

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра ТОЭ

Отчет
по лабораторной работе № 4
по дисциплине «Математические основы электротехники»
Тема: «Исследование установившегося синусоидального режима в
простых цепях»

Студент гр. 8383, ФКТИ

Киреев К.А.

Преподаватель

Портной М.С.

Санкт-Петербург

2020

Цель работы

Практическое ознакомление с синусоидальными режимами в простых RL-, RC- и RLC-цепях.

Схемы лабораторной установки

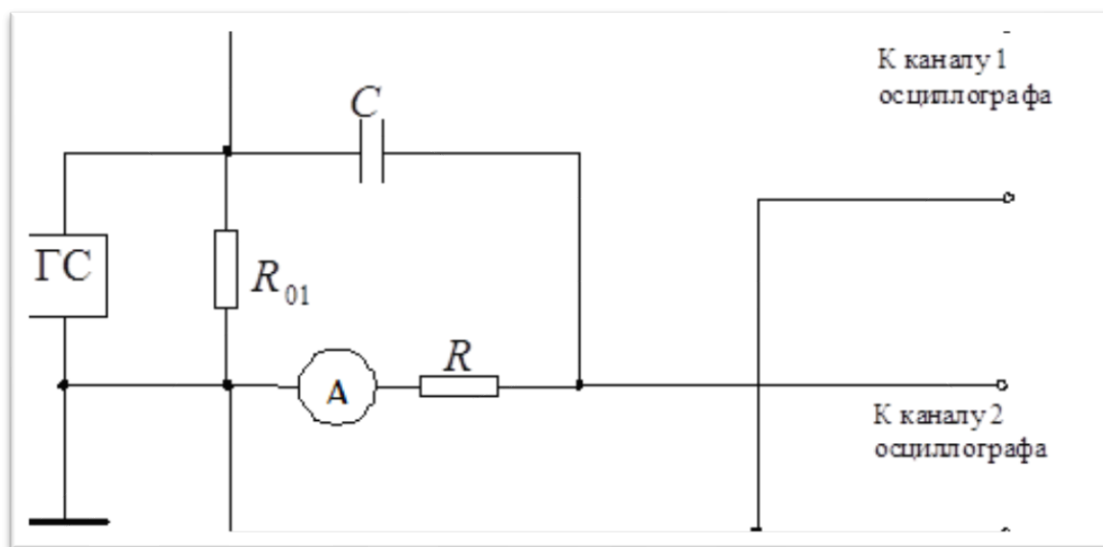


Рис.1. Схема лабораторного макета для RC-контура.

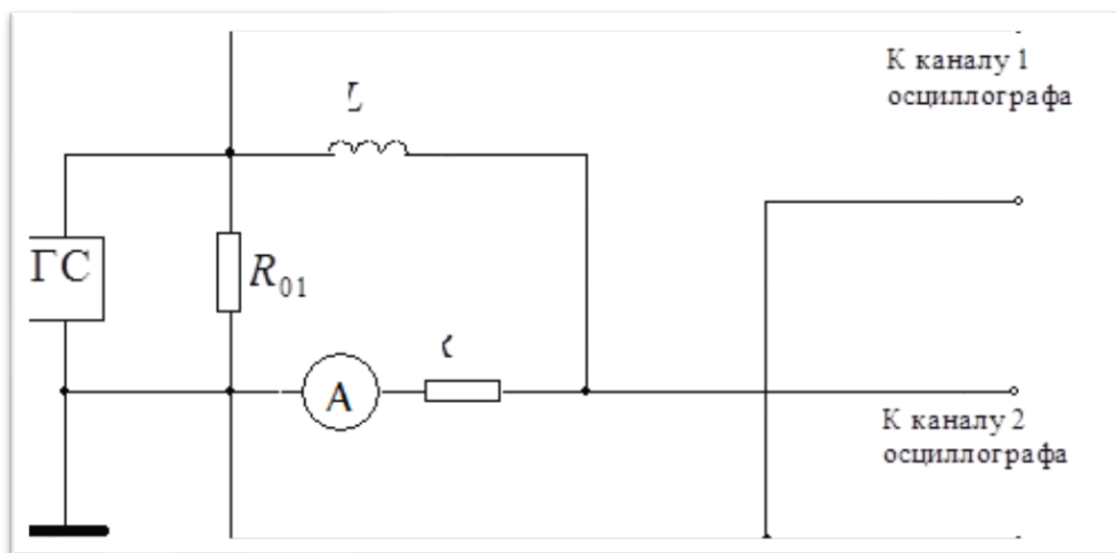


Рис.2. Схема лабораторного макета для RL-контура.

Основные теоретические положения

При анализе электрических цепей в установившемся синусоидальном режиме важно твердо усвоить амплитудные и фазовые соотношения между токами и напряжениями элементов цепи. Необходимо помнить, что ток в резистивном элементе совпадает по фазе с напряжением, ток в индуктивности отстает, а в емкости опережает напряжение на четверть периода.

Следует учитывать, что комплексное сопротивление индуктивности и емкости есть функция частоты:

$$Z_L = j\omega L = \omega L e^{j90^\circ}; \quad Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{\omega C} e^{-j90^\circ}.$$

Функцией частоты являются, следовательно, и комплексные сопротивления RL -, RC - и RLC -цепей. Так, для RLC -цепи, изображенной на рис. 6.1, в, комплексное сопротивление

$$Z = \dot{U}_0 / \dot{I} = R + Z_L + Z_C = R + j(\omega L - 1/(\omega C)).$$

Реактивная составляющая этого сопротивления равна разности модулей индуктивного и емкостного сопротивлений и поэтому может принимать различные знаки: если она положительна, характер реакции цепи – индуктивный, если отрицательна – емкостный, если обращается в нуль, цепь будет находиться в состоянии резонанса.

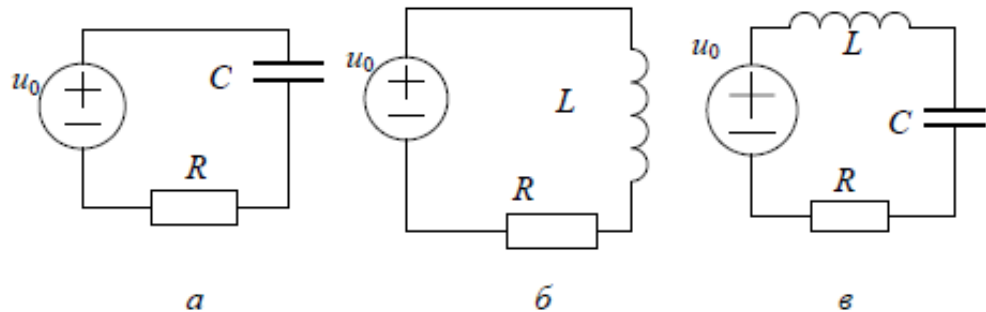


Рис. 6.1

Как модуль и аргумент (фаза) комплексного сопротивления

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}; \quad \varphi = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R},$$

так и определяемые ими по закону Ома действующее значение и начальная фаза тока

$$\dot{I} = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}; \quad \phi_i = \phi_u - \phi$$

существенно зависят от соотношений индуктивного и емкостного сопротивлений.

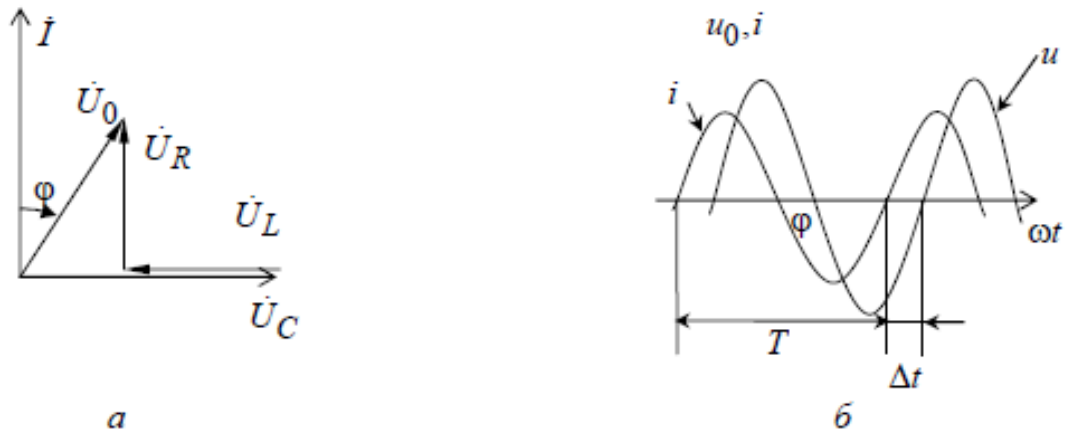


Рис. 6.2

Токи и напряжения цепи в установившемся синусоидальном режиме наглядно представляют с помощью векторной диаграммы. Такая диаграмма для RLC -цепи приведена на рис. 6.2, а, где рассматривается случай $\phi = -45^\circ$, т. е. ток \dot{I} опережает напряжение \dot{U}_0 на 45° , что соответствует емкостной реакции и временной диаграмме, представленной на рис. 6.2, б.

1. Исследование установившегося режима в RC -цепи

Таблица 1

Устанавливают		Измеряют					Вычисляют			
f , кГц	U_0 , В	I , мА	U_R , В	U_C , В	U_L , В	$\varphi_{\text{осц}}$, град	R , Ом	C , мкФ	L , мГн	$\varphi_{\text{в.д.}}$, град
7,5	2	4,35	0,82	1,77	—	—67,5	188.5	0,05	—	—65,14
15	2	6,94	1,32	1,41	—	—45	186,4	0,052	—	—46,89

Пример вычисления для $f = 15$ кГц.

$$R = \frac{U_R}{I} = \frac{1,32}{6,94 \cdot 10^{-3}} = 190,2 \text{ Ом}$$

$$X_C = \frac{U_C}{I} = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{I}{\omega U_C} = \frac{I}{2\pi f U_C}.$$

$$C = \frac{I}{2\pi f U_C} = \frac{6,94 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 15 \cdot 10^3 \cdot 1,41} = 0,052 \text{ мкФ}.$$

$$\varphi_{ВД} = -\operatorname{atan} \frac{U_C}{U_R} = -\operatorname{atan} \frac{1,41}{1,32} = -46,89.$$

Векторные диаграммы для 7,5 кГц и 15 кГц показаны на рисунках 3 и 4 соответственно.

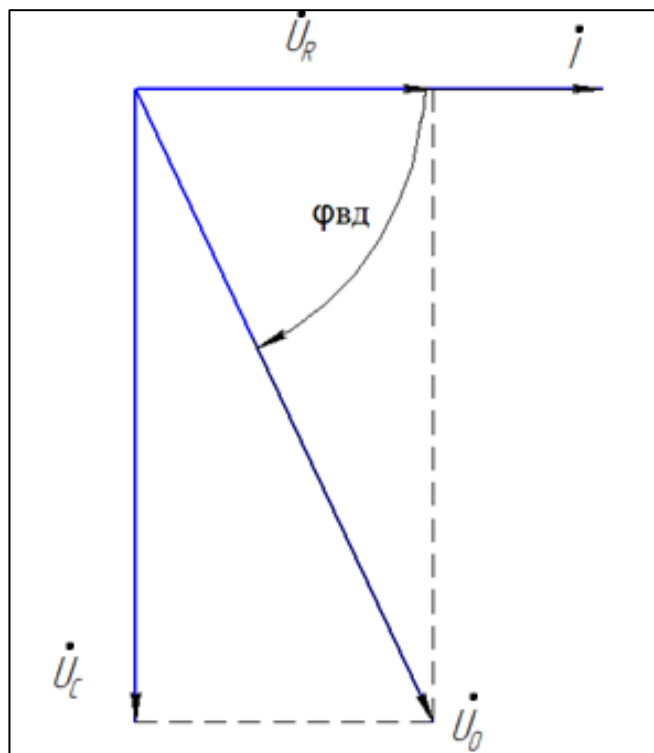


Рис.3. Векторная диаграмма RC-цепи при $f = 7,5$ кГц.

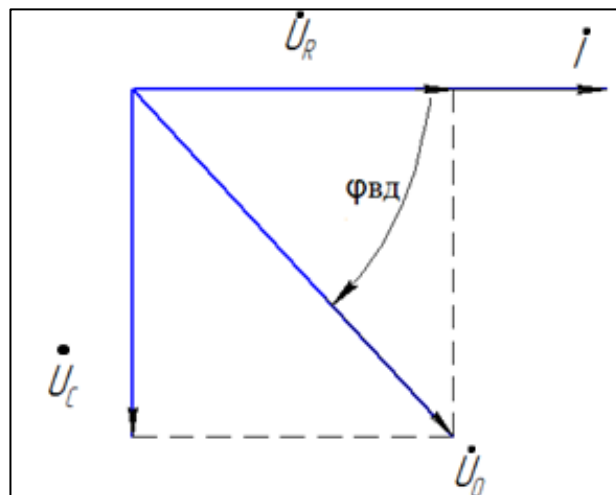


Рис.4. Векторная диаграмма RC-цепи при $f = 15$ кГц.

Вопросы

1. Почему $U_0 \neq U_R + U_C$?

Так как схема находится в режиме гармонических колебаний. Нагрузка состоит из конденсатора и резистор, напряжение на котором опережает напряжение на конденсаторе на 90 градусов. Тогда при сложении комплексных амплитуд, входное напряжение будет находиться по теореме Пифагора (см. ВД), то есть $U_0^2 = U_R^2 + U_C^2$.

2. Почему при увеличении частоты значения I и U_R выросли, а U_C и $|\varphi|$ уменьшились? Изменились ли R и C ?

$$|Z_{\text{BX}}| = \sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}, \quad I = \frac{U}{|Z_{\text{BX}}|}, \quad U_R = IR, \quad \varphi = -\arctan\left(\frac{1}{R\omega C}\right)$$

При увеличении частоты из формулы для входного сопротивления видно, что это сопротивление уменьшается. Тогда, по закону Ома входной ток увеличится при неизменном входном напряжении. По закону Ома также напряжение на резисторе тоже увеличится (из-за увеличения тока). А так как напряжение в цепи не меняется, а напряжение на резисторе увеличилось, то напряжение на конденсаторе уменьшится. Из формулы для угла φ видно, что при увеличении частоты числитель \arctg уменьшается, что значит, что и сам угол уменьшается. R и C не изменились.

2. Исследование установившегося режима в RL -цепи

Таблица 2

Устанавливают		Измеряют					Вычисляют			
f , кГц	U_0 , В	I , мА	U_R , В	U_C , В	U_L , В	$\varphi_{\text{осц}}$, град	R , Ом	C , мкФ	L , мГн	$\varphi_{\text{в.д.}}$, град
3,75	2	7,8	1,5	—	1,2	34,8	192,3	—	7,529	38,66
7,5	2	5,3	1,01	—	1,68	58	190,6	—	6,706	58,99

Пример вычисления для $f = 3,75$ кГц.

$$R = \frac{U_R}{I} = \frac{1,5}{7,8 \cdot 10^{-3}} = 192,3 \text{ Ом}$$

$$X_L = \frac{U_L}{I} = \omega L \Rightarrow L = \frac{U_L}{I\omega} = \frac{U_L}{2\pi f I}$$

$$L = \frac{U_L}{2\pi f I} = \frac{1,2}{2\pi \cdot 3,75 \cdot 10^3 \cdot 7,8 \cdot 10^{-3}} = 7,529 \text{ мГн.}$$

$$\varphi_{ВД} = \text{atan} \frac{U_L}{U_R} = \text{atan} \frac{1,2}{1,5} = 38,66^\circ.$$

Векторные диаграммы для 3,75 кГц и 7,5 кГц показаны на рисунках 5 и 6 соответственно.

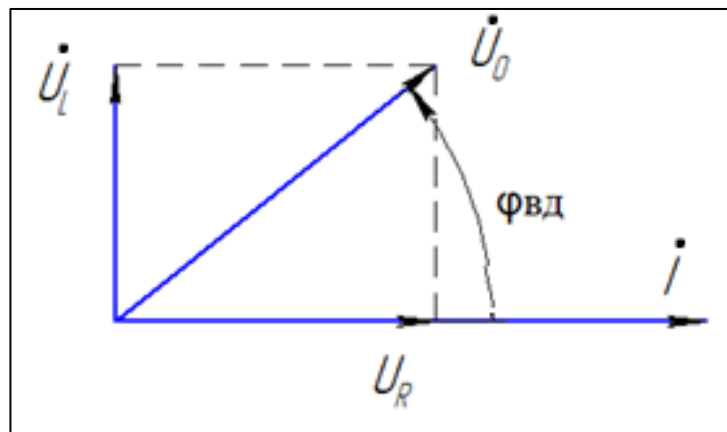


Рис.5. Векторная диаграмма RL-цепи при $f = 3,75$ кГц.

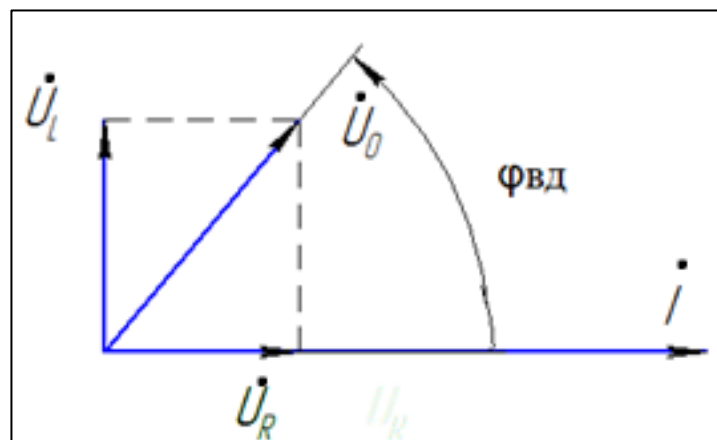


Рис.6. Векторная диаграмма RL-цепи при $f = 7,5$ кГц.

Вопросы

1. Почему $U_0 \neq U_R + U_L$?

$U_0 \neq U_R + U_L$, так как схема находится в режиме гармонических колебаний. Нагрузка состоит из индуктивности и резистора, напряжение на котором отстаёт от напряжения на индуктивности на 90 градусов. Тогда при сложении комплексных амплитуд, входное напряжение будет находиться по теореме Пифагора (см. ВД), то есть $U_0^2 = U_R^2 + U_L^2$.

2. Почему при увеличении частоты значения I и U_R уменьшились, а U_L и $|\varphi|$ увеличились? Изменились ли R и L ?

$$|Z_{BX}| = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}, \quad I = \frac{U}{|Z_{BX}|}, \quad U_R = IR, \quad \varphi = \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right).$$

При увеличении частоты из формулы для входного сопротивления видно, что это сопротивление увеличивается. Тогда, по закону Ома входной ток уменьшится при неизменном входном напряжении. По закону Ома также напряжение на резисторе тоже уменьшится (из-за уменьшения тока). А так как напряжение в цепи не меняется, а напряжение на резисторе уменьшилось, то напряжение на индуктивности увеличится. Из формулы для угла φ видно, что при увеличении частоты числитель \arctg увеличивается, что значит, что и сам угол увеличится. R и L не изменились.

3. Исследование установившегося режима в RLC -цепи

Таблица 3

Устанавливают		Измеряют					Вычисляют
f , кГц	U_0 , В	I , мА	U_R , В	U_C , В	U_L , В	$\varphi_{осц}$, град	$\varphi_{в.д.}$, град
4,16	2	3,54	0,67	2,61	0,68	-60	-70,86
8,33	2	9,35	1,79	3,56	3,57	0	0
16,6	2	3,53	0,67	0,69	2,58	60	70,48

Пример вычисления для $f = 4,16$ кГц.

$$\varphi_{ВД} = \operatorname{atan} \frac{U_L - U_C}{U_R} = \operatorname{atan} \frac{0,68 - 2,61}{0,67} = -70,86^\circ$$

Векторные диаграммы для 4,5 кГц, 9 кГц и 18 кГц показаны на рисунках 7, 8 и 9 соответственно.

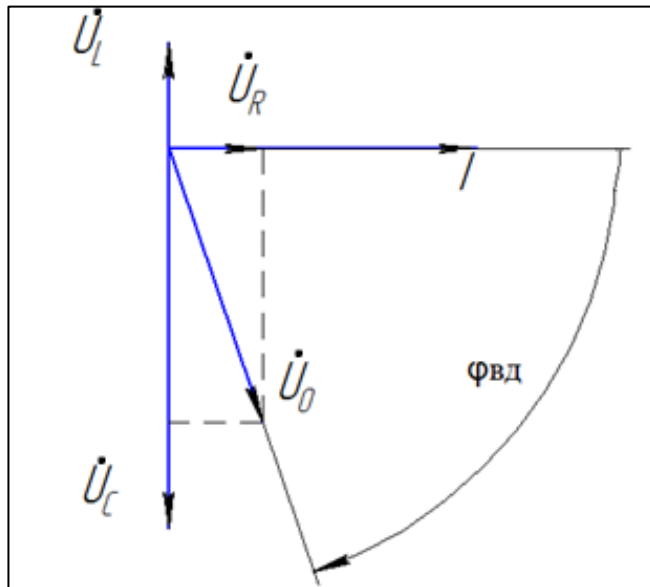


Рис.7. Векторная диаграмма RLC-цепи при $f = 0,5f_0$.

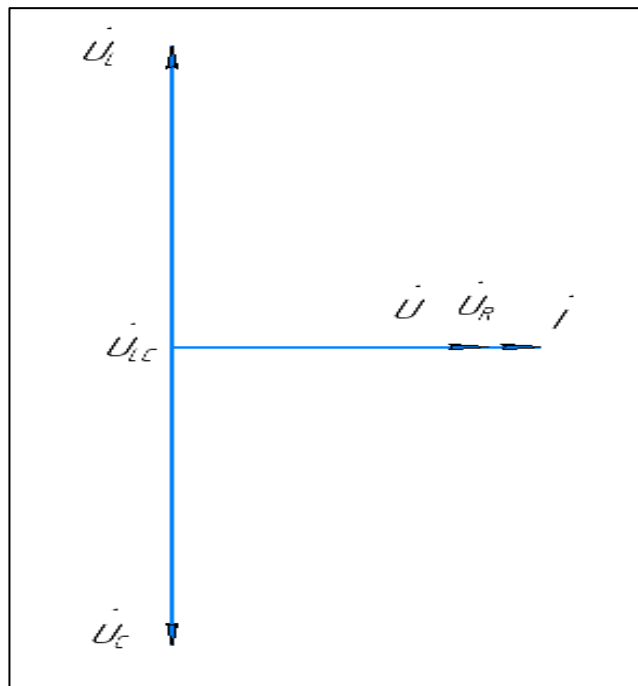


Рис.8. Векторная диаграмма RLC-цепи при $f = f_0$.

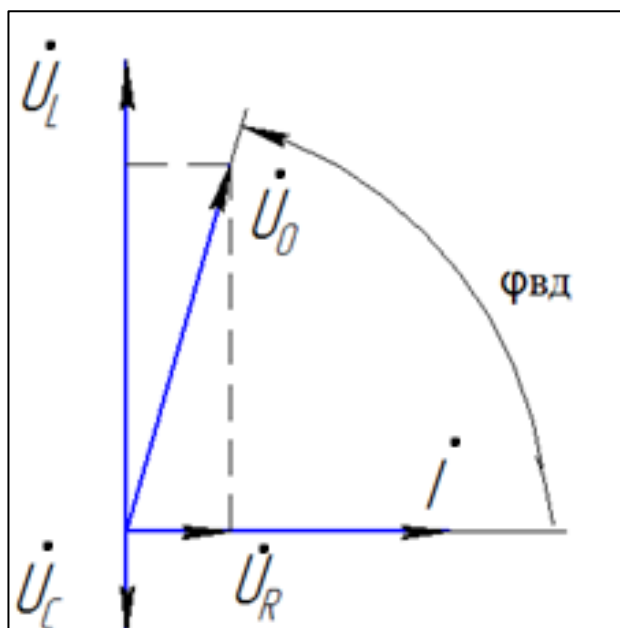


Рис.9. Векторная диаграмма RLC-цепи при $f = 2f_0$.

Вопросы

1. Почему $U_0 \neq U_R + U_L + U_C$.

$U_0 \neq U_R + U_L + U_C$, так как схема находится в режиме гармонических колебаний. Нагрузка состоит из индуктивности, конденсатора и резистора, напряжение на котором отстаёт от напряжения на индуктивности на 90 градусов, а напряжение на конденсаторе он опережает. Тогда при сложении комплексных амплитуд, входное напряжение будет находиться по теореме Пифагора (см. ВД), то есть $U_0^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2$.

2. Почему при изменении частоты от резонансной значения I, U_R, U_C, U_L уменьшаются, а угол $|\varphi|$ увеличился? Изменились ли R, C, L ?

$$|Z_{BX}| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad I = \frac{U}{|Z_{BX}|}, \quad U_R = IR \quad \varphi = \arctan\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right), \quad U_L = I\omega L, \quad U_C = \frac{I}{\omega C}$$

На резонансной частоте реактивное сопротивление нагрузки равно 0. При увеличении частоты происходит увеличение напряжения на индуктивности, на емкости, исходя из формулы, напряжение убывает. При

увеличении или уменьшении частоты от резонансной, происходит увеличение реактивной составляющей, ввиду чего уменьшается входной ток, поэтому и уменьшается напряжение на резисторе при изменении частоты влево или вправо от резонансной

Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы и последующей обработки результатов мы наглядно ознакомились с синусоидальными режимами в простых RL-, RC- и RLC- цепях. Очень точные измерения обеспечило использование цифрового фотоаппарата в ходе выполнения лабораторной работы.

Выполнив лабораторную работу, исследовали установившийся синусоидальный режим в RL, RC, и RLC – цепей, построили векторные диаграммы для них. Произвели теоретический и практический расчет, результаты которых практически совпали.

Протокол к ЛР № 4

Измерение установившегося синусоидального режима
в цепи с индуктивностью

Таблица 1

Установившийся		Измеряют					Вычисляют			
$f, \text{кГц}$	$U_0, \text{В}$	$I, \text{мА}$	$U_R, \text{В}$	$U_C, \text{В}$	$U_L, \text{В}$	$\varphi_{\text{сум}}, ^\circ$	$R, \text{Ом}$	$C, \text{мкФ}$	$L, \text{мГн}$	$\varphi_{\text{вд}}, ^\circ$
7,5	2	4,35	0,82	1,77	-	-07,5				
горизонтальная 20мкс вертикальная 1В										
15	2	6,94	1,32	1,41	-	-45				

Таблица 2

Установившийся		Измеряют					Вычисляют
$f, \text{кГц}$	$U_0, \text{В}$	$I, \text{мА}$	$U_R, \text{В}$	$U_C, \text{В}$	$U_L, \text{В}$	$\varphi_{\text{сум}}, ^\circ$	$\varphi_{\text{вд}}, ^\circ$
7,5	2	5,3	1,01	-	1,68	58	
3,75	2	7,23	1,49	-	1,20	34,8	

Таблица 3

мощность резонанса $f_0 = 8,33 \text{ кГц}$, $U_0 = 1,20 \text{ В}$

Установившийся

$f, \text{кГц}$	$U_0, \text{В}$	$I, \text{мА}$	$U_R, \text{В}$	$U_C, \text{В}$	$U_L, \text{В}$	$\varphi_{\text{сум}}, ^\circ$	$\varphi_{\text{вд}}, ^\circ$
8,33	2	3,35	1,80	3,56	3,57	0°	
16,66	2	3,53	0,67	0,69	2,58	60°	
4,16	2	3,54	0,67	2,61	0,68	-60°	

Факторы КГЧ

Группа 8383

~~Игорь К. К.~~

~~Игорь К. К.~~

Копы
071020709