

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра ТОЭ

Отчет
по лабораторной работе № 5
по дисциплине «Математические основы электротехники»
Тема: «Исследование резонансных явлений в простых
электрических цепях»

Студент гр. 8383, ФКТИ

Киреев К.А.

Преподаватель

Портной М.С.

Санкт-Петербург

2020

Цель работы

Исследование резонанса и амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) последовательного колебательного контура и параллельного колебательного контура.

Основные теоретические положения

Резонанс – такое состояние *RLC*-цепи в установившемся синусоидальном режиме, при котором напряжение и ток на входе цепи совпадают по фазе.

Схемы исследуемых цепей приведены на рис. 7.1. Резонанс в цепи на рис. 7.1, *а* называют резонансом напряжений, а цепь – последовательным контуром; резонанс в цепи на рис. 7.1, *б* – резонансом токов, а цепь – параллельным контуром. При резонансе вещественными становятся комплексное сопротивление последовательной цепи

$$Z(j\omega) = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

и, соответственно, комплексная проводимость параллельной цепи

$$Y(j\omega) = C + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right).$$

Отсюда резонансные частоты приведенных на рис. 7.1, *а, б* цепей:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (7.1)$$

При резонансе модуль проводимости цепи на рис. 7.1, *а* становится максимальным:

$$|Y| = \frac{1}{|Z|} = \frac{1}{\sqrt{R^2 + \left(\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C}\right)^2}} = \frac{1}{R}. \quad (7.2)$$

Это значит, что при $\omega = \omega_0$ максимальным будет ток:

$$I_0 = \frac{1}{R} U. \quad (7.3)$$

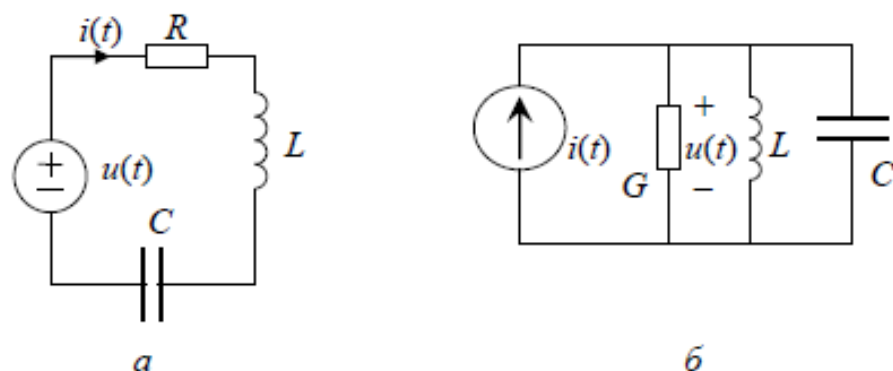


Рис. 7.1

Напряжения на емкости и индуктивности в цепи на рис. 7.1, *а* при резонансе компенсируют друг друга и могут быть во много раз больше напряжения источника. Отношение действующего значения напряжения любого из реактивных элементов к напряжению источника при $\omega = \omega_0$ называют добротностью Q последовательного контура:

$$Q = \frac{U_{C0}}{U} = \frac{U_{L0}}{U} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\rho}{R}, \quad (7.4)$$

где ρ – характеристическое сопротивление контура.

Если в режиме резонанса измерены напряжения на входе u и на емкости u_{C0} , ток I_0 и резонансная частота f_0 , то из приведенных соотношений можно определить все параметры последовательного контура: сопротивление R из (7.3), добротность Q и характеристическое сопротивление ρ из (7.4), а емкость и индуктивность из (7.1) и (7.4):

$$C = \frac{1}{2\pi f_0 \rho}, \quad L = \frac{\rho}{2\pi f_0}. \quad (7.5)$$

Параллельный RLC -контур на рис. 7.1, *б* дуален последовательному. При резонансе токов максимальным становится модуль его комплексного сопротивления:

$$|Z| = \frac{1}{|Y|} = \frac{1}{\sqrt{G^2 + \left(\omega_0 C - \frac{1}{\omega_0 L}\right)^2}} = \frac{1}{G}. \quad (7.6)$$

Это значит, что при $\omega = \omega_0$ максимальным будет напряжение на входе цепи:

$$U_0 = \frac{1}{G} I. \quad (7.7)$$

Токи, протекающие через индуктивность и емкость в цепи на рис. 7.1, б, при резонансе компенсируют друг друга и могут во много раз превосходить ток источника. Отношение действующего значения тока любого из реактивных элементов к току источника при $\omega = \omega_0$ называют добротностью параллельного контура:

$$Q = \frac{I_{C0}}{I} = \frac{I_{L0}}{I} = \frac{\omega_0 C}{G} = \frac{1}{\omega_0 L G} = \frac{1}{\rho G} = \frac{R}{\rho}. \quad (7.8)$$

Если в режиме резонанса измерены входной ток I и ток емкости I_{C0} , напряжение U_0 и резонансная частота f_0 , то из (7.7) можно определить G , из (7.8) – Q и ρ , а из (7.5) – L и C .

При отклонении частоты от резонансной реактивное сопротивление последовательного контура и реактивная проводимость параллельного не равны нулю, поэтому ток первого и напряжение второго уменьшаются.

Амплитудно-частотная характеристика (резонансная кривая) последовательного контура есть зависимость модуля проводимости от частоты:

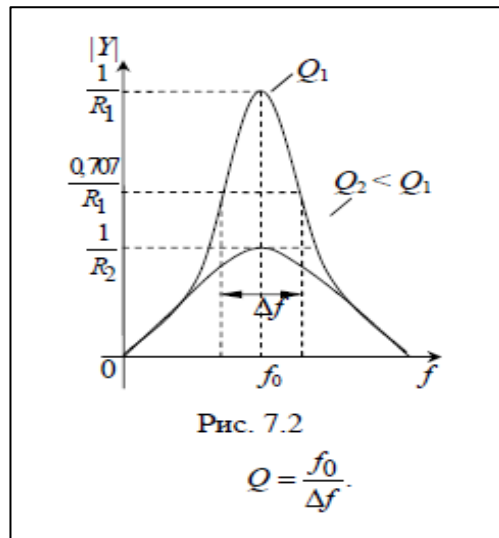
$$|Y(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{1}{R \sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}. \quad (7.9)$$

Для параллельного контура, согласно принципу дуальности, АЧХ – это зависимость модуля сопротивления от частоты:

$$|Z(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{G^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}} = \frac{1}{G \sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}. \quad (7.10)$$

Примерный вид АЧХ, построенных по выражению (7.9) при различных значениях R , представлен на рис. 7.2.

«Острота» резонансной кривой определяет частотную избирательность цепи. По АЧХ можно определить добротность контура. Она равна отношению f_0 к полосе пропускания Δf , измеренной по уровню 0,707 от максимума АЧХ:



1. Исследование резонанса напряжений и АЧХ контура с малыми потерями.

На рисунке 1 изображена исследуемая схема.

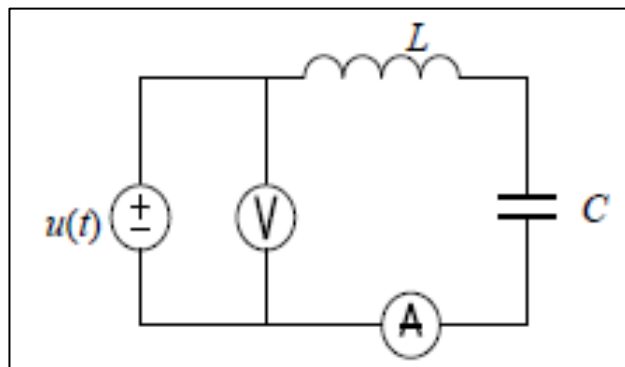


Рис.1. Исследуемая схема контура с малыми потерями.

Таблица 1

Измеряют при резонансе				Вычисляют					
U, В	I ₀ , мА	f ₀ , кГц	U _{C0} , В	R, Ом	Q	ρ, Ом	L, Гн	C, мкФ	
2	13,61	4.5	47,4	146,9	23,7	3491,5	0,11	0,0091	

$$R = R_0 = \frac{U}{I_0} = \frac{2 \text{ В}}{13,61 \text{ мА}} = 146,9 \text{ Ом.}$$

$$Q = \frac{U_{C0}}{U} = \frac{47,4 \text{ В}}{2 \text{ В}} = 23,7.$$

$$\rho = QR = 23,7 \cdot 146,9 \text{ Ом} = 3491,5 \text{ Ом.}$$

$$L = \frac{\rho}{2\pi f_0} = \frac{3491,5 \text{ Ом}}{2\pi \cdot 4500 \text{ Гц}} = 0,11 \text{ Гн.}$$

$$C = \frac{1}{2\pi f_0 \rho} = \frac{1}{2\pi \cdot 4500 \text{ Гц} \cdot 3491,5 \text{ Ом}} = 0,0091 \text{ мкФ.}$$

Таблица 2

$f, \text{ кГц}$	$I_{C_0}, \text{ мА}$	$ Y(j\omega) , \text{ мСм}$
2,30	0,28	0,14
2,5	0,32	0,16
3,00	0,6	0,3
3,50	0,94	0,47
4,00	3,62	1,81
4,50	13,61	6,805
5,00	4,12	2,06
6,00	0,87	0,435
7,50	0,47	0,235
8,25	0,38	0,19
9,00	0,31	0,155

Пример расчёта для АЧХ для $f=3 \text{ кГц}$

$$|Y(j\omega)|_{f=3 \text{ кГц}} = \frac{I_{C_0}}{U} = \frac{0,6 \text{ мА}}{2 \text{ В}} = 0,3 \text{ мСм.}$$

На рисунке 2 изображена АЧХ контура с малыми потерями

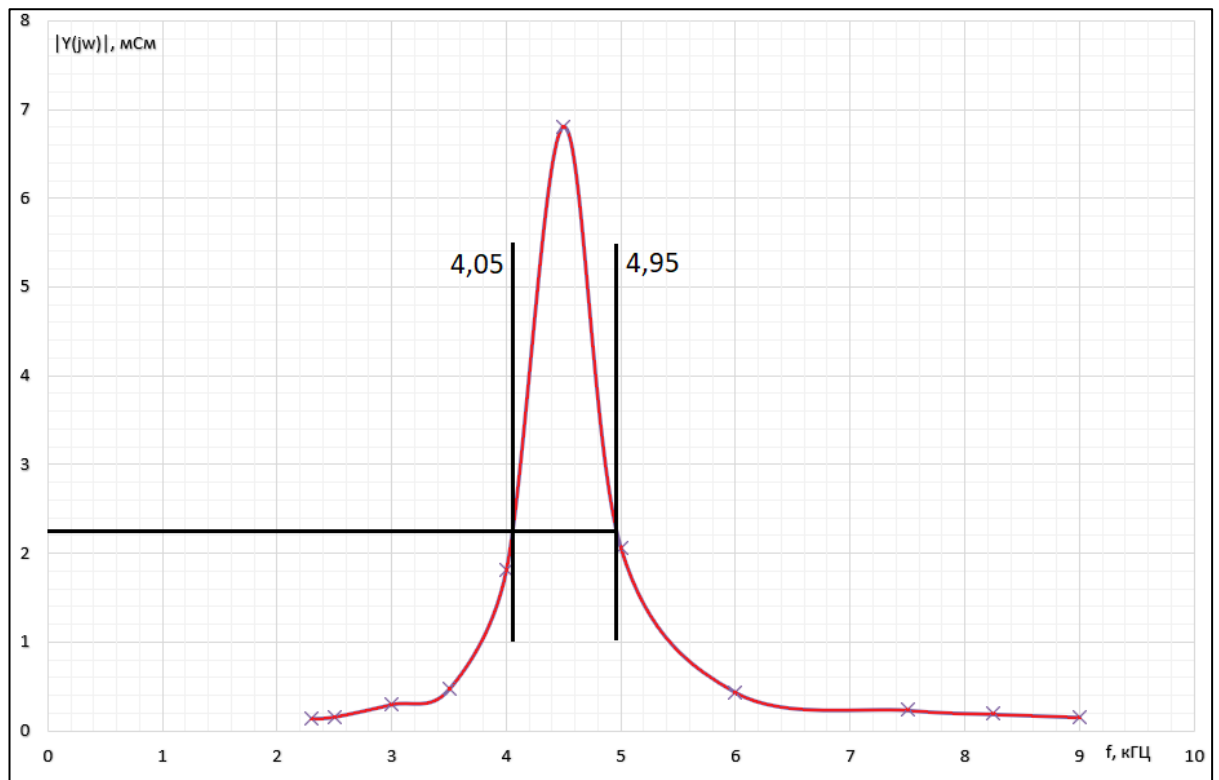


Рис.2. АЧХ контура с малыми потерями.

По рисунку 2 определяем полосу пропускания и добротность

$$\Delta f = 4,95 \text{ кГц} - 4,05 \text{ кГц} = 0,9 \text{ кГц}.$$

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{4,5 \text{ кГц}}{0,9 \text{ кГц}} = 5.$$

Ответ на вопрос 1:

1. $\omega = 0$, тогда C – это холостой ход, а L – короткое замыкание. На рисунке 3 изображена схема замещения при $\omega = 0$.

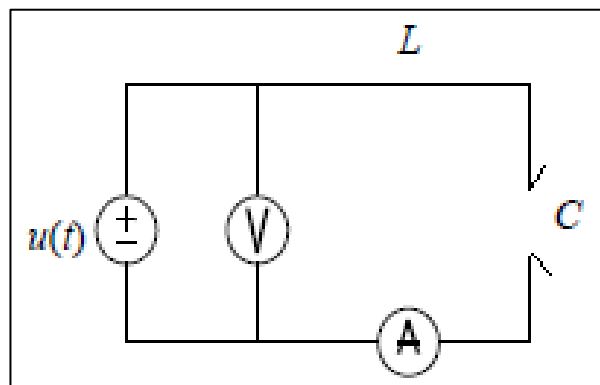


Рис.3. Схема замещения при $\omega = 0$.

Очевидно, так как в цепи разрыв, то входное сопротивление бесконечность, а, значит, входная проводимость равна 0, что мы и видим из графика АЧХ.

2. $\omega = \infty$, тогда L – это холостой ход, а C – короткое замыкание. На рисунке 4 изображена схема замещения при $\omega = \infty$.

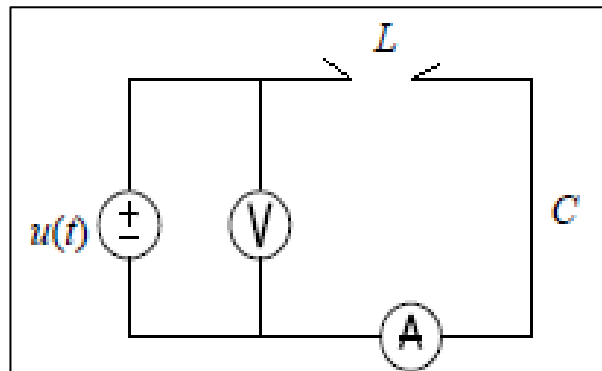


Рис.4. Схема замещения при $\omega = \infty$.

Очевидно, так как в цепи разрыв, то входное сопротивление бесконечность, а, значит, входная проводимость равна 0, что мы и видим из графика АЧХ.

3. $\omega = \omega_0$, на этой частоте последовательный колебательный контур эквивалентен короткому замыканию. На рисунке 5 изображена схема замещения при $\omega = \omega_0$.

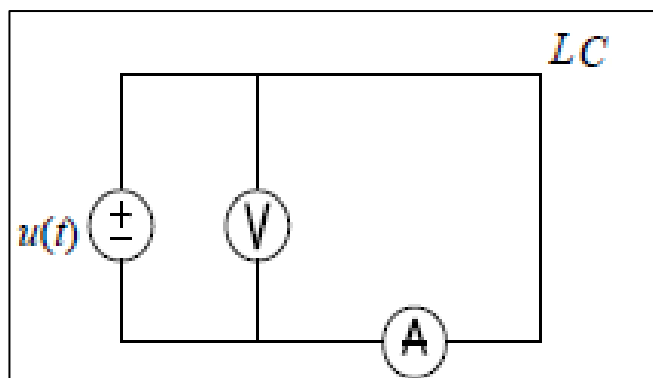


Рис.5. Схема замещения при $\omega = \omega_0$.

Очевидно, так как в цепи LC образовали короткое замыкание, то в цепи потечёт наибольший ток, величина которого обусловлена собственными потерями контура.

2. Исследование резонанса напряжений и АЧХ контура с большими потерями

На рисунке 6 изображена исследуемая схема.

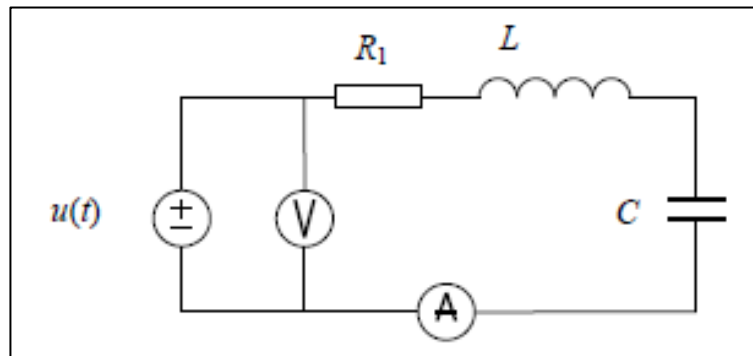


Рис.6. Исследуемая схема контура с большими потерями.

Таблица 3

Измеряют при резонансе				Вычисляют				
U, В	I ₀ , мА	f ₀ , кГц	U _{C0} , В	R, Ом	Q	ρ, Ом	L, Гн	C, мкФ
2	3,2	4,5	10,9	625	5,45	3406,25	0,120	0,0104

$$R = \frac{U}{I_0} = \frac{2 \text{ В}}{3,24 \text{ мА}} = 625 \text{ Ом.}$$

$$Q = \frac{U_{C0}}{U} = \frac{10,9 \text{ В}}{2 \text{ В}} = 5,45.$$

$$\rho = QR = 5,29 \cdot 617 \text{ Ом} = 3406,25 \text{ Ом.}$$

$$L = \frac{\rho}{2\pi f_0} = \frac{3406,25 \text{ Ом}}{2\pi \cdot 4500 \text{ Гц}} = 0,120 \text{ Гн.}$$

$$C = \frac{1}{2\pi f_0 \rho} = \frac{1}{2\pi \cdot 4500 \text{ Гц} \cdot 3406,25 \text{ Ом}} = 0,0104 \text{ мкФ.}$$

Таблица 4

f, кГц	I _{C0} , мА	Y(jω) , мСм
2,3	0,35	0,175
2,5	0,54	0,27
3	1,08	0,54
3,5	1,44	0,72

4	1,82	0,91
4,5	3,20	1,6
5	1,47	0,735
6,0	0,79	0,395
7,5	0,47	0,235
8,25	0,38	0,19
9	0,32	0,16

Пример расчёта для АЧХ для $f=3$ кГц

$$|Y(j\omega)|_{f=3 \text{ кГц}} = \frac{I_{C_0}}{U} = \frac{1,08 \text{ мА}}{2 \text{ В}} = 0,54 \text{ мСм.}$$

На рисунке 7 изображена АЧХ контура с большими потерями

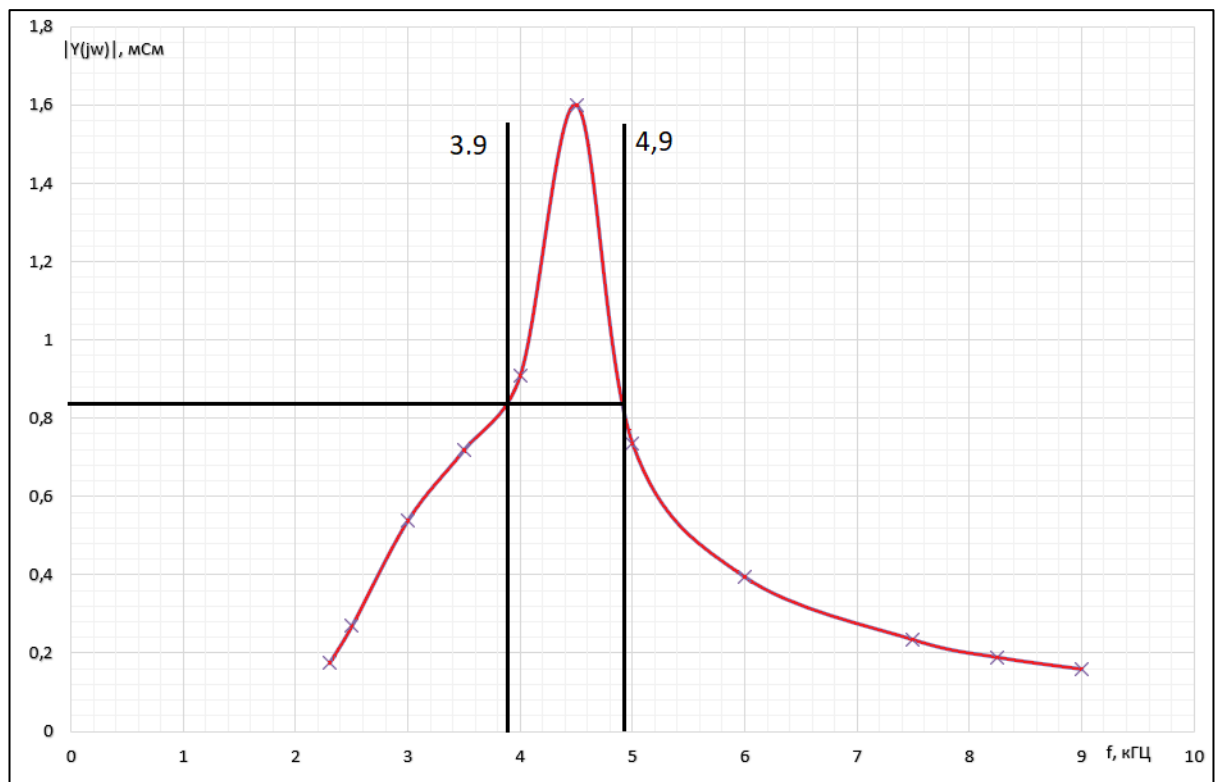


Рис.7. АЧХ контура с большими потерями.

По рисунку 7 определяем полосу пропускания и добротность

$$\Delta f = 4,9 \text{ кГц} - 3,90 \text{ кГц} = 1 \text{ кГц.}$$

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{4,5 \text{ кГц}}{1 \text{ кГц}} = 4,5.$$

Ответ на вопрос 2:

1. Сходство данных: резонансная частота и характеристическое сопротивление (так как L и C не менялись).
2. Различие данных: уменьшилась добротность, ток в цепи и, соответственно, напряжение на конденсаторе. Виной тому - увеличение потерь в контуре.

3. Исследование влияния емкости на характеристики контура

На рисунке 8 изображена исследуемая схема.

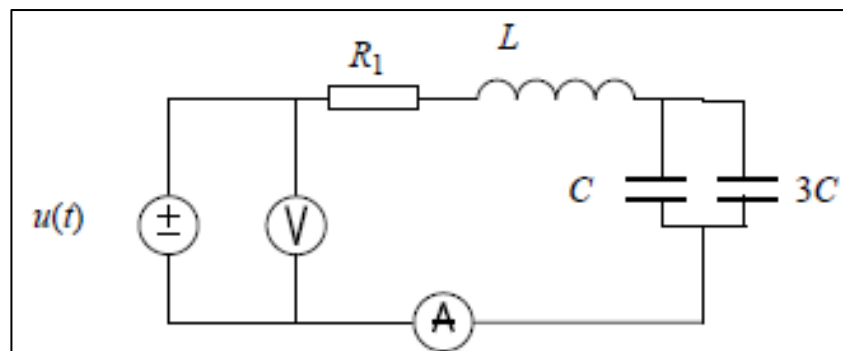


Рис.8. Исследуемая схема.

Таблица 5

Измеряют при резонансе				Вычисляют				
U, В	I ₀ , мА	f ₀ , кГц	U _{C0} , В	R, Ом	Q	ρ, Ом	L, Гн	C, мкФ
2	3,58	2	5,95	558,7	2,95	1662.13	0,132	0,048

$$R = \frac{U}{I_0} = \frac{2 \text{ В}}{3,58 \text{ мА}} = 558,7 \text{ Ом.}$$

$$Q = \frac{U_{C0}}{U} = \frac{5,95 \text{ В}}{2 \text{ В}} = 2,95$$

$$\rho = QR = 2,95 \cdot 571,4 \text{ Ом} = 1662.13 \text{ Ом.}$$

$$L = \frac{\rho}{2\pi f_0} = \frac{1662.13 \text{ Ом}}{2\pi \cdot 2000 \text{ Гц}} = 0,132 \text{ Гн.}$$

$$C = \frac{1}{2\pi f_0 \rho} = \frac{1}{2\pi \cdot 2000 \text{ Гц} \cdot 1662.13 \text{ Ом}} = 0,048 \text{ мкФ.}$$

Таблица 6

f , кГц	I_{C_0} , мА	$ Y(j\omega) $, мСм
2,3	0,35	0,175
2,5	0,54	0,27
3	1,04	0,52
3,5	1,44	0,72
4	1,82	0,91
4,5	3,2	1,6
5,0	1,47	0,735
6,0	0,79	0,395
7,5	0,47	0,235
8,25	0,38	0,19
9	0,35	0,175

Пример расчёта для АЧХ для $f=3$ кГц

$$|Y(j\omega)|_{f=3 \text{ кГц}} = \frac{I_{C_0}}{U} = \frac{1,04 \text{ мА}}{2 \text{ В}} = 0,52 \text{ мСм.}$$

На рисунке 8 изображена АЧХ контура.

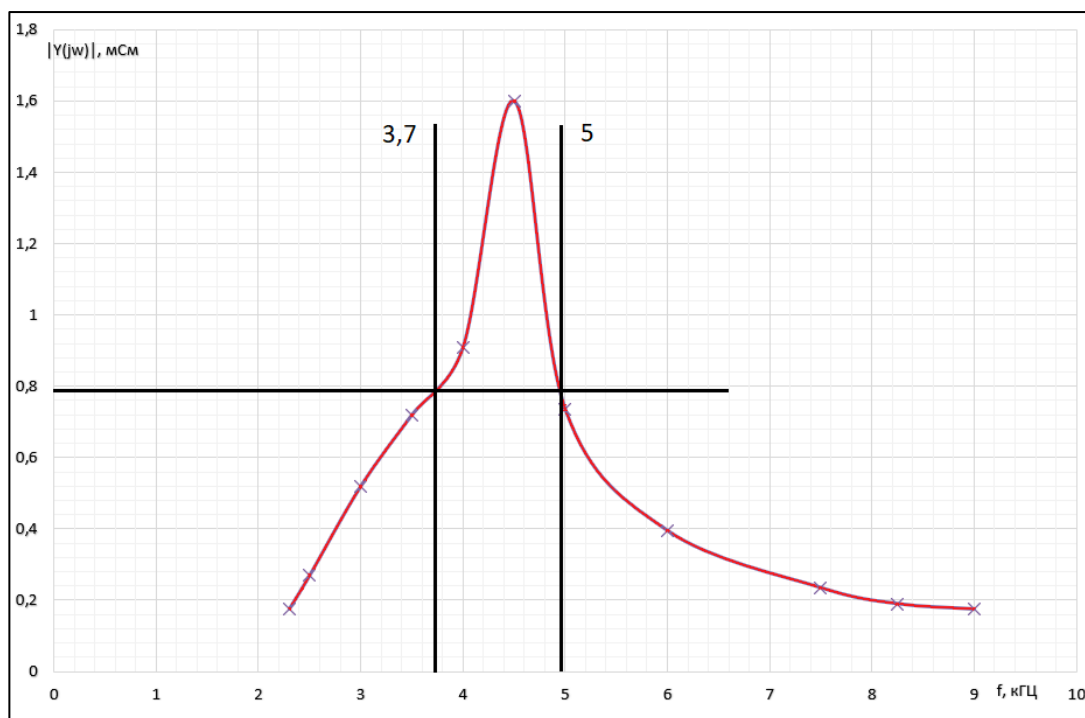


Рис.9. АЧХ контура.

По рисунку 8 определяем полосу пропускания и добротность

$$\Delta f = 5 \text{ кГц} - 3,7 \text{ кГц} = 1,3 \text{ кГц}.$$

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{2 \text{ кГц}}{1,3 \text{ кГц}} = 1,5.$$

Ответ на вопрос 3:

1. Сходство данных: сопротивление потерь.
2. Различие данных: уменьшилась частота резонанса (уменьшилась до 2).

Индуктивность сильно уменьшилась, добротность и характеристическое сопротивление стали меньше. Увеличилось значение емкости конденсатора.

Выводы

В результате выполнения работы, мы исследовали резонанс и амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) последовательного колебательного контура. Мы выяснили, что увеличение сопротивления потерь ведёт к уменьшению добротности контура и, соответственно, увеличению полосы пропускания. Изменение емкости приводит к смещению резонансной частоты: вправо, если уменьшаем её, и влево, если увеличиваем.

Исследование резонансных явлений в ртутных
двухпутных цепях и

721
722
723

Измерения при резонансе				Вычисления				
$U, В$	$I, А$	$f_0, кГц$	$U_{ср}, В$	$R, Ом$	Q	$P, Вт$	$L, Гн$	$C, мкФ$
2	13,61	4, ⁵ 15	47,4					

$U_{\text{гиратор}}$	$U_{\text{буригатор}}$
$I_{\text{гиратор}}$	$I_{\text{буригатор}}$
0,0	0,31
0,25	0,38
0,5	0,47
0,75	0,87
1,0	1,12
1,5	1,61

Узгвартам	Зоммолтам
$f, \text{кг/с}$	$Y(\text{ив})/\text{сн}$
4,0	3,62
3,5	0,94
3,0	0,6
2,5	0,32
2,3	0,28

[illegible]

Таблица 3

Измерения при резонансе				Вычисления				
$U, В$	$I_0, мА$	$f_0, кГц$	$U_{ср}, В$	$R, Ом$	Q	$p, Ом$	$L, Гн$	$C, мкФ$
2	8,20	4,5	10,9					

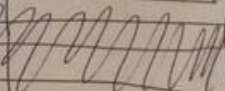
Таблица 4

Измерения		Вычисления
$f, кГц$	$I, мА$	$ Y(f) , См$
9,0	0,32	
8,25	0,38	
7,5	0,47	
6,0	0,79	
5,0	1,47	
4,5	3,20	
4,0	1,82	
3,5	1,44	
3,0	1,08	
2,5	0,59	
2,3	0,35	

Таблица 5

Измерения при резонансе				Вычисления				
$U, В$	$I_0, мА$	$f_0, кГц$	$U_{ср}, В$	$R, Ом$	Q	$p, Ом$	$L, Гн$	$C, мкФ$
2	3,58	2, 5	5,95					

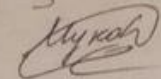
Таблица 6

Измеряем		Вводим
f, MHz	I, mA	$I(Y_{\text{sw}}), \text{A}$
5,3	0,57	
5,0	0,67	
4,0	0,86	
3,75	1,12	
3,0	1,39	
2,65	1,83	
2,35	2,42	
2,0	3,58	
1,8	3,47	
1,5	1,76	
1,3	1,13	
1,2	1,02	
1,0	0,85	

Параметры КР 4

Група 2383

Варел К 88

Куртани Д. 

Kony

07.10.2019