

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра математического обеспечения и применения ЭВМ

ОТЧЕТ
по практической работе №3
по дисциплине «Теория принятия решений»
ТЕМА: ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК В ЗАДАЧАХ
ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Студент гр. 8383

Гоголев Е.Е.

Преподаватель

Попова Е.В.

Санкт-Петербург

2022

Цель работы.

Познакомиться с оптимизационными критериями, используемыми при игре с одним игроком. Применить вероятностные характеристики для решения задач принятия решений с наличием неопределенности.

Основные теоретические положения.

Существует неопределенность, не связанная с осознанным противодействием противника, а возникающая в связи с недостаточной информированностью ЛПР об объективных условиях, в которых будет приниматься решение. В математической модели присутствует «природа», и заранее неизвестно её состояние во время принятия решения, игра при этом называется игрой с природой. Осознанно действует только один игрок. Природа не противник, принимает какое-то состояние, не преследует цели, безразлична к результату игры.

В платежной матрице по строкам реализуются стратегии игрока, а по столбцам – множество состояний противоположной стороны. Элементы столбцов не являются проигрышами природы при соответствующих её состояниях. Задача выбора игроком чистой или смешанной стратегии проще так как отсутствует противодействие, но сложнее так как существует наличие неопределенности, связанное с дефицитом осведомленности игрока о характере проявления состояний природы.

Различные критерии выбора стратегии поведения показаны далее на рис.1 – рис. 5.



Rev. T Bayes
(1702–1761)

Критерий Байеса

Критерий Байеса

	Повезло (90%)	Не повезло (10%)	Математическое ожидание
	5 миллионов	5 миллионов	$0.9 * 5 + 0.1 * 5$
	50 миллионов	0	$0.9 * 50 + 0.1 * 0$

Показывает, сколько будем выигрывать в среднем, если играть будем много раз

Лучше нажать на синюю кнопку.

4

Рисунок 1

Критерий Лапласа

Пьер-Симон де Лаплас(1749-1827)



	Повезло (50%)	Не повезло (50%)	Математическое ожидание
	5 миллионов	5 миллионов	$0.5 * 5 + 0.5 * 5$
	50 миллионов	0	$0.5 * 50 + 0.5 * 0$

Лучше нажать на синюю кнопку.

5

Рисунок 2

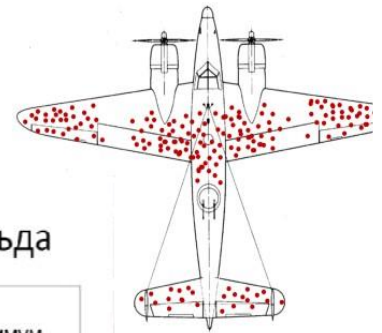
А. Вальд (1902-1950)



Критерий Вальда

Оптимизация по критерию Вальда

	Повезло	Не повезло	Минимум
	5 миллионов	5 миллионов	5 миллионов
	50 миллионов	0	0



Лучше нажать на красную кнопку.

6

Рисунок 3

Критерий крайнего оптимизма

Оптимизация по максимуму

	Повезло	Не повезло	Максимум
	5 миллионов	5 миллионов	5 миллионов
	50 миллионов	0	50 миллионов

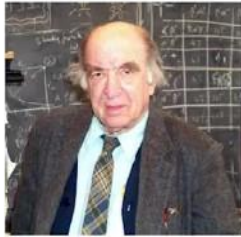
Лучше нажать на синюю кнопку.

7

Рисунок 4

Критерий Гурвица

Критерий Гурвица (Гурвича)




- $\gamma \cdot \max + (1 - \gamma) \cdot \min$
- Учитываем лучший и худший из исходов
- Более взвешенный критерий, с учетом субъективного фактора

Оптимизация по критерию Гурвица

$$Z = \max_j \left(\max_i a_{ji} \gamma + (1 - \gamma) \min_i a_{ji} \right)$$

Лучше нажать на синюю кнопку.

	Повезло	Не повезло	Коэффициент Гурвица
	5 миллионов	5 миллионов	$0.2 \cdot 5 + 0.8 \cdot 5$
	50 миллионов	0	$0.2 \cdot 50 + 0.8 \cdot 0$

$\gamma = 0.2$

8

Рисунок 5

Постановка задачи.

Используя инструментальные средства компьютерной алгебры решить матричные задачи.

Вариант.

Вариант 3.

Выполнение работы.

- 1) Написать программу, формирующую входную матрицу, размера 10 на 10 с случайными значениями из заданного диапазона (от $1/(N+1)$ до $N+1$, где N – номер варианта).

Диапазон от $\frac{1}{4}$ до 5, исходный код программы в приложении А.

Получившаяся матрица на рис. 6.

2.569415151640599 0.2539903452049726 4.454313776473728 0.5627414833392951 3.3855184555094002 4.896154767293076 4.30020696558981 4.49555455318253 3.7282687934626844 2.834257636350345
2.4397462492316286 3.532672256154541 1.0716665899150164 2.4678936473133906 2.7090849794537784 0.8368284596638547 4.285809200980213 4.558049126234557 3.4846781114085674 2.2637076899546837
4.909744359450614 3.9634011894609738 4.2025856054236925 1.4811305685485276 4.414889146045506 4.569831581419503 3.203877738552356 4.962282361411768 3.6485244080836837 3.913180393747455
1.880287402652233 0.8246293840619555 4.1078635592714114 2.3890490404887936 0.779642790700837 1.0913182377550474 2.375360785406219 3.808393745116403 4.087414783522037 3.408688820552267
3.620209681812705 0.42627938046995273 3.9894443135598454 1.4738834396090539 1.8918588458545271 4.861511412597221 4.984905332024488 1.1204911546069405 4.6523638036127055 0.5169021628591837
2.32664658882934 2.4540406550823697 2.26020645471458 4.399624464299868 3.4164765210279913 2.0344646702775737 1.1908888502197335 1.0700585629649453 1.4089048960025061 4.990992075869596
3.187228617950605 2.008177947382564 1.8063878091180725 4.201428156141516 1.8211879367285706 1.335089119580242 4.808910903298949 1.41700194498415 2.414086229254664 0.7411297729153699
1.1742981291261614 3.60522851807609 3.3271141778681153 1.6905641895343746 0.5554804452363417 1.5076204769377244 0.5629010273266039 4.600781047591521 4.102534773175497 4.42318378882516
0.659274288911589 4.145985932873941 4.193429081848656 3.699241352292187 1.7356332142881843 0.8544930413395246 0.730302917433601 4.399185487326591 4.421375932010285 0.5659958164448458
4.121565057264322 1.9155241826451799 3.535232868267838 1.3180000825830367 4.679466713032953 4.283106158018613 0.3038032073718736 2.1202572942662177 4.936800927155175 3.6805703067406466

Рисунок 6 – сгенерированная матрица

- 2) Применить заданный оптимизационный критерий к платежной матрице и выбрать оптимальную стратегию (с помощью инструментальных средств).

Заданный критерий – критерий Вальда (рис. 3). Найдем минимум в каждой строке и выберем максимальное значение. Результат на рис. 7.

```
[8]: mins = matr.min(axis=1)
print(mins)
optimum = mins.argmax()
print(optimum)
```

[0.25399035 0.83682846 1.48113057 0.77964279 0.42627938 1.07005856
0.74112977 0.55548045 0.56599582 0.30380321]
2

Рисунок 7

Как видно из рис. 7, критерий имеет максимальное значение в третьей строке, поэтому оптимальная стратегия – третья.

- 3) Получить вероятностные характеристики предложенных задач в папке Варианты, для принятия решений в задачах со случайными характеристиками

Вариант 3

Задача 1: Имеются 3 одинаковые на вид урны. В первой урне 2 белых и 8 черных шаров, во второй – 3 белых и 7 черных шаров, в третьей – 4 белых и 6 черных шаров. Некто выбирает наугад урну и вынимает один шар. Найти вероятность того, что шар белый (и принять решение о модификации состава урн в дальнейшем).

Решение: см. рис. 8

№7.

28 84	38 78	48 64
I	II	III

B_i - в-сть выбрать урну i

$$P(B_1) = P(B_2) = P(B_3) = \frac{1}{3}$$

A - шар белый

$$P(A) = (P_{B_1}(A) + P_{B_2}(A) + P_{B_3}(A)) \cdot \frac{1}{3} =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{10} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{10} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{10} = \frac{1}{15} + \frac{1}{10} + \frac{4}{30} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10} = 30\%$$

Рисунок 8 – задача 1

Задача 2: Некто покупает в магазине 2 лампочки. Вероятность купить стандартную лампочку равна 0,9. Составить закон распределения случайной величины X - числа стандартных лампочек среди купленных. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.

Решение: см. рис. 9

$n=2$
 $p=0,9$

X	0	1	2
вер.	0,01	0,18	0,81

1) $0,1 \cdot 0,1 = 0,01$
 2) $1 - 0,81 - 0,01 = 0,18$
 3) $0,9 \cdot 0,9 = 0,81$

$E(X) = 0,18 + 2 \cdot 0,81 = 1,8$
 $D(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = 0,18 + 0,81 \cdot 4 - 1,8^2 =$
 $= 0,18$
 $\sigma_x = \sqrt{D(X)} \approx 0,42$

Рисунок 9 – задача 2

Задача 3: Случайная величина X распределена по нормальному закону с математическим ожиданием 14 и средним квадратическим отклонением 3. Построить график плотности распределения. Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина примет значение в интервале (10;15).

Решение: график плотности распределения на рис. 10. Для нахождения вероятности проинтегрируем функцию плотности распределения в заданном интервале (рис. 11). Получили вероятность примерно 54%.

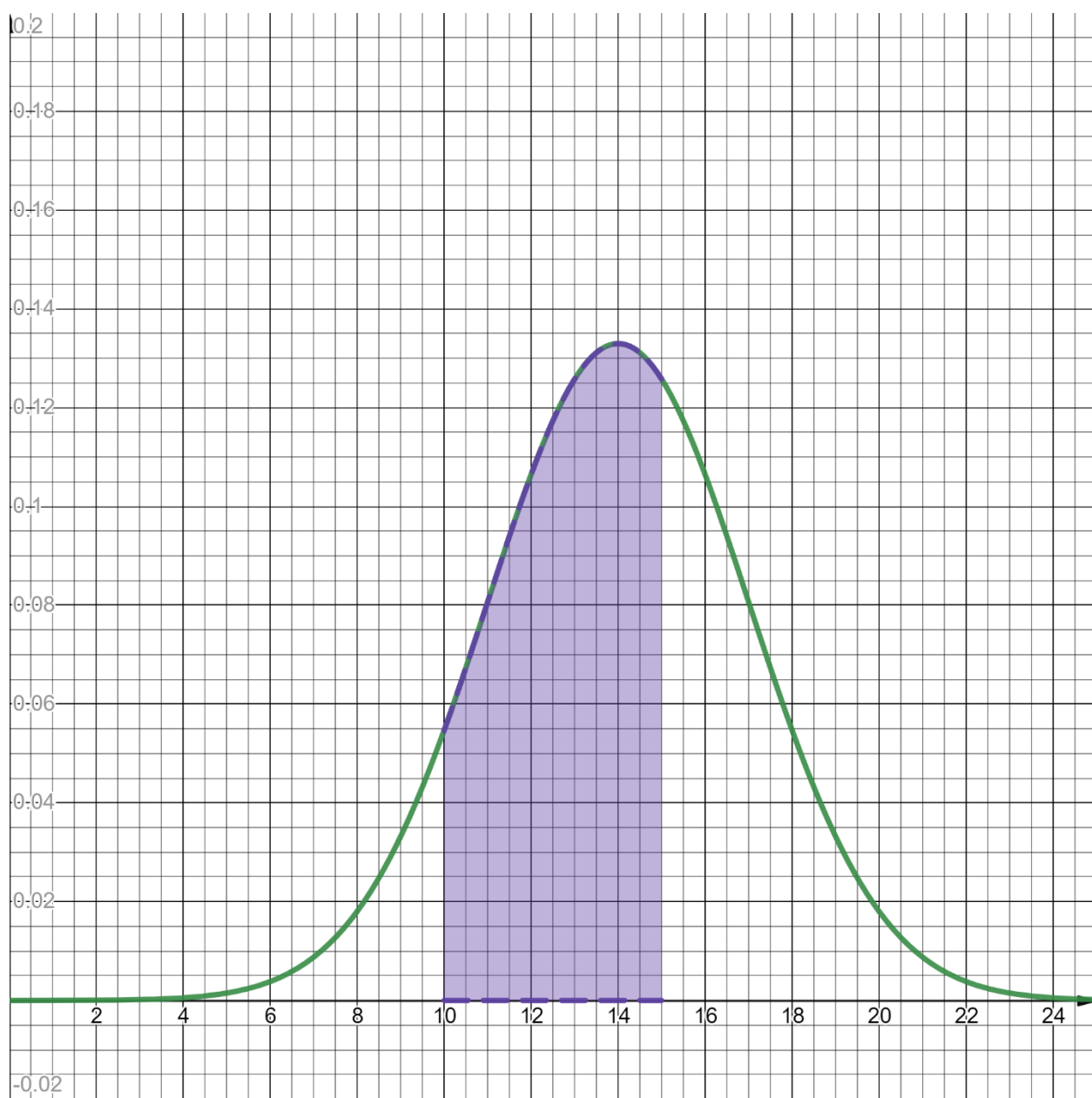




Рисунок 10 – график плотности распределения

int of $e^{-(x-14)^2/(2 \cdot 3^2)}/(\sqrt{2\pi} \cdot 3)$ from 10 to 15


 NATURAL LANGUAGE

 MATH INPUT

 EXTENDED KEYBOARD

 EXAMPLES

 UPLOAD

 RANDOM


Definite integral

[More digits](#)

$$\int_{10}^{15} \frac{e^{-(x-14)^2/(2 \cdot 3^2)}}{\sqrt{2\pi} \cdot 3} dx = \frac{1}{2} \left(\operatorname{erf}\left(\frac{1}{3\sqrt{2}}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) \right) \approx 0.539347$$

$\operatorname{erf}(x)$ is the error function

Visual representation of the integral

 Enlarge

 Data

 Customize

 Plain Text

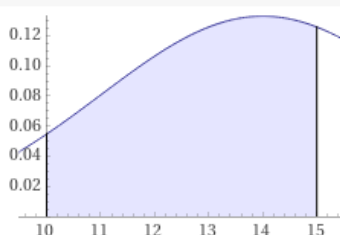


Рисунок 11 – расчет интеграла

Выводы.

В ходе выполнения работы были рассмотрены оптимизационные критерии, используемые при игре с одним игроком. Найдена оптимальная стратегия для данной платежной матрицы при помощи критерия Вальда. Получены вероятностные характеристики для каждой из предложенных задач.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

ИСХОДНЫЙ КОД ПРОГРАММЫ

```
import numpy as np

matr = np.random.uniform(0.25, 5, (10, 10))

for i in matr:

    for j in i:

        print(j, end=' ')

    print()

    print()

mins = matr.min(axis=1)

print(mins)

optimum = mins.argmax()

print(optimum)
```