ИДЗ-1 Киреев К.

8381

Вариант 7

① Из 40 книг, среди которых трехтомник А.С. Пушкина, выбирается наугад 18 и выставляются на полку. Определить вероятность, что все три тома попадут на полку.

$$P(x=k)=\frac{C_K^k\cdot C_{N-K}^{n-k}}{C_N^n}$$

$N=40$ (всего книг)

$K=3$ (3 тома Пушкина из всех книг)

$n=18$ (выставим на полку)

$k=3$ (искомые тома на полке)

$$P(x=3)=\frac{C_3^3\cdot C_{37}^{15}}{C_{40}^{18}}=\frac{\frac{3!}{3!\cdot 0!}\cdot\frac{37!}{15!\cdot 22!}}{\frac{40!}{18!\cdot 22!}}=\frac{1\cdot\frac{23\cdot\ldots\cdot 37}{1\cdot\ldots\cdot 15}}{\frac{23\cdot\ldots\cdot 40}{1\cdot\ldots\cdot 18}}=$$

$$=\frac{23\cdot\ldots\cdot 37}{1\cdot\ldots\cdot 15}\cdot\frac{1\cdot\ldots\cdot 18}{23\cdot\ldots\cdot 40}=\frac{16\cdot 17\cdot 18}{38\cdot 39\cdot 40}=\frac{17}{190}=0{,}0895$$

Ответ: 0,0895

② В 1-м ящике 10 белых и 18 черных шаров; во 2-м ящике 18 белых и 8 черных; в 3-м 12 белых и 8 черных. Наугад выбирают один ящик. Из него достали 2 шара. Все оказались белыми. Определить вероятность того, что они из 1-го ящика.

$$\overset{\text{I}}{\underbrace{\boxed{10\text{б.}\,|\,18\text{ч.}}}_{28\text{ш.}}}\qquad \overset{\text{II}}{\underbrace{\boxed{18\text{б.}\,|\,8\text{ч.}}}_{26\text{ш.}}}\qquad \overset{\text{III}}{\underbrace{\boxed{12\text{б.}\,|\,8\text{ч.}}}_{20\text{ш.}}}$$

A – извлекли два белых шара

H_1 – вытащили шары из 1-го ящика

H_2 – вытащили шары из 2-го ящика

H_3 – вытащили шары из 3-го ящика

$$P(H_1) = P(H_2) = P(H_3) = \frac{1}{3}$$

$$P(A|H_1) = \frac{C_{10}^2}{C_{28}^2} = \frac{\frac{10!}{2!\cdot 8!}}{\frac{28!}{2!\cdot 26!}} = \frac{45}{378}$$

$$P(A|H_2) = \frac{C_{18}^2}{C_{26}^2} = \frac{\frac{18!}{2!\cdot 16!}}{\frac{26!}{2!\cdot 24!}} = \frac{153}{325}$$

$$P(A|H_3) = \frac{C_{12}^2}{C_{20}^2} = \frac{\frac{12!}{2!\cdot 10!}}{\frac{20!}{2!\cdot 18!}} = \frac{66}{190}$$

$$P(A) = P(H_1)\cdot P(A|H_1) + P(H_2)\cdot P(A|H_2) + P(H_3)\cdot P(A|H_3) =$$

$$= \frac{1}{3}\cdot\frac{45}{378} + \frac{1}{3}\cdot\frac{153}{325} + \frac{1}{3}\cdot\frac{66}{190} = 0{,}119 + 0{,}157 + 0{,}116 = 0{,}392$$

$$P_1 = \frac{P(H_1)\cdot P(A|H_1)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{45}{378}}{0{,}392} = \frac{0{,}119}{0{,}392} = 0{,}304$$

Ответ: 0,304

3) Четыре независимых эксперта проводят исследование некоторого процесса по 2-м независимым характеристикам. Вероятность ошибочной характеристики у каждого эксперта равна 0,3. Определить вероятность, того, что хоть один из экспертов верно определит все характеристики процесса.

A – хоть 1 из 4 экспертов верно определит 2 характеристики

A_{ij} – i-ый эксперт определит верно j-ую характеристику

A_i – i-ый эксперт определит неверно 2 характеристики

$$P(A_{ij}) = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$$

$$P(A_i) = 1 - 0{,}7^2 = 0{,}51$$

$$P(A) = 1 - 0{,}51^4 = 0{,}932$$

Ответ: 0,932

(4) Вероятность успеха в схеме Бернулли равна $\frac{1}{1500}$. Проводится 2000 испытаний. Написать точную формулу и вычислить приближённо вероятность того, что число успехов не превышает 1.

$P(\mu_{2000} \le 1)$ – ?

$np = 2000 \cdot \frac{1}{1500} = \frac{4}{3} \Rightarrow$ формула Пуассона

Формула Бернулли:

$$P(\mu_n = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

Формула Пуассона:

$$P(\mu_n = k) = \frac{\lambda^k}{k!} \cdot e^{-\lambda}, \text{ где } \lambda = np$$

$$P(\mu_{2000} \le 1) = P(\mu_{2000} = 0) + P(\mu_{2000} = 1)$$

$$P(\mu_{2000} = 0) = C_{2000}^0 \cdot \left(\frac{1}{1500}\right)^0 \cdot \left(\frac{1499}{1500}\right)^{2000} = \left(\frac{1499}{1500}\right)^{2000}$$

$$P(\mu_{2000} = 1) = C_{2000}^1 \cdot \left(\frac{1}{1500}\right)^1 \cdot \left(\frac{1499}{1500}\right)^{1999} = \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{1499}{1500}\right)^{1999}$$

$$P(\mu_{2000} \le 1) = C_{2000}^0 \cdot \left(\frac{1}{1500}\right)^0 \cdot \left(\frac{1499}{1500}\right)^{2000} + C_{2000}^1 \cdot \left(\frac{1}{1500}\right)^1 \cdot \left(\frac{1499}{1500}\right)^{1999} = \left(\frac{1499}{1500}\right)^{2000} + \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{1499}{1500}\right)^{1999}$$

$$P(\mu_{2000} = 0) = \frac{\left(\frac{4}{3}\right)^0}{0!} \cdot e^{\left(-\frac{4}{3}\right)} = 1 \cdot 0{,}2636 = 0{,}2636$$

$$P(\mu_{2000} = 1) = \frac{\left(\frac{4}{3}\right)^1}{1!} \cdot e^{\left(-\frac{4}{3}\right)} = \frac{4}{3} \cdot e^{\left(-\frac{4}{3}\right)} = \frac{4}{3} \cdot 0{,}2636 = 0{,}3514$$

$$P(\mu_{2000} \le 1) = 0{,}2636 + 0{,}3514 = 0{,}615$$