

1. Найти x и y координаты монохроматического цвета 555 нм (отражающая способность 1.0). Источник освещения D65. Модель наблюдателя соответствует CIE 1931 (2 градуса).

$$X = \frac{1}{N} \int_{\lambda} \bar{x}(\lambda) S(\lambda) I(\lambda) d(\lambda)$$

$$Y = \frac{1}{N} \int_{\lambda} \bar{y}(\lambda) S(\lambda) I(\lambda) d(\lambda)$$

$$Z = \frac{1}{N} \int_{\lambda} \bar{z}(\lambda) S(\lambda) I(\lambda) d(\lambda)$$

$$N = \int_{\lambda} \bar{y}(\lambda) I(\lambda) d(\lambda)$$

<i>nm</i>	<i>X</i>	<i>Y</i>	<i>Z</i>
555	0.5121	1	0.0057

D65

555	102.023000
-----	------------

$$N = 102.023 * 1 = 102.023$$

$$X = 0.5121 * \frac{102.023}{102.023} = 0.5121$$

$$Y = 1$$

$$Z = 0.0057 * \frac{102.023}{102.023} = 0.0057$$

$$x = \frac{X}{X + Y + Z}; y = \frac{Y}{X + Y + Z}; Y = Y$$

$$x = \frac{0.5121}{0.5121 + 1 + 0.0057} = 0.3374$$

$$y = \frac{1}{0.5121 + 1 + 0.0057} = 0.6588$$

Ответ: (0.3374; 0.6588)

2. Даны координаты в системе *sRGB* (0.75 0.5 0.25) (Гамма = 2.2; источник освещения *D65*). Найти *XYZ* координаты. Найти *XYZ* координаты при изменении *D65* на *D50* по методу Бредфорда (*Bradford*).

Переходим в линейное пространство (приборное):

$$C_{\text{linear}} = \begin{cases} \frac{C_{\text{srgb}}}{12.92}, & C_{\text{srgb}} \leq 0.04045 \\ \left(\frac{C_{\text{srgb}} + a}{1 + a} \right)^{2.4}, & C_{\text{srgb}} > 0.04045 \end{cases}$$

где $a = 0.055$

Linear RGB (0.5225 0.2140 0.0509)

Линейное преобразование в *XYZ*:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4124 & 0.3576 & 0.1805 \\ 0.2126 & 0.7152 & 0.0722 \\ 0.0193 & 0.1192 & 0.9505 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{\text{linear}} \\ G_{\text{linear}} \\ B_{\text{linear}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4124 & 0.3576 & 0.1805 \\ 0.2126 & 0.7152 & 0.0722 \\ 0.0193 & 0.1192 & 0.9505 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.5225 \\ 0.2140 \\ 0.0525 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.301482 \\ 0.267927 \\ 0.085494 \end{bmatrix}$$

XYZ (0.301482 0.267927 0.085494) *D65*

Хроматическая адаптация (Брадфорд):

$$\begin{bmatrix} X_D \\ Y_D \\ Z_D \end{bmatrix} = [M] \begin{bmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \end{bmatrix}$$

$$M_{BFD} = \begin{bmatrix} 0.8951 & 0.2664 & -0.1614 \\ -0.7502 & 1.7135 & 0.0367 \\ 0.0389 & -0.0685 & 1.0296 \end{bmatrix}$$

$$[M_{BDF}]^{-1} = \begin{bmatrix} 0.9870 & -0.1471 & 0.1600 \\ 0.4323 & 0.5184 & 0.0493 \\ -0.0085 & 0.0400 & 0.9685 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_a \\ Y_a \\ Z_a \end{bmatrix} = [M_{BDF}]^{-1} * [M_{ADT}] * [M_{BDF}] * \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

$$[M_{ADT}] = \begin{bmatrix} R_{wt}/R_{wr} & 0 & 0 \\ 0 & G_{wt}/G_{wr} & 0 \\ 0 & 0 & B_{wt}/B_{wr} \end{bmatrix}$$

<i>Illuminant</i>	<i>X</i>	<i>Y</i>	<i>Z</i>
D50	0.96422	1.00000	0.82521
D55	0.95682	1.00000	0.92149
D65	0.95047	1.00000	1.08883

$$[M_{ADT}] = \begin{bmatrix} 1.0144665 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.7578869 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_{D50} \\ Y_{D50} \\ Z_{D50} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0144665 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.7578869 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{D65} \\ Y_{D65} \\ Z_{D65} \end{bmatrix}$$

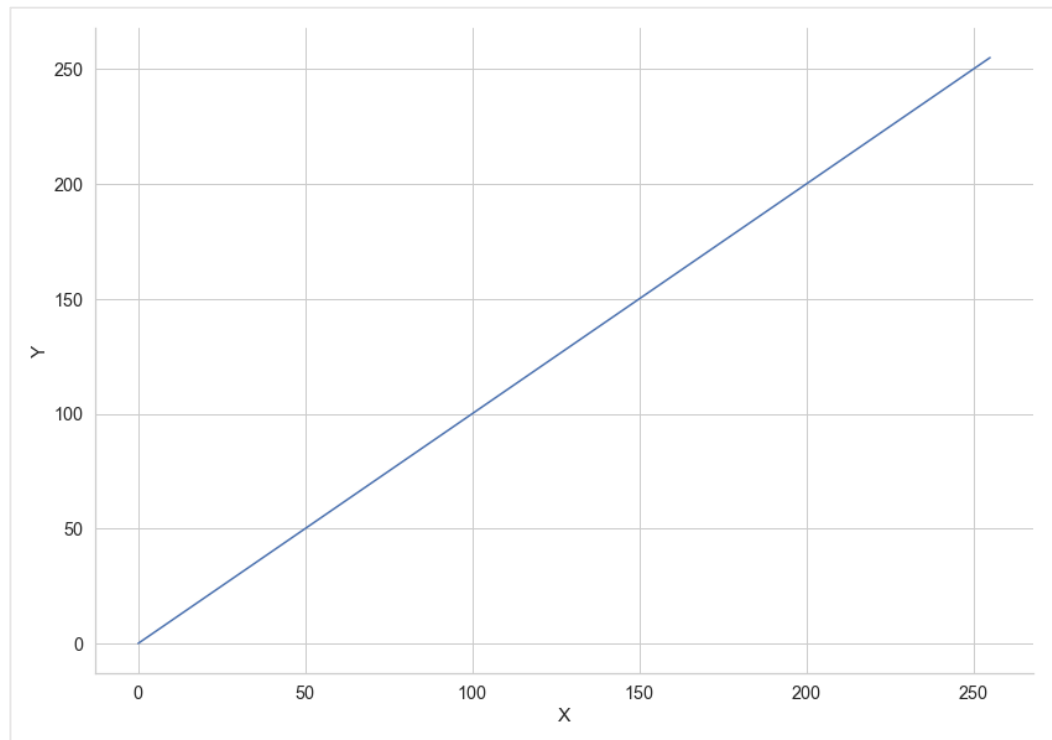
$$\begin{bmatrix} X_{D50} \\ Y_{D50} \\ Z_{D50} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0144665 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.7578869 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.301482 \\ 0.267927 \\ 0.085494 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.305843 \\ 0.267927 \\ 0.064795 \end{bmatrix}$$

Ответ: XYZ (0.301482 0.267927 0.085494) D65

XYZ (0.305843 0.267927 0.064795) D50

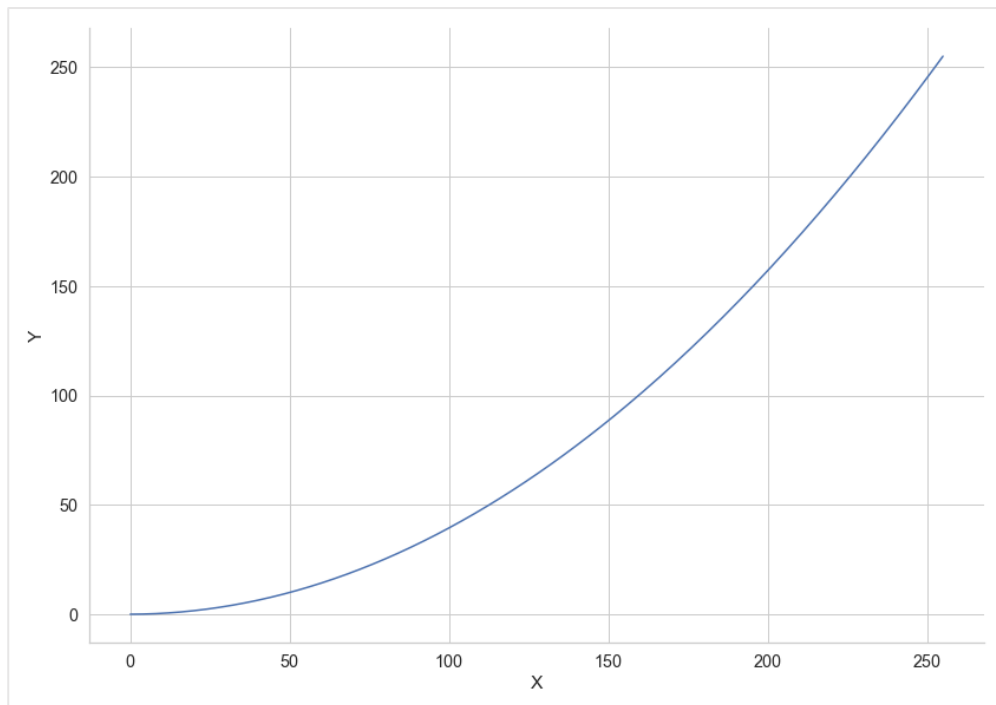
3. Гистограмма изображения задана линией $y = x$. Постройте LUT для эквализации гистограммы. Постройте LUT для инверсии изображения.

Изображение 8-битное, тогда $i \in [0; 255]$.



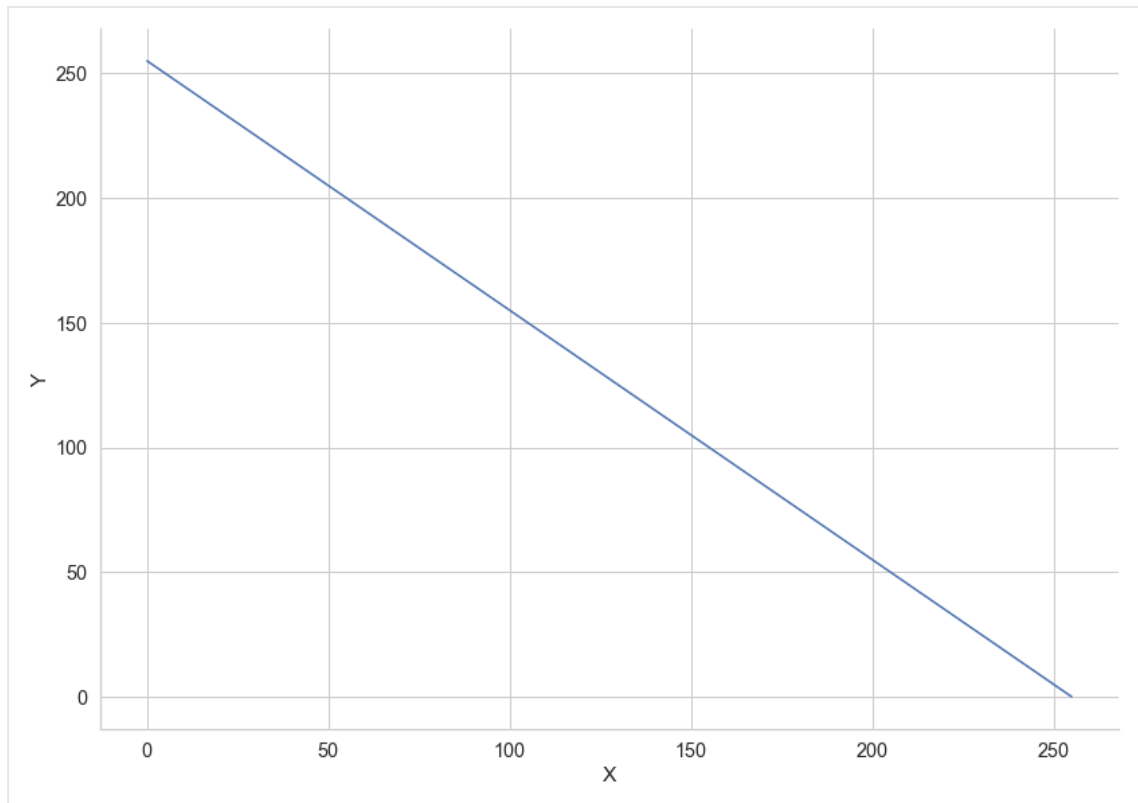
Эквализация изображения:

$$LUT_i = 255 \frac{\sum_{j=0}^i Hist_j}{\sum_{j=0}^{255} Hist_j}$$



Инверсия изображения:

$$LUT_i = 255 - i$$



4. Какие из ранговых фильтров являются сепарабельными? Доказать.

Сепарабельные фильтры – фильтры, которые можно разложить в произведение вектор-строки на вектор-столбец. Данное разложение возможно в случае, если ядро матрицы-фильтра равно 1. Доказательством их сепарабельности может служить их разложение.

Фильтр Гаусса:

$$K_G = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}^T$$

Медианный фильтр:

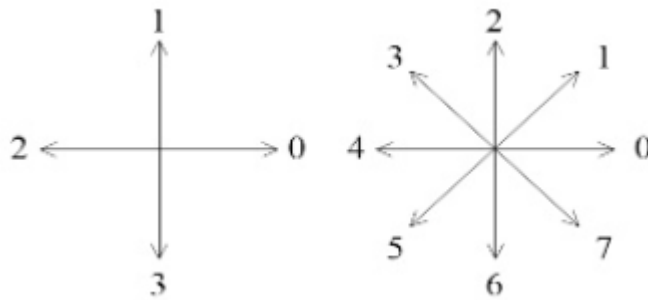
$$K_M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}^T$$

Фильтры Собеля:

$$K_{SH} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T$$

$$K_{SV} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}^T$$

5. Преобразуйте ценной код 1527650432 так, чтобы он стал инвариантным по отношению к выбору начальной точки и к повороту.

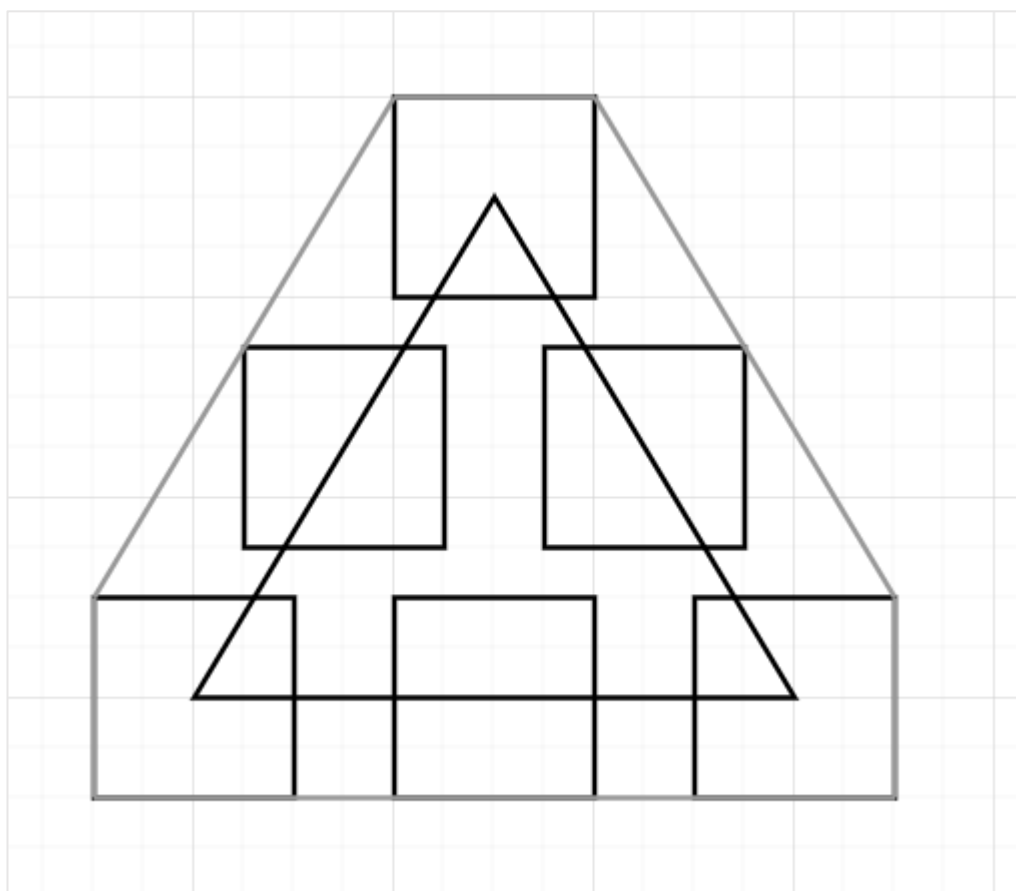


Инвариантность	1	5	2	7	6	5	0	4	3	2
К выбору начальной точки	0	4	3	2	1	5	2	7	6	5
К повороту	4	7	7	7	4	5	5	7	7	3

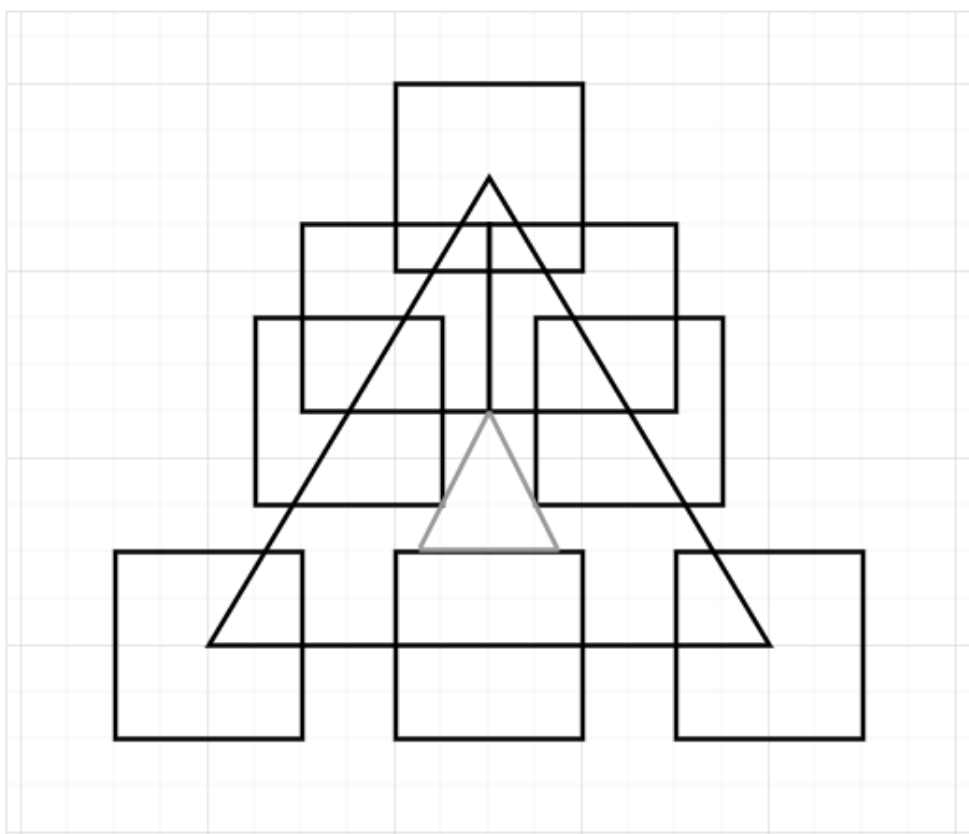
Ответ: 0432152765, 4777455773

6. Дано бинарное изображение равностороннего треугольника со стороной 6. Как будет выглядеть эрозия и дилатация этого изображения с квадратом стороной 2.

Дилатация (наибольший квадрато-треугольник):



Эрозия (наименьший треугольник):



7. Дано изображение шахматного поля с клетками размером $n \times n$ пикселей. Какие параметры сдвига будут порождать матрицу смежности (GLCM) диагонального вида?

Матрица значений яркости шахматного поля имеет вид:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & 1 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

Матрица смежности будет иметь размер 2×2 :

$$\begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} \\ a_{10} & a_{11} \end{pmatrix}$$

Элементы будут содержать число случаев взаимного расположения пикселей изображения с уровнями серого i и j .

Расположение соседнего пикселя вычисляется по двум параметрам:

- по расстоянию между пикселями d
- по угловому направлению φ ($\varphi = 0^\circ$; $\varphi = 45^\circ$; $\varphi = 90^\circ$; $\varphi = 135^\circ$).

Чтобы матрица смежности была диагональной необходимо, чтобы соседние пиксели были одинаковыми.

Это достигается при условиях:

- $\varphi = 45^\circ$; $\varphi = 135^\circ$, d – нечетное
- при любом значении φ , если d – четное.

8. К каким трансформациям (2D) изображения не инвариантен детектор Харриса?

- Детектор Харриса не инвариантен к изменению масштаба (для устранения этого недостатка используют многомасштабный детектор Харриса).
- Детектор Харриса частично инвариантен к наличию шума.
- Детектор Харриса частично инвариантен к аффинным изменениям интенсивности.

9. Дано бинарное изображение прямоугольника 4×2 пикселя.

Посчитайте: компактность, эксцентриситет, центр масс, ориентацию главной оси инерции, первые четыре момента Hu .

- Компактность

$$C = \frac{P^2}{S} = \frac{(2 * (4 + 2))^2}{4 * 2} = \frac{144^2}{8} = 18$$

- Эксцентриситет

Дискретный центральный момент m_{ij} области определяется:

$$m_{ij} = \sum_{(x,y) \in Reg} (x - \bar{x})^i (y - \bar{y})^j$$

где n – общее количество пикселей в области, и

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{(x,y) \in Reg} x; \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{(x,y) \in Reg} y.$$

$$elongation = \frac{m_{20} + m_{02} + \sqrt{(m_{20} - m_{02})^2 + 4m_{11}^2}}{m_{20} + m_{02} - \sqrt{(m_{20} - m_{02})^2 + 4m_{11}^2}}$$

$$m_{02} = 6.5; m_{20} = 11; m_{11} = -6$$

$$elongation = \frac{11 + 6.5 + \sqrt{(11 - 6.5)^2 + 4 * 36}}{11 + 6.5 - \sqrt{(11 - 6.5)^2 + 4 * 36}} = 6.47$$

- Центр масс

$$\bar{x} = \frac{1}{4}$$

$$\bar{y} = \frac{6}{4}$$

$$(\bar{x}; \bar{y}) = \left(\frac{1}{4}; \frac{6}{4}\right)$$

- Ориентацию главной оси инерции

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2m_{11}}{m_{20} - m_{02}} \right)$$

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{-12}{4.5} \right) = -34.72198$$

- Первые 4-ре момента Hu

$$\gamma = 1 + \frac{4 + 8}{2} = 7$$

$$m_{21} = 7; m_{12} = -1.5$$

$$m_{30} = -17; m_{03} = 0.5$$

$$\eta_{20} = \frac{m_{20}}{m_{20}^7} = \frac{1}{11^6}; \eta_{02} = \frac{m_{02}}{m_{02}^7} = \frac{1}{6.5^6}$$

$$\varphi_1 = -0.000000117; \varphi_2 = 0.000000856$$

$$\varphi_3 = 0.06969; \varphi_4 = 4096.008$$

10. Чему равна сумма коэффициентов wavelet-фильтров? Скалирующей функции? Какая связь с квадратурными зеркальными фильтрами?

Сумма коэффициентов wavelet-фильтров равна 1.

Сумма коэффициентов скалирующей функции равна $\sqrt{2}$.

Ортогональные вейвлеты - вейвлеты Хаара и связанные с ними вейвлеты Добеши, койфлеты и некоторые, разработанные Маллатом, генерируются функциями масштабирования, которые вместе с вейвлетом удовлетворяют соотношению квадратурного зеркального фильтра.

11. Есть камера с фокусным расстоянием 10 см, размером кадра 1920x1080, размер пикселя 10 микрон, центр проекции находится на пикселе с координатами 950, 550, угол наклона матрицы равен 0. Запишите матрицу внутренней калибровки камеры (intrinsic parameters).

Внутренняя матрица калибровки камеры:

$$K = \begin{bmatrix} f_x & \gamma & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

где f_x, f_y – фокусные расстояния x и y ;

c_x, c_y – координаты x и y оптического центра в плоскости изображения;

γ – перекос между осями.

$$f_x = f_y = \frac{100}{10 * 0.001} = 10\,000$$

$$K = \begin{bmatrix} 10^4 & 0 & 950 \\ 0 & 10^4 & 550 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$