МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра математического обеспечения и применения ЭВМ

ОТЧЕТ

по практической работе №3
по дисциплине «Теория принятия решений»
Тема: Игры с природой. Использование вероятностных характеристик в задачах принятия решений.

Студент гр. 8383 ____________________ Мололкин К.А.

Преподаватель ____________________ Попова Е.В.

Санкт-Петербург
2022

Цель работы

Познакомиться с оптимизационными критериями, используемыми при игре с одним игроком. Применить вероятностные характеристики для решения задач принятия решений с наличием неопределенности.

Основные теоретические положения

Существует неопределенность, не связанная с осознанным противодействием противника, а возникающая в связи с недостаточной информированностью ЛПР об объективных условиях, в которых будет приниматься решение. В математической модели присутствует «природа», и заранее неизвестно её состояние во время принятия решения, игра при этом называется игрой с природой. Осознанно действует только один игрок. Природа не противник, принимает какое-то состояние, не преследует цели, безразлична к результату игры.

В платежной матрице по строкам реализуются стратегии игрока, а по столбцам – множество состояний противоположной стороны. Элементы столбцов не являются проигрышами природы при соответствующих её состояниях. Задача выбора игроком чистой или смешанной стратегии проще так как отсутствует противодействие, но сложнее так как существует наличие неопределенности, связанное с дефицитом осведомленности игрока о характере проявления состояний природы.

Вариант

Вариант 13. Критерий Вальда.

Выполнение работы

1. Написать программу, формирующую входную матрицу, размера 10 на 10 с рандомными значениями из заданного диапазона (от 1/(N+1) до N+1, где N – номер варианта).

Написана программа, формирующая матрицу 10x10 со значениями из диапазона от $1/14$ до 14.

Полученная матрица представлена на рис. 1.

```
[[ 4.68  5.99  7.98  2.55 12.64  0.38  2.45  3.57  4.26  3.58]
 [ 7.23 11.58  1.34  0.47  9.44  8.56  0.47  8.89  6.73 10.98]
 [13.79  1.72  5.74  8.55  3.64  2.41 10.1   3.62  7.21  6.34]
 [ 3.67 12.26  6.21  8.79  8.71  6.45  8.86  2.05  4.66  4.5 ]
 [11.83  1.41  6.84  2.6   8.98 10.4   5.08  5.37  5.72  1.28]
 [11.38  6.91 12.97  9.77  8.94 11.88 13.27  2.68  2.37  0.99]
 [13.67 13.8  11.1  11.44 11.67  9.94 10.34  3.06 10.49  6.27]
 [ 9.76 12.19 10.77 11.27  0.66  5.82  5.02  4.23  9.43  2.52]
 [ 9.8  12.11  6.69 10.8   3.48  1.5   0.66  7.07 12.52  2.82]
 [ 5.04 10.73  1.25 10.66  6.31  6.01  1.7   2.36  4.79  9.07]]
```

Рисунок 1 – Исходная матрица

2. Применить заданный оптимизационный критерий к платежной матрице и выбрать оптимальную стратегию (с помощью инструментальных средств).

Формула критерия Вальда или максимина:

$$K(a_i) = \min_i k_{ij}$$

Формула оптимального решения по критерию Вальда:

$$K_{\text{опт}} = \max_i (\min_i k_{ij})$$

```
Минимум каждой стратегии - [0.38 0.47 1.72 2.05 1.28 0.99 3.06 0.66 0.66 1.25]
Максимальный минимум = 3.06
Оптимальная стратегия - 7
```

Рисунок 2 – Выбор оптимальной стратегии

3. Получить вероятностные характеристики предложенных задач в папке Варианты, для принятия решений в задачах со случайными характеристиками (без инструментальных средств).

Задача 1

На предприятии работают три бригады рабочих: первая производится в среднем ½ продукции с процентом брака 5%, вторая – ¼ продукции с процентом брака 3%, третья – ¼ продукции с процентом брака 2%. Наугад взятое изделие оказалось бракованными. Найти вероятность того, что его изготовила третья бригада рабочих (решение о расформировании бригады).

Решение

Вероятность, что изделие взято у B_i-ой бригады:

$$P(B_1) = 0.5$$

$$P(B_2) = 0.25$$

$$P(B_3) = 0.25$$

Событие A – взяли бракованное изделие.

Вероятность того, что B_i-ая бригада изготовила бракованное изделие:

$$P_{B_1}(A) = 0.05$$

$$P_{B_2}(A) = 0.03$$

$$P_{B_3}(A) = 0.02$$

Полная вероятность наступления события A:

$$P(A) = P(B_1)P_{B1}(A) + P(B_2)P_{B2}(A) + \cdots + P(B_n)P_{Bn}(A)$$

$$P(A) = 0.5 * 0.05 + 0.25 * 0.03 + 0.25 * 0.02 = 0.0375$$

Вероятность того, что взятое бракованное изделие изготовила третья бригада рабочих, можно найти по формуле Байеса:

$$P_A(B_i) = \frac{P(B_i)P_{Bi}(A)}{P(A)}$$

$$P_A(B_3) = \frac{0.25 * 0.02}{0.0375} = 0.13$$

Найдем также вероятность изготовления другими бригадами:

$$P_A(B_1) = \frac{0.5 * 0.05}{0.0375} = 0.67$$

$$P_A(B_2) = \frac{0.25 * 0.03}{0.0375} = 0.2$$

Задача 2

В ящике 6 белых и 4 черных шара. Из ящика вынули два шара (не возвращая вынутый шар в ящик). Составить закон распределения случайной величины X- числа вынутых черных шаров. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.

Решение

Пусть событие А – появление черного шара, событие В – появление белого шара.

По теореме умножения вероятностей для случая зависимых событий имеем:

- Два раза вытащили белый:

$$P(BB) = P(B)P_B(B) = \frac{6}{10} * \frac{5}{9} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

- Вытащили белый, затем черный:

$$P(BA) = P(B)P_B(A) = \frac{6}{10} * \frac{4}{9} = \frac{4}{15}$$

- Вытащили черный, затем белый:

$$P(AB) = P(A)P_A(B) = \frac{4}{10} * \frac{6}{9} = \frac{4}{15}$$

- Два раза вытащили черный:

$$P(AA) = P(A)P_A(A) = \frac{4}{10} * \frac{3}{9} = \frac{2}{15}$$

X – число вынутых черных шаров.

Закон распределения случайной величины X:

$\boldsymbol{X}$	0	1	2
$\boldsymbol{p}$	5/15	8/15	2/15

Математическое ожидание X:

$$M(X) = 1 * \frac{8}{15} + 2 * \frac{2}{15} = \frac{12}{15} = 0.8$$

Дисперсия X:

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2$$

$$M(X^2) = 1 * \frac{8}{15} + 4 * \frac{2}{15} = \frac{16}{15}$$

$$D(X) = \frac{16}{15} - \left(\frac{12}{15}\right)^2 = \frac{96}{225} = 0.43$$

Среднее квадратическое отклонение X:

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{0.43} = 0.65$$

Задача 3

Баскетболист бросает мяч в корзину до первого попадания. Определить математическое ожидание числа бросков, если вероятность попадания при каждом броске равна 0.4?

Решение

X – число произведенных бросков до первого попадания.

Случайная величина X подчинена геометрическому закону распределения вероятностей, поэтому ее вероятности можно вычислить по формуле:

$$P(X = k) = p * q^{k-1}$$

$p = 0.4$ – вероятность попадания при каждом броске

$q = 0.6$ – вероятность промаха

Закон распределения случайной величины X:

$\boldsymbol{X}$	1	2	3	…
$\boldsymbol{p}$	0.4	0.24	0.144	…

Математическое ожидание X в соответствии с геометрическим законом распределения можно найти как:

$$M(X) = \frac{1}{p} = \frac{1}{0.4} = 2.5$$

Выводы

В ходе лабораторной работы были изучены игры с «природой» и оптимизационные критерии для выбора стратегии при игре с одним игроком. Для решения поставленной задачи было написано инструментальное средство для вычисления критерия Вальда и принятия решения относительно полученных результатов. Кроме того, были получены навыки решения задач о принятии решений в задачах со случайными характеристиками.

ПРИЛОЖЕНИЕ А
ИСХОДНЫЙ КОД ПРОГРАММЫ

```
# %%
import numpy as np
from IPython.core.interactiveshell import InteractiveShell
InteractiveShell.ast_node_interactivity = "all"

# %%
mat = np.random.uniform(low=1/14, high=14, size=(10,10)).round(2)
mat

# %%
amin = mat.min(axis=1)
alpha = max(amin)
strat = np.argmax(amin)+1

# %%
f'Минимум каждой стратегии - {amin}'
f'Максимальный минимум = {alpha}'
f'Оптимальная стратегия - {strat}'

# %%
```