

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра ТОЭ

Отчет
по лабораторной работе № 3
по дисциплине «Математические основы электротехники»
Тема: Исследование свободных процессов в электрических цепях

Студент гр. 8383, ФКТИ

Киреев К.А.

Преподаватель

Портной М.С.

Санкт-Петербург

2020

Цель работы

Изучение связи между видом свободного процесса в электрической цепи и расположением собственных частот (корней характеристического уравнения) на комплексной плоскости; приближенная оценка собственных частот и добротности RLC–контура по осциллограммам.

Обработка результатов эксперимента

1. Исследование свободных процессов в цепи первого порядка

Соберем схему на рис. 1 ($C = 0,02$ мкФ, $R = 5$ кОм, источником тока $i_0(t)$ является генератор импульсов). Снимем осциллограмму напряжения на конденсаторе, зафиксировав на ней один полный полупериод сигнала $T_c/2 = 0,6$ мс.

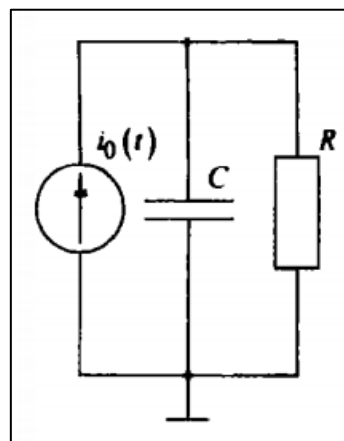


Рисунок 1 – Схема первого исследования

Определение собственной частоты по осциллограмме:

$$p = -\frac{1}{\tau} = -\frac{1}{1 \cdot 0,1 \cdot 10^{-3}} = -10000 \text{ с}^{-1}$$

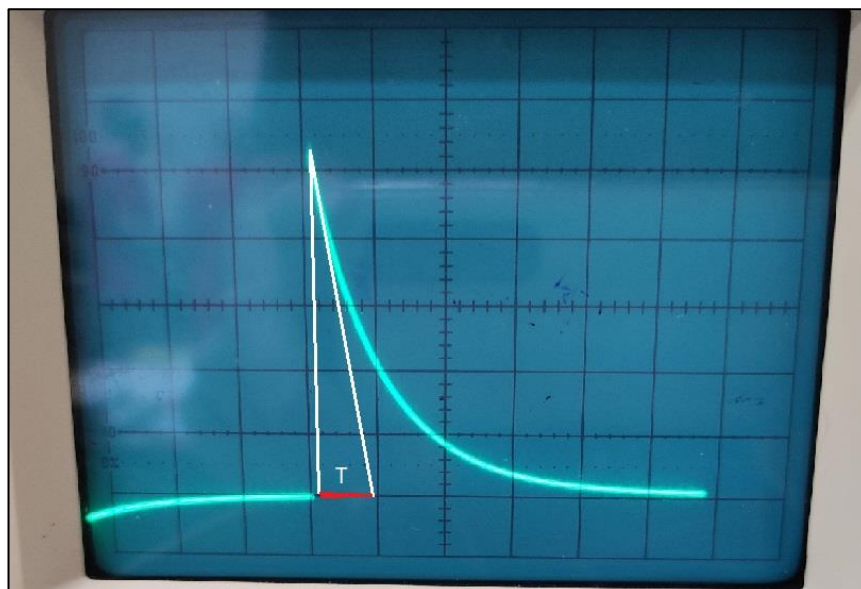
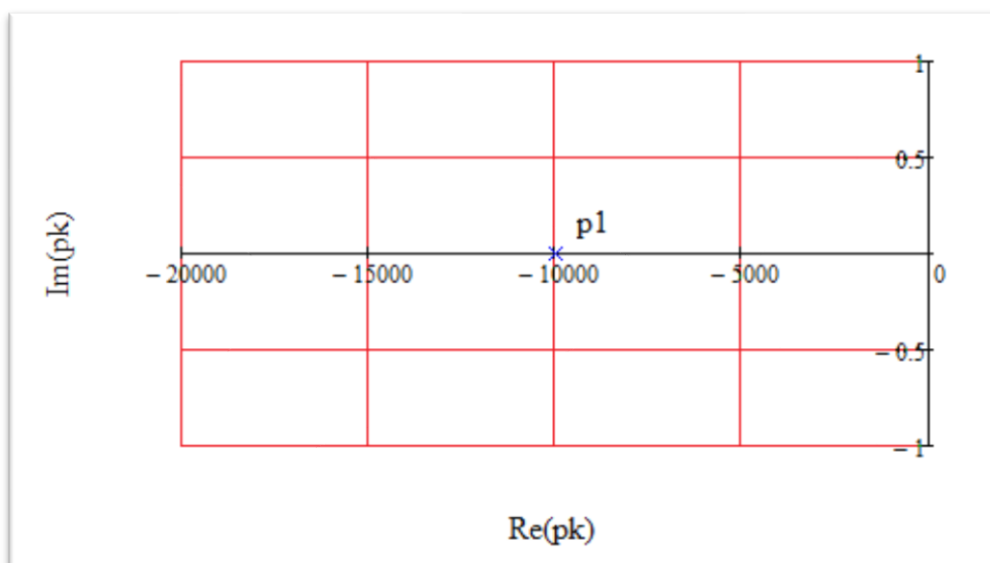


Рисунок 2 – Осциллограмма для $T_c/2 = 0,6$ мс

Теоретический расчёт:

$(\tau = \frac{-1}{p_1} = RC = 10^{-4} = \frac{-1}{-10^4} \Rightarrow p_1 = -10^4$. Собственная частота — $p_1 = -10^4$ с⁻¹ при $C=0,02$ мкФ и $R=5$ кОм).



Вопрос 1: каким аналитическим выражением описывается осциллографируемый процесс в цепи первого порядка?

Данный процесс описывается затухающей экспонентой с постоянным коэффициентом (процесс свободный, следовательно, вынужденной составляющей нет).

$$f_{CB}(t) = Ae^{p_1 t}.$$

Вопрос 2: соответствует ли найденная собственная частота теоретическому расчету?

Да.

2. Исследование свободных процессов в цепи второго порядка

Соберем схему на рис. 3 ($C = 0,02$ мкФ, $L = 25$ мГн).

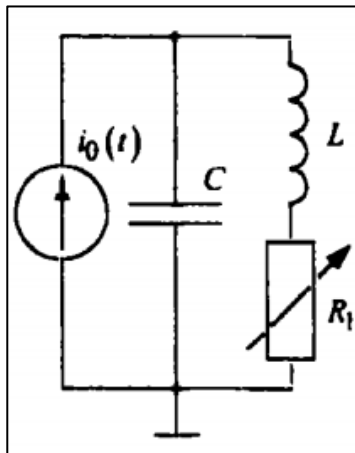


Рисунок 3 – схема №2

Снимем осциллограмму напряжения на резисторе при значении $R_1 = 0,5$ кОм (колебательный режим).

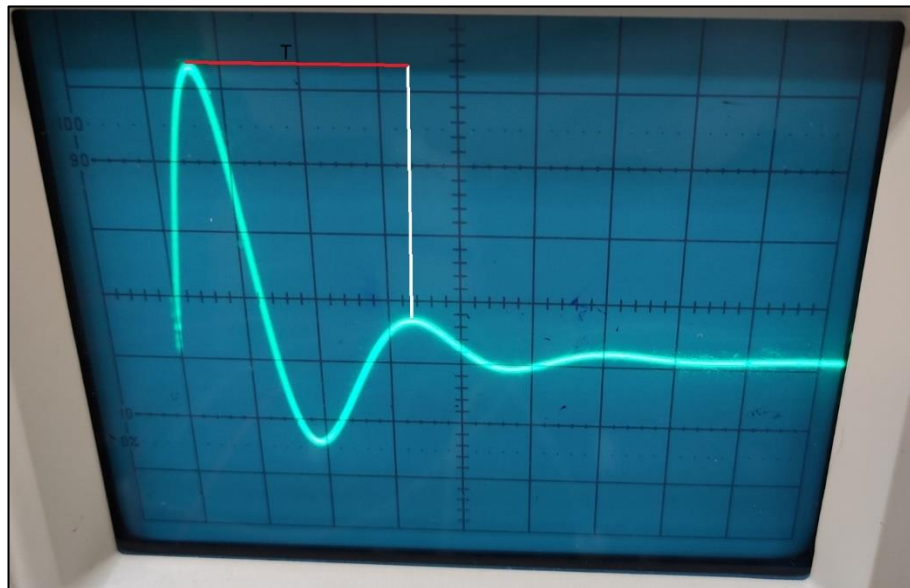


Рисунок 4 – Осциллограмма колебательного режима

Снимем осциллограмму напряжения на резисторе при значении $R_1 = 3$ кОм (апериодический режим).

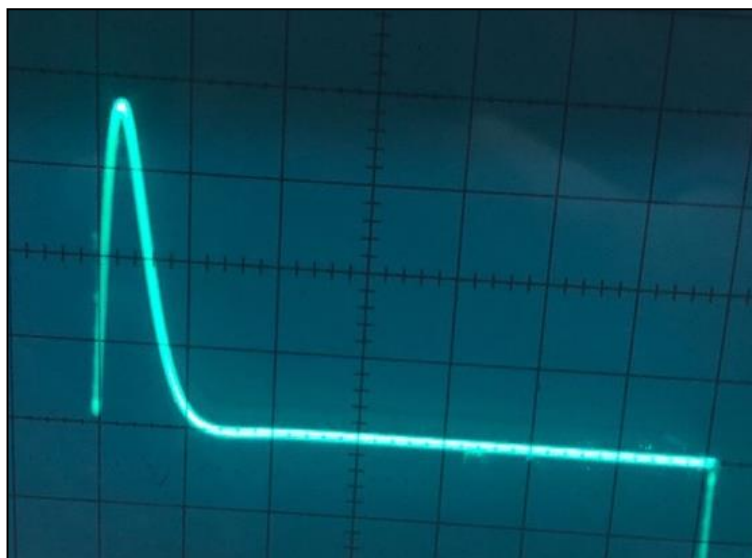


Рисунок 5 – Осциллограмма аperiodического режима

Затем найдем такое значение R_1 , при котором в цепи будет наблюдаться критический режим, т.е. режим, граничный между колебательным и аperiodическим. $R_{1кр}=1,1 \text{ кОм}$.

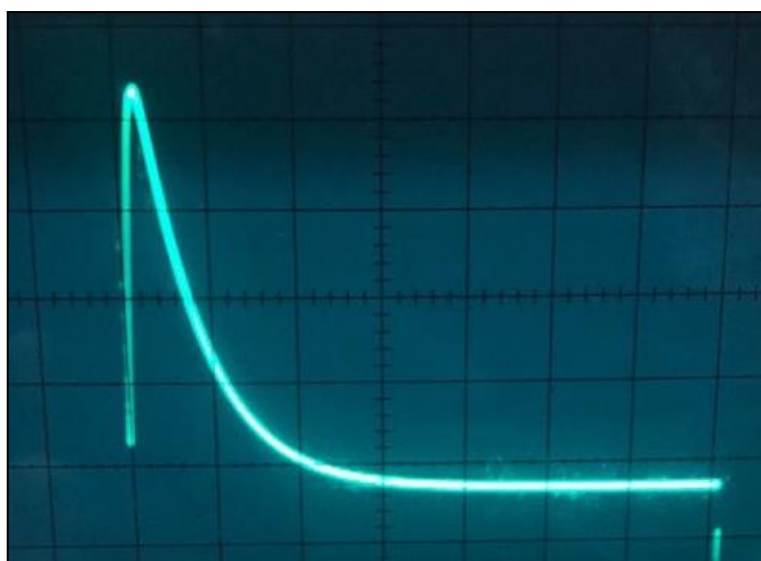


Рисунок 6 – Осциллограмма критического режима

В заключение установим $R1 = 0$ кОм и снимем осциллограмму напряжения на конденсаторе.

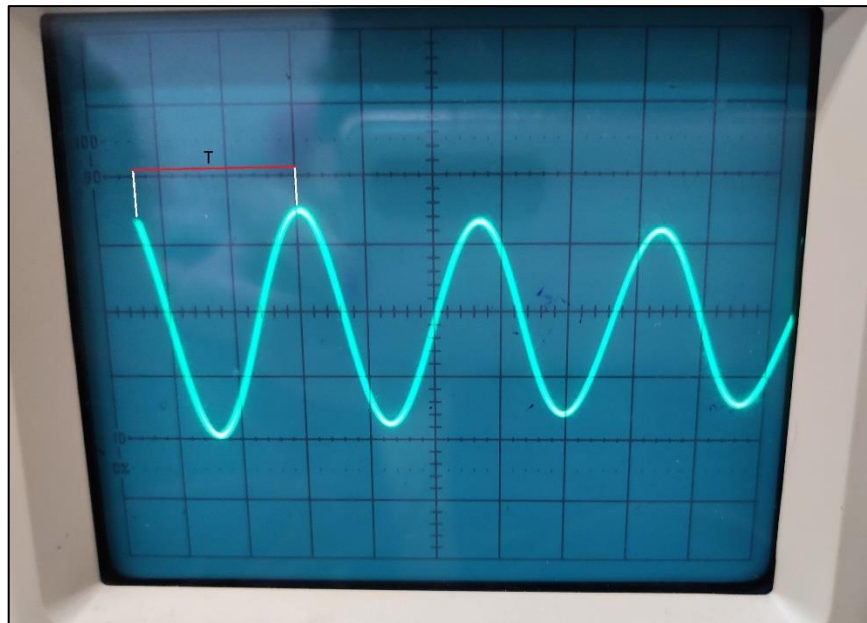


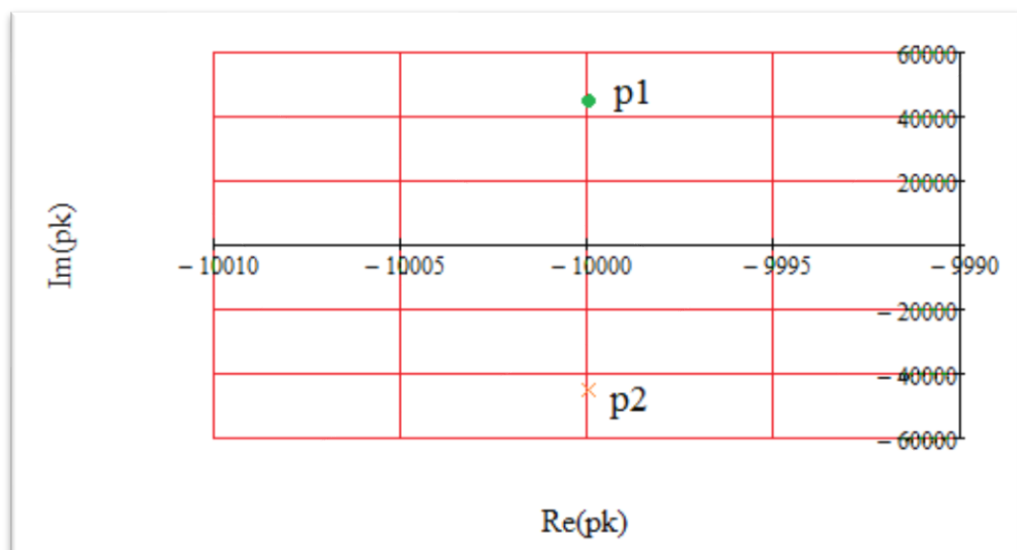
Рисунок 7 – Осциллограмма для $R1 = 0$

Собственные частоты цепи, которая соответствует осциллограмме, снятой при $R3 = 0,5$ кОм находим с помощью следующих формул:

$$p_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

$$\alpha = \frac{R_1}{2L} = 10000$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 4,472 \cdot 10^4 \Rightarrow p_{1,2} = -10000 \pm j44720$$



Далее α можно найти на основе нашей осциллограммы, взяв отношение логарифма отношения значений напряжений двух соседних максимумов к временной разности (периода) между этими двумя максимумами:

$$\alpha = 1/\tau = \ln(u_1 / u_2) / \Delta t = \ln(5,2/0,7) / (2,5 \cdot 0,1 \cdot 10^{-3}) = 8021$$

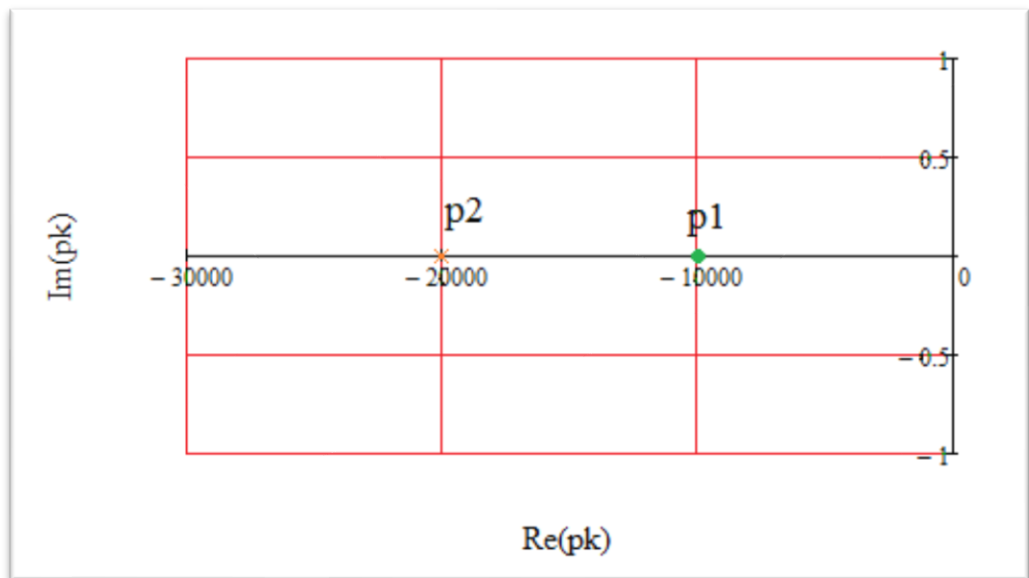
$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2,5 \cdot 10^{-4}} = 25130.$$

Найденные частоты не очень хорошо соответствуют теоретическим.

Апериодический режим при $R_1 = 3 \text{ кОм}$

$$p_{1,2} = -\frac{R_1}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R_1}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

$$p_{1,2} = -60000 \pm 40000 \quad (p_1 = -10000, p_2 = -20000)$$



По осциллограмме время затухания процесса $t_{\text{пп}} = 0,14 \text{ мс}$.

Теоретическое значение

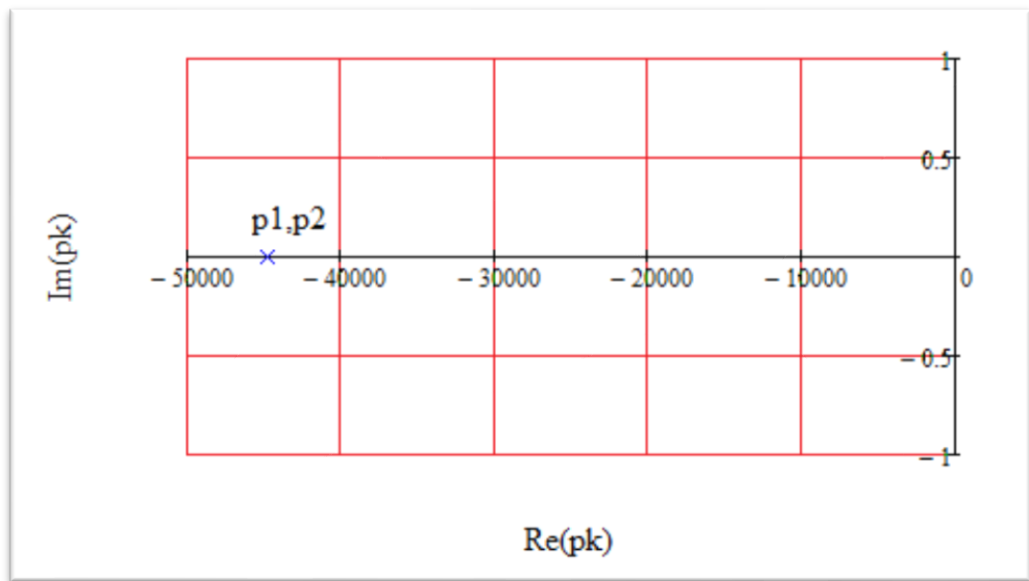
$$t_{\text{пп}} = \frac{3}{\min|p_k|} = \frac{3}{10000} = 0,3 \text{ мс}$$

Теоретическое значение $R_{\text{кр}}$

$$p_{1,2} = -\frac{R_1}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R_1}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}, \text{ тогда } \left(\frac{R_1}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC} = 0$$

$$R_{\text{кр}} = 2 \sqrt{\frac{L}{C}} = 2 \sqrt{\frac{0,025}{0,02 \cdot 10^{-6}}} = 2236 \text{ Ом}.$$

$$p_{1,2} = -\frac{R_{кр}}{2L} = -\frac{2236}{2 \cdot 0,025} = -44720.$$



Добротность контура при $R_1 = 0$ и $R_1 = 0,5$ кОм:

Добротность контура вычисляется по формуле:

$R_1 = 0,5$ кОм

$$Q = \frac{\omega_0}{2\alpha} = \frac{44720}{2 \cdot 10000} = 2,236.$$

Контур не идеальный, воспользуемся формулой

$$Q = \frac{\pi}{\ln(u_1/u_2)} = \frac{\pi}{\ln(5,2/0,7)} = 1,567.$$

Результат плохо сходится.

$R_1 = 0$ кОм

$$Q = \frac{\omega_0}{2\alpha} = \frac{44720}{2 \cdot 0} = \infty$$

$$Q = \frac{\pi}{\ln(u_1/u_2)} = \frac{\pi}{\ln(1,5/1,3)} = 21,954$$

Вопрос 3: какими аналитическими выражениями (в общем виде) описываются процессы во всех четырех случаях?

Апериодический процесс

$$f_{св}(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$$

Колебательный процесс (затухающий)

$$f_{\text{св}}(t) = A_1 e^{\text{Re}(p_1)t} \cos(\text{Im}(p_1)) + A_2 e^{\text{Re}(p_1)t} \sin(\text{Im}(p_1))$$

Критический процесс

$$f_{\text{св}}(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 t e^{p_1 t}$$

Колебательный процесс

$$f_{\text{св}}(t) = A_1 \cos(\text{Im}(p_1)) + A_2 \sin(\text{Im}(p_1))$$

Вопрос 4: соответствуют ли найденные частоты теоретическому расчету?

Найденные частоты сочетаются с теоретическими.

Вопрос 5: каковы теоретические значения собственных частот при $R_1 = 3 \text{ кОм}$ и соответствует ли этим значениям снятая осциллограмма?

$p_{1,2} = -60000 \pm 40000$ ($p_1 = -10000$, $p_2 = -20000$) – соответствуют осциллограмме.

Вопрос 6: как соотносятся найденные значения добротности с результатами теоретического расчета?

$$Q_{\text{осц}} \rightarrow \infty, Q_{\text{теор}} \rightarrow \infty.$$

3. Исследование свободных процессов в цепи третьего порядка

Соберем схему, показанную на рисунке, в ($C=0,02 \text{ мкФ}$, $R=5 \text{ кОм}$, $R_1=0,5 \text{ кОм}$, $L=25 \text{ мГн}$).

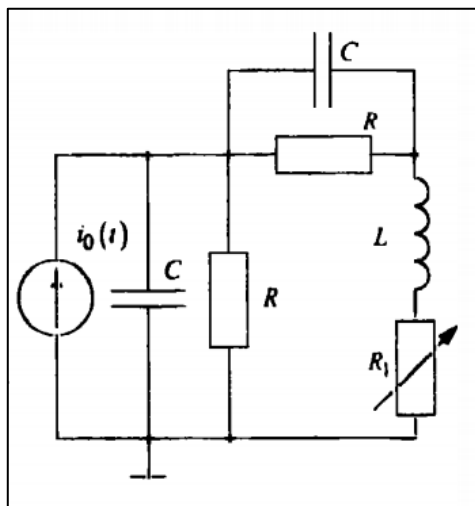


Рисунок 7 – схема №3



Рисунок 8 – Осциллограмма переходного процесса в цепи третьего порядка

Вопрос 7: каким аналитическим выражением описывается полученный график свободного процесса в цепи третьего порядка?

Аналитическое выражение, описывающее осциллографируемый процесс

$$u(t) = u_{\text{в}} + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} + A_3 e^{p_3 t}$$

Вопрос 8: каковы значения собственных частот, и соответствует ли этим значениям снятая осциллограмма?

$$p_1 = -\frac{1}{RC} = -\frac{1}{5 \cdot 10^3 \cdot 0,02 \cdot 10^{-6}} = -10000 \text{ с}^{-1};$$

$$p_{2,3} = -\frac{1}{2} \left(\frac{R_1}{L} + \frac{1}{RC} \right) \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2} \left(\frac{R_1}{L} + \frac{1}{RC} \right) \right)^2 - \frac{2 + R_1/R}{LC}} =$$

$$= -\frac{1}{2} \left(\frac{1 \cdot 10^3}{0,025} + \frac{1}{5 \cdot 10^3 \cdot 0,02 \cdot 10^{-6}} \right) \pm$$

$$\pm \sqrt{\left(\frac{1}{2} \left(\frac{1 \cdot 10^3}{0,025} + \frac{1}{5 \cdot 10^3 \cdot 0,02 \cdot 10^{-6}} \right) \right)^2 - \frac{2 + 1 \cdot 10^3 / 5 \cdot 10^3}{0,025 \cdot 0,02 \cdot 10^{-6}}}.$$

$$p_{2,3} = -25000 \pm j61440$$

$$u(t) = u_{\text{в}} + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{\operatorname{Re}(p_2)t} \cos(\operatorname{Im}(p_2)t) + A_3 e^{\operatorname{Re}(p_2)t} \sin(\operatorname{Im}(p_2)t)$$

Значения собственных частот соответствуют осциллограмме.

Выводы

Исследование свободных процессов в цепях первого, второго и третьего порядков по осциллограммам дает сильную погрешность, нужны более качественное оборудование. Можно заключить, что теоретические расчеты недостаточно близки к практическим. Форма реакции цепи зависит от вида собственных частот: если собственные частоты вещественные — аperiодический режим, комплексно-сопряженные — периодический режим, кратные — критический аperiодический режим.

Протокол наблюдений
к лабораторной работе № 3
"Исследование свободных процессов в электрических цепях"

3.2.1. Исследование свободных процессов в цепи первого порядка

1) $C = 0,02 \text{ мкФ}$

$R = 5 \text{ кОм}$

$\text{TIME/DIV} = 0,1 \text{ мсек}$

$\text{VOLTS/DIV} = 0,2 \text{ В}$

1

3.2.2. Исследование свободных процессов в цепи второго порядка

2) $C = 0,02 \text{ мкФ}$

$L = 25 \text{ мГн}$

$R_1 = 0,5 \text{ кОм}$

$\text{TIME/DIV} = 50 \text{ микро сек}$

$\text{VOLTS/DIV} = 0,1 \text{ В}$

2

3) $R_2 = 3 \text{ кОм}$

$\text{TIME/DIV} = 0,1 \text{ мсек}$

$\text{VOLTS/DIV} = 0,2 \text{ В}$

3

4) $R_1 = R_{\text{вх}} = 1,1 \text{ кОм}$

$\text{TIME/DIV} = 50 \text{ микро сек}$

$\text{VOLTS/DIV} = 0,2 \text{ В}$

6) $R_1 = 0,5 \text{ кОм}$

$\text{TIME/DIV} = 50 \text{ микро сек}$

$\text{VOLTS/DIV} = 0,2 \text{ В}$

4
5

5) $R_1 = 0 \text{ кОм}$

$\text{TIME/DIV} = 50 \text{ микро сек}$

$\text{VOLTS/DIV} = 1 \text{ В}$

Колл 07/02/20

Фактумет КДУ

Группа 8383

Куреев К. Илья

Мухомов Д. Денис