

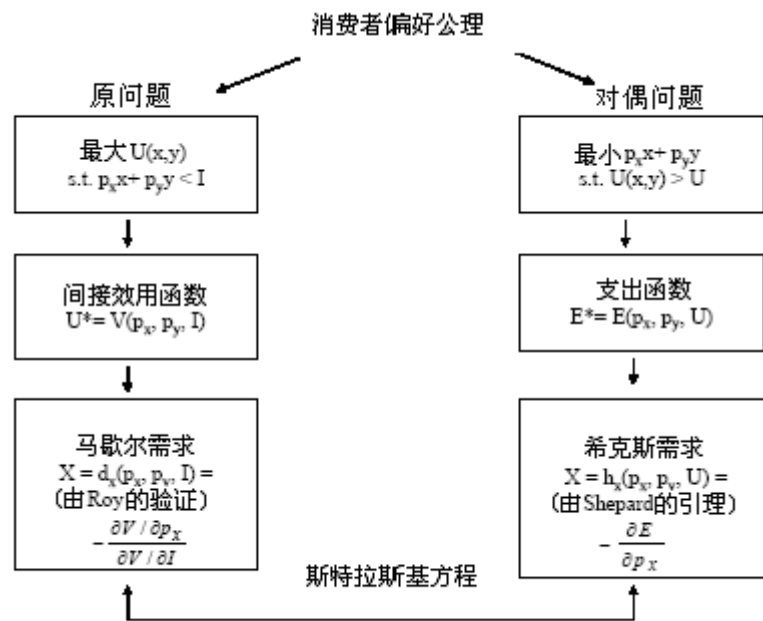
讲义 4 — 选择和个体需求理论

David Autor
14.03 2004 秋季

日程

1. 效用最大化
2. 间接效用函数
3. 应用：礼品赠与 — Waldfogel 的论文
4. 支出函数
5. 支出函数与间接效用函数间的关系
6. 需求函数
7. 应用：食品券 — Whitmore 的论文
8. 收入和替代效应
9. 正常和低档商品
10. 补偿需求和无补偿需求（希克斯的，马歇尔的）
11. 应用：吉芬物品 — Jensen 和 Miller 的论文

路线图：



1 消费者选择理论

1.1 预算约束下的效用最大化

因素：

- 效用函数（偏好）
- 预算约束
- 价格

消费者的问题

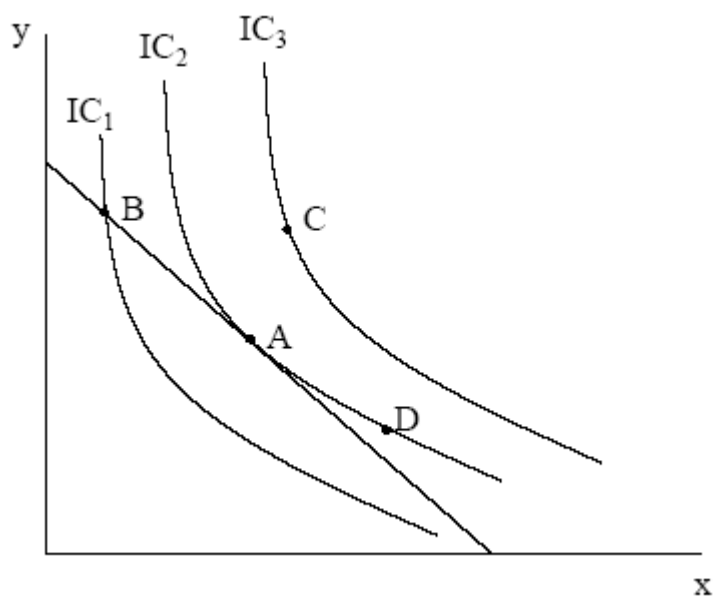
在预算约束下使效用最大

解决方案的特征：

- 预算耗竭（非满足）
- 大多数解答： 心理权衡 = 货币支付
- 心理权衡是 MRS
- 货币权衡是价格比率

直觉上来看，效用最大化与下面的观点一致：

（注意到预算线的斜率等于 $-\frac{p_x}{p_y}$ ）



这些点中有什么问题呢？

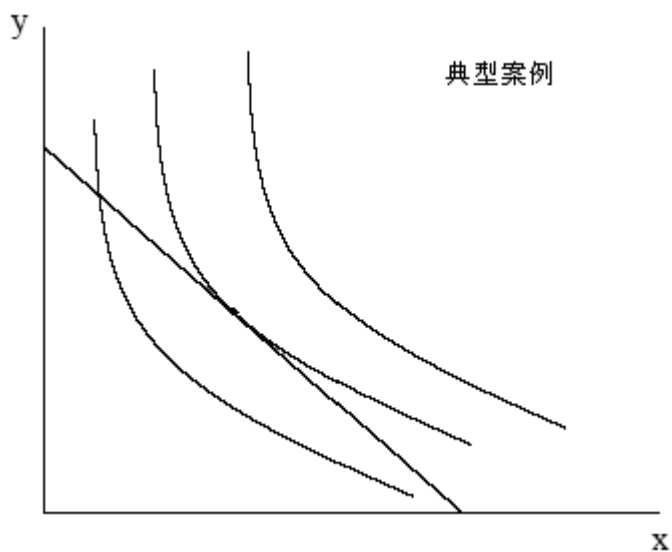
我们能看出 $A \succ B$, $A \succ D$, $C \succ A$ 。为什么一个人应该选 A ？

无差异曲线的斜率由 MRS 所给定。

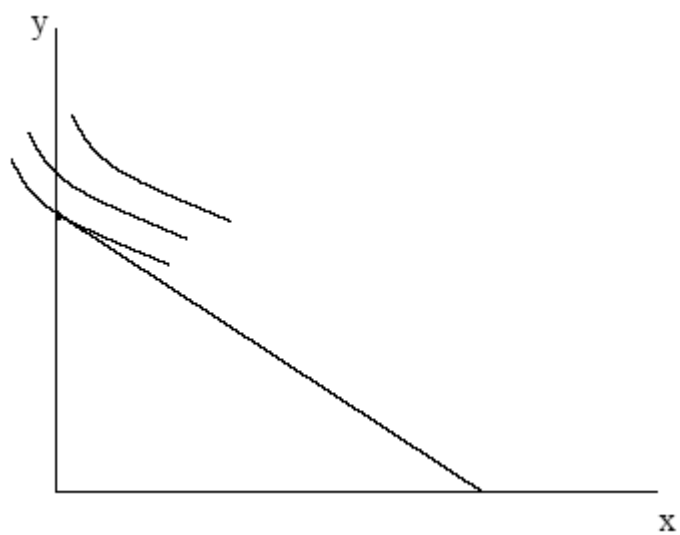
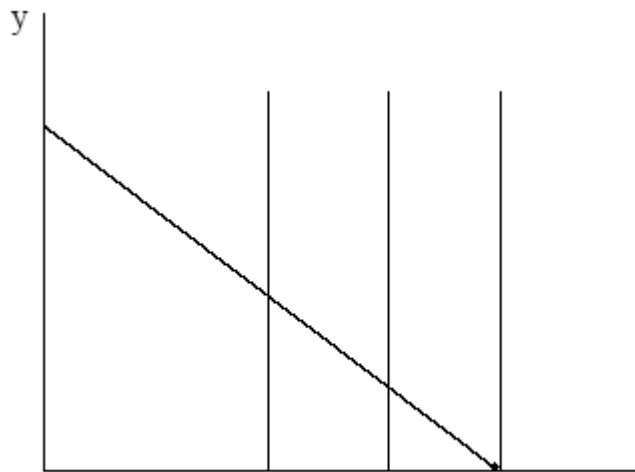
1.1.1 内部解和边角解[可选]

对于这个问题有两种解决方案。

1. 内部解
2. 边角解

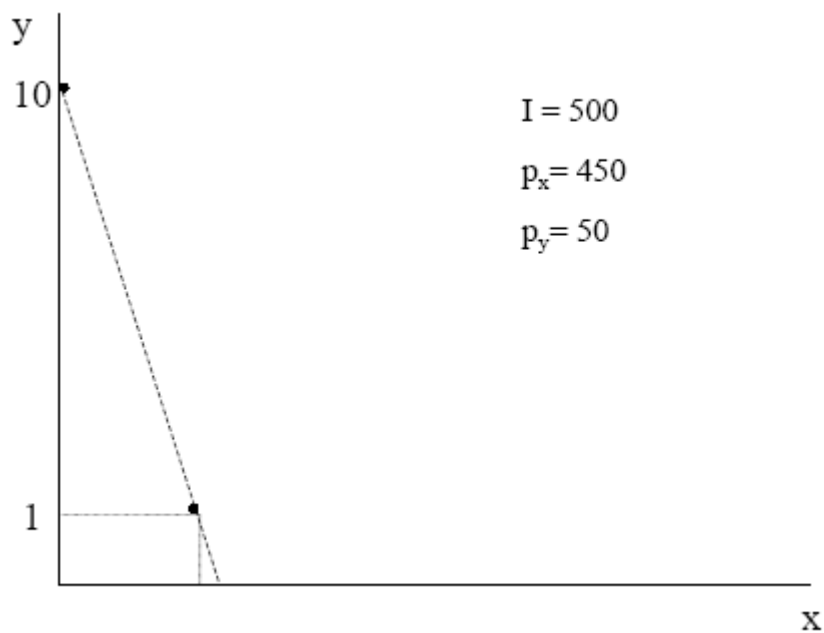


下面是边角解的一个例子。在这个特殊的例子中，无差异曲线的形状表示消费者对商品 y 的消费是无差别的。只有当 x 的消费增加时，效用才会上升。



而在上图中相对于 x ，对 y 的偏好充分强以致心理权衡总是低于货币交易。这应该是我们不会买的一些产品的案例。

另一种“边角”解源于不可分割性。



为什么我们不能作这样的预算线，即连接两个点？

这是因为只有两点能够被画出。这是一种“完整性约束”。由不可分割性我们抽象而出。

回到一般的案例中，我们怎么知道消费者的解决方案存在，也就是说，我们怎么知道消费者能够做出选择？

这是因为完全性公理。每种组合都位于一条无差异曲线上，并且因此而能够被排序：

$A \succ B, A \succ B, B \succ A$ 。

1.1.2 消费者问题的数学解答

数学：

$$\begin{aligned}
 & \max_{x,y} U(x,y) \\
 \text{s.t. } & p_x x + p_y y \leq I \\
 & L = U(x,y) + \lambda(I - p_x x - p_y y) \\
 1. \quad & \frac{\partial L}{\partial x} = U_x - \lambda p_x = 0 \\
 2. \quad & \frac{\partial L}{\partial y} = U_y - \lambda p_y = 0 \\
 3. \quad & \frac{\partial L}{\partial \lambda} = I - p_x x - p_y y = 0
 \end{aligned}$$

重新安排 1 和 2

$$\frac{U_x}{U_y} = \frac{p_x}{p_y}$$

这意味着在这两种商品之间心理权衡和货币交易是相等的。

3 表示预算过度（不满足）。

同样要注意：

$$\frac{U_x}{p_x} = \lambda$$

$$\frac{U_y}{p_y} = \lambda$$

λ 有什么意义？

1.1.3 λ 的解释，拉格朗日乘数

在消费者问题的解答中（更特别的，内部解中），有着下面的情况：

$$\frac{\partial U / \partial x_1}{p_1} = \frac{\partial U / \partial x_2}{p_2} = \dots = \frac{\partial U / \partial x_n}{p_n} = \lambda$$

这个表达式说明在效用最大化的点上，花在每一个商品上的下一元钱都能产生相同的边际效用。

那么 $\frac{\partial U}{\partial I}$ 是什么？回到拉格朗日算法：

$$L = U(x, y) + \lambda(I - p_x x - p_y y)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = U_x - \lambda p_x = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = U_y - \lambda p_y = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = I - p_x x - p_y y = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial I} = \left(U_x \frac{\partial x}{\partial I} - \lambda p_x \frac{\partial x}{\partial I} \right) + \left(U_y \frac{\partial y}{\partial I} - \lambda p_y \frac{\partial y}{\partial I} \right) + \lambda$$

用 $\lambda = \frac{U_x}{p_x}$ 和 $\lambda = \frac{U_y}{p_y}$ 替代括号中的表达式，结果是零。

我们确定：

$$\frac{\partial L}{\partial I} = \lambda$$

λ 等于预算约束的“影子价格”，也就是说它表示通过下一元钱的消费能获得的尤特尔的数量。

这个影子价格定义并不是唯一的。它只定义在单调变换区间上。

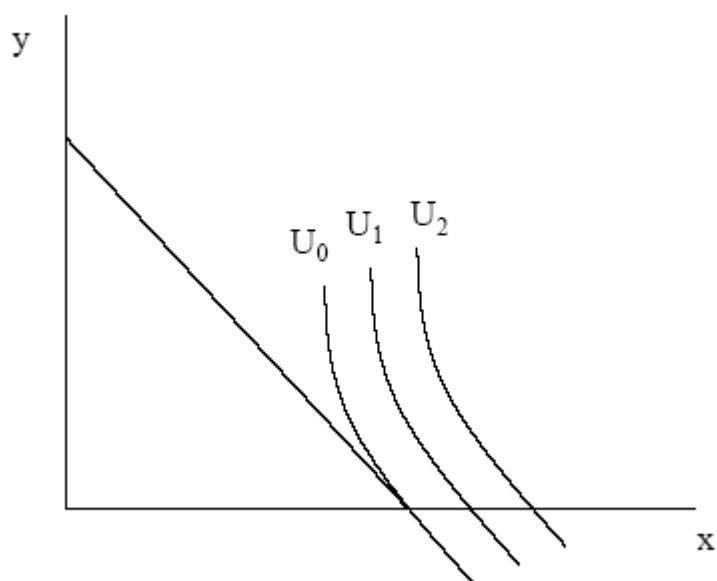
影子价格意味着什么？本质上，它是放松一个单位（例如，一元）预算约束的‘效用价值’。[问： $\partial^2 U / \partial I^2$ 的标志是什么，为什么？]

不使用包络定理计算，我们也能决定 $\partial L / \partial I = \lambda$ 。在对效用最大化这个问题的解答中， x^* 和 y^* 已经是最优的了，所以 I 的微小变化就不会改变这种选择。因此， I 对 U 的影响取决于对预算约束的直接影响，而非间接影响（由于最优化改变）对 x 和 y 的选择。这种‘包络’的结果只小范围内成立于原问题的解答附近。

边角解：不寻常的案例

在边角解中，消费者完全不购买某种商品，而将整个预算都花在另一种上。

就拉格朗日因子而言，这造成了什么问题？



问题在于当 y 为正值时切点并不存在。

因此我们也需要加入“非负性约束”： $x \geq 0, y \geq 0$ 。

尽管在中级程度上这个问题不太重要，但在最优化问题中加入这些约束条件也非难事。

1.1.4 一个例题

考虑下面的问题：

$$U(x, y) = \frac{1}{4} \ln x + \frac{3}{4} \ln y$$

注意这个需求函数满足所有的公理：

1. 完整性，传递性，持续性 [这些是很显然的]
2. 非满足：对所有的 $x > 0$ 有 $U_x = \frac{1}{4x} > 0$ ，对所有的 $y > 0$ 有 $U_y = \frac{3}{4y} > 0$ 。换言之尽管上升的比例是下降的（消费的边际效用递减），随着对任一种商品的大量消费，效用持续是上升的。

3. 边际替代率递减：

$$\text{沿该函数的一条无差异曲线： } \bar{U} = \frac{1}{4} \ln x_0 + \frac{3}{4} \ln y_0$$

$$\text{全微分得： } 0 = \frac{1}{4x_0} dx + \frac{3}{4y_0} dy$$

$$\text{得出边际替代率 } -\frac{dy}{dx}|_{\bar{U}} = \frac{U_x}{U_y} = \frac{4y_0}{12x_0}$$

x 对 y 的边际替代率随着对 y 的消费而上升，随着对 x 的消费而下降；保持效用水平不变，消费者拥有越多的 y ，他为了获得一单位 x 而愿意放弃的 y 就多。

例：

$$p_x = 1$$

$$p_y = 2$$

$$I = 12$$

写出给定价格和收入的该效用函数的拉格朗日算法：

$$\begin{aligned} & \max_{x,y} U(x,y) \\ \text{s.t. } & p_x x + p_y y \leq I \\ & L = \frac{1}{4} \ln x + \frac{3}{4} \ln y + \lambda(12 - x - 2y) \\ 1. \quad & \frac{\partial L}{\partial x} = \frac{1}{4x} - \lambda = 0 \\ 2. \quad & \frac{\partial L}{\partial y} = \frac{3}{4y} - 2\lambda = 0 \\ 3. \quad & \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 12 - x - 2y = 0 \end{aligned}$$

重新安排(1)和(2)，我们有：

$$\begin{aligned} \frac{U_x}{U_y} &= \frac{p_x}{p_y} \\ \frac{1/4x}{3/4y} &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

这个表达式的解释是 MRS（心理权衡）等于市场交易（价格比率）。

$\frac{\partial L}{\partial I}$ 是什么？在以前，它等于 λ ，而由(1)和(2)，它等于：

$$\lambda = \frac{1}{4x^*} = \frac{3}{8y^*}.$$

下一元钱收入能购买的一单位 x 的边际效用是 $\frac{1}{4x^*}$ ，或者 $\frac{1}{2}$ 单位 y 的边际效用是 $\frac{3}{4y^*}$ （这样，

边际效用的增量是 $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4y^*}$ ）。从选择最优的 x^*, y^* 的角度来定义 $\partial L / \partial I = \lambda$ ，这点是非常重要的。除非我们已经处于最优点，否则包络定理就无法使用。因此， $\partial L / \partial I$ 也取决于交叉的部分： $(U_x \frac{\partial x}{\partial I} - \lambda p_x \frac{\partial x}{\partial I}) + (U_y \frac{\partial y}{\partial I} - \lambda p_y \frac{\partial y}{\partial I})$ 。

1.1.5 非负性约束下的拉格朗日算法 [可选]

$$\begin{aligned} & \max U(x,y) \\ \text{s.t. } & p_x x + p_y y \leq I \\ & y \geq 0 \\ & L = U(x,y) + \lambda(I - p_x x - p_y y) + \gamma(y - s^2) \\ 1. \quad & \frac{\partial L}{\partial x} = U_x - \lambda p_x = 0 \\ 2. \quad & \frac{\partial L}{\partial y} = U_y - \lambda p_y + \gamma = 0 \\ 3. \quad & \frac{\partial L}{\partial s} = -2s\gamma = 0 \end{aligned}$$

第 3 点表示 $\gamma = 0$, $s = 0$ ，或都有可能。

1. $s = 0, \gamma \neq 0$ (既然 $\gamma \geq 0$ 那么就一定是 $\gamma > 0$)

(a)

$$\begin{aligned} U_y - \lambda p_y + \gamma &= 0 \longrightarrow U_y - \lambda p_y < 0 \\ \frac{U_y}{p_y} &< \lambda \\ \frac{U_x}{p_x} &= \lambda \end{aligned}$$

合并以上两个表达式：

$$\frac{U_x}{U_y} > \frac{p_x}{p_y}$$

消费者想要消费更多的 x 和更少的 y，但是这是不可能的。

2. $s \neq 0, \gamma = 0$

$$\begin{aligned} U_y - \lambda p_y + \gamma &= 0 \longrightarrow U_y - \lambda p_y = 0 \\ \frac{U_y}{p_y} &= \frac{U_x}{p_x} = \lambda \end{aligned}$$

这是标准的式子，这里并没有用到非负性约束。

3. $s = 0, \gamma = 0$

式子同上：

$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{U_x}{U_y}$$

这里满足非负性约束条件，所以并没有使消费扭曲。

1.2 间接效用函数

对于任意的：

- 预算约束
- 效用函数
- 一组价格

我们都能获得一组的最优化选择的数量。

$$\begin{aligned} x_1^* &= x_1(p_1, p_2, \dots, p_n, I) \\ &\dots \\ x_n^* &= x_n(p_1, p_2, \dots, p_n, I) \end{aligned}$$

于是我们说：

$$\max U(x_1, \dots, x_n) \text{ s.t. } PX^* \leq I$$

这样得到结果：

$$\begin{aligned} \max U(x_1^*(p_1, \dots, p_n, I), \dots, x_n^*(p_1, \dots, p_n, I)) \\ \Rightarrow U^*(p_1, \dots, p_n, I) \equiv V(p_1, \dots, p_n, I) \end{aligned}$$

即为我们所称的“间接效用函数”。它是在给定价格与收入的情况下最大化的效用价值。
记住区别：

直接效用：从对 x_1, \dots, x_n 的消费中获得的效用

间接效用：当面对 p_1, \dots, p_n, I 时得到的效用

例：

$$\begin{aligned} \max U(x, y) &= x^{.5} y^{.5} \\ s.t. \quad p_x x + p_y y &\leq I \\ L &= x^{.5} y^{.5} + \lambda(I - p_x x - p_y y) \\ \frac{\partial L}{\partial x} &= .5x^{-.5} y^{.5} - \lambda p_x = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial y} &= .5x^{.5} y^{-.5} - \lambda p_y = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= I - p_x x - p_y y = 0 \end{aligned}$$

我们得到下式：

$$\lambda = \frac{.5x^{-.5} y^{.5}}{p_x} = \frac{.5x^{.5} y^{-.5}}{p_y}$$

化简为：

$$x = \frac{p_y y}{p_x}$$

代入预算约束中：

$$\begin{aligned} I - p_x \frac{p_y y}{p_x} - p_y y &= 0 \\ p_y y &= \frac{1}{2} I, \quad p_y y = \frac{1}{2} I \end{aligned}$$

$$x^* = \frac{I}{2p_x}, \quad y^* = \frac{I}{2p_y}$$

预算被两种商品均分了。

让我们推导这个例子中的间接效用函数：

$$U\left(\frac{I}{2p_x}, \frac{I}{2p_y}\right) = \left(\frac{I}{2p_x}\right)^{.5} \left(\frac{I}{2p_y}\right)^{.5}$$

为什么如此烦琐地计算间接效用函数？因为它能为我们节省时间。我们能直接通过价格和收入来得到消费者的效用，而不必去重新计算每组价格和预算约束的效用水平。当处理个体需求函数时，这样显得尤为简便。作为价格和收入（或效用）的函数，需求函数能给出某个特定的消费者对商品的购买量。

1.3 空白支票原理

消费者理论的一个直接运用是消费者在给定价格，约束以及收入的情况下总是做最优的选择。[一般来说，唯一的约束是消费不能多于收入，但是我们会看见存在其他约束条件的例

子。]

这个观察引出了空白支票原理：相较同等货币价值的实物转移支付，消费者并非更愿意接受现金支付。[这意味着两者之间也许是无差异的。]

就像有空白支票一样，消费者能使用现金买到他们负担得起的任何一种商品组合——包括那些实物转移支付手段所给予的商品或服务。

给予美国公民的实物转移支付有很多，其中突出的例子如食品券，住房券，健康保险（医疗），教育贷款资助，幼儿看护服务，职业培训等等。[详尽的名单会很长。]

经济学理论提出，相对于等价的现金转移支付，这些实物转移支付手段也会成为对消费者选择的约束条件。

若消费者是理性的，那么对选择进行约束就没有好处。

例如，考虑一个消费者有 $I = 100$ 的收入，面临对两种商品食物和住房的选择。二者一单位的价格分别为 p_f, p_h 。

消费者的问题是

$$\begin{aligned} \max_{f,h} U(f,h) \\ \text{s.t. } f + h \leq 100 \end{aligned}$$

政府决定提供 50 单位的住房补助。这意味着消费者现在能买至多 150 单位的住房或者至多 100 单位的食物。消费者的问题是：

$$\begin{aligned} \max_{f,h} U(f,h) \\ \text{s.t. } f + h \leq 150 \\ h \geq 50. \end{aligned}$$

而要是政府决定提供 50 单位的现金，那么问题就会变成：

$$\begin{aligned} \max_{f,h} U(f,h) \\ \text{s.t. } f + h \leq 150. \end{aligned}$$

因而政府的转移支付有两个组成部分：

1. 预算线从 I 扩展到 $I' = I + 50$.
2. 对预算约束征税 $h \geq 50$.

典型的经济学问题是：当仅使用(1)就能提高消费者的福利而政府又不必增加成本的话，为什么要(1)和(2)一起使用？

1.3.1. 一个简单的例子：圣诞节的无谓损失

1993 美国经济评论登载了 Joel Waldfogel 的一篇论文。它提供了一个典型的（也是有争议的）应用空白支票原理的例子

Waldfogel 观察到礼品的赠与同实物转移支付是等价的。因此对于消费者福利，相较于简单的给予现金而言它的效率更低。

在 1993 年一月，他调查了大约 150 个耶鲁本科生在 1992 年所收到的节假日礼物：

1. 这些礼物的货币价值
2. 学生愿意付多少钱来买这些他们原本没有的东西

3. 学生愿意接受多少现金来替代这些礼物（通常高于他们愿意支付的——一个经济学异常现象。）

出于版权方面的考虑，图片被移除

见图 1：礼品赠与和无谓损失

Waldfoegel 计算了每个礼品的“产生”价值 $Y_j = V_j/P_j$.

就象理论（和直觉）预测的那样，平均来说，这个价值是非常低的。也就是说相对于等价的现金礼品，实物礼品的价值简直是“毁灭性的”。

Waldfoegel 的图 I 显著地解释了这个理念：

预算线 aa' 是原始的预算线。

线 bb' 是实物转移支付的预算线。

U_1 是同预算线 bb' 相交的最高的无差异曲线。这是消费组合 II。

U_2 和 bb' 的交点，记为 III，是实物礼品的消费组合。G 的数量取决于礼品赠与者而非接受者。

尽管 III 在 bb' 上，但它并不是同预算线 bb' 相交的最高的无差异曲线。

若消费者的选择不受礼品赠与者的约束的话，线 cc' 是达到 U_2 效用的实际预算线。

在这个例子中相对于等价的现金转移支付，礼品赠与的无谓损失等于 $(b' - c')/p_g$ 。

这篇文章中一些有趣的现象：

1. 价值“消灭”对远亲来说更大，如，祖父母
2. 价值“保存”对朋友更接近完美
3. 倾向于“消灭”大部分价值的人群，更喜欢付现金。

括号里的东西是标准的错误。既然 0.964 远大于 $2 * 0.08$ ，那么价值和价格之间的关系就是统计学上有意义的。

有关价格的价值的推导（回忆 $\frac{\partial \ln(\text{value}_i)}{\partial \ln(\text{price}_i)}$ 是 $\frac{\partial \ln(\text{value}_i)}{\partial \ln(\text{price}_i)}$ ）

$$\frac{\partial \ln(\text{value}_i)}{\partial \ln(\text{price}_i)} = \frac{\partial \ln(\text{value}_i)}{\partial \ln(\text{price}_i)} \cdot \frac{\text{price}_i}{\text{value}_i} = 0.964.$$

这就是说，价格上升百分之 1 同价值上升百分之 0.964 是相联系的。

但是，价格和价值水平间还存在一个主要的差别。以指数的形式重写这个等式：

$$\begin{aligned} \ln(\text{value}_i) &= -\ln(\exp(0.314)) + 0.964 \ln(\text{price}_i) \\ &= \ln\left(\frac{\text{price}_i^{0.964}}{\exp(0.314)}\right) \end{aligned}$$

对两边同时取幂：

$$\begin{aligned} \text{value}_i &= \frac{\text{price}_i^{0.964}}{\exp(0.314)} \\ &= \frac{\text{price}_i^{0.964}}{1.37} \\ &= .73 \times \text{price}_i^{0.964} \end{aligned}$$

所以对接受者来说，一个\$100的礼品的价值大概只相当于\$62。

可以看出为什么用自然对数来表示这些关系很方便。自然对数常用来表示成比例的效果。上面的回归方程式说明了礼品的价值大约等于价格的96%，再减去31%。

Waldfofel的文章引起了一些出乎意料的大量争论，甚至于在经济学家之间，而他们大部分或许是支持空白支票原理的。

对于许多读者来说，这篇文章似乎成了经济学家的迂腐的一个例证，“他们了解有关价格的一切却对价值一无所知。”那么Waldfofel忽略了什么呢？

1.4 支出函数

下面我们来看一个对消费者理论更充分（也更好）的应用：食品券。

在这之前，我们需要一些工具。

到目前为止，我们已经分析了当收入保持不变而价格改变时的问题。我们使用了间接效用函数。

现在我们要分析效用保持不变而支出改变时的问题，我们就要用到支出函数。

这两个问题是相当类似的——事实上，它们是“对偶”的。

大多数经济学问题都有对偶问题，意即一个逆否命题。

例如，选择使利润最大的产量的对偶问题是给定的产量水平的成本最小：成本最小化同利润最大化是对偶的。

同样地，预算约束下效用最大的对偶问题是效用约束下支出最小。

1.1 支出函数

消费者的问题：预算约束下的效用最大化

对偶：效用约束（也就是说，必须达到的效用水平）下的最小支出

这个对偶问题引出了“支出函数”：获得给定水平效用所需的最小支出。

对偶的设置

1. 开始于：

$$\begin{aligned} \max U(x, y) \\ \text{s.t. } p_x x + p_y y \leq I \end{aligned}$$

2. 给定 p_x, p_y, I 解决 $x^*, y^* \Rightarrow v^* = U(x^*, y^*)$

$$V^* = V(p_x, p_y, I)$$

V 是间接效用函数。

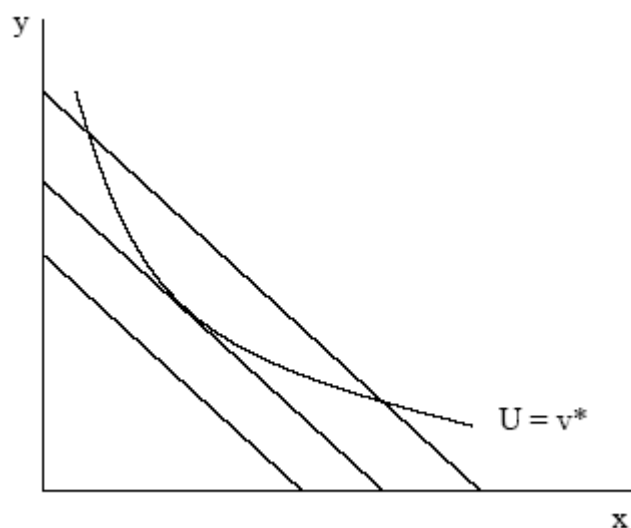
3. 现在解决下面的问题：

$$\begin{aligned} \min p_x x + p_y y \\ \text{s.t. } U(x, y) \geq v^* \end{aligned}$$

赋 $E^* = p_x x^* + p_y y^*$ 给 $U(x^*, y^*) = v^*$.

$$E^* = E(p_x, p_y, V^*)$$

1.2 对偶问题的图形表示



这个对偶问题是给定无差异曲线，选择同它相切的最低的一条预算线。
例：

$$\begin{aligned} \min E &= p_x x + p_y y \\ \text{s.t. } x^{.5} y^{.5} &\geq U_p \end{aligned}$$

这里 U_p 来自原问题。

$$L = p_x x + p_y y + \lambda (U_p - x^{.5} y^{.5})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial x} &= p_x - \lambda .5 x^{-.5} y^{.5} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial y} &= p_y - \lambda .5 x^{.5} y^{-.5} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= U_p - x^{.5} y^{.5} = 0 \end{aligned}$$

等式中前两个化简为：

$$x = \frac{p_y y}{p_x}$$

把它代入约束条件 $U_p = x^{.5} y^{.5}$ 得：

$$\begin{aligned} U_p &= \left(\frac{p_y y}{p_x} \right)^{.5} y^{.5} \\ x^* &= \left(\frac{p_y}{p_x} \right)^{.5} U_p, \quad y^* = \left(\frac{p_x}{p_y} \right)^{.5} U_p \\ E^* &= p_x \left(\frac{p_y}{p_x} \right)^{.5} U_p + p_y \left(\frac{p_x}{p_y} \right)^{.5} U_p \\ &= 2 p_x^{.5} p_y^{.5} U_p \end{aligned}$$

比较一下对偶问题和原问题的解答？

1.3 支出函数和间接效用函数的关系

我们考察支出函数和间接效用函数的关系。

$$\begin{aligned}V(p_x, p_y, I_0) &= U_0 \\E(p_x, p_y, U_0) &= I_0 \\V(p_x, p_y, E(p_x, p_y, U_0)) &= U_0 \\E(p_x, p_y, V(p_x, p_y, I_0)) &= I_0\end{aligned}$$

支出函数和间接效用函数是互逆的。

在上面的例子中，我们来证实这一点。

回忆原问题中给出的要素需求 x_p^* , y_p^* ，它是价格和收入（不是效用）的函数。

对偶问题给出了支出（预算要求），将其作为效用和价格的函数。

$$x_p^* = \frac{I}{2p_x}, y_p^* = \frac{I}{2p_y}, U^* = \left(\frac{I}{2p_x}\right)^{.5} \left(\frac{I}{2p_y}\right)^{.5}$$

现在把它们代入支出函数：

$$E^* = 2U_p p_x^{.5} p_y^{.5} = \left(\frac{I}{2p_x}\right)^{.5} \left(\frac{I}{2p_y}\right)^{.5} p_x^{.5} p_y^{.5} = I$$

最后还要注意的是这些乘数，对偶问题中的乘数和原问题的乘数是互为倒数的。

$$\begin{aligned}\lambda_P &= \frac{U_x}{p_x} = \frac{U_y}{p_y} \\ \lambda_D &= \frac{p_x}{U_x} = \frac{p_y}{U_y}\end{aligned}$$

1.5 需求函数

现在我们用支出函数和间接效用函数来得到需求函数。

目前，我们已经解决了下面的问题：

- 效用，作为价格和预算的函数
- 支出，作为价格和效用的函数

我们已经有了一个隐含的需求表。

需求表源自个体的效用函数。

对于任意的效用函数，在其他商品价格以及收入或效用二者之一保持不变的情况下，我们都能求出某种商品作为价格的函数的需求数量

1.1 马歇尔需求（“非补偿”需求）

在前面的例子中：

$$U(x, y) = x^{.5} y^{.5}$$

我们推导出：

$$x(p_x, p_y, I) = .5 \frac{I}{p_x}$$

$$y(p_x, p_y, I) = .5 \frac{I}{p_y}$$

我们写出这些需求函数（对个体的）如：

$$x_1^* = d_1(p_1, p_2, \dots, p_n, I)$$

$$x_2^* = d_2(p_1, p_2, \dots, p_n, I)$$

$$\dots$$

$$x_n^* = d_n(p_1, p_2, \dots, p_n, I)$$

我们称之为“马歇尔”需求，以 Alfred Marshall 命名。他最先画出了这样的需求曲线。

1.2 希克斯需求（“补偿”需求）

同样我们推导出：

$$x(p_x, p_y, U) = \left(\frac{p_y}{p_x} \right)^{.5} U_p$$

$$y(p_x, p_y, U) = \left(\frac{p_x}{p_y} \right)^{.5} U_p$$

我们写出这些需求函数（对个体的）如：

$$x_{1,c}^* = h_1(p_1, p_2, \dots, p_n, U)$$

$$x_{2,c}^* = h_2(p_1, p_2, \dots, p_n, U)$$

$$\dots$$

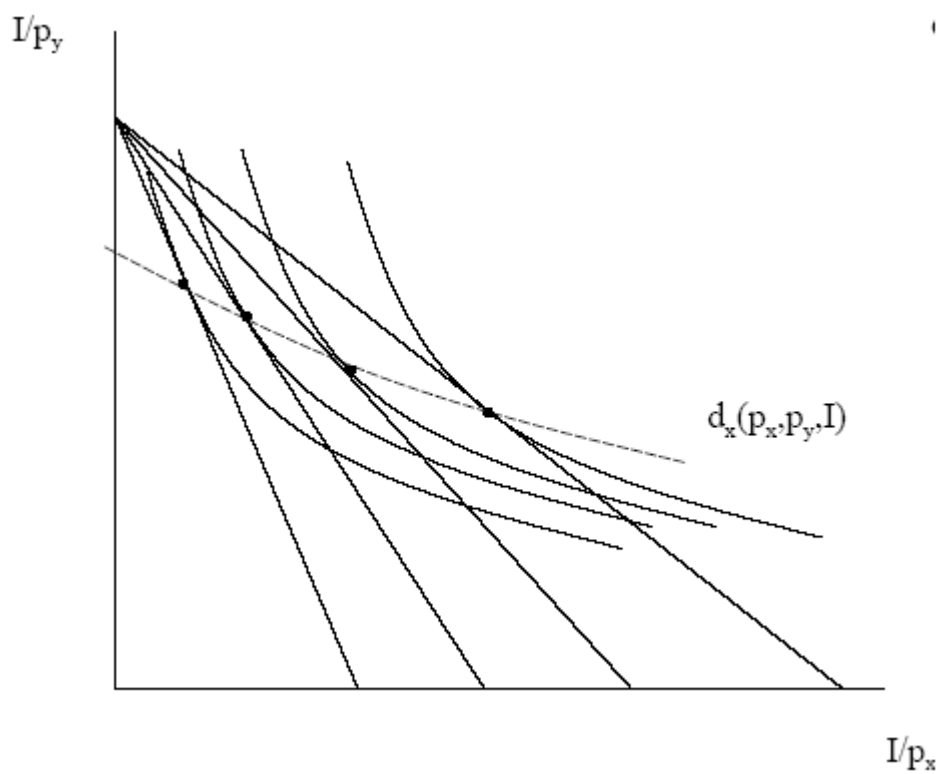
$$x_{n,c}^* = h_n(p_1, p_2, \dots, p_n, U)$$

我们称之为“希克斯”需求，以 John Hicks 命名。

该需求函数把效用作为一个变量，而不是收入。这是一个重要的区别。

1.3 需求曲线的图形推导

一条 x 的需求曲线， p_x 是 x 的函数



因此，需求函数是固定 I 和 p_y （所有其他商品价格）不变时无差异曲线和预算线的切点的连线。

这是一条什么类型的需求曲线？

马歇尔型的 ($d_x(p_x, p_y, I)$)。效用不是固定的，但收入是。

现在，我们掌握了分析食品券计划的工具了。