40\xi-\frac{802}{21})d\xi=$$

$$-1+\frac{160}{441}-2*\frac{38}{441}+\left(20\xi^2-\frac{802}{21}\xi\right)\Big|_{19/21}^{1}=-\frac{361}{441}\approx-0{,}81$$

Проверим полученные результаты с помощью программы (см. приложение А).

```
Значение коэффициента c равно 0.9047619047619048
Значение игры K c равно -0.8185941043083881
```

Рисунок 4 – Результат выполнения программы для покера с одним кругом ставок

Найдено значение игры покера с двумя кругами при $a = 19, b = 21$.

Расчёт коэффициента c представлен в (11).

$$c = \frac{(a+1)(a+2)b + a(2a+b+2)^2}{(a+2)((a+1)b + (2a+b+2)^2)} = \\ = \frac{(19+1)(19+2)21 + 19(2*19+21+2)^2}{(19+2)((19+1)21 + (2*19+21+2)^2)} = \frac{79519}{86961} \tag{11}$$

Расчёт коэффициента e представлен в (12).

$$e = 1 - \frac{4(a+1)(2a+b+2)}{(a+2)\big((a+1)b + (2a+b+2)^2\big)} = \\ = 1 - \frac{4(19+1)(2*19+21+2)}{(19+2)((19+1)21 + (2*19+21+2)^2)} = \frac{82081}{86961} \tag{12}$$

Расчёт коэффициента d представлен в (13).

$$d = 1 - \frac{2(a+1)(2a+b+2)}{(a+2)\big((a+1)b + (2a+b+2)^2\big)} = \\ = 1 - \frac{2(19+1)(2*19+21+2)}{(19+2)((19+1)21 + (2*19+21+2)^2)} = \frac{84521}{86961} \tag{13}$$

Расчёт величины m_1 представлен в (14).

$$m_1 = \int_0^c \varphi_1^*(\xi)d\xi = \frac{2a(2a+b+2)^2}{(a+2)^2((a+1)b + (2a+b+2)^2)} = \\ = \frac{2*19(2*19+21+2)^2}{(19+2)^2((19+1)21 + (2*19+21+2)^2)} = \frac{141398}{1826181} \tag{14}$$

Расчёт величины m_2 представлен в (15).

$$m_2 = \int_0^c \psi_1^*(\xi)d\xi = \frac{2(a+1)b}{(a+2)((a+1)b + (2a+b+2)^2)} = \\ = \frac{2(19+1)21}{(19+2)((19+1)21 + (2*19+21+2)^2)} = \frac{40}{4141} \tag{15}$$

Расчёт значения игры $K(\varphi^*, \psi^*)$ представлен в (16).

$$K(\varphi^*, \psi^*) = -1 + \int_0^1 \varphi_1^*(\xi)[2 + a\int_0^\xi \psi_1^*(\eta)d\eta - (a+2) \times \\ \times \int_\xi^1 \psi_1^*(\eta)d\eta - (a+2)\int_0^1 \psi_2^*(\eta)d\eta]d\xi + \int_0^1 \varphi_2^*(\xi) \times \\ \times [2 + a\int_0^\xi \psi_1^*(\eta)d\eta - (a+2)\int_\xi^1 \psi_1^*(\eta)d\eta + (a+b) \times \tag{16}$$

$$\times \int_0^{\xi} \psi_2^*(\eta)d\eta - (a+b+2)\int_{\xi}^{1} \psi_2^*(\eta)d\eta]d\xi =$$

$$= -1 + \int_0^1 \varphi_1^*(\xi)[2 + 19\int_0^{\xi} \psi_1^*(\eta)d\eta - 21 \times$$

$$\times \int_{\xi}^{1} \psi_1^*(\eta)d\eta - 21\int_0^1 \psi_2^*(\eta)d\eta]d\xi + \int_0^1 \varphi_2^*(\xi) \times$$

$$\times [2 + 19\int_0^{\xi} \psi_1^*(\eta)d\eta - 21\int_{\xi}^{1} \psi_1^*(\eta)d\eta + 40 \times$$

$$\times \int_0^{\xi} \psi_2^*(\eta)d\eta - 42\int_{\xi}^{1} \psi_2^*(\eta)d\eta]d\xi =$$

$$= -1 + 2\int_0^1 \varphi_1^*(\xi)d\xi + 2\int_0^1 \varphi_2^*(\xi)d\xi + \int_0^1 \varphi_1^*(\xi) \times$$

$$\times \left[19\int_0^{\xi} \psi_1^*(\eta)d\eta - 21\int_{\xi}^{1} \psi_1^*(\eta)d\eta - 21\int_0^1 \psi_2^*(\eta)d\eta\right]d\xi +$$

$$+ \int_0^1 \varphi_2^*(\xi)[19\int_0^{\xi} \psi_1^*(\eta)d\eta - 21\int_{\xi}^{1} \psi_1^*(\eta)d\eta +$$

$$+40\int_0^{\xi} \psi_2^*(\eta)d\eta - 42\int_{\xi}^{1} \psi_2^*(\eta)d\eta]d\xi = -1 + 2 \times$$

$$\times [\int_0^{79519/86961} \varphi_1^*(\xi)d\xi + \int_{79519/86961}^{82081/86961} \varphi_1^*(\xi)d\xi +$$

$$+ \int_{82081/86961}^{1} \varphi_1^*(\xi)d\xi] + 2 \times [\int_0^{82081/86961} \varphi_2^*(\xi)d\xi +$$

$$+ \int_{82081/86961}^{1} \varphi_2^*(\xi)d\xi] + \int_0^{82081/86961} \varphi_1^*(\xi) \times$$

$$\times [19\int_0^{\xi} \psi_1^*(\eta)d\eta - 21(\int_{\xi}^{82081/86961} \psi_1^*(\eta)d\eta +$$

$$+ \int_{82081/86961}^{84521/86961} \psi_1^*(\eta)d\eta + \int_{84521/86961}^{1} \psi_1^*(\eta)d\eta) - 21 \times$$

$$\times (\int_0^{79519/_{86961}} \psi_2^*(\eta)d\eta + \int_{79519/_{86961}}^{84521/_{86961}} \psi_2^*(\eta)d\eta +$$

$$+\int_{84521/_{86961}}^{1} \psi_2^*(\eta)d\eta)]d\xi + \int_{79519/_{86961}}^{82081/_{86961}} \varphi_1^*(\xi) \times$$

$$[19\left(\int_0^{79519/_{86961}} \psi_1^*(\eta)d\eta + \int_{79519/_{86961}}^{\xi} \psi_1^*(\eta)d\eta\right) -$$

$$-21\left(\int_{\xi}^{84521/_{86961}} \psi_1^*(\eta)d\eta + \int_{84521/_{86961}}^{1} \psi_1^*(\eta)d\eta\right) -$$

$$-21(\int_0^{79519/_{86961}} \psi_2^*(\eta)d\eta + \int_{79519/_{86961}}^{84521/_{86961}} \psi_2^*(\eta)d\eta +$$

$$+\int_{84521/_{86961}}^{1} \psi_2^*(\eta)d\eta)]d\xi + \int_0^1 \varphi_2^*(\xi) \times$$

$$\times [19\left(\int_0^{79519/_{86961}} \psi_1^*(\eta)d\eta + \int_{79519/_{86961}}^{\xi} \psi_1^*(\eta)d\eta\right) -$$

$$-21\left(\int_{\xi}^{84521/_{86961}} \psi_1^*(\eta)d\eta + \int_{84521/_{86961}}^{1} \psi_1^*(\eta)d\eta\right) + 40 \times$$

$$\times \left(\int_0^{79519/_{86961}} \psi_2^*(\eta)d\eta + \int_{79519/_{86961}}^{\xi} \psi_2^*(\eta)d\eta\right) - 42 \times$$

$$\times \left(\int_{\xi}^{84521/_{86961}} \psi_2^*(\eta)d\eta + \int_{84521/_{86961}}^{1} \psi_2^*(\eta)d\eta\right)]d\xi +$$

$$+\int_{84521/_{86961}}^{1} \varphi_2^*(\xi)[\,19(\int_0^{79519/_{86961}} \psi_1^*(\eta)d\eta +$$

$$+\int_{79519/_{86961}}^{84521/_{86961}} \psi_1^*(\eta)d\eta + \int_{84521/_{86961}}^{\xi} \psi_1^*(\eta)d\eta) - 21 \times$$

$$\times \int_{\xi}^{1} \psi_1^*(\eta)d\eta + 40(\int_0^{79519/_{86961}} \psi_2^*(\eta)d\eta +$$

$$+\int_{79519/86961}^{84521/86961}\psi_2^*(\eta)d\eta+\int_{84521/86961}^{\xi}\psi_2^*(\eta)d\eta)-11\times$$

$$\times\int_{\xi}^{1}\psi_2^*(\eta)d\eta]d\xi=-1+2(\frac{141398}{1826181}+\frac{82081}{86961}-$$

$$\frac{79519}{86961}+0)+2\left(0+1-\frac{82081}{86961}\right)+\int_{0}^{79519/86961}\varphi_1^*(\xi)\times$$

$$\times(19*0-21\left(0+\frac{84521}{86961}-\frac{79519}{86961}+0\right)-21(\frac{40}{4141}+$$

$$+0+1-\frac{84521}{86961}))d\xi+\int_{79519/86961}^{82081/86961}\varphi_1^*(\xi)\times$$

$$\times(19\left(0+\xi-\frac{79519}{86961}\right)-21\left(\frac{84521}{86961}-\xi+0\right)-$$

$$-21\left(\frac{40}{4141}+0+1-\frac{84521}{86961}\right))d\xi+\int_{82081/86961}^{84521/86961}\varphi_2^*(\xi)\times$$

$$(19\left(0+\xi-\frac{79519}{86961}\right)-21\left(\frac{84521}{86961}-\xi+0\right)+40*\frac{40}{4141}-$$

$$-42\left(0+1-\frac{84521}{86961}\right))d\xi+\int_{84521/86961}^{1}\varphi_2^*(\xi)\times$$

$$(19\left(\frac{84521}{86961}-\frac{79519}{86961}\right)-21*0+40\left(\frac{40}{4141}+\xi-\frac{84521}{86961}\right)-$$

$$-42(1-\xi))d\xi=-\frac{1230821}{1826181}-2\int_{0}^{79519/86961}\varphi_1^*(\xi)d\xi+$$

$$+\int_{79519/86961}^{82081/86961}\varphi_1^*(\xi)\left(40\xi-\frac{3354682}{86961}\right)d\xi+$$

$$+\int_{82081/86961}^{84521/86961}\varphi_2^*(\xi)\left(40\xi-\frac{3354682}{86961}\right)+$$

$$+\int_{84521/86961}^{1}\varphi_2^*(\xi)\left(82\xi-\frac{168404}{2121}\right)=$$

$$=-\frac{1230821}{1826181}-2*\frac{141398}{1826181}-\frac{712724}{17147881}-\frac{55246480}{7562215521}+$$

$$+\frac{834480}{20493809}=\frac{4185965}{5069314}\approx -0{,}84$$

Проверим полученные результаты с помощью программы (см. приложение Б).

```
Значение коэффициента c равно 0.9144214072975242
Значение коэффициента e равно 0.943882890031163
Значение коэффициента d равно 0.9719414450155817
Значение коэффициента m1 равно 0.07742825054033527
Значение коэффициента m2 равно 0.009659502535619416
Значение игры K равно -0.836993156757187
```

Рисунок 5 – Результат выполнения программы для покера с двумя кругами ставок

Выводы.

В ходе выполнения практической работы по изучению бесконечных игр были использованы инструментальные средства для решения задач поддержки принятия решения, а также освоены навыки принятия решения на основе бесконечных антагонистических игр. При этом были освоены метод поиска оптимальных стратегий для одновременной игры преследования на плоскости, а также способ расчёта цены игры в покере с одним и двумя кругами ставок.

При поиске оптимальных стратегий для одновременной игры преследования на плоскостях, которыми являются два соосных ромба, было выяснено, что данная игры решается в чистых стратегиях в обоих случаях. Придерживаясь подобных стратегий, игрок 1 получит выигрыш не меньше, чем цена игры, а игрок 2 не проиграет больше данной цены игры.

При поиске оптимальных стратегий для покера с одним кругом ставок при значении ставки $a=19$ было выявлено, что при реализации оптимальных стратегий φ^*и ψ^* ожидаемый чистый выигрыш $K(\varphi^*,\psi^*)\approx -0{,}81,$ что свидетельствует о том, что после первого круга ставок игрок 2 окажется в выигрышном положении (получит прибыль).

При поиске оптимальных стратегий для покера с двумя кругами ставок при значении ставок $a = 19, b = 21$ было выявлено, что при реализации оптимальных стратегий φ^* и ψ^* ожидаемый чистый выигрыш $K(\varphi^*, \psi^*) \approx -0{,}84$, что свидетельствует о том, что после двух кругов ставок игрок 2 окажется в выигрышном положении (получит прибыль).

ПРИЛОЖЕНИЕ А

ИСХОДНЫЙ КОД ДЛЯ ПОКЕРА С ОДНИМ КРУГОМ СТАВОК

```
def poker1(a):
    c =a/(a+2)
    phi = 2*a/(a+2)**2
    integral1 =2*(phi+1-c)
    integral2 = 20-802/21 - 20*c**2 +802*c/21
    K = -1+integral1-2*phi+integral2

    print("Значение коэффициента с равно " + str(c))
    print("Значение игры К равно " + str(K))
    return K

poker1(19)
```

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

ИСХОДНЫЙ КОД ДЛЯ ПОКЕРА С ДВУМЯ КРУГАМИ СТАВОК

```
def poker2(a,b):
    c =
((a+1)*(a+2)*b+a*(2*a+b+2)**2)/((a+2)*((a+1)*b+(2*a+b+2)**2))
    e = 1-((4*(a+1)*(2*a+b+2))/((a+2)*((a+1)*b+(2*a+b+2)**2)))
    d = 1-((2*(a+1)*(2*a+b+2))/((a+2)*((a+1)*b+(2*a+b+2)**2)))
    m1 = 2*a*(2*a+b+2)**2/((a+2)**2*((a+1)*b+(2*a+b+2)**2))
    m2 = 2*(a+1)*b/((a+2)*((a+1)*b+(2*a+b+2)**2))
    c1 = 3354682/86961
    c2 = 168404/2121
    int1 = 20*e**2-c1*e-20*c**2+c1*c
    int2 = 20*d**2-c1*d-20*e**2+c1*e
    int3 = 41-c2-41*d**2+c2*d
    K = -1 + 2*(m1+e-c)+2*(1-e)-2*m1+int1+int2+int3

    print("Значение коэффициента c равно " + str(c))
    print("Значение коэффициента e равно " + str(e))
    print("Значение коэффициента d равно " + str(d))
    print("Значение коэффициента m1 равно " + str(m1))
    print("Значение коэффициента m2 равно " + str(m2))
    print("Значение игры K равно " + str(K))
    return K

poker2(19,21)
```