PRÁCTICA 5. DE LOS PINOS

Un modelo matemático es una imagen teórica de la realidad.

Queremos obtener un modelo matemático de la evolución (en el tiempo) del grado de cierta especie de pinos.

La forma de medir este fenómeno es a través de la proporción del área ocupada en cada instante t que denotaremos por **P(t).**

Nuestro modelo es este:

$P'(t)=kP(t)-a(P(t))^2$, donde

t es el instante tiempo.

P(t) es el porcentaje de pinos de una determinada especie en el instante t.

P'(t) es la derivada, y nos informa de la variación del porcentaje de pinos en función del tiempo.

kP(t) es un término asociado al crecimiento (expansión).

$-a(P(t))^2$ es un término asociado al decrecimiento.

Este modelo depende de los parámetros **a** y **k**.

Nuestro objetivo será encontrar los mejores valores de **a** y **k.**

COMENCEMOS LA PRÁCTICA

Punto1. Cargar los datos del fichero Excel y almacenarlo en una variable **datos**.

El fichero está en moodel.

Materiales para las sesiones de MATLAB.

Zip (datos)

Fichero se llama EvolucionPinosMichigan.xls

Cuadro 1.3: Evolución de la implantación de dos especies de pino en el lago Michigan

Miles de Años (atrás)	t	$P_1(t)$	$P_2(t)$
9131	0.0	53.4	3.2
8872	0.259	65.5	0.0
8491	0.640	61.8	3.7
8121	1.010	55.2	3.4
7721	1.410	60.4	1.7
7362	1.769	59.4	1.8
7005	2.126	50.6	10.6
6699	2.432	51.6	7.0
6444	2.687	40.0	21.2
5983	3.148	29.7	34.2
5513	3.618	25.0	40.4
5022	4.109	32.5	29.8
4518	4.613	22.7	46.2
4102	5.029	31.6	33.0
3624	5.507	32.5	37.6
3168	5.963	27.1	39.5

La columna 2 la llamamos t que será el vector tiempo (cambiada la escala).

La columna 3 la llamamos P1 y es el porcentaje (tantos por 100) de pinos de tipo 1.

La columna 4 la llamamos P2 y es el porcentaje de pinos de tipo 1.

Punto 2 Dibujamos el porcentaje de pinos de los dos tipos

Punto 3 Vamos a crear una función que llamaremos implícita y que nos resuelva la ecuación diferencial para cada instante **t.**

La solución de esta ecuación diferencial, P(t),

Nos dará la proporción de pinos en cada instante t, de acuerdo a nuestro modelo conocida la proporción inicial.

$P'(t)=kP(t)-a(P(t))^2$

La solución es:

$$1/k(\ln|aP(t)-k|-\ln|P(t)|=t+C \qquad \textbf{(1)}$$

La constante C la podemos calcular dando un valor a t

t=0 => $P(0)=P_0=0.53$

A partir de ahí, despejamos **C**

$$1/k(\ln|aP(0)-k|-\ln|P(t)|=0+\boldsymbol{C}$$

$$\mathbf{C}=1/k(\ln|aP(0)-\mathrm{k}|-\ln|\mathrm{P}(0)|)$$

Una vez que tenemos C tenemos que resolver la ecuación **(1)**

La solución de la ecuación define P(t) implícitamente, esto es, no se puede despejar el valor de P(t) .

Por ejemplo si quisiéramos calcular el valor de P(3) sustituiríamos t=3 y tendríamos

$$1/k(\ln|aP(3) - k| - \ln|P(3)| = 3 + C$$

Para resolver de manera implícita una ecuación Matlab se utiliza el comando **fzero**

Ejemplo: Calcula la solución de la ecuación:

$$f(x) = x^2 - 4x + 1$$

```
>> f=@(x)(x^2-4*x+x+1);
>> fzero(f,0)

ans =

    0.3820

>> fzero(f,7)

ans =

    2.6180
```

Nosotros haremos lo mismo, resolveremos la ecuación **(1)** en función de la variable **P**

Paso 4 Una vez definida la función que hemos llamado implícita, aplicamos dicha función al vector de tiempo t para los casos

1. a=0.05 K=0.2 P(0)=0.534
2. a=0.005 K=0.1 P(0)=0.534
3. a=0.05 K=0.1 P(0)=0.534