

# 支出函数：食品券的经济学应用

David Autor

14.03 2004 秋季

## 1 支出函数

我们接下来要看的是一个对消费者理论更充分（也更好）的应用：食品券。

在这之前，我们需要一些工具。

到目前为止，我们已经分析了当收入保持不变而价格改变时的问题。我们使用了间接效用函数。

现在我们要分析效用保持不变而支出改变时的问题，我们就要用到支出函数。

这两个问题是相当类似的——事实上，它们是“对偶”的。

大多数经济学问题都有对偶问题，意即一个逆否命题。

例如，选择使利润最大的产量的对偶问题是给定的产量水平的成本最小：成本最小化同利润最大化是对偶的。

同样地，预算约束下效用最大的对偶问题是效用约束下支出最小。

### 1.1 支出函数的设定

消费者的问题：预算约束下的效用最大化

对偶：效用约束（也就是说，必须达到的效用水平）下的最小支出

这个对偶问题引出了“支出函数”：获得给定水平效用所需的最小支出。

对偶的设定

1. 开始于：

$$\begin{aligned} \max U(x, y) \\ \text{s.t. } p_x x + p_y y \leq I \end{aligned}$$

2. 给定  $p_x, p_y, I$  解决  $x^*, y^* \Rightarrow v^* = U(x^*, y^*)$

$$V^* = V(p_x, p_y, I)$$

$V$  是间接效用函数。

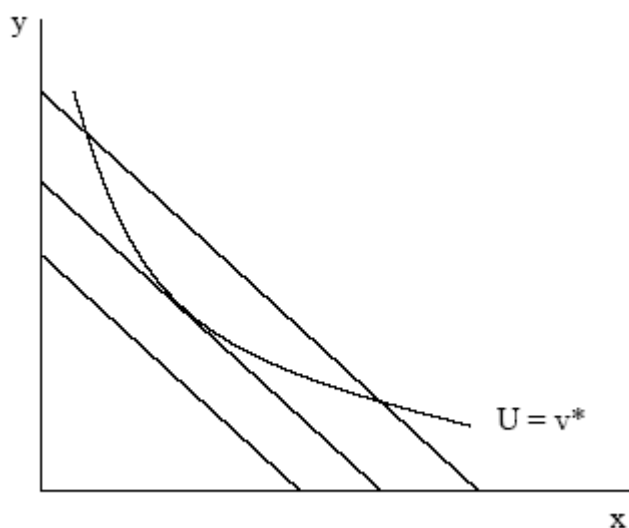
3. 现在解决下面的问题：

$$\begin{aligned} \min p_x x + p_y y \\ \text{s.t. } U(x, y) \geq v^* \end{aligned}$$

赋  $E^* = p_x x^* + p_y y^*$  给  $U(x^*, y^*) = v^*$ .

$$E^* = E(p_x, p_y, V^*)$$

## 1.2 对偶问题的图形表示



这个对偶问题是给定无差异曲线，选择同它相切的最低的一条预算线。

例：

$$\begin{aligned} \min E &= p_x x + p_y y \\ \text{s.t. } x^{.5} y^{.5} &\geq U_p \end{aligned}$$

这里  $U_p$  来自原问题。

$$L = p_x x + p_y y + \lambda (U_p - x^{.5} y^{.5})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial x} &= p_x - \lambda .5 x^{-.5} y^{.5} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial y} &= p_y - \lambda .5 x^{.5} y^{-.5} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= U_p - x^{.5} y^{.5} = 0 \end{aligned}$$

等式中前两个化简为：

$$x = \frac{p_y y}{p_x}$$

把它代入约束条件  $U_p = x^{.5} y^{.5}$  得：

$$\begin{aligned} U_p &= \left( \frac{p_y y}{p_x} \right)^{.5} y^{.5} \\ x^* &= \left( \frac{p_y}{p_x} \right)^{.5} U_p, \quad y^* = \left( \frac{p_x}{p_y} \right)^{.5} U_p \\ E^* &= p_x \left( \frac{p_y}{p_x} \right)^{.5} U_p + p_y \left( \frac{p_x}{p_y} \right)^{.5} U_p \\ &= 2 p_x^{.5} p_y^{.5} U_p \end{aligned}$$

## 1.3 支出函数：它有什么好处？

支出函数是一个非常重要的工具，因为它使得消费者理论能够运用在公共政策分析上。

使用支出函数，我们能“货币化”用别的方式不可比的取舍从而评价它们的成本和收益。

在公共政策分析方面，对这种计算工具的需要更甚。并且它也是大多数成本—收益分析的基础。

这个学期我们一直在强调我们并不清楚“尤特尔”到底是什么。而如果我们想要知道某种政策对个人带来的损失或收益的程度多大，这就成了一个问题。

支出函数为我们提供了一个可以绕开这个问题的捷径。

尽管不知道如何去测量“尤特尔”，但是我们知道货币可以增加效用（也就是，放松预算约束，通过间接效用函数）。

使用支出函数，当一项政策生效后，我们能了解为平衡消费者利益必须付给他们或者从他们那里拿走多少钱。这样，支出函数使我们能够计算“货币尺度”。

例：我们考虑一项禁止多功能运动汽车（SUV）的政策。出台禁令是因为它们助长了石油依赖以及制造了多得不成比例的空气污染。

比如说给定下禁令前准 SUV 消费者效用是  $\bar{U}$ ，支出是：

$$E_{pre} = E(p_a, p_{suv}, \bar{U})$$

出台禁令后为了获得同等水平的效用；准消费者要支出这么多：

$$E_{post} = E(p_a, p_{suv} = \infty, \bar{U}) .$$

$E_{post} - E_{pre}$  的不同之处在于补偿的数量，它用于维持 SUV 购买者的效用不受禁令的影响。

当然，我们也不总是知道支出函数，所以实践中这也并不象理论上那么容易。

不过若我们要估计一种商品需求的补偿弹性，做个大概的计算时，通常这就够用了。

在 Whitmore 的文章中你能看到这一点。

## 1.4 支出函数和间接效用函数的关系

怎么比较对偶问题和原问题的解答？

考察支出函数和间接效用函数的关系。

$$\begin{aligned} V(p_x, p_y, I_0) &= U_0 \\ E(p_x, p_y, U_0) &= I_0 \\ V(p_x, p_y, E(p_x, p_y, U_0)) &= U_0 \\ E(p_x, p_y, V(p_x, p_y, I_0)) &= I_0 \end{aligned}$$

支出函数和间接效用函数是互逆的。

在上面的例子中，我们来证实这一点。

回忆原问题中给出的要素需求  $x_p^*$ ,  $y_p^*$ ，它是价格和收入（不是效用）的函数。

对偶问题给出了支出（预算要求），将其作为效用和价格的函数。

$$x_p^* = \frac{I}{2p_x}, y_p^* = \frac{I}{2p_y}, U^* = \left(\frac{I}{2p_x}\right)^{.5} \left(\frac{I}{2p_y}\right)^{.5}$$

现在把它们代入支出函数：

$$E^* = 2U_p p_x^{.5} p_y^{.5} = \left(\frac{I}{2p_x}\right)^{.5} \left(\frac{I}{2p_y}\right)^{.5} p_x^{.5} p_y^{.5} = I$$

最后还要注意的是这些乘数，对偶问题中的乘数和原问题的乘数是互为倒数的。

$$\begin{aligned}\lambda_P &= \frac{U_x}{p_x} = \frac{U_y}{p_y} \\ \lambda_D &= \frac{p_x}{U_x} = \frac{p_y}{U_y}\end{aligned}$$

## 1.5 需求函数

现在我们用支出函数和间接效用函数来得到需求函数。

目前，我们已经解决了下面的问题：

- 效用，作为价格和预算的函数
- 支出，作为价格和效用的函数

我们已经有了一个隐含的需求表。

需求表源自个体的效用函数。

对于任意的效用函数，在其他商品价格以及收入或效用二者之一保持不变的情况下，我们都能求出某种商品作为价格的函数的需求数量

### 1.1 马歇尔需求（“无补偿”需求）

在前面的例子中：

$$U(x, y) = x^{.5} y^{.5}$$

我们推导出：

$$\begin{aligned}x(p_x, p_y, I) &= .5 \frac{I}{p_x} \\ y(p_x, p_y, I) &= .5 \frac{I}{p_y}\end{aligned}$$

我们写出这些需求函数（对个体的）如：

$$\begin{aligned}x_1^* &= d_1(p_1, p_2, \dots, p_n, I) \\ x_2^* &= d_2(p_1, p_2, \dots, p_n, I) \\ &\dots \\ x_n^* &= d_n(p_1, p_2, \dots, p_n, I)\end{aligned}$$

我们称之为“马歇尔”需求，以 Alfred Marshall 命名。他最先画出了这样的需求曲线。

### 1.2 希克斯需求（“补偿”需求）

同样我们推导出：

$$x(p_x, p_y, U) = \left(\frac{p_y}{p_x}\right)^{.5} U_p$$

$$y(p_x, p_y, U) = \left(\frac{p_x}{p_y}\right)^{.5} U_p$$

我们写出这些需求函数（对个体的）如：

$$x_{1,c}^* = h_1(p_1, p_2, \dots, p_n, U)$$

$$x_{2,c}^* = h_2(p_1, p_2, \dots, p_n, U)$$

$$\dots$$

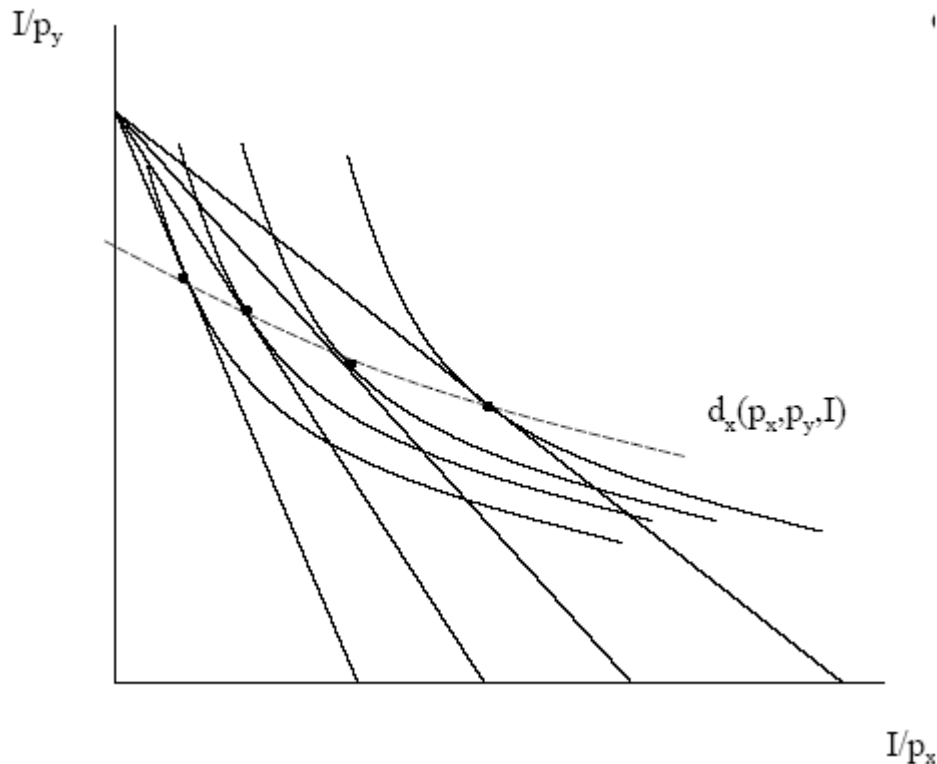
$$x_{n,c}^* = h_n(p_1, p_2, \dots, p_n, U)$$

我们称之为“希克斯”需求，以 John Hicks 命名。

该需求函数把效用作为一个变量而非收入。这是一个重要的区别。

### 1.3 需求曲线的图形推导

一条  $x$  的需求曲线， $p_x$  是  $x$  的函数



因此，需求函数是固定  $I$  和  $p_y$ （所有其他商品价格）不变时无差异曲线和预算线的切点的连线。

这是一条什么类型的需求曲线？

马歇尔型的 ( $d_x(p_x, p_y, I)$ )。效用不是固定的，但收入是。

现在，我们掌握了分析食品券计划的工具了。

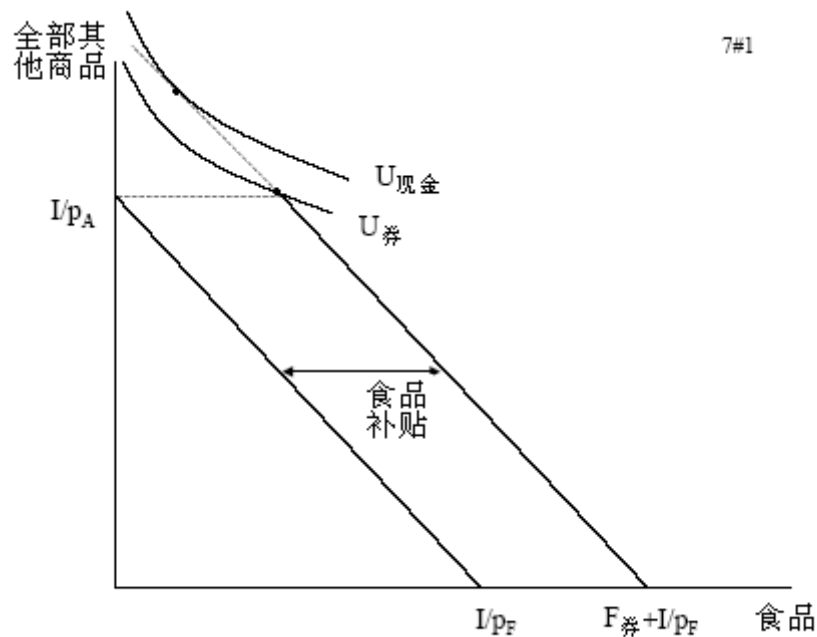
## 2 实物转移支付：消费者理论的一个应用

- 如同我们在以前的课上讨论，除了现金外还有许多种“实物”可以被政府用作对

公民的转移支付手段：

- 食品券
- 公共住房
- 幼儿看护补助
- 医疗
- 学校教育

- 这些转移支付手段在经济学上有两个影响：
  - 提高了预算线，这样消费者就能够购买更多的补贴商品以及其他商品。
  - 在实物支付品的津贴水平上预算线产生了弯曲 — 这就“迫使”消费至少高于起始的转移支付水平。
- 见图 7#1



- 这种转移支付手段作用于消费者福利的结果？
  - 对于在新预算线的非弯曲区域消费的消费者？
  - 对于在弯曲区域消费的消费者？

## 2.1 食品券

### 2.1.1 美国食品券计划：一些事实

- 在 2002 年，美国农业部分发了价值 191 亿美元的食品券，并为此支付了 24 亿美元的行政费用。
- 共有 820 万户家庭接受了食品券。
- 共有 190 万人接受食品券。
- 平均每人每月¥79，全年¥950。

### 2.1.2 实物转移支付的优点

1. 保证营养？
2. 防止现金被用于毒品和烟酒 $\iff$ 家长式作风：无效的偏好
3. 什么是有效的公共支出？食物对娱乐。
4. 政治需要（为赢得公众支持）

### 2.1.3 实物转移支付的缺点

1. 受限/扭曲的选择。经济学家认为这是不好的。
2. 管理/执行成本。据估计半数的食品券的管理成本花在了防止诈骗上。
3. 执行这种限制让谁的状况变好了？（通过了帕累托测试吗？）
4. 产生了食品券的地下市场（“影子市场”）。
5. 带来了犯罪。

### 2.1.4 注意：其它“影子市场”

1. 贩卖人体器官
2. 为不孕夫妇捐献卵子
3. 儿童收养
4. 卖淫

## 5. 非法毒品交易

- 一般原则：当一项交易被禁止时，为抵消这种扭曲的影响，人们会寻求其它的市场方式，“影子市场”。
- 执行的成本会很高昂。参考禁酒令。
- 一些原本守法的公民可能会卷入犯罪，坐牢，甚至于协从反社会活动（想想非法毒品交易带来的暴力）

## 3 食品券的价值：政策问题

在现金和实物食品券转移支付的比较中，最关键的问题是什么？

1. 接受者的激励是否“扭曲”了？也就是说与没有食品券的情况相比较，他们是不是在食物上花费了更多？
2. 多大部分的食品券会被在黑市上出售？以及以什么样的价格？
3. 相比实物转移支付，支付现金会对营养产生影响吗？
4. 相比实物计划，支付现金的管理成本多高？

### 3.1 食品券的价值：Whitmore 的研究

- 成对地分析 90 年代早期美国农业部在圣迭戈和阿拉巴马实行的食品券试验。
- “套现”实验：以现金而非食品配给券的方式把福利支付给一部分接受者。
- 方法：在接受食品券的家庭和随机选择的接受现金的同类家庭之间，比较食物及其他物品的支出。
- 注意：不存在先期（即基线数据），所以这不是个“倍差法”的比较（不象 Card 和 Krueger 或者 Jensen 和 Miller）。
- 这有问题吗？不一定。如果随机选择是有效的并且样本规模足够大的话，我们能相当自信地说处理组和控制组的结果就是具有可比性的。那样的话我们就能可以比较期末的结果，从而评估每一组中的反事实。
- 具体来说，令  $X = 1$  表示现金， $X = 0$  表示食品券。让  $Y_{i0}$  等于分配到食品券的家庭食品支出， $Y_{i1}$  等于分配到现金的家庭食品支出。若随机选择是有效的，那么就有  $E(Y_{i0}|X_i = 0) = E(Y_{i0}|X_i = 1)$  和  $E(Y_{i1}|X_i = 0) = E(Y_{i1}|X_i = 1)$ 。
- 这些表达式说明如果处理组和控制组在实验前转换的话（处理组分配给控制组，



控制组分配给处理组），控制组的偶然平均食物花费等于转换前有意花费——这对处理组来说也一样。

### 3.2 “扭曲”对“非扭曲”激励的家庭

- 那么是否由于食品券，所有的（或是大多数）家庭的状况都变坏了呢？答案：不对。低收入的家庭把他们的绝大部分收入都花在了食物上——在 Whitmore 的样本中，约 30% 的家庭预算，这个数字是美国家庭平均水平的两倍。
- 而且食品券也不是那么慷慨的：在研究期间，每个有 1-4 个孩子的家庭只有 \$111—\$370 每月。这个数字甚至少于 1/3 的最典型的低收入家庭的预算。
- 如何衡量家庭的激励的“扭曲”？  
在实验先期，这并不难。怎么办？考察家庭在“套现”后食品消费的减少程度。这些就是被这项计划所扭曲的部分。

在 Whitmore 的研究中，由于缺乏基线数据，这样做是很困难的。

- Whitmore 的第一种方法是标出月食品花费少于食品券所给量的激励扭曲家庭。  
对于接受现金的家庭，这没什么问题/  
对与接受食品券的家庭，这就意味着他们没有用完所有的食品券。
- 按照这样的定义，18%—21% 的家庭的激励被扭曲了。
- 消费者理论怎么解释这些家庭？根据非饱和公理，不会存在这样的现象——除非他们把食品券卖到了黑市上。
- 另一方面，美国农业部报告每年有 5 亿美元的食品券（共 220 亿）无人认领，约相当于总数的 5%。而同时，一直都有 20% 的家庭只使用了他们所得食品券的 75%。
- Whitmore 使用了其他的一些数字，但是都得出了相同的结论。
- 见 WHITMORE 表 2a 和 2b。视是否接受现金而定，激励扭曲家庭在食品花费上会有不同。Whitmore 以此来粗略计算食品券受益者的“扭曲成分”。简单来说，就是用他们已经和应该的食品花费之差除以他们应该的食品花费。

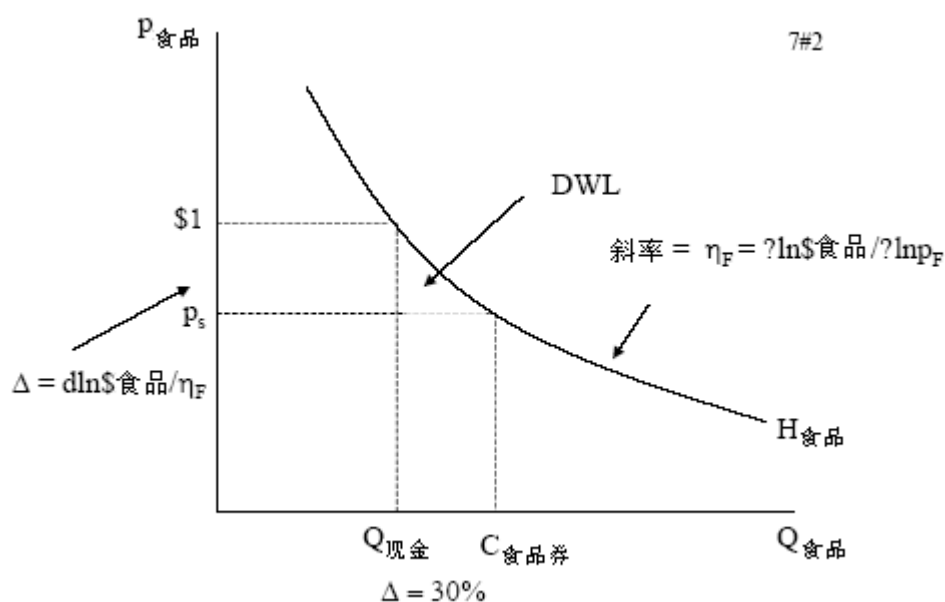
$$DS = \frac{F_s - F_c}{F_c},$$

其中 c 代表现金转移支付，s 代表食品券。

- 注意这里的反事实的假设：受到食品券的限制，接受的家庭在食物上的花费同接受现金的家庭预期一样多。

### 3.3 估算福利损失

- 问题：  $F_s - F_c$  的差等于这些家庭所收到的福利损失吗？
- 不。他们仍然对食品的价值有正的评价，即便是他们更偏好于将钱花在别的商品上。
- 为了计算，容易看出到底发生了什么。
- 问题：相比别的商品，“非扭曲”的消费者 1 美元食物的边际效用是多少？答案：一定是在边际上的 \$1.00。
- 我们知道“激励扭曲家庭消费”多少额外的食物。大概是比他们想要的多出 1/3。
- 这样如果我们知道补偿需求函数的斜率，就能算出在 现金等价物 上他们损失了多少效用。也就是说，要使接受现金的家庭与食品券相比状况相同需要支付多少钱。
- 问题：这个数量的上限是多少？答案：  $F_s - F_c$ 。如果对他们花在食物上的全部额外的钱给予补偿，也会使他们的状况会变好。不过实际上他们的状况会更好，除非不在边际上给予任何价值的食品。
- 见下图：



- 问题：阴影部分的名字是什么？无谓损失。
- 下面是我们所知道的：
  - 对于未扭曲激励家庭来说，边际食品的影子价格是以其他商品的形式存在的。
  - 问题：是多少？答案：是 \$1.00。

— 我们知道食品消费量  $P_e$  的差别。大约 20-30% 多。

— 我们也想知道“扭曲”激励家庭在现金等价物上的福利损失。

- 为了得到它，要比较食品的补偿需求弹性， $\eta_f = \frac{\partial \ln \$Food}{\partial \ln P_f}$ 。

- 为什么是补偿的，而不是非补偿的？因为我们要算出如何使消费者的状况变好。

- 这样，参照一些现存的研究，这个弹性在 -0.16 到 -0.28 范围内。这就是说食物价格上涨 10% 会导致需求减少 2 到 3 个百分点（它是缺乏弹性的）。

- 注意弹性的定义：

$$\eta_f = \frac{\partial \ln \$Food}{\partial \ln P_f} \Rightarrow \partial \ln P_f = \frac{\partial \ln \$Food}{\eta_f}$$

- 于是运用上面的式子，我们可以解决边际食品的影子价格问题。即为用弹性的线性近似值求出的在两个数量下需求曲线高度的改变量。

$$\partial \ln P_f \simeq \frac{0.3}{-0.2} = -1.5$$

- 现在就能估算三角形 DWL 的面积了（以美元为单位）：

$$DWL = \frac{1}{2} \cdot \partial \ln \$Food \cdot \left( \frac{\partial \ln \$Food}{\eta_f} \right) \simeq -\frac{1}{2} \left( \frac{0.3^2}{0.2} \right) = -0.225$$

- 因此在非扭曲激励的数量之上，平均每一美元的食品券消费都会带来 \$0.23 的价值损失。换个说法就是，在食物需求数量之上，平均每单位食品券都只值 \$0.77。

- 见 WHITMORE 表 4。她发现对于激励扭曲的消费者而言，食品券的边际价值在 \$0.72 到 \$0.95 之间。

- 既然激励扭曲的家庭比接受现金的家庭在食物上多花 30%，那么食品券家庭的平均的估计损失比例就是

$$\left( \frac{ExtraFood}{Q_{\$stamps}} \right) \cdot 0.23 = 0.30 \cdot 0.23 \simeq 0.07,$$

就是说激励扭曲家庭每花一美元都浪费了 \$0.07。

- 总的福利损失是多少？2002 年一共分发了价值 190 亿美元的食品券，其中的 20% 的接受者是激励扭曲的。他们每花一美元的福利损失是 \$0.07。这样， $DWL \approx 190 \cdot 0.20 \cdot 0.07 = 2.66$  亿美元。

- 概况：福利损失大概是两个半亿美元，并不是十分巨大。[Whitmore 的估计是接近 5 亿美元。她的估算更可取，不过我们不必涉及到全部的计算方法。]

- 还有好方法也可以得出同样的结论。美国农业部能在“套现”食品券的同时减少大概 2.5 亿美元的津贴，而不使接受者的状况变坏；或者可以在“套现”食品券的同时保持津贴收益水平不变，而使接受者的状况变好约 2.5 亿美元（每位接受者

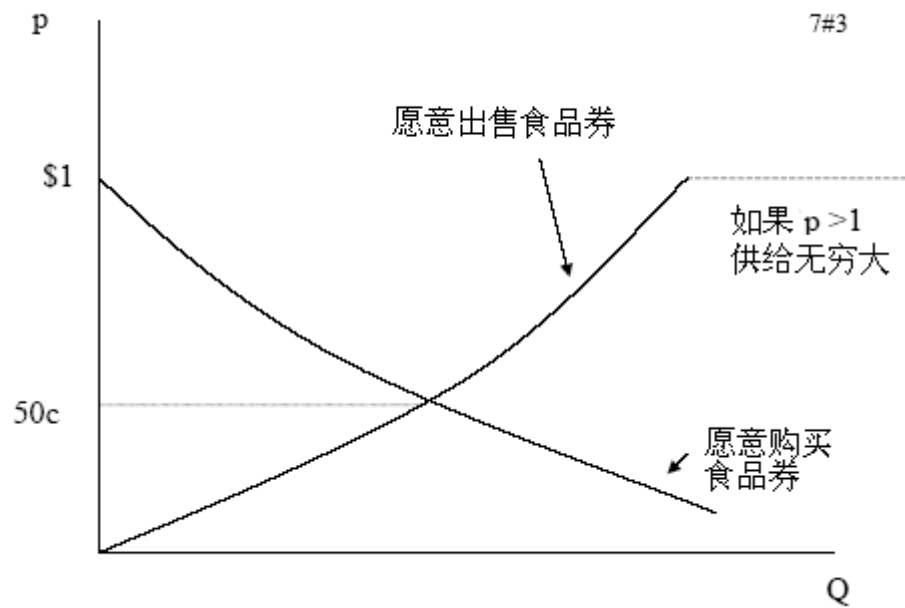
\$15)。

- 若套现也降低了管理成本的话，也会节省一笔不小的开支。
- 如果关闭地下市场（将食品券的转移定为犯罪），可以提高目标的效率 — 更多的津贴汇集于食品券接受者而非那些食品奸商。

### 3.4 食品券的地下市场

而地下市场正是这些计算中所忽略的东西。

- 既然一些消费者认为在边际上食物并不值\$1.00 而另一些人这么看，那么就存在着潜在的交易的可能。彼此之间可以用食品券同别的东西进行交换。
- 进而理论上，食品杂货商可以付给食品券持有者现金（或是烟酒等其他非食品券能买到的东西）然后以票面金额从政府那里兑现 — 尽管通过电子福利转帐（EBT）卡会有些困难。
- 那么这样的市场能够有效率地使单位食品券卖到\$1.00 的价钱吗？不。
  - 首先这是一种诈骗行为。卖者可能会丧失食品券的权利，而买主会被判刑。
  - 所以，买家会要求“风险溢价”。
  - 其次，寻找买主也需要时间。这就意味着买家不用付全额，因为卖者寻找另一个买主可能要花去很多的时间和精力。
- 这样一来，卖者就得不到全部的票面金额。见图 7#3。其中一个风险承受者向下倾斜的需求曲线，另一个是接受者的向上倾斜的供给曲线。二者的交点一定在\$1.00 以下。



- 然而政府仍然会以每单位食品券\$1.00 的价格支付给杂货商。所以，部分食品券的钱被转移给了奸商（尽管如果没有这个计划的话他们可能也做不成奸商）。
- 地下市场的售价是多少？
- 见 WHITMORE 表 6。
- “调查表明：” 每\$100 的食品券的售价约在\$55 到\$65 之间。这是个相当大数额的犯罪活动。
- 该调查并没有告诉我们多少食品券在黑市上出售。因为 Whitmore 不可能在调查中间这个（因为不会得到可靠的答案：“您好，这是普林斯顿大学某研究课题组做调查。你是奸商吗？”）。
- 美国农业部估计在 1996—1998 年间，约 3.5% 的食品券被用于非法交易。
- 注意到非法交易的附加成本：
  - 为减少非法交易而付出的执行成本
  - 入狱的人们（经不住诱惑）

### 3.5 营养

以上的演练研究了食品券计划是如何有效率地令接受者的效用最大化的。事实上，这并不是这项计划的目标。该计划的目标是：

“……通过提高低收入家庭的营养水平来保证国民的健康和福祉。”

因而，或许相应的问题应该是从这个意义上来说现金转移支付是不是比食品券做得更好，或者是更坏：

问题：你是怎么预测的？

问题：大多数家庭所面对的最大的营养问题是什么 — 是摄取热量不足，还是过量？

- 见表 8C。

- 支出削减最多的是：

- 蔬菜

- 水果

- 肉类

- 豆类

- 果汁和汽水

- 对酒的消费没有影响。

- 缺乏香烟的消费数据。

- 见表 9A。

- “建议每日摄取量”：

- 卡路里的摄入从推荐量的 126%减少到 119%。平均下来，人们仍然饮食过度，但有所改善。

- 平均下来，所有的推荐量都已经满足了。

- 看看满足推荐量的部分：

- 10 个百分点的减少部分食用了 100%的卡路里推荐量。

- 3 个百分点的减少部分食用了 200%的卡路里推荐量。

- 看上去受影响的其他类别仅仅是铁和钙。

- 营养上的证据并不是那么明显。不过很有可能卡路里摄入量的减少多于其他营养成分的减少。许多边际上的钱被花在了果汁和汽水上。

- 表 10A。

- 有证据显示支票接受者在公共服务和住房上开销更多。这并不坏。

### 3.6 结论

1. 接受者的激励是否“扭曲”了？也就是说与没有食品券的情况相比较，他们是不是在食物上花费了更多？

- 是的。每一美元多付出了 7 分钱。

2. 多大部分的食品券会被在黑市上出售？以及以什么样的价格？

- 大约 3.5% 的食品券被用于非法交易。

- 售价只有票面金额的 50% 到 60%。

3. 相比实物转移支付，支付现金会对营养产生影响吗？

- 确实减少了卡路里。

- 不清楚是否会损害营养。

4. 相比实物计划，支付现金的管理成本多高？

- 现金对 EBT。相比发支票而言，使用 EBT 每人每月要贵。

- 全国来看，这个数字是每年 2 亿美元。

- 为了管理 EBT，零售商每年要花 2.6 亿美元。

- 加上地下市场的成本（难以计算）

其他考虑：

- 政治经济：

— 食品券能得到福利得不到的政治上的支持。这是因为它不被视为一种施舍。

— 由于食品券归农业部管理，院外游说会产生影响。农场游说团认为食品券最终会被用于农产品购买 — 因而被农场主视作对他们的补贴。

— 对这个计划进行套现会在短期内帮助接受者，然而在长期会造成损害。

- 别的呢？