МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра математического обеспечения и применения ЭВМ

ОТЧЕТ

по практической работе №3

по дисциплине «Теория принятия решений»

Тема: Игры с природой. Использование вероятностных характеристик в задачах принятия решений.

Студент гр. 8383	__________________	Костарев К.В.
Преподаватель	__________________	Попова Е.В.

Санкт-Петербург
2022

Цель работы

Познакомиться с оптимизационными критериями, используемыми при игре с одним игроком. Применить вероятностные характеристики для решения задач принятия решений с наличием неопределенности.

Основные теоретические положения

Существует неопределенность, не связанная с осознанным противодействием противника, а возникающая в связи с недостаточной информированностью ЛПР об объективных условиях, в которых будет приниматься решение. В математической модели присутствует «природа», и заранее неизвестно её состояние во время принятия решения, игра при этом называется игрой с природой. Осознанно действует только один игрок. Природа не противник, принимает какое-то состояние, не преследует цели, безразлична к результату игры.

В платежной матрице по строкам реализуются стратегии игрока, а по столбцам – множество состояний противоположной стороны. Элементы столбцов не являются проигрышами природы при соответствующих её состояниях. Задача выбора игроком чистой или смешанной стратегии проще так как отсутствует противодействие, но сложнее так как существует наличие неопределенности, связанное с дефицитом осведомленности игрока о характере проявления состояний природы.

Вариант

Вариант 10. Критерий Гурвица.

Выполнение работы

- Написать программу, формирующую входную матрицу, размера 10 на 10 с рандомными значениями из заданного диапазона (от 1/(N+1) до N+1, где N – номер варианта).

С помощью языка Python была написана программа, формирующая матрицу 10×10 со значениями из диапазона от $\frac{1}{11}$ до 11.

Склонность к риску = $\frac{1}{12}$.

Полученная матрица представлена на рис. 1.

```
[[ 1.39  7.14  3.33  3.67  8.05  8.67  2.69  0.67  9.88  3.15]
 [ 7.26  9.17  7.76 10.94  8.58  3.72  2.93  8.74  0.66  4.14]
 [ 1.02  8.7   7.34  6.31  5.52  2.35  4.86  9.2   9.19  0.29]
 [ 0.72  5.1   5.43  4.47  4.27  9.6   5.87  4.87  0.53  7.03]
 [10.74  8.65  1.34  1.48  2.11  4.79  1.93  4.52  6.09  2.78]
 [ 5.12  4.34  7.4   5.1   2.08  3.13  0.38  5.48  0.72  7.88]
 [ 0.48  9.15  9.74  7.89  3.27  3.2   5.25  8.63  0.53  0.98]
 [ 5.96  8.35  4.46  8.02  9.35  4.23  9.22  7.65  9.03 10.46]
 [ 2.3   5.51  2.48  2.45  7.96  6.63  9.18  8.97  9.97  6.92]
 [ 9.99 10.71  8.7   4.35 10.47  5.55  8.03  0.86  6.38  1.86]]
```

Рисунок 1 – Платежная матрица

- Применить заданный оптимизационный критерий к платежной матрице и выбрать оптимальную стратегию (с помощью инструментальных средств).

Формула критерия Гурвица:

$$K(a_i) = \gamma \max_j k_{ij} + (1 - \gamma) \min_j k_{ij}$$

Учитываются лучший и худший из исходов.

Формула оптимального решения по критерию Гурвица:

$$Z = \max_i \left[\gamma \max_j k_{ij} + (1 - \gamma) \min_j k_{ij} \right]$$

```
'Коэффициент Гурвица для каждой стратегии - [1.44 1.52 1.03 1.29 2.12 1.   1.25 4.75 2.94 1.68]'

'Максимальный коэффициент = 4.75'

'Оптимальная стратегия - 8'
```

Рисунок 2 – Выбор оптимальной стратегии

- Получить вероятностные характеристики предложенных задач в папке Варианты, для принятия решений в задачах со случайными характеристиками (без инструментальных средств).

Задача 1

На трех станках при одинаковых и независимых условиях изготавливаются детали одного наименования. На первом станке изготавливают 20%, на втором – 30%, на третьем – 50% всех деталей. Вероятность каждой детали быть бездефектной равна 0,7, если она изготовлена на первом станке, 0,8 – если на втором станке, и 0,9 – если на третьем станке. Наугад взятая деталь оказалась бездефектной. Найти вероятность того, что деталь изготовлена на первом станке. (принятие решения об выборе станков).

Вероятность, что деталь взята из B_i-го станка:

$$P(B_1) = 0.2$$

$$P(B_2) = 0.3$$

$$P(B_3) = 0.5$$

Событие A – взяли бездефектную деталь.

Вероятность того, что из B_i-го станка мы возьмем бездефектную деталь:

$$P_{B_1}(A) = 0.7$$

$$P_{B_2}(A) = 0.8$$

$$P_{B_3}(A) = 0.9$$

Полная вероятность наступления события A:

$$P(A) = P(B_1)P_{B1}(A) + P(B_2)P_{B2}(A) + \cdots + P(B_n)P_{Bn}(A)$$

$$P(A) = 0.2 * 0.7 + 0.3 * 0.8 + 0.5 * 0.9 = 0.83$$

Вероятность того, что взятая бездефектная деталь окажется изготовлена на первом станке, можно найти по формуле Байеса:

$$P_A(B_i) = \frac{P(B_i)P_{Bi}(A)}{P(A)}$$

$$P_A(B_1) = \frac{0.2 * 0.7}{0.83} = 0.17$$

Найдем также вероятность изготовления на других станках:

$$P_A(B_2) = \frac{0.3 * 0.8}{0.83} = 0.29$$

$$P_A(B_3) = \frac{0.5 * 0.9}{0.83} = 0.54$$

Задача 2

Устройство состоит из 3 независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента равна 0,2. Составить закон распределения случайной величины X - числа отказавших элементов. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.

Событие X – число отказавших элементов.

$p = 0.2$ – элемент отказал

$q = 0.8$ – элемент работает

$n = 3$ – количество элементов

Формула Бернулли:

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

Найдем вероятность того, что все элементы работают исправно:

$$P_3(0) = C_3^0 p^0 q^3 = 0.8^3 = 0.512$$

Найдем вероятность того, что отказал только один элемент:

$$P_3(1) = C_3^1 p^1 q^2 = 3 * 0.2 * 0.8^2 = 0.384$$

Найдем вероятность того, что отказали два элемента:

$$P_3(2) = C_3^2 p^2 q^1 = 3 * 0.2^2 * 0.8 = 0.096$$

Найдем вероятность того, что отказали все элементы:

$$P_3(3) = C_3^3 p^3 q^0 = 0.2^3 = 0.008$$

Закон распределения случайной величины X:

$\boldsymbol{X}$	0	1	2	3
$\boldsymbol{p}$	0.512	0.384	0.096	0.008

Математическое ожидание X:

$$M(X) = 1 * 0.384 + 2 * 0.096 + 3 * 0.008 = 0.6$$

Дисперсия X:

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2$$

$$M(X^2) = 1 * 0.384 + 4 * 0.096 + 9 * 0.008 = 0.84$$

$$D(X) = 0.84 - 0.6^2 = 0.84 - 0.36 = 0.48$$

Среднее квадратическое отклонение X:

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{0.48} = 0.69$$

Задача 3

На двух гранях кубика написана цифра 2, на одной - цифра 4, на остальных – 5. Найти математическое ожидание числа очков при однократном подбрасывании кубика.

X – число выпавших очков.

Закон распределения случайной величины X:

$\boldsymbol{X}$	2	4	5
$\boldsymbol{p}$	$^2/_6$	$^1/_6$	$^3/_6$

Математическое ожидание X:

$$M(X) = 2 * \frac{2}{6} + 4 * \frac{1}{6} + 5 * \frac{3}{6} = \frac{23}{6} = 3.83$$

Выводы

В ходе лабораторной работы были изучены игры с «природой» и оптимизационные критерии для выбора стратегии при игре с одним игроком. Для решения поставленной задачи было написано инструментальное средство для вычисления критерия Гурвица и принятия решения относительно полученных результатов. Кроме того, были получены навыки решения задач о принятии решений в задачах со случайными характеристиками.

ПРИЛОЖЕНИЕ А
ИСХОДНЫЙ КОД ПРОГРАММЫ

```
#!/usr/bin/env python
# coding: utf-8

# In[26]:


import numpy as np
from IPython.core.interactiveshell import InteractiveShell
InteractiveShell.ast_node_interactivity = "all"

# In[35]:


mat = np.random.uniform(low=1/11, high=11, size=(10,10)).round(2)
print(mat)

# In[36]:


gamma = 1/12
amin = mat.min(axis=1)
amax = mat.max(axis=1)
coef = gamma*amax + (1-gamma)*amin
alpha = np.max(coef)
strat = np.argmax(coef)+1

# In[37]:


f'Коэффициент Гурвица для каждой стратегии - {coef.round(2)}'
f'Максимальный коэффициент = {alpha.round(2)}'
f'Оптимальная стратегия - {strat}'
```